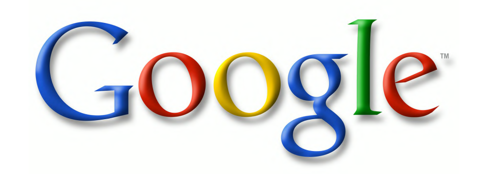


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`



Digitized by Google

Sci1085.70 Bd. March, 1887.



SCIENCE CENTER LIBRARY

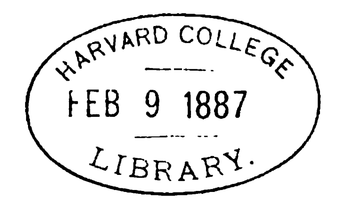
Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google


HARVARD COLLEGE
FEB 9 1887
LIBRARY.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Digitized by Google

Digitized by Google

REPERTORIUM

DER

P H Y S I K.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.

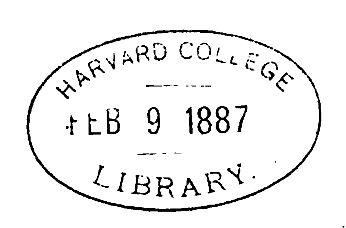
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

~~13462~~
Sci 1085.70

1886, March 8 – 1887, Feb. 7
Farrar fund.

Digitized by Google


HARVARD COLLEGE
FEB 9 1887
LIBRARY.

Inhalt.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

XXII. Band. 1. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 1. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Etwas für Jedermann.

Auskunftsbuch

zum Gebrauche im öffentlichen Leben und Verkehr.

Preis 60 Pf. **Preis 60 Pf.**

Allerlei Informationen über:

Münzen, Mafse und Gewichte, neue und alte, deutsche und fremde.
Reichsmünzen, Zusammensetzung, Gewicht, Münzzeichen etc.
Vorrat an Reichsmünzen und Reichskassenscheinen.
Umlauffähigkeit der Banknoten in Deutschland.
Gesamt-Geldumlauf der wichtigsten Staaten.
Reichsbank, Bestimmungen über den Verkehr mit derselben.
Reichsbankstellen, Verzeichnis derselben.
Wechselordnung, allgem. deutsche, nebst **Wechselstempeltarif.**
Börsensteuer und Börsensteuertarif.
Zinseszinsenberechnungstabelle.
Zinsenberechnungstabelle.
Diskonto- und Amortisations-Tabellen.
Zolltarif für das Deutsche Reich.
Eisenbahn-Signale und **Eisenbahnfahrzeiten** zwischen grofsen Städten.
Dampfschiff-Verbindungen. regelmäfsige, von europ. Häfen.
Weltpostverein, Verzeichnis der Staaten desselben.
Portotarife und Bestimmungen für Briefe, Postkarten, Drucksachen etc.
— **für** Briefe mit Wertangabe.
— **für** Pakete mit Wertangabe, Postnachnahmen, Postaufträge.
Eilbestellungen und diesbezgl. besondere Bestimmungen für das Ausland.
Postanweisungen und telegraphische Geldanweisungen.
Postanweisungen nach dem Auslande, Tarif mit Angabe der Reduktionsverhältnisse für fremde Währungen.
Postpaketsendungen für Deutschland und das Ausland.
Telegramme, Wortzählung, abgekürzte Vermerke, Gebühren.
Telegraphentarif für Deutschland und das Ausland.
Ausdehnung des Post- und Telegraphenverkehrs.
Telephonausbreitung in Deutschland und dem Ausland.
Zeitungen, Verbreitung derselben durch das Postzeitungsamt.
Zeitungs-Charakteristik, politische Richtung und Verbreitung grofser Zeitungen.
Schiffahrtsbewegungen in den bedeutendsten Seehäfen.
Handels- und Kriegsmarinen der wichtigsten Länder — **Fischerei.**
Wein-Produktion und -Konsum.
Tabak-Kultur, -Export und -Konsum.
Zucker-Produktion und -Verbrauch.
Kaffee-Produktion und Verbrauch.
Spirituosen- und **Thee** -Verbrauch.
Bierproduktion der verschiedenen Länder.
— in Deutschland und speziell in Bayern.
Getreideproduktion.
Getreide und Mehl, Übersicht des Welthandels mit denselben.
Kartoffel-Produktion und -Handel.
Ernte-Erträgnisse Deutschlands.
Produktion der Bergwerke Deutschlands
Hüttenbetrieb, Übersicht desselben in Deutschland.
Eisenerze und Kohlenmengen, Übersicht der auf der Erde geförderten.
Kohlenlager, die Ausdehnung der gröfsten.
Silber- und Goldproduktion, jährliche.
Rohseide-Gewinnung, jährliche, der wichtigsten Länder.
Wollproduktion, jährliche, und die **Baumwoll-Industrie** der Erde.
Jahreseinkommen der Nationen per Kopf der Bevölkerung.
Staatsschulden und Nationalvermögen der verschiedenen Länder.
Bildungsstand in den wichtigsten Ländern.
Notizen über Sonne, Planeten, Sterne, Erde, Mond und Sternbilder.

Erde, Erdteile und ihre Bewohner.
Bewegliche Feste in den Jahren 1886—1895.
Tafel zur Stellung der Uhren.
Bewohner der Erde nach Rassen, Religionen und Sprachen.
Areal der gröfsten Inseln und Staaten.
Eisenbahn- und Telegraphennetz der Erde.
Berge, die höchsten der Erde.
Gebäude, die höchsten der Erde. **Die gröfsten Ströme und Seen.**
Meeresstrafsen, Breite derselben an den engsten Stellen.
Die längsten Brücken.
Waldungen, die, Europas.
Die gröfsten Höhlen.
Alpenpässe, deren Höhen.
Wasserfälle, Höhe einiger bedeutender.
Gebirgsbahnen, deren Höhe. — **Tunnel,** die längsten.
Staaten der fünf Erdteile, Areal und Bevölkerung.
Auswärtige Besitzungen der europäischen Staaten.
Regententafel.
Heeresstärke der souveränen Länder in Krieg und Frieden.
Der 26 deutschen Bundesstaaten Flächeninhalt und Bevölkerungszahl.
Friedensstärke des deutschen Heeres.
Kriegsstärke des deutschen Heeres.
Festungen des Deutschen Reichs.
Kriegsschiffe und Kriegsfahrzeuge desselben.
Kauffahrteiflotte, Bestand der deutschen.
Flufs-, Kanal- und Küstenschiffe.
Auswanderung.
Berufsstatistik.
Bodenbenutzung und Viehstand in Deutschland.
Warenverkehr, der auswärtige des deutschen Zollgebietes.
Einnahmen an Zöllen und gemeinschaftlichen Verbrauchssteuern, sowie andere Einnahmen des Deutschen Reichs.
Reichsfonds.
Reichsschulden, Bestand der deutschen.
Reichshaushalts-Etat für das Etatsjahr 1884/85 und 1885/86.
Etat — Matrikularbeiträge u. Staatsschulden der 26 Bundesstaaten.
Verfassung des Deutschen Reichs. Kaiser, Bundesrat, Reichstag.
Verwaltung des Deutschen Reichs. Reichskanzler — Auswärtiges Amt — Reichsamt d. Innern — Marineverwaltung — Reichsjustizamt — Reichsschatzamt — Reichseisenbahnamt — Rechnungshof — Verwaltung des Reichsinvalidenfonds — Reichsversicherungsamt — Reichspostamt — Verwaltung der Reichseisenbahnen — Reichsbank — Reichsschuldenkommission.
Mitglieder des Deutschen Reichstags, mit Angabe ihrer politischen Richtung.
Zusammensetzung des Reichstags nach Parteien 1871—1887.
Universitäten — Technische Hochschulen — Kunstakademien.
Kunstschulen — Kunstgewerbeschulen — Lehranstalten, welche zur Ausstellung des Zeugnisses über wissenschaftliche Befähigung zum **Einjährig-Freiwilligen-Dienst** berechtigt sind.
Berufsgenossenschaften, Verzeichnis der bis jetzt gebildeten.
Unfallversicherungsgesetz, Entschädigungs-Tabelle nach dems.
Versicherte Kapitalien in den wichtigsten Ländern.
Zunahme der Lebensversicherungen in Deutschland.
Bestand der deutschen Lebensversicherungsgesellschaften 1884.
Jagdzeiten — Tabelle für Feldbau.
Gregorianischer und Julianischer Kalender.
Uebersichtskalender für das Jahr 1886.

Einige Kritiken der Presse über das Auskunftsbuch.

Unter dem Titel „**Etwas für Jedermann**" hat R. Oldenbourg hier ein handliches, hübsch ausgestattetes Auskunftsbuch im öffentlichen Leben und Verkehr erscheinen lassen, dessen reicher, praktisch gewählter Inhalt in der That für Jedermann von brauchbarem Werth ist. *Allgemeine Zeitung, München Nr. 342 vom 10. Dec. 1885.*

Im Verlage von R. Oldenbourg in München und Leipzig ist ein kleines Auskunftsbuch erschienen, welches sich in der That als ein praktisches Nachschlagebüchlein darstellt und in den weitesten Kreisen des Erwerbs- und Gewerbslebens zur Information sich nützlich erweisen wird. Es werden in dem Büchlein in übersichtlicher Zusammenstellung allerhand wissenswerthe Notizen mitgetheilt. Ein vollständiges Inhaltsverzeichnis erleichtert die schnelle Benutzung.
Deutscher Reichs- und Kgl. Preuss. Staatsanzeiger Nr. 294 v. 15. Dec. 1885.

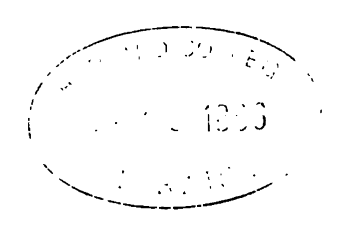
Soeben ist ein kleines Auskunftsbuch erschienen, das in kompresser, übersichtlicher Weise eine Fülle von Informationen bietet über . . . Soweit wir uns bis jetzt überzeugt haben, ist der Inhalt ein verlässiger.
Fränkischer Kurier Nr. 641 vom 15. Dec. 1885.

In Form eines Taschennotizbuches enthält dasselbe allerlei Informationen über Geldwesen, Wechselrecht, Zinsen, Zolltarif, Tarife für Post und Telegraphen, zahlreiche statistische Notizen etc., wie sie gelegentlich Jedermann braucht und gern bei der Hand hat. *Frankfurter Journal Nr. 782 vom 11. Dec. 1885.*

Das soeben erschienene Auskunftsbuch enthält überaus sachliche Informationen, welche das kleine Werkchen sehr empfehlenswerth erscheinen lassen. *Frankfurter Börsen- und Handelszeitung Nr. 289 v. 10. Dec. 1885.*

Preis 60 Pf. Verlag von R. OLDENBOURG in München und Leipzig. **Preis 60 Pf.**

Digitized by Google



Bemerkungen zur Bestimmung der Sonnen-Temperatur.

Von

Dr. **J. M. Pernter.**

Diese Bemerkungen beziehen sich hauptsächlich auf die zwei Methoden, welche genaue Messungen gestatten d. h. auf die Bestimmung der Sonnentemperatur aus den Protuberanzen und aus Messungen der Strahlungsintensität der Sonne.

Vorerst sei hervorgehoben, dass unter Sonnentemperatur, die Temperatur der sichtbaren Sonnenoberfläche d. h. der Photosphäre verstanden wird.

Die erste Methode zur Bestimmung der Sonnentemperatur aus den Protuberanzen lässt sich kurz und klar folgendermaassen darstellen. Protuberanzen sind Wasserstofferuptionen und daher aufsteigende Gasströme auf der Sonne. Die Temperaturabnahme in einem aufsteigenden Gasstrome ist gegeben durch

$$t = \frac{n}{Ec} \cdot \frac{r}{r+h} \cdot h, \text{[1]}$$

wo t die Temperaturabnahme E das mechanische Wärmeäquivalent c die specifische Wärme des betreffenden Gases bei constantem Drucke,

1) Die Ableitung dieser Formel ist schon auf verschiedene Weise gegeben worden. Man sehe z. B. Hann, Zeitschr. der österr. Gesellsch. f. Met. Bd. 9 S. 322; Herz, deutsche meteorolog. Zeitschr. Bd. 1 S. 421; Ritter, Wied. Ann. Bd. 5 S. 409, Bd. 14 S. 623 Goldberg und Mohn: mouvements de l'Atmosphère.

Die Ableitung von Ritter ist so durchsichtig und kurz, dass wir sie zum weiteren Verständnisse hier im wesentlichen anführen wollen. Ritter geht von dem Gedanken aus, dass die Temperaturabnahme im aufsteigenden Gasstrome infolge der Ausdehnung des Gases und diese infolge der Druckabnahme mit der Höhe erfolge; er geht also von der bekannten Formel für diese Druckabnahme aus: $dp = -ng\varrho\, dh$, wo n die Zahl ist, welche angibt, wieviel mal auf dem betreffenden Himmelskörper die Schwerebeschleunigung grösser ist als g, d. h. als die Schwere-

Digitized by Google

r den Halbmesser des Weltkörpers und h die Höhe, die der aufsteigende Luftstrom erreicht hat, bedeutet. Für die Sonne ist $n = 27 \cdot 4$, für Wasserstoff ist $c = 3{,}4$. E ist bekanntlich 424. Daraus ergibt sich $\frac{n}{Ec} = 0{,}019^0$ C. pro Meter oder 141^0 C. pro Meile.

Ich möchte nun den Gedanken, welcher bei der Anwendung dieser Formel naheliegt, auf eine so einfache und fast platte Weise aussprechen wie dies bisher noch nicht geschehen ist[1]). Da die Protuberanzen aufsteigende Wasserstoffmassen sind, so setzt man die gemessene Höhe derselben in die obige Formel für h ein und erhält sofort die Temperaturabnahme t, welche sie bei ihrem Aufsteigen von der Photosphäre in die gemessene Höhe erlitt; an der Photosphäre hatte der Wasser-

---

beschleunigung auf der Erdoberfläche. Mit Rücksicht auf die Abnahme von g mit h ist die Gleichung:

$$dp = -ng\varrho \cdot \frac{r^2}{(r+h)^2} dh \text{ und da } g\varrho = \frac{1}{v}, \text{ so wird } vdp = -n\frac{r^2}{(r+h)^2} dh$$

und mit Rücksicht auf $vdp = EdQ = Ec_p\, dt$ erhält man

$$dt = -\frac{n}{Ec} \frac{r^2}{(r+h)^2} dh$$

oder integrirt von

$$h = o \text{ bis } h = h\colon\ t_o - t_h = t = \frac{n}{Ec} \cdot \frac{r}{r+h} \cdot h.$$

1) Zöllner glaubte die obige Formel nur für den Fall des Emporgeschleudertseins der Wasserstoffmassen giltig; er traute ihr also nicht die allgemeine Giltigkeit zu, wie sie aus obiger Ableitung erhellt. „Es wird demnach eine möglichst genaue Beobachtung der Zeit, welche eine emporsteigende Protuberanz gebraucht, um eine gewisse Höhe zu erreichen ein Kriterium bilden, ob wir diese Höhe als Wirkung der ersten Ursache (des Emporgeschleudertseins) zu betrachten haben oder nicht und nur im ersten Falle darf jene Höhe als integrirender Bestandtheil der obigen Formel benutzt werden.“ Diesen Satz unterstreicht er sogar. Er hatte eben bei seiner Ableitung die Supposition gemacht, dass das Gas emporgeschleudert werde und so die Formel erhalten und glaubte, dass sie nur für diesen Fall giltig sei. Wir haben eine Supposition in der Ableitung nicht gemacht und erkennen daher die allgemeine Giltigkeit der Formel für aufsteigende Gasströme. (Siehe Zöllner, Wissenschaftliche Abhandlungen Bd. 4 S. 189 und 195 (1881).

Hirn benutzt den Gedanken, dass die Protuberanzen Gasströme sind, die aus einem Reservoir von hohem Druck durch eine Oeffnung in einen Raum niedrigen Druckes ausfliessen und berechnet die Temperatur des Gases im Reservoir aus der Gleichung $v = \sqrt{2gEc_pT\left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{c_p - c_v}{c_p}}\right]}$, welche den Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit der Protuberanzen und der Temperatur, nicht aber den zwischen Höhe und Temperatur darstellt. Die Bestimmung der Geschwindigkeit der Protuberanzen unterliegt aber bedeutend grösseren Sshwierigkeiten als die Bestimmung ihrer Höhe. (Siehe Hirn C. R. 1884 vol. XCVIII S. 1366 und dieses Repertorium Bd. XX. S. 724.)

Digitized by Google

stoff der Protuberanz daher die absolute Temperatur $t + \tau$, wenn τ die absolute Temperatur bedeutet, die er in der gemessenen Protuberanzenhöhe noch hat und welches τ jedenfalls nicht niedriger als 273 + 560 sein kann, da ja der Wasserstoff daselbst noch leuchtet.

Wendet man diese Methode auf die höchsten beobachteten Protuberanzen an, so kommt man zu enormen Werthen für die Temperatur der Eruptionsstellen derselben auf der Photosphäre. So wurden Protuberanzen von mehr als 5′, d. h. von 30000 Meilen Höhe gemessen. Dieser Werth für h in die Formel eingesetzt gibt $t = 3190000^0$ C. und für die Eruptionsstelle auf der Photosphäre $3190000 + \tau$. Nimmt man gar die Höhe einer von Secchi zu 65000 Meilen und von Young zu 76000 Meilen gemessenen [1]) Protuberanz als richtig an, so würden sich für die respectiven Eruptionsstellen die beziehungsweisen Minimaltemperaturen von 5371000 ° C. und 5868000 ° C. ergeben. Aber wenn man selbst von diesen abnormen Höhen absieht und eine mittlere Protuberanzenhöhe von 8000 Meilen mit Zöllner einführt, so erhält man als mittlere Temperatur der Eruptionsstellen auf der Photosphäre im Minimum 1100000 ° C.

Zu dieser Methode der Bestimmung der Sonnentemperatur aus der Höhe der Protuberanzen habe ich nun zwei Bemerkungen zu machen, durch welche die enormen Zahlenwerthe der Temperaturen eine sehr beträchtliche Verminderung erfahren.

Die erste Bemerkung knüpft sich an die Giltigkeitsgrenzen der obigen Formel. Diese gilt, so wie sie oben abgeleitet wurde, nur so lange als die in der Ableitung gemachte Voraussetzung besteht, dass man es mit einem vollkommenen Gase, in unserem Falle mit Wasserstoff, allein zu thun hat. Sobald diesem Gase Dämpfe beigemengt sind, die durch die Abkühlung sich schliesslich condensiren, so wissen wir, dass die Differentialgleichung dieser Dämpfe Rechnung tragen muss, und zwar auf doppelte Weise: es muss die specifische Wärme dieser Dämpfe und die Verzögerung, welche die Temperaturabnahme durch die bei der Condensation der Dämpfe freiwerdende Wärme erfährt berücksichtigt werden. Könnte man eine mittlere specifische Wärme des ganzen Gemenges c^1 und eine mittlere Condensationswärme der Dämpfe λ annehmen, so würde nun die Gleichung lauten:

$$c' \, dt + \lambda \, d\chi = -\frac{n}{c^1 E} \frac{r^2}{(r+h)^2} \, dh,$$

wo χ die Menge der vorhandenen Dämpfe pro Cubikeinheit bedeutet. Da nun $d\chi$ von Dampfdruck und Temperatur abhängig ist, so würde

1) Young, Die Sonne S 200.

Digitized by Google

mit Berücksichtigung dessen, die Wärmeabnahme, (für kleine h, wo $\frac{r^2}{(r+h)^2} = 1$ wird):

$$\frac{dt}{dh} = -\frac{n + \lambda\chi E \frac{\varrho}{P}}{c'E + \lambda\chi E \frac{1}{p}\frac{dp}{dt}},$$

worin ϱ die Dichte des Gases, P den Gesammtdruck und p den Dampfdruck bedeutet (siehe Horn, Zeitschr. d. österr. Ges. f. Met. Bd. 9 S. 326).

Man sieht sofort, dass jetzt nicht mehr der constante Factor $\frac{n}{Ec}$ sondern ein ganz anderer und complicirter in Betracht kommt. Wir besitzen kein Mittel, diesen Factor für die Sonne so ausrechnen zu können, wie es für die Erdatmosphäre, die nur Wasserdampf enthält, möglich ist, da wir für die Sonne und die verschiedenen metallischen Dämpfe in der Chromosphäre, wol nie weder das mechanische Aequivalent der latenten Wärme der einzelnen Dämpfe $\lambda\chi E$ noch den Zusammenhang zwischen Druck und Temperaturveränderung $\frac{dp}{dt}$ je erfahren dürften. Was wir bestimmt wissen ist, dass durch die Beimengung metallischer Dämpfe im aufsteigenden Wasserstoffstrome die Temperaturabnahme beträchtlich verzögert werden muss. Da wir nun auf der Erde in Bezug auf einen aufsteigenden Luftstrom, welcher Wasserdampf enthält, eine Analogie besitzen, so wollen wir versuchen, aus dem Vergleiche mit diesen irdischen Verhältnissen auf die Verzögerung der Temperaturabnahme in den Protuberanzen zu schliessen. Bekanntlich ist die Temperaturabnahme im feuchten aufsteigenden Luftstrome bei Condensation des Wasserdampfes beiläufig um die Hälfte verzögert gegenüber derjenigen in einem trockenen Strome. Wenn wir nun annehmen wollten, dass auch auf der Sonne in den Protuberanzen durch die Condensation der Metalldämpfe die Temperaturabnahme um die Hälfte verzögert wird, so frägt es sich, ob wir dabei übertreiben oder hinter der Wahrheit zurückbleiben. Wir können mit der grössten Wahrscheinlichkeit behaupten, dass wir dabei übertreiben, da die latente Wärme des Wasserdampfes wohl die aller Metalldämpfe überragt. Es würde daher eher eine zu kleine Temperaturabnahme in den Protuberanzen herauskommen, wenn man statt $\frac{n}{Ec}$ setzen würde: $\frac{n}{2Ec}$, und es würde daher für die Eruptionsstelle eine Minimaltemperatur sich auf diese Weise ergeben. Wir würden

Digitized by Google

dann mit der Formel $t = \frac{n}{2Ec} \cdot \frac{r}{r+h} \cdot h$ rechnen, wo $\frac{n}{2Ec} = 70^0$ C. pro Meile zu nehmen ist.

Zur bessern Begründung der Annahme einer so beträchtlichen Verlangsamung der Temperaturabnahme in den Protuberanzen bedenke man noch folgende Punkte:

Erstlich ist es ja möglich, dass bei so hohen Temperaturen der Wasserstoff wenigstens in der Nähe der Eruptionsstellen dissociirt im einatomigen Zustande sich befände und beim Emporsteigen bei freiwerdender Dissociationswärme in den molecularen Zustand erst überginge. Wir haben keinen Begriff von der Grösse der Dissociationswärme, aber jedenfalls wäre sie von grossem Einflusse auf die Verzögerung der Temperaturabnahme; dabei müsste aber auch die specifische Wärme des dissocirten Wasserstoffs beträchtlich grösser sein als die des molecularen. Aehnliches lässt sich aber auch von den anderen mit aufsteigenden Gasen möglicherweise denken.

Weiters werden in grösseren Höhen der hohen Protuberanzen chemische Verbindungen sich bilden und die freiwerdende Verbindungswärme wird eine neue Ursache der Verzögerung der Temperaturabnahme sein.

Das Gleiche gilt in noch beträchtlicheren Höhen von der Erstarrungswärme.

Wenn nun die Verbindungs- und Erstarrungswärme nur betreffs der hohen Protuberanzen in Betracht käme und es uns unmöglich machte unsere Rechnung auf dieselben auszudehnen, so würde, falls die Wirklichkeit der Dissociation des Wasserstoffes wahrscheinlich gemacht werden könnte, unsere obige Formel absolut werthlos werden, da wir aller numerischen Daten absolut bar wären.

Letzteres scheint aber nicht der Fall zu sein. Denn die spectroskopischen Untersuchungen lassen den Wasserstoff sowohl am Grunde als an der Grenze der Chromosphäre im molecularen Zustande erscheinen.

Da wir es ferner in der ganzen Ausdehnung der Chromosphäre offenbar mit Dämpfen zu thun haben und die Bildung der chemischen Verbindungen und Erstarrungen in grössere Höhen versetzen müssen, so lässt sich unsere Formel mit dem Näherungswerthe von 70^0 C. pro Meile wenigstens für die Höhe der wenig über die Chromosphäre emporsteigenden Protuberanzen benutzen.

Einen kleineren als den eben genannten Werth der Temperaturabnahme in den Protuberanzen wird man auch schon deshalb unwahrscheinlich finden, da selbst auf einem so kalten Körper, wie unsere Erde ist, eine Temperaturabnahme von 37^0 C. pro Meile ein Minimum ist.


Digitized by Google

Meine zweite Bemerkung zu dieser Methode betrifft die zur Berechnung der Temperatur der Photosphäre herbeizuziehenden Protuberanzen. Diejenigen, welche die Chromosphäre beträchtlich überragen, dürfen aus zwei Gründen hierzu nicht benutzt werden. Erstlich weil unsere Formel da keine Anwendung mehr hat, wo chemische Verbindungen und Erstarrungen auftreten. Zweitens sind die höheren Protuberanzen Ausnahmen und können daher nicht die Grundlage abgeben zur Berechnung der mittleren Temperatur der Photosphäre. Denn es ist sehr wohl möglich, dass sich auf der Photosphäre von Zeit zu Zeit locale Temperaturmaxima ausbilden; dieselben gestatten aber keinen Schluss auf die Mitteltemperatur der ganzen Photosphäre.

Zur Berechnung der letzteren muss man vielmehr jene Protuberanzenhöhe wählen, welche die regelmässige ist. Nach den Beobachtungen der Sonnenphysiker ist die Chromosphäre jederzeit von einer grossen Anzahl niedriger Protuberanzen gesäumt, deren Höhe bis zu 2000 Meilen über die Photosphäre sich erhebt. Wählen wir als mittlere Höhe dieser niedrigen Protuberanzen 1500 Meilen, da die Höhe der Chromosphäre selbst 1200 bis 1300 Meilen beträgt. Von diesen fortwährend und überall emporsteigenden Protuberanzen lässt sich dann allerdings auf die mittlere Temperatur ihres Ausgangspunktes, der Photosphäre, schliessen. Rechnen wir nach der Formel

$$t = 70 \cdot \frac{r}{r+h} \cdot h, \text{ wo } h = 1500$$

so ergibt sich als mittlere Temperatur der Sonnenoberfläche $103300^0 + \tau$ oder als mittlere Minimaltemperatur der Photosphäre rund 104000^0 C.[1]).

Man sieht hieraus, dass bei voller Berücksichtigung aller Factoren diese Methode keine 1000000 Grade liefert, wie man behauptete. Aber auch die 100000 Grade, die im Minimum sich ergaben, überragen die aus den Strahlungsversuchen abgeleitete Sonnentemperatur um das Zwanzigfache und darüber. Dieser grosse Unterschied ist aber nicht Wirklichkeit, wie folgende Bemerkungen zur Berechnung der Sonnentemperatur aus den Strahlungsversuchen erweisen werden.

1) Als mittlere absolute Temperatur der Chromosphäre, nicht der Photosphäre, findet Zöllner, nach einer von der oben citirten natürlich ganz verschiedenen Methode, 61350°. Die Berechnung ist unter der Voraussetzung des Gleichgewichtes und der Constanz der Temperatur gemacht und muss eine ziemlich willkürliche Annahme über das Verhältnis der Dichtigkeiten an der Grenze und am Grunde der Chromosphäre machen. Aus allen diesen Gründen können wir von dieser Methode nur absehen, obwohl der Werth von 61350° als mittlere Temperatur der Chromosphäre auf die Oberfläche der Photosphäre reducirt von unserem im Texte berechneten Werthe nicht sehr abweichen würde.


Digitized by Google

Die neuesten aus den Messungen der Intensität der Sonnenstrahlung berechneten Werthe der Sonnenconstante von Crova, Violle und Langley, geben dieselbe zu 2 · 323, 2 · 54 und 3 · 0 Calorien [1]). Es wird heute allgemein anerkannt, dass das Dulong-Petit'sche Gesetz den Zusammenhang zwischen Temperatur und Strahlung für hohe und sehr hohe Temperatur des strahlenden Körpers nicht annähernd richtig gibt. Das Gesetz der 4. Potenz von Stefan entspricht dieser Anforderung jedenfalls viel besser. Berechnet man nun nach letzterem Gesetze (wobei angenommen ist, dass eine schwarze Fläche von Null Grad 0,4 Calorien per Minute [2]) ausstrahle) die Sonnentemperatur aus den obigen Werthen für die Sonnenconstante, so erhält man respective 6005, 6147, 6420° C. Das heisst wenn die Photosphäre von keiner Gashülle umgeben wäre, so müsste sie eine solche Temperatur von etwas mehr als 6000° C. haben, um die beobachtete Strahlungswirkung hervorzubringen. Da aber die Messungen von Secchi, Crules und La Caille [3]) eine Absorption der Sonnenstrahlen in der Sonnenatmosphäre von ca. 80% ergaben, mit welchen Resultaten auch die Messungen von Vogel und Pickering betreffs der Lichtintensität übereinstimmen, so muss die Temperatur der Sonnenoberfläche oder der Photosphäre fünfmal grösser sein als die eben berechnete, und es ergibt sich somit aus den Messungen der Sonnenstrahlung eine Temperatur der Photosphäre von rund 30000° C.

Zwei Gründe sprechen dafür, dass der so erhaltene Werth ein zu niedriger ist. Erstens gibt auch das Gesetz der 4. Potenz wahrscheinlich eine zu niedrige Temperatur des strahlenden Körpers und zweitens erhalten wir aus unseren Messungen, wie Langley [4]) gezeigt hat, immer eine zu kleine Absorptionsconstante für unsere Atmosphäre. Der Werth von 30000° C. ist also gewiss zu niedrig.

Aus diesen Bemerkungen ergibt sich, dass die Temperatur der Sonne (Photosphäre) zwischen viel engere Grenzen eingeschlossen erscheint als bisher angenommen wurde, indem die beiden am ehesten

[1]) In dem eben erschienenen grossen Werke „Researches on Solar Heat“ hat Langley diesen Werth von 3,0 Calorien als den wahrscheinlichsten acceptirt: „My conclusion is that in view of the large limits of error, we can adopt three Colories as the most probable value of the Solar Constant“.

[2]) Diesen Werth berechnet Stefan (Sitzungsb. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien, Bd. 79 S. 420) nach dem Gesetze der 4. Potenz als den wahrscheinlichsten. Directe Versuche über die Strahlung einer solchen Fläche gegen einen Raum von der absoluten Temperatur 0 oder doch einer sehr niedrigen liegen nicht vor.

[3]) Secchi, Le Soleil I. S. 204; Remeis, die Strahlung und Temperatur der Sonne S. 54; Young, die Sonne S. 263 und S. 246.

[4]) Langley, Researches on Solar Heat, p. 125; Phil. Mag. vol. 18 p. 289; Zeitschr. d. österr. Ges. f. Met. Bd. 20 S. 35.

Digitized by Google

durch exacte Messungen zu einem glaubwürdigen Resultate führenden Methoden nur einen Spielraum zwischen ca. 30000 und 100000° C. übrig lassen und nicht, wie man vielfach angibt, zwischen einigen Tausend und einigen Millionen Graden.

Dieser Spielraum würde noch enger werden, wenn die Sonne nicht das Emissionsvermögen gleich der Einheit hätte, da hierdurch der aus den Strahlungsmessungen resultirende Werth bedeutend erhöht würde. Nach dem jetzigen Stande unserer Kenntnisse ist jedoch wohl kein Grund für diese Erniedrigung des Emissionsvermögens bei der Sonne anführbar. Sollte sich einmal nachweisen lassen, dass die Sonne ein kleineres Emissionsvermögen hat, so wird das nur die Uebereinstimmung der Resultate beider Methoden fördern.

Zum Schlusse noch die Bemerkung, dass die erstere Methode wenig für die Zukunft verspricht, während die letzte es ist, von der wir noch am ehesten exactere Resultate erhoffen können.

Digitized by Google

Messungen der durch Anspannen von Drähten bewirkten Quercontraction.

Vorläufige Mittheilung [1]).

Von

H. Götz und **A. Kurz.**

Wertheim stellte directe Messungen der seitlichen Contraction mit Glas- und Messingröhren an, Kirchhoff und nach ihm Schneebeli an Metallstäben. Nennt man σ das Verhältnis der Quercontraction zur Längsdilatation, so besteht auch für isotrope Körper die bekannte Relation

$$\sigma = \frac{e}{2t} - 1,$$

worin e und t den gewöhnlichen und den Schubelasticitätsmodul bedeuten [2]). Drähte sind nicht isotrop, aus welchem Grunde allein schon es nicht Wunder nehmen kann, dass mit dieser Formel auch unrichtige Resultate errechnet wurden. Unseres Wissens existiren für jene noch keine directen Messungen der fraglichen Grösse [3]).

§ 1. Am 23. Juni ward harter Kupferdraht von 2,71^{qmm} Querschnitt successive bis um 8^{mm} (ursprüngliche Länge 1^{m}) ausgestreckt, hernach riss er. Das entspricht nach § 5 3. Untersuchung II unserer in Note 1 citirten Abhandlung einer Anspannung bis zu nahe 60^{kg} auf den ganzen Querschnitt; denn dort wie hier arbeiteten wir mit demselben Drahte. Der Wasserstand in der sogleich zu beschreibenden Röhre sank bei der Erhöhung der Ausdehnung von 2 auf 4, und von 4 auf 6^{mm} um bezw. 1,15 und 1,40 Theilstriche, im Mittel also um 1,275, und ein solcher Theilstrich fasst 2,09^{cmm}. Also ergab sich $\sigma = 0{,}25$.

Mit dem geglühten Stahldrahte II, s. l. c. § 1, fanden wir im Juli durch solche einleitende oder vorbereitende Versuche $\sigma = 0{,}30$, welche

---

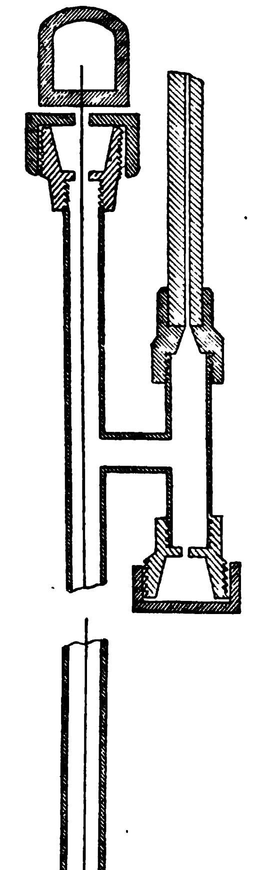
1) Bereits in Aussicht gestellt S. 683, dem Anfange unserer 3. Mittheilung über den galvanischen Widerstand von Drähten bei verschiedener Anspannung.

2) Für Eisen (in Stangen etc.) ist z. B. $c = 20000$, $t = 8000$, also $\sigma = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

3) Nachtrag bei der Correktur: Zu vergleichen die eben erschienenen Vorlesungen über Elektricität von F. Neumann, herausgegeben von O. E. Meyer, Prof. in Breslau, § 66 und ff., und der Nachtrag am Schlusse dieser Abhandlung.

Digitized by Google

Zahl in dem nachfolgendem § 2 noch einer genaueren Prüfung unterworfen werden wird. Vorher soll noch beschrieben werden der von uns zu diesen Messungen construirte und in der Haag'schen Maschinen- und Röhrenfabrik zu Augsburg gefertigte



Apparat:

Ein Eisenrohr von 1^m Länge und ungefähr 1 bis 2^{cm} Weite trägt an den beiden Enden aufschraubbare Messingverschlüsse, durch welche, sowie durch die in ihnen befindlichen Kautschukpfropfen der zu untersuchende Draht hindurchgeht. Aussen wird derselbe durch starke Klemmen gefasst, so dass er beim Anziehen, wie es dem Zerreissungsversuche entspricht, in seiner ganzen Länge gedehnt wird. Ungefähr in der Mitte des genannten Eisenrohrs ist das in der Figur ersichtliche communicirende Rohr zum Aufschrauben der calibrirten ca. $\frac{1}{2}^m$ langen Capillarglasröhre vorgesehen, an welcher der Wasserstand, also auch die im Drahte durch Zug bewirkte Verdünnung, abgelesen werden kann. An dem der Glasröhre entgegenstehenden Ende des communicirenden Rohres befindet sich abermals ein Pfropfen- und Messingverschluss, so dass der Wasserstand einigermaassen auf- oder abgerückt werden kann. Zum Anspannen benutzten wir den entsprechenden Theil der in manchen physikalischen Cabineten befindlichen Muschenbrök'schen Wage, bei welcher in einem Holzrahmen eine Schraubenspindel von 4^{mm} Ganghöhe mittels einer drehbaren Mutter auf- und abgelassen werden kann; an der Spindel ist die eine Klemme eingehängt, während die andere (unten) an einem festen Haken sich befindet[4]).

Berechnung der obigen Messung für den harten Kupferdraht $\left(\pi\frac{d^2}{4} = 2{,}71\right)$: Es ist die Volumabnahme des 1000^{mm} langen Drahtes gleich

4) Das Wasser im Apparat wurde vor dem Verschliessen ausgekocht. Die 3 Pfropfen sind oben und unten durch je ein Messingplättchen bedeckt; (sie füllen die leeren konischen Stellen in der Zeichnung aus). An den Einklemmstellen wird der Draht mit dem Meissel eingekerbt, damit er dem Dehnungsversuche nicht durch Gleiten sich entzieht.

Digitized by Google

$$1{,}275 \cdot 2{,}09 = \left[\pi \frac{d^2}{4} - \pi \frac{(d-\delta)^2}{4}\right] \cdot 1000 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 2 \frac{\delta}{d} \cdot 1000 =$$

$$= 2{,}71 \cdot 2\,\sigma \frac{\lambda}{l} \cdot 1000,$$

worin $\frac{\lambda}{l}$ das Streckungsverhältnis, also nach obiger Angabe $\frac{2}{1000}$ bedeutet. Folglich ist $1{,}275 \cdot 2{,}09 = 2{,}71 \cdot 2 \cdot \sigma \cdot 2$ oder $\sigma = 0{,}25$, wie schon gesagt wurde.

§ 2. Genauere Beobachtung mit dem geglühten Stahldraht II vom Querschnitt 1,2^{mm}, am 6. August (in einem nach Norden gelegenen Corridor bei 18,80° C.):

Uhrzeit	Röhrenablesung	Anspannung	Uncorrigirte Volumabnahme in	Corrigirte Röhrentheilen:
3^h 0′	23,80	0^{mm}		
15	23,80	0		
15	22,65	1	0,60	0,55
30	23,20	1		
45	23,10	1		
45	22,20	2	0,50	0,40
4^h 0′	22,60	2		
15	22,50	2		
15	21,70	3	0,60	0,45
30	21,90	3		
45	21,70	3		
45	20,80	4	0,70	0,50
5^h 0′	21,00	4		
15	20,80	4		
15	19,95	5	0,70	0,50
30	20,10	5		
45	19,90	5		
			Summa	2,40

Mittel 0,48 beim Ausziehen um je $\lambda = 1^{mm}$.

Hiermit stellt sich die Rechnung vom Schlusse des vorigen Paragraphen jetzt:

$$0{,}48 \cdot 2{,}09 = 1{,}2 \cdot 2\,\sigma \cdot \frac{1}{1000} \cdot 1000 = 2{,}4\,\sigma, \text{ also } \sigma = 0{,}42.$$

Zur Erläuterung der in der letzten Colonne angegebenen Correcturen bemerkt man, dass in der 1. Viertelstunde die Röhrenablesung sich gleich blieb, in der 3. Viertelstunde aber um 0,1 abnahm; sie

Digitized by Google

hätte demnach in der 2. Viertelstunde um nahe 0,05 abgenommen, ohne den gewaltsamen Eingriff der Spannungszunahme bis zu 1^{mm} Verlängerung, d. h. es wäre um $3^h 30'$ beobachtet worden 23,75; aber wegen dieses Eingriffes ward 23,20 abgelesen; also ist dieser Verlängerung die corrigirte Volumabnahme 0,55 zuzuschreiben.

Am 7. August war die vorige Versuchsreihe vor- und nachmittags fortgesetzt, das erstere Mal auch probeweise mit dem Zeitintervalle von 10 statt 15'; es ergab sich vormittags die Reihe der „corrigirten Volumabnahmen"

0,55 0,40 0,30 0,55, deren Mittelwerth 0,45 ist,

und nachmittags

0,60 0,30 gerissen (Mittelwerth wohl auch noch 0,45, aber von geringerer Bedeutung als die vorigen zwei Millimeter.)

Der Draht war schon am 4. und 5. August untersucht worden, aber erst vom 6. August an in der hier vorgeführten Weise. Insgesammt bis zum Zerreissen hat er eine Ausstreckung bis auf 27^{mm} erlitten (auf 1000).

Die beiden Reihen vom 6. und 7. August (mit 5 und mit 4 Gliedern) gleichen sich in Bezug auf Senkung und Steigung der corrigirten Volumabnahme und in Bezug auf den Mittelwerth; am 7. August, nahe am Zerreissungspunkte, ist aber das Ab- und Aufschwanken der Zahlen beträchtlicher (noch mehr am Nachmittage).

Lässt man alle grösseren Zahlen ausser Anschlag, so käme vom 6. August 0,40 und vom 7. August 0,30 zur Geltung, was einer Abnahme der kleinsten σ vom 6. zum 7. August entspräche:

$$\sigma_{min} = 0,35 \text{ bis } \sigma_{min} = 0,29.$$

Man vergleiche auch vom § 1 die Zahl 0,30.

§ 3. Stahldraht (von Eberle & Co. dahier bezogen), Querschnitt $2,96^{qmm}$. Hiermit war am 14. August die erste „corrigirte Volumabnahme" = 3,30, welch grosser Betrag gewiss zumeist der Ausstreckung in die geradlinige Form zuzuschreiben ist; die übrigen Werthe waren der Reihe nach

1,10 1,10 1,80 1,25 1,05 1,10,

von welchen zur Ausrechnung des σ auch 1,80 ausgeschlossen, also das Mittel $1,12^{qmm}$ werden soll. Demnach wäre im Anfange

$$1,12 \cdot 2,09 = 2,96 \cdot 2\,\sigma, \text{ oder } \sigma = 0,39,$$

wenn dabei nicht auch noch zum Theil ein bischen Geradestreckung im Spiele ist. Nach einigen Störungen im Apparate, welche hier übergangen werden, ward derselbe Draht am 27. August vormittags

Digitized by Google

wieder eingespannt und zeigte nachmittags als „corrigirte Volumabnahmen"

0,82 0,85 0,95,

und am 28. August

1,20 0,55;

alsdann riss der Draht.

Nehmen wir von diesen fünf Zahlen als ungefähres Mittel der drei ersteren 0,90 und bezeichnen analog zum vorigen Paragraphen das resultirende σ mit σ_{min}, indem der fünfte Werth 0,55 als dem Zerreissungspunkte zu nahe beiseite gelassen wird, so findet sich

$$\sigma_{min} = 0{,}32.$$

(Mit dem genannten Werthe 0,55 käme $\sigma = 0{,}19$ heraus.)

Insgesammt war dieser Draht ausgedehnt worden um 8 bis 9^{mm}, als er sprang.

§ 4. Von derselben Stahldrahtsorte ein zweites Exemplar, eingespannt am 29. August vormittags. Dasselbe lieferte nachmittags die Werthe

1,50 0,70 0,75 0,70 0,85 0,67,

von welchen wieder der erste ausgeschlossen wird; das Mittel der übrigen, 0,73, lässt σ noch kleiner erscheinen wie im § 3, nämlich

$$\sigma = 0{,}25.$$

Am 30. August, beim 8. Millimeter der Längsdehnung, riss dieses Drahtstück, nachdem es beim 7. Millimeter, als Anfangswerth der corrigirten Volumabnahmen, der auch als etwas zu gross nicht in Rechnung gekommen wäre, 0,95 geliefert hatte.

Da die Länge dieses Stückes noch hinreichte, so wurde es nochmals eingespannt und lieferte am 2. September die beiden Werthe

2,05, 0,80;

hernach um 1^{mm} zurückgedreht;
am 4. September

1,42 1,00 1,10 1,15;

hernach wurde der Draht um diese 4^{mm} zurückgedreht, auf dass er nicht springe, und er zeigte
am 5. September

1,62 1,35 1,25 0,87 1,35;

hernach um 4^{mm} zurückgedreht;
am 6. September

1,47 1,30 1,25 1,00 0,85;

hernach um 4^{mm} zurückgedreht;

Digitized by Google

am 9. September vormittags

1,00 0,50 0,80 0,73;

hernach um 3mm zurückgedreht;
am selben Tage nachmittags

2,35 1,00 1,00 0,75;

diese 4mm wieder zurück;
am 10. September

1,08 0,95 0,05(!)[5],

beim nächsten, das ist beim 8. Millimeter, riss der Draht wiederum.

Ueberblickt man diese Zahlen vom 2. bis 10. September, wieder mit Weglassung der ersten (relativ höchsten) in jeder Horizontalreihe, so bemerkt man:

am 2. Sept. wenig mehr wie die vorhergehende Mittelzahl 0,73;
„ 4. „ Uebereinstimmung mit dem Anfange von § 3 ($\sigma = 0{,}39$), welch höheres Resultat mit der nun stets geschehenen Entlastung eine wenigstens theilweise tröstliche Erklärung findet;
„ 5. „ aber eine anfänglich noch höhere Quercontraction; nur der Werth 0,87 passt eher zu dem Ende von § 3;
„ 6. „ Aehnliches wie am 5. September;
„ 9. „ wird der Verlauf im Ganzen mehr zum Anfange von § 4 und zu § 3 hinneigend. Der 10. September fällt als Tag des Zerreissens wieder mehr ausser Acht.

Immerhin erweckt das Schwanken der Werthe in § 3 und 4 den Wunsch nach Wiederholung solcher Messungen und wir spannten am 11. September

§ 5. das dritte Exemplar dieser Stahldrahtsorte ein und beobachteten die Zahlen:

am 14. Sept.: 1,00 1,00 1,05 1,00, nachher 3mm nachgelassen;
„ 16. „ 0,83 0,85 0,90 0,90; diese 4mm wieder zurück;
„ 17. „ 1,00 0,98 0,90 0,83; desgleichen;
„ 22. „ 0,75 0,75 1,00 0,65 0,67; 4mm zurück;
„ 23. „ 0,70 0,77 0,75 0,70; 3mm „
„ 26. „ 0,90 0,75 2mm „
„ 29. „ 1,15 0,98 0,93; beim 4. Millimeter, also insgesammt beim 7. Millimeter gerissen.

Diese sämmtlichen Zahlen liegen im Bereiche derjenigen im § 3 und 4; sie sind auch viel weniger schwankend wie diese; es fehlt

5) Gewiss ein Gleiten des Drahtes in den Klemmen.

Digitized by Google

insbesondere auch fast gänzlich der früher oftmals gefundene hohe Anfangswerth. Rechnet man anfangs mit 1,00, in der Mitte der Zeit als kaum erreichte Grenze 0,70, welchem gegen das Ende wieder ein Ansteigen, aber nicht mehr bis 1,00 folgte, so kommt ziemlich nahe

$$\sigma = 0{,}35 \text{ bis } \sigma_{\min} = 0{,}25$$

als Werth des Verhältnisses der Qnercontraction zur Längendilatation für diesen, weder geglühten noch gehärteten Stahldraht zu Stande. Dies das Ergebnis der drei Paragraphen 3 bis 5. Für den geglühten Stahldraht (§ 2) mag das höhere Resultat

$$\sigma = 0{,}40 \text{ bis } \sigma_{\min} = 0{,}30$$

nochmals wiederholt werden.

Wie die erste Elasticitätsconstante, der gewöhnliche Elasticitätsmodul e[6]), durch passende Fortsetzung (theilweise Wiederholung) der Streckversuche erhöht wird, so wurde die zweite Constante, jenes σ, in § 2 hierdurch verringert.

Gegenwärtig befindet sich ein gehärteter Stahldraht in Untersuchung.

Nachtrag.

Soeben, eine Woche nach Absendung des Manuscriptes, lasen wir in Wiedemanns Beiblättern S. 611 und 612 (Auszug aus einer Breslauer Inaug.-Dissert. von O. Littmann, 1885, 48 S.) von eben solcher Bestimmung der Quercontraction an 6 Messing- und 3 Eisendrähten, welche bei directer Messung lieferte

$$\sigma = 0{,}2387 \text{ für Messing und } 0{,}2360 \text{ für Eisen;}$$

während aus der Formel $\sigma = \frac{e}{2t} - 1$ sich ergab bezw.

$$\sigma = 0{,}2260 \text{ und } 0{,}2429,$$

also „bemerkenswerth" stets $\sigma < \frac{1}{4}$. Vergl. auch Note 3.

---

6) S. Note 2. Nach der Formel im Eingange dieser Abhandlung und nach obiger Schlussbemerkung muss mit wachsendem e das t in höherem Grade wachsen, auf dass σ kleiner wird, wie die Messungen ergaben. Aus e und σ auf t zu schliessen ist da wie in der Maschinenmechanik der richtigere Weg, als derjenige, dass man aus Messungen über e und t das σ sich verschaffe, wie in obiger Einleitung schon gesagt wurde.


Digitized by Google

Ueber Ausdehnungscoefficienten.

(Berichtigung zum Nachtrage S. 517 Bd. XXI.)

Von

A. Kurz.

Einem dankenswerthen Briefe des Herrn Prof. Tait in Edinburg an Herrn Prof. Exner, welcher die Güte hatte, mich von demselben zu gegenwärtigem Zwecke Einsicht nehmen zu lassen, zufolge ist die Berechnung

$$K_t = \frac{t-4}{72000}$$

dortselbst aus der von Tait für das Wasser von 0 bis 20° gegebenen Annäherungsformel richtiger, als die von mir angestellte Berechnung

$$K_t = \frac{V_{t+1} - V_t}{V_t} = \frac{t-3{,}5}{72000}.$$

Ich schalte hierbei gleich ein, dass ich zu letzterer aus zu getreuem Verfolgen des dort citirten Buches selbst gelangt bin, welches auf S. 83 als wahren Ausdehnungscoefficienten definirt „das Verhältnis der Volumzunahme bei einem Temperaturanstiege von 1° zum ursprünglichen Volum, nicht aber zum Volum bei 0° in Uebereinstimmung mit dem gewöhnlichen Gebrauche". Zum Ueberflusse wird da noch die Analogie der Definition in § 100 angerufen, welch letzterer von der Ausdehnung fester Körper handelt und dieselbe entsprechende Definition enthält.

Der Brief fährt fort und zeigt, dass

$$\frac{dV}{V dt} = \frac{t-4}{72000},$$

Digitized by Google

ferner, dass der vorige Quotient, welcher $dt = 1^0$ entspricht, allerdings dazu führt, dass von 3,5 zu 4,5° das Wasser sein Volum (nahezu) nicht ändert[1]), und dass allgemein

$$\frac{V_{t+n} - V_t}{n \cdot V_t}$$

zum Dichtigkeitsmaximum des Wassers bei $\left(4 - \frac{n}{2}\right)$ Graden führt, in welchem Ausdrucke man eben n verschwinden lassen müsse. —

Bei dieser Gelegenheit mag auch auf eine andere unrichtige Definition des „wahren Ausdehnungscoefficienten" hingewiesen werden, die in Herwig's „Physikalischen Begriffen und absoluten Maassen" (§ 41) enthalten ist, nämlich

$$K_t = \frac{1}{\frac{V\,dt}{dV} - t},$$

worin das $-t$ des Guten zuviel ist und weggelassen werden muss, wie sogleich bewiesen werden wird.

Daneben gibt nämlich Herwig noch als„ mittleren Ausdehnungscoefficienten zwischen den endlich auseinanderliegenden Temperaturen" t und t_1

$$K = \frac{V_1 - V}{Vt_1 - V_1 t},$$

wofür aber zu setzen ist

$$\frac{V_1 - V}{V(t_1 - t)}.$$

Denn gemäss den durch die Anführungszeichen hervorgehobenen Begriffen ist

$$V_1 = V[1 + K(t_1 - t)] \text{ oder } V_1 - V = K \cdot V \cdot (t_1 - t),$$

also auch $dV = K_t \cdot V \cdot dt$, wie zu beweisen war.

Dagegen hat Herwig zur Aufstellung seiner zweiten Formel wahrscheinlich so gerechnet:

$$\frac{V}{1 + Kt} = \frac{V_1}{1 + Kt_1},$$

1) Das ist, gelegentlich bemerkt, ein Ausdruck des Gedankens, dass eine Function in der Nähe ihres Maximums oder Minimums sich wenig ändert, so dass man diese Aenderung symmetrisch und proportional sein lässt. Hiervon macht jede Annäherungsformel, z. B. die meinige S. 515 und 516 Anwendung.

Digitized by Google

das ist das auf Null Grad reducirte Volum unter der Voraussetzung, dass K nicht bloss von t bis t_1, sondern von 0 bis zur höheren dieser beiden Temperaturen gälte. Aus diesem Fehler entsprang dann jenes überflüssige $(-t)$ in der obigen Herwig'schen Formel für K_t, wie man leicht findet, wenn man wiederum

$$V_1 = V + dV$$

und

$$t_1 = t + dt$$

setzt und nach K, welches nunmehr K_t bedeutet, auflöst.

Digitized by Google

Ueber das Verhalten der flüssigen atmosphärischen Luft[1]).

Von

Sigmund von Wroblewski.

§ 1.

Bei sehr vielen Erscheinungen tritt die atmosphärische Luft als ein einfaches Gas auf. Verflüssigt man sie, so scheint sie bei einer ganz oberflächlichen Betrachtung auch in diesem Zustande sich wie ein einfaches Gas zu verhalten. Es lässt sich dann von der Spannkraftscurve der flüssigen Luft, von dem kritischen Druck und der kritischen Temperatur dieses Körpers reden. Wie ich es aber bereits in meiner Abhandlung „über den Gebrauch des siedenden Sauerstoffs, Stickstoffs, Kohlenoxyds, sowie der atmosphärischen Luft als Kältemittel“ [2]) hervorgehoben habe, treten hier viel complicirtere Erscheinungen auf, die das Verhalten der Luft auf dasjenige eines Gemisches von zwei Gasen, von denen ein jedes einem anderen Verflüssigungsgesetze folgt, zurückführen.

Alle Erscheinungen, welche man beim Comprimiren eines Gasgemisches z. B. eines Gasgemisches von 5 Volumentheilen Kohlensäure und 1 Volumentheil der Luft beobachtet, lassen sich auch hier hervorbringen, und wenn sie nicht so scharf wie bei diesem Gemische auftreten und der Luft scheinbar den Character eines einfachen Gases verleihen, so ist dies nur dem Umstande zuzuschreiben, dass die Bestandtheile der atmosphärischen Luft sich viel weniger in Bezug auf Verflüssigungsbedingungen von einander unterscheiden.

Comprimirt man nämlich das soeben angeführte Gemisch bei 0° C., so wird zuerst ein Theil des Gemisches flüssig und diese Flüssigkeit ist nichts anderes als stark mit den Bestandtheilen der Luft gesättigte Kohlensäure. Comprimirt man das Gemisch weiter, so verschwindet der Meniscus in dem Augenblicke, in welchem die optische Dichtigkeit

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. XCII S. 639 (1885).

2) v. Wroblewski. Wiener Akad. Berichte XCI S. 703 (1885).

Digitized by Google

des übrig gebliebenen Gases derjenigen der erzeugten Flüssigkeit gleich ist. Lässt man jetzt den Druck im Apparate langsam abnehmen, so bildet sich ein neuer Meniscus auf einer viel höheren Stelle der Glasröhre, in welcher der Versuch gemacht wird, und man bemerkt auf der alten Flüssigkeit jetzt eine neue Flüssigkeit, welche ein ganz anderes optisches Verhalten zeigt und durch eine scharfe Meniscusfläche von der ursprünglichen Flüssigkeit getrennt ist.

Die neu hinzugekommene Flüssigkeit hat eine andere Zusammensetzung. Nachdem die beiden Flüssigkeiten einige Zeit getrennt bleiben, beginnen von der Trennungsfläche Bläschen aufzusteigen, wodurch zum Schluss aus beiden Flüssigkeiten eine homogene Flüssigkeit entsteht [1]).

Es ist mir gelungen, alle diese Erscheinungen bei der atmosphärischen Luft hervorzubringen. Ich war im Stande aus der flüssigen Luft zwei übereinander liegende durch eine Meniscusfläche scharf getrennte heterogene Flüssigkeiten zu erhalten, dann beide einzeln zu sammeln und zu analysiren.

Ehe ich aber an die Beschreibung dieser Versuche gehe, will ich zuerst diejenigen Erscheinungen näher besprechen, welche die flüssige Luft beim ersten Anblick darbietet. Ich setze dabei voraus, dass dem Leser sowohl mein in der bereits citirten Abhandlung beschriebener Apparat wie auch die dort beschriebenen Methoden, permanente Gase zu verflüssigen, bekannt sind.

§ 2.

Bringt man die atmosphärische Luft in den im vorigen Paragraph erwähnten Apparat unter den Druck von etwa 40 Atmosphären und sperrt man das Verflüssigungsrohr von dem Compressionsapparat ab, so beginnt der Meniscus der flüssigen Luft sich zu bilden, wenn der Druck im Verflüssigungsrohr auf etwa 37,8 Atmosphären gesunken ist und wenn das Galvanometer eine Temperatur von etwa — 142 bis — 143 ° C. aufweist. Es kommen aber Fälle vor, dass der Meniscus bereits bei einer etwas höheren Temperatur sich zu bilden beginnt.

1) Ein solches Gemisch wurde zum ersten Male durch Cailletet untersucht. Vergl. Compt. rend. 90, S. 210—211 (1880). Er hat aber die Erscheinungen sehr ungenau beschrieben, da ihm die Trenngungsfläche zwischen beiden Flüssigkeiten und überhaupt das Vorhandensein zweier Flüssigkeiten entgangen sind. Er spricht nur von dem Wiederauftreten des oberen Meniscus und fasst die Erscheinung unrichtig auf, indem er sagt: „Tout se passe en réalité comme si, à un certain degré de compression, l'acide carbonique se répandait dans le gaz qui le surmonte, en produisant une matière homogène sans changement sensible du volume; rien n'empêcherait donc d'admettre que le gaz et le liquide se sont dissous l'un dans l'autre". Ebenso unbegründet ist die Schlussfolgerung, welche er aus diesem Versuche zieht: „On peut donc supposser que sous ee hautes pressions un gaz et un liquide peuvent se dissoudre l'un dans l'autre de la manière à former un tout homogène".

Digitized by Google

Bei einigen Versuchen wurde er z. B. bereits bei der Temperatur von — 141,2 und unter dem Druck von 37,8 Atmosphären und bei einem Versuch sogar bei 140,4 und gleichfalls unter demselben Druck bemerkt. Liess man den Druck durch das Hinzulassen des Gases steigen, so konnte bei manchen Versuchen der Meniscus noch bei dem Druck von 41,3 Atmosphären unterschieden werden, wobei das Galvanometer etwa — 140,8 zeigte.

Lässt man den Druck im Apparate sehr langsam sinken [1]), so bekommt man eine Spannkraftscurve, von welcher nachstehende Tabelle einen Begriff zu geben im Stande ist.

Temperatur	Druck in Atmosphären
—144,5° C.	31,42
145	30,61
146,2	28,67
146,5	28,24
147	27,8
147,25	27,39
148,1	26,37
148,3	26,02
148,6	25,78
149,4	24,67
150,1	23,67
150,3	23,51
150,45	23,36
151,25	22,2
152,1	21
152,2	20,99
152,25	20,46
153	19,36
153,35	18,61
154	17,55

Auch diese Zahlen sind grossen Schwankungen unterworfen, besonders, wenn die Luft durch Expansion verflüssigt worden ist. Noch grössere Differenzen treten auf, wenn man den unteren Theil der Spannkraftscurve dadurch ermitteln will, dass man, nachdem eine grosse Menge Luft verflüssigt worden ist, einen Theil des Gases aus dem Verflüssigungsrohr herauslässt, das Rohr zusperrt und jetzt — wenn die Temperatur der abgekühlten Flüssigkeit und gleichzeitig die Spannkraft des Dampfes zu steigen beginnen — Beobachtungen beim auf-

1) Näheres über diese Methode sehe man in § 7 der citirten Abhandlung.

Digitized by Google

steigenden Druck macht. Ein Blick auf die folgende Tabelle, welche die Ergebnisse von drei nacheinander angestellten Versuchen enthält, gibt einen hinreichenden Begriff von dem Sachverhalt.

I. Versuch.		II. Versuch.		III. Versuch.	
Temperatur	Druck	Temperatur	Druck	Temperatur	Druck
—161	14,02	—160,2	131,35	—160,45	12,75
158	14,52	159,6	134,65	159,3	13,31
157,7	14,70	159,05	137,3	159,1	13,53
157,5	14,93	158,7	139,5	158,5	13,79
157,3	15,13	158,32	141,95	157,95	14,02
156,96	15,33	157,8	145,65	157,7	14,22
156,5	15,55			157,6	14,41
156	15,79			157,15	14,63
155,5	15,88				
155,1	15,96				
155,1	16,07				
154,7	16,32				
154,4	16,41				

Die Zahlen deuten darauf hin, dass man hier mit keiner homogenen Flüsssigkeit zu thun hatte und dass bei jedem Versuch die Flüssigkeit sauerstoffreicher war. Dies rührte daher, dass man sie nicht ganz verdampfen liess und zu dem übrig gebliebenen Reste eine neue Menge flüssiger Luft hinzufügte.

Die raschen Aenderungen in der Zusammensetzung der flüssigen Luft treten noch deutlicher hervor, wenn man sie unter dem Drucke von einer Atmosphäre sieden lässt. — Die Siedetemperatur ändert sich dann ständig und die Veränderung des Siedepunktes zeigt, dass die Flüssigkeit mit jedem Augenblicke stickstoffärmer wird. Die nachstehenden Zahlen, welche ich aus der oben citirten Abhandlung hier nochmals anzuführen mir erlaube, sind wegen eines Umstandes interessant, den ich an angegebenem Orte mit Absicht gar nicht berührt habe und hier erst besprechen will. Die Zahlen stellen die immer aus drei successiven Ablesungen des Galvanometers berechnete Siedetemperatur dar.

I. Versuch.	II. Versuch.
—191,4	—190,8
190,4	189,7
190,3	189,2
189,6	188,9
189,4	188,5
188,9	188,15

Digitized by Google

I. Versuch	II. Versuch
188,7	188,15
188,7	188,15
188,6	188,15
188,4	188,05
188,2	
188,0	
187,45	
187,1	

Beide Versuche zeigen rasches Steigen der Siedetemperatur, bei dem zweiten Versuch beginnt aber die Flüssigkeit bei einer höheren Temperatur zu sieden als bei dem ersten. Dies hatte folgenden Grund. Nachdem die zum ersten Versuch benutzte Flüssigkeit zur Hälfte verdampft war, wurde die Verbindung des Verflüssigungsapparates mit der Atmosphäre aufgehoben, rasch gasförmige Luft aus dem Compressionsapparate hineingelassen und eine neue Portion Luft verflüssigt. Die aus dem Gemische der beiden Flüssigkeiten entstandene Flüssigkeit hatte weniger Stickstoff als die ursprüngliche zum ersten Versuch benutzte. Daher begann sie unter dem atmosphärischen Druck bei einer höheren Temperatur zu sieden.

Noch auffallender gestalten sich die Erscheinungen, wenn die atmosphärische Luft im Vacuum verdampft wird.

Einen Begriff davon gibt die nachstehende Tabelle, in welcher bedeuten:

W' die Ablesung am Galvanometer in Centimetern,

W den aus drei Ablesungen berechneten Ausschlag in Centimetern,

Θ die entsprechende Temperatur (die Empfindlichkeit des Galvanometers war dieselbe, wie bei den Versuchen, welche in § 7 und 8 der bereits citirten Abhandlung mitgetheilt worden sind),

P die Spannkraft des Dampfes in Centimetern.

Die Ablesungen begannen erst, nachdem die Spannkraft kleiner als eine Atmosphäre geworden war.

(Siehe die Tabellen S. 24 und 25.)

Ein Blick auf diese Zahlen zeigt, dass hier die Spannkraftscurve ganz anders als bei einem einfachen Gase verläuft.

Die Temperatur sinkt zuerst gleichzeitig mit der Abnahme des Druckes, bis der Druck etwa 16 Ctm. geworden ist. Sie erreicht dann das erste Minimum, welches beim ersten Versuch —198,25, beim zweiten —197,6, beim dritten —198 und beim vierten —198,2, also im Mittel

Digitized by Google

I. Versuch.

W'	W	Θ	P	W'	W	Θ	P
12,18				12,48	28,285	—196,55	7
68,90	28,17	—195,33	—	69,08	28,325	196,95	6,4
12,32	28,335	197,1	—	12,38	28,385	197,6	5,4
69,08	28,39	197,65	—	69,22	28,453	198,3	5
12,28	28,405	197,8	—	12.25	28,493	198,75	—
69,12	28,423	198	—	69,25	29,518	198,9	4,6
12,25	28,45	198,25	—	12,20	28,538	199,15	4,2
69,18	28,448	198,2	16,4	69,30	28,545	199,25	4
12,32	28,423	198	16	12,22	28,535	199,15	—
69,15	28,408	197,8	14,8	69,28	28,535	199,15	—
12,35	28,388	197,6	14,4	12,20	28,55	199,3	3,6
69,10	28,368	197,41	14	69,32	28,585	199,65	3,4
12,38	28,36	197,32	—	12,10	28,625	200,1	3,2
69,10	28,33	197	—	69,38	28,64	200,25	3
12,50	28,275	196,45	12,5	12,10	28,655	200,4	2,8
69,00	28,245	196,18	10	69,44	28,685	200,7	2,6
12,52	28,245	196,18	8,4	12,08	28,705	200,95	2,4
69,02	28,26	196,3	—	69,50	28		

II. Versuch.

W'	W	Θ	P	W'	W	Θ	P
68,90				12,40	28,325	—196,95	—
12,72	28,14	—195,02	—	69,18	28,428	198	4,4
69,10	28,25	196,2	—	12,25	28,47	198,5	—
12,48	28,335	197,1	—	69,20	28,488	198,65	4,1
69,20	28,375	197,5	—	12,20	28,505	198,8	4
12,42	28,385	197,6	—	69,22	28,515	198,95	—
69,78	28,385	197,6	—	12,22	28,483	198,6	3,8
12,40	28,383	197,6	—	69,15	28,445	198,2	—
69,15	28,375	197,5	16,1	12,30	28,418	192,4	3,6
12,40	28,375	197,5	—	69,12	28,41	197,85	—
69,15	28,365	197,38	15,2	12,30	28,41	197,85	3,5
12,44	28,343	197,15	—	69,12	28,43	198,05	—
69,10	28,315	196,85	14,6	12,22	28,465	198,5	3,2
12,50	28,295	196,65	—	69,18	28,505	198,75	—
69,08	28,295	196,65	12,4	12,12	28,548	199,28	—
12,48	28,285	196,65	11	69,25	28,575	199,55	3
69,06	28,245	196,55	10	12,08	28,598	199,8	—
12,50	28,235	196,1	—	69,30	28,62	200	2,8
68,92		196	—	12,04			

Digitized by Google

III. Versuch.

W'	W	Θ	P	W'	W	Θ	P
12,40				12,02	28,348	—197,2	5
68,50	28,15	—195,1	—	68,78	28,42	197,75	—
12,00	28,305	196,8	—	11,90	28,47	198,5	4
68,72	28,385	197,6	—	68,90	28,52	199	—
11,90	28,418	197,9	—	11,82	28,54	199,2	3,8
68,75	28,425	198	—	68,90	28,54	199,2	3,6
11,90	28,425	198	—	11,82	28,54	199,2	—
68,75	28,42	197,95	16,2	68,90	28,54	199,2	—
11,92	28,415	197,9	15	11,82	28,545	199,25	—
68,75	28,41	197,85	14	68,92	28,535	199,15	3,4
11,94	28,405	197,8	—	11,88	28,503	198,75	—
68,75	28,405	197,8	13	68,85	28,48	198,6	3,2
11,94	28,413	197,9	12	11,90	28,488	198,7	3
68,78	28,405	197,8	11	68,90	28,52	199	—
12,00	28,365	197,4	10	11,82	28,55	199,3	—
68,68	28.32	196,9	—	68,94	28,57	199,5	2,7
12,08	28,293	196,6	8	11,78			
68,65	28,30	196,7	—				

IV. Versuch.

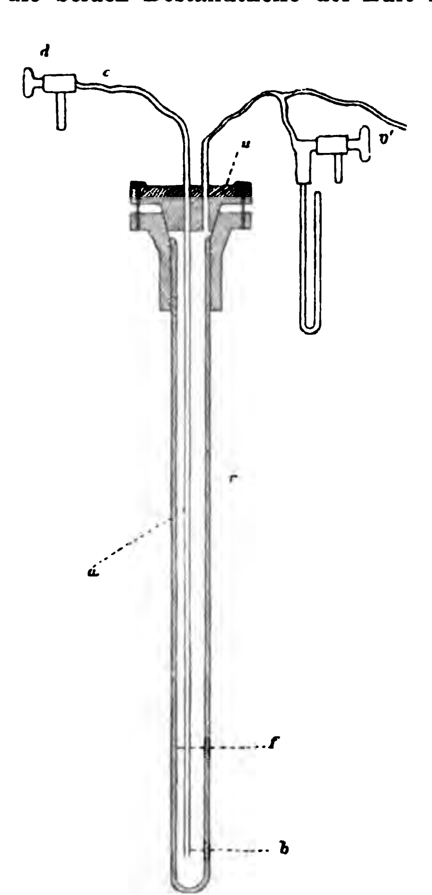
W'	W	Θ	P	W'	W	Θ	P
11,90				68,52	28,33	—197	5
68,55	28,335	—197,25	—	11,80	28,418	197,9	4
11,78	28,398	197,7	—	68,75	28,495	198,7	3,6
68,60	28,405	197,8	16	11,72	28,54	199,2	—
11,80	28,425	198	15	68,85	28,565	199,45	3,3
68,70	28,445	198,2	—	11,72	28,558	199,4	—
11,82	28,435	198,1	14	68,82	28,543	199,2	—
68,68	28,423	197,9	12,8	11,75	28,53	199,1	—
11,85	28,415	197,9	—	68,80	28,513	198,95	3
68,68	28,403	197,7	10,8	11,80	28,52	199	—
11,90	28,365	197,4	—	68,88	28,565	199,45	2,8
68,58	28,335	197,1	9	11,70			
11,92	28,315	196.85	—				

—198 ° C. beträgt. Dann bei weiterer Verdünnung beginnt die Temperatur zu steigen und bei dem Druck von etwa 9 ^{cm} erreicht sie ein Maximum, und zwar ist sie beim ersten Versuch —196,13, beim zweiten —196, beim dritten —196,6, beim vierten —196,85, also im

Digitized by Google

Mittel —196,4° C. Bei weiterer Verdünnung sinkt sie wieder, bei dem Druck von etwa 3,5 cm steigt sie nochmals ein wenig — wie dies sehr deutlich die Versuche II, III und IV erkennen lassen und bei dem Druck von etwa 2,5 cm ist sie nur um einen Bruchtheil eines Grades tiefer als die Temperatur, welche der flüssige reine Sauerstoff unter demselben Drucke zeigt. Die flüssige Luft enthält dann also nur noch eine sehr geringe Menge Stickstoff.

Diese Schwankungen der Spannkraftscurve zeigen deutlich, dass die beiden Bestandtheile der Luft nicht auf gleiche Weise verdampfen und dass die Temperatur, welche die Flüssigkeit aufweist, von der augenblicklichen Zusammensetzung abhängt.



§ 3.

Jetzt komme ich zu den Versuchen, durch welche es mir gelungen ist, die atmosphärische Luft in zwei durch eine Meniscusfläche getrennte Flüssigkeiten zu zerlegen.

Hat man die Luft bei etwa —142° C. verflüssigt und bringt man sie jetzt durch Hinzulassen der gasförmigen Luft aus dem Compressionsapparate unter den Druck von 40 Atmosphären, so verschwindet, wie gesagt, der Meniscus. Sperrt man jetzt das Verflüssigungsrohr ab, so beginnt der Druck in diesem Rohr langsam zu sinken und zwar sowohl dadurch, dass die hineingelassene Luft kälter wird als auch infolge des absichtlich mittels des Hahnes *v'* (man sehe die beigegebene Figur) nicht vollständig luftdicht gemachten Verschlusses des Verflüssigungsrohres ***r***. Wenn der Druck etwa 37,8 Atmosphären geworden ist, zeigt sich der Meniscus, aber jetzt auf einer viel höheren Stelle des Rohres. Gleich nachher tritt der alte Meniscus hervor und die ursprünglich verflüssigte Luft ist von der neu verflüssigten durch eine scharfe Meniscusfläche getrennt. Die obere Flüssigkeit sieht anders aus als die untere und ist optisch dünner. Nach einiger Zeit, die mehrere Secunden und

Digitized by Google

vielleicht ein paar Minuten betragen kann, bei weiterer Abnahme des Druckes, beginnen von der Trennungsfläche beider Flüssigkeiten, ganz kleine Bläschen aufzusteigen. Die obere Flüssigkeit wird dadurch etwas trübe. Zuletzt zerstört der aufsteigende Strom von Bläschen die Trennungsfläche und die ganze Flüssigkeit bekommt das homogene Aussehen.

Ein Paar aus dem Beobachtungsjournal ausgeschriebene Versuche werden die Sache anschaulicher machen.

I. Versuch.

Der Druck im Verflüssigungsapparate sinkt langsam, dem entsprechend ändert sich die Temperatur. Man beobachtet

Druck in Atmosphären	Temperatur
335,5	—143,7
334,6	143,8
333,5	143,9
331,4	144,0
329,4	144,0

Man lässt die gasförmige Luft aus dem Compressionsapparate ein, bis der Meniscus verschwunden ist. Der Compressionsapparat wird abgesperrt. Man beobachtet

Druck in Atmosphären	Temperatur
40,7	—142,3
40,37	142,2
39,87	142,2
39,53	142,25
39,19	142,49
38,85	142,55
38,54	142,55
38,19	142,55
37,89	142,55
37,6	142,55

In diesem Augenblicke zeigt sich der Meniscus oben. Man beobachtet weiter:

37,34	—142,56
37,11	142,65

Digitized by Google

In diesem Augenblicke wird der alte Meniscus bemerkt. Die obere Flüssigkeit ist optisch dünner. Man beobachtet weiter:

36,65	—142,5

Nach einiger Zeit

361,6	—142,5
360,5	—

Die Trennungsfläche wird sehr scharf. Die Bläschen beginnen von ihr aufzusteigen und machen die obere Flüssigkeit trübe. Das Galvanometer zeigt

—142,3
142,35.

Die Trennungsfläche verschwindet und die ganze Flüssigkeit sieht homogen aus. Man liest ab

34,93	—142,35

Nach einiger Zeit

32,68	—144.

Jetzt wird die gasförmige Luft wieder eingelassen, bis der Meniscus verschwindet. — Es zeigt sich bei dem Druck von 37,4 Atmosphären und der Temperatur —142,6. Die Trennungsfläche wird bei 36,05 Atmosphären und —142,7 bemerkt. Sie wird sehr deutlich bei 35,49 Atmosphären und —142,7. Sie verschwindet bei 34,05 Atmosphären und —142,8 u. s. w.

II. Versuch.

Dieser Versuch ist interessant dadurch, dass hier dieselben Erscheinungen bei etwas höherer Temperatur auftreten. Zu dem Versuche wurden sehr geringe Luftmengen genommen.

Nachdem der Meniscus bei 376, Atmosphären und —140,8 sich zeigte, wurde die beide Flüssigkeiten trennende Fläche bei 36,95 Atmosphären und —140,9 bemerkt. Sie wurde undeutlich bei 35,35 Atmospären und —141,5. Nachdem durch das Hinzulassen des Gases der Meniscus zum Verschwinden gebracht wurde, zeigte er sich bei 37,5 Atmosphären und —140,4. Die trennende Fläche wurde bei 37,33 Atmosphären und —140,4 bemerkt. Sie verschwand bei 36,4 Atmosphären und —140,5.

Um die beiden Flüssigkeiten analysiren zu können, habe ich an meinem Apparate eine Abänderung gemacht, welche leicht aus der beigegebenen Figur zu ersehen ist.

Digitized by Google

Durch den Deckel *u* des Verflüssigungsapparates [1]) wurde ein dünnwandiges Messingröhrchen *a* so tief in das Verflüssigungsrohr *r* hineingeführt, dass sein unteres Ende *b* etwa 1,5 cm vom Boden des Rohres entfernt war. Das andere Ende des Röhrchens *c* war mit einem Schraubenhahn *d* versehen, von welchem ein Kautschukröhrchen zu dem Eudiometer führte.

Nachdem das Rohr *r* mit der flüssigen Luft bis zur Höhe *f* sich füllte, wurde ein Theil dieser Luft mittels des Röhrchens *a* und des Hahnes *d* in das Eudiometer geführt. Dann wurde die flüssige Luft so weit herausgelassen, dass der Meniscus etwa 1 mm tiefer als das Ende *b* des Röhrchens stand. Jetzt konnte man neue Luftmenge verflüssigen und in dem Augenblicke, wo die Trennungsfläche deutlich war, einen Theil von der verflüssigten Menge durch das Röhrchen *a* in das zweite Eudiometer hineinführen.

Aus den Analysen, welche mein Assistent Herr Aleksandrowicz ausführte, ergab sich folgende Zusammensetzung in Volumentheilen:

	Sauerstoff	
	untere Flüssigkeit	obere Flüssigkeit
I. Versuch . . .	21,3 %	18,7 %
II. Versuch . . .	21,5	18,5
III. Versuch . . .	21,28	17,3

Inwieweit diese Zusammensetzung beider Flüssigkeiten veränderlich ist, konnte nicht näher festgestellt werden wegen der Nothwendigkeit, diese Versuche vorläufig abzuschliessen.

Das Ueberwiegen des Sauerstoffs in der unteren Flüssigkeit findet seine Erklärung in der leichteren Verflüssigbarkeit des Sauerstoffes. Das Getrenntwerden beider Flüssigkeiten wird durch die verschiedene Dichtigkeit begünstigt, da die stickstoffreichere flüssige Luft specifisch leichter ist.

Zum Schlusse will ich noch eine optische Erscheinung erwähnen. Soll der Meniscus — nachdem die Flüssigkeit durch das Hinzulassen des Gases unsichtbar gemacht worden ist — sich zeigen, so wird in dem Verflüssigungsrohr an der Stelle, wo er zum Vorschein kommt, zuerst eine schwache gelborangene farbige Trübung bemerkt, die in dem Augenblicke verschwindet, in welchem der Meniscus aus dem Schaume deutlich hervortritt. Die Erscheinung tritt so regelmässig auf, dass, wenn man das Auge etwas geübt hat und nicht weiss, wie viel Gas man in das Verflüssigungsrohr eingelassen hat, man im Stande

1) Die Figur stellt nur den zum Verständnis der Methode unentbehrlichen Theil des in der citirten Abhandlung beschriebenen Apparates dar.


Digitized by Google

ist vorherzusagen, an welcher Stelle der Röhre der Meniscus entstehen wird.

Diese Trübung kommt nie an der Stelle des Rohres vor, wo die trennende Fläche zwischen beiden Flüssigkeiten vorhanden ist und wird offenbar durch die noch dunklen Vorgänge veranlasst, welche in derjenigen Schicht des Körpers stattfinden, wo die Flüssigkeit durch den entstehenden Meniscus von dem Gase abgegrenzt werden soll. Es ist dies um so auffallender, als die flüssige Luft vollständig farblos ist[1]).

---

1) Die erwähnte Erscheinung steht wahrscheinlich im Zusammenhange mit der Trübung, welche Avenarius bei Aether, Schwefelkohlenstoff, Chlorkohlenstoff und Aceton im kritischen Zustande beobachtete, wobei diese Flüssigkeiten für einige Secunden gelb, roth oder sogar braun gefärbt erschienen. Pogg. Ann. 151, S. 306 (1874).

Digitized by Google

Einige Versuche über totale Reflexion und anomale Dispersion [1]).

Von

E. Mach und **J. Arbes.**

1.

Vor zehn Jahren hat Einer von uns mit G. v. Osnobischin [2]) ein Verfahren zum Studium der anomalen Dispersion angewandt, welches nur kurz beschrieben wurde, und wenig bekannt geworden zu sein scheint. Nach der Controverse der Herren v. Lang [3]) und Pulfrich [4]) zu urtheilen, möchte man aber eine ausführlichere Mittheilung dieser Versüche, welche einstweilen auch wesentlich verbessert worden sind, auch jetzt noch für gerechtfertigt halten. Die hier zu beschreibende Versuchsweise ermöglicht zudem eine sehr klare, bequeme und übersichtliche objective Darstellung der anomalen Dispersion, die manchem Physiker auch erwünscht sein dürfte.

Schon Newton [5]) hat gezeigt, dass die Dispersionsverhältnisse bei der totalen Reflexion zum Ausdruck kommen. Er beschrieb den „blauen Bogen" an der Grenze der Totalreflexion und experimentirte mit einer Combination von zwei rechtwinkeligen Reflexionsprismen, deren Hypothenusenflächen sich berührten. Christiansen [6]) wurde durch Anwendung der Methode der Totalreflexion zur Entdeckung der anomalen Dispersion geführt. Unser Verfahren knüpft ebenfalls an das Newton'sche an.

---

1) Von den Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. XCII S. 416 (1885).

2) Mach und v. Osnobischin, Mittheilung im Anzeiger der Wiener Akad. 1875, Nr. X.

3) V. v. Lang, Bestimmung der Brechungsquotienten einer concentrirten Cyaninlösung. Sitzungsbericht der Wiener Akad. Bd. 84, S. 361 (1881).

4) Pulfrich, Wied. Ann. Bd. 16 S. 335 (1882).

5) Newtoni Optice, lib. I, Pars I, Prop. I, Exp. 9, 10 — lib. I, Pars II, Prop. VIII, Exp. 16.

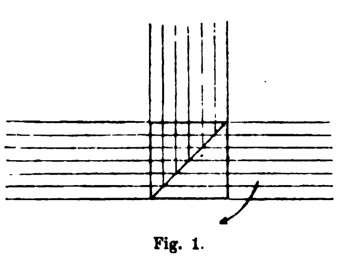
6) Christiansen, Pogg. Ann. Bd. 141, S. 479.

Digitized by Google

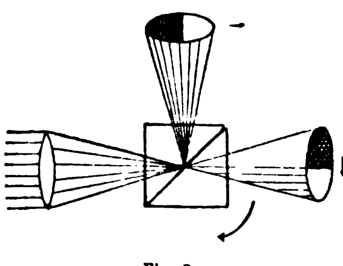
2.

Die einfachen Versuche, aus welchen unsere Methode hervorgegangen ist, sind folgende:

a) Eine Combination von zwei total reflectirenden Prismen (Fig. 1) werde durch das volle Sonnenlicht beleuchtet. Bildet man das Prismenpaar durch eine Linse mit Hilfe des reflectirten oder durchgelassenen Lichtes auf einem Schirme ab, so sieht man bei der durch den Pfeil angedeuteten Drehung im ersteren Fall das Bild bläulich und dann heller weiss, in letzterem gelb, dann roth, dann schwarz werden. Die spectrale Auflösung der reflectirten und des durchgelassenen Lichtes ermöglicht die Verfolgung des Vorganges im einzelnen.

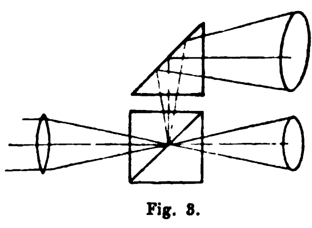

Fig. 1.

b) Man macht durch eine Linse das Licht convergirend, und lässt den betreffenden Lichtkegel auf die Prismencombination (Fig. 2) fallen. Jedem Strahle des Kegels entspricht dann ein besonderer Incidenzwinkel. Das reflectirte und das durchgelassene Licht wird mit Schirmen aufgefangen. Das erstere zeigt den Newton'schen „blauen Bogen" als Grenze zwischen dem helleren und dunkleren Feld objectiv, während in dem letzteren das der Totalreflexion entsprechende Feld vollkommen dunkel, und gegen das helle Feld roth abgegrenzt erscheint.


Fig. 2.

Zur bequemeren Beobachtung kann man dem Prismenpaar noch ein Reflexionsprisma (Fig. 3) hinzufügen, und beide Erscheinungen nebeneinander auf einem Schirm darstellen.

c) Man zerlegt das Sonnenlicht durch ein Spectralprisma, und leitet einen kleinen Theil des Spectrums durch ein Reflexionsprisma auf die Linse in dem Versuch b). Die Erscheinungen auf dem Schirm werden dann fast monochromatisch. Wechselt man die beleuchtende Farbe, so verschieben sich zugleich die Grenzen der Totalreflexion auf den Schirmen.


Fig. 3.

d) In dem Versuch b) setzt man vor die Beleuchtungslinse einen Schirm mit einer horizontalen Spalte SS_1. Das Licht convergirt auf

Digitized by Google

der Hypotenusenfläche der Prismencombination (mit verticalen brechenden Kanten) und wird nach der Reflexion oder Brechung von Prismen D (mit gerader Durchsicht und horizontalen brechenden Kanten) und von die Spalte S S' abbildenden Linsen LL aufgenommen, welche auf Schirmen scharfe Spectren von verticaler Dispersion entwerfen.

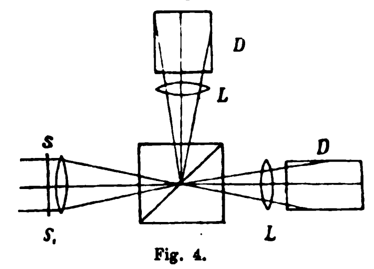


Fig. 4.

Denkt man sich die beiden Spectren, das reflectirte R und das abgebrochene G nebeneinander gestellt, so sieht man letzteres schief abgeschnitten, in ersterem aber einen helleren rechten, von einem dunkleren linken Theil durch eine schiefe Grenze getrennt. Das Spectrum R, um eine verticale Axe umgeklappt (wegen der Spiegelung) und auf G gelegt, würde letzteres zu einem gleichmässig hellen Spectrum ergänzen. In diesen Spectren entsprechen den horizontalen Abscissen im Sinne der Pfeile wachsende Incidenzwinkel, den verticalen Ordinaten im Sinne der Pfeile wachsende Wellenlängen.

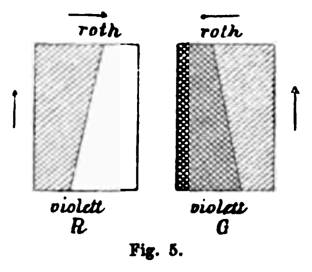


Fig. 5.

Die Grenze in dem Spectrum R ist zwar scharf[1]), sie trennt aber viel geringere Helligkeitsunterschiede als jene in G, welche letztere (von diffusem Licht abgesehen) Licht von absoluter Dunkelheit trennt. Durch das folgende Verfahren lässt sich aber der Helligkeitsunterschied oder das Helligkeitsverhältniss) auch in R beliebig vergrössern.

1) Trägt man den Bogen des Incidenzwinkels als Abscisse, die Intensität des reflectirten Lichtes nach der Fresnel'schen Formel als Ordinate auf, so erhält man an der Grenze der Totalreflexion die nebenstehende Curve. Dieselbe zeigt, dass unendlich nahe Stellen nirgends einen endlichen Intensitätsunterschied erhalten. Dennoch sieht man aus physiologischen Gründen nach dem von Mach gefundenen Contrastgesetze (Sitzungsbericht der Wien. Akad. 1865—1868) die Grenze der Totalreflexion scharf und wie einen leuchtenden Wulst.

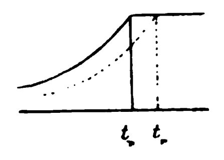


Fig. 6.

Diesem Contrastgesetze entsprechend sieht man auch an der Grenze der Totalreflexion bei dem Versuch b nicht nur den Newton'schen „blauen Bogen", sondern an der helleren Seite derselben bei aufmerksamer Betrachtung noch ein grünes, gelbes und rothes Band, ein vollständiges blasses Spectrum. Ein Ueberschuss dieser Farben über das volle Weiss ist aber nirgends vorhanden, wie ein Blick auf die nebenstehende Figur lehrt, in welcher die ausgezogene Curve dem Violett, die punktirte dem Roth angehört, t_v die Grenze für das Violett, t_r für das Roth bedeutet.

Digitized by Google

e) Man lege auf eine Combination von zwei Reflexionsprismen (Fig. 7), deren Hypotenusenfläche HH mit dem Horizont einen Winkel von 45° einschliesst, noch ein Reflexionsprisma so, dass die Stellung seiner Hypotenusenfläche $H'H'$ aus jener von HH durch eine Drehung von 90° um die Verticale hervorgeht. Sendet nun die Beleuchtungslinse einen Lichtkegel auf HH, so wird derselbe daselbst und dann an $H'H'$ reflectirt und zeigt auf einem Schirm aufgefangen einen Kreis (Fig. 8), welcher durch zwei Grenzen der Totalreflexion in vier Felder *a*, *b*, *c*, *d* zerschnitten ist. Das Licht des Feldes *a* hat zwei Totalreflexionen erlitten, und ist am hellsten, *b* und *d* haben je eine einfache und eine Totalreflexion durchgemacht, *c* hat zwei einfache Reflexionen erfahren, und ist sehr dunkel [1]).

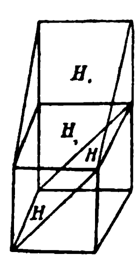


Fig. 7.

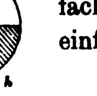
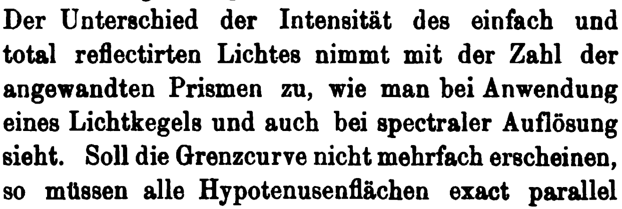


Fig. 8.

Es steht nichts im Wege, die Reflexionsprismen in der durch Fig. 9 angedeuteten Weise zu combiniren. Der Unterschied der Intensität des einfach und total reflectirten Lichtes nimmt mit der Zahl der angewandten Prismen zu, wie man bei Anwendung eines Lichtkegels und auch bei spectraler Auflösung sieht. Soll die Grenzcurve nicht mehrfach erscheinen, so müssen alle Hypotenusenflächen exact parallel gestellt werden [2]).



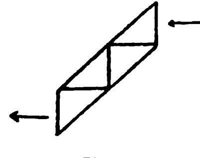


Fig. 9.

3.

Die beschriebenen Versuchsweisen lassen sich nun benutzen, um jede relative oder absolute Dispersionsanomalie in einfacher und unzweideutiger Weise zu demonstriren.

Eine relative Dispersionsanomalie zeigt Cassiaöl gegen Flint. Das violette Licht wird, aus Flint in Cassiaöl übertretend, weniger

---

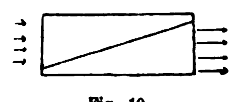
Ebenso auffallend ist es, dass man die bedeutende Zunahme der Helligkeit in dem dunkleren Felde gegen die Reflexionsgrenze zu fast gar nicht bemerkt. Der Helligkeitswechsel wird erst recht deutlich, wenn man zwei getrennte schmale Streifchen Papier in den dunkleren Theil des Lichtkegels (in Versuch *b*) bringt, noch mehr, wenn man einen Streifen hineinbringt, und denselben gegen die Reflexionsgrenze bewegt, ohne dieselbe zu überschreiten. Man ist also gegen eine continuirliche zeitliche Helligkeitsänderung empfindlicher, als gegen eine continuirliche räumliche Helligkeitsänderung. (Vergl. auch Dvořák, über die Nachbilder von Reizveränderungen. Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. 61, März-Heft [1870]).

1) Ist das Intensitätsverhältnis eines total und einfach reflectirten Strahles $1:m$, so wird dasselbe bei nochmaliger Reflexion unter denselben Incidenzwinkeln $1:m^2$, wobei m ein echter Bruch ist.

2) Der Parallelismus optischer Flächen kann auf diese Weise unter Umständen bequem geprüft werden.

Digitized by Google

vom Lothe gebrochen als das rothe Licht, wie man aus den Tafeln der Brechungsexponenten ohne weiters ersehen kann. Stellt man nun den Versuch a) mit Reflexionsprismen aus Flint an, welche zwischen ihren Hypotenusenflächen eine Schichte Cassiaöl einschliessen, so färbt sich das durchgelassene Licht bei der in Fig. 1 angedeuteten Drehung zuerst grünlich, dann blau und vor dem Verschwinden tief violett. Für diesen Versuch ist aus naheliegenden Gründen eine Prismencombination von der Form der Fig. 10 vorzuziehen.


Fig. 10.

Wird der Versuch b) mit Flint und Cassiaöl ausgeführt, so äussert sich die bedeutende Dispersion des Cassiaöls dadurch, dass die Grenze der Totalreflexion einen viel breiteren farbigen Saum erhält. Der Newton'sche „blaue Bogen" verwandelt sich im reflectirten Licht in einen rothen Bogen. Bei Versuch c) verschieben sich im Farbenwechsel die Grenzen der Totalreflexion für Flint-Cassiaöl umgekehrt wie für Glas-Luft. Der Versuch d) liefert bei gleicher Anordnung mit Flint-Cassiaöl die in der Fig. 11 dargestellten Spectren.

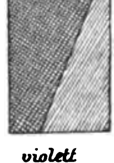
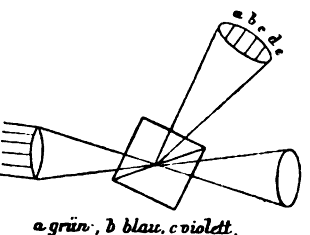


Fig. 11.

Hat man die Existenz solcher relativer Anomalien einmal erkannt, so erscheinen die absoluten Anomalien nicht mehr so absonderlich, da sie ja eigentlich doch nur relative Anomalien gegen die Luft oder das „Vacuum" vorstellen.

4.

Wir bringen eine Fuchsinlösung von mässiger Concentration (etwa 5 %) zwischen Reflexionsprismen von Flint. Bei Versuch b) kündig sich die grosse Dispersion sofort dadurch an, dass statt des schmalen blauen Bogens der ganze Querschnitt des reflectirten Lichtkegels mit breiten farbigen Bändern ausgefüllt ist. Je concentrirter die Lösung, desto breiter werden die farbigen Bänder. Bei mehrfacher Reflexion, wie in Versuch e) Fig. 9, werden die Farben sehr lebhaft. Ebenso treten in dem reflectirten Kegel farbige Bänder auf, die aber wegen der Störung durch die Absorptionsfarbe nicht einfach complementär zu den vorigen sind. — Der Versuch c) gelingt aus Gründen, die alsbald zur Sprache kommen, nur im rothen Theile des Spectrums gut.



a grün, b blau, c violett, d rosa, e weiss
Fig. 12.

Der Versuch d) werde genau wie zuvor ausgeführt mit Flintprismen und Fuchsinlösung. Die beiden Spectren *R* und *G* erhalten dann bei-

Digitized by Google

läufig das Aussehen der Fig. 13 [1]). Die Grenzcurve der Totalreflexion erscheint in zwei von einander gänzlich getrennte Zweige *mn* und *pq* getheilt, wie die Curve, welche Kundt durch Kreuzung einer normalen und anomalen Dispersion erhielt. Niemand wird bei diesem Anblick die Dispersionsanomalie verkennen. Die Grenze *mn* ist im Spectrum *R* schon bei einer Reflexion sehr scharf. Dagegen findet man die Grenze *pq*, welche verwaschen erscheint, nur mit einiger Aufmerksamkeit [2]). Im Spectrum *G* hingegen sind alle Grenzen sehr deutlich. Die Lage derselben wird aber durch einen misslichen Nebenumstand beeinflusst. Wenn nämlich auch die Fuchsinschichte zwischen den Prismen sehr dünn ist, so wird dieselbe doch von den Strahlen, welche sich der Grenze der Totalreflexion nähern, sehr schief durchsetzt. Letztere Strahlen können also absorbirt werden, bevor sie noch die Grenze der Totalreflexion erreicht haben. Dadurch kann sich der Grenzwinkel im Spectrum *G* scheinbar verkleinern. Drückt man nun die beiden Prismen gut zusammen, so stimmen die Curven der Spectren *R* und *G* sehr wohl überein. Dies ist aber nicht mehr der Fall, wenn die Fuchsinschichte dicker ist. Es ist deshalb rathsam, sich an das Spectrum *R* zu halten, und *G* nur mit Vorsicht zur Vergleichung heranzuziehen [3]).

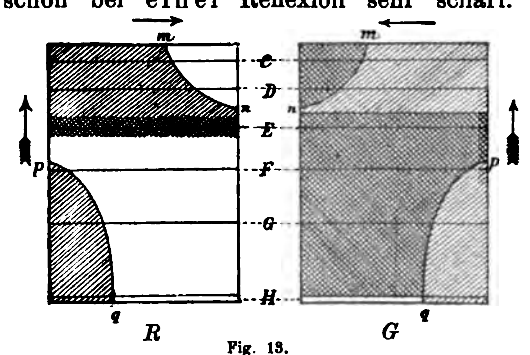
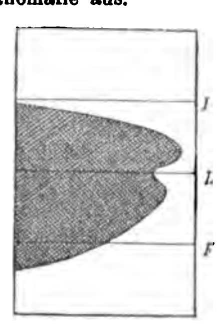


Fig. 13.

1) Bei *E* tritt im Spectrum *R* ein dunkles verwaschenes Band auf, weil die betreffenden Strahlen in Flint und Fuchsinlösung zu wenig verschiedene Brechungsexponenten haben, und daher nicht merklich reflectirt werden.

2) In dieser verwaschenen Grenze *pq* spricht sich schon eine Dispersionsanomalie aus.


Fig. 14.

3) Wenn die Fuchsinschichte zwischen den Prismen nicht sehr dünn ist, so kommt in dem Spectrum *G* thatsächlich die Absorption zum Ausdrucke. Deckt man die horizontale Fensterladenspalte durch ein mit Fuchsinlösung von geringer Concentration gefülltes Hohlprisma von verticaler brechender Kante, dessen Ablenkung durch ein Alkoholprisma compensirt ist, und entwirft mit einem Flintprisma ein Spectrum von verticaler Dispersion, so erhält man beiläufig den Anblick der Fig. 14. Durch Verdickung der Fuchsinschichte oder Schiefstellung derselben nähert sich das im Text beschriebene Spectrum *G* immer mehr dem Absorptionsspectrum, welches einer stärkeren Absorption entspricht. (Vgl. Tumlirz, Anzeiger der Wiener Akad. Nr. 18 (1882).

Digitized by Google

5.

Der zuletzt beschriebene Versuch wurde im wesentlichen schon von Mach und v. Osnobischin ausgeführt, nur dass das Spectrum damals nicht objectiv dargestellt, sondern durch Betrachten einer horizontalen Spalte durch die Prismencombination und ein Ocularprisma gewonnen wurde. Nachher wurden die Reflexionsprismen auch auf den Tisch des Spectrometers gebracht, die Spalte des Collimators horizontal gestellt und vor dem Ocular des Beobachtungsrohres ein Prisma von gerader Durchsicht und verticaler Dispersionsrichtung befestigt.

Wir wollen nun die Verbesserungen, deren die Versuchsform d) fähig ist, betrachten. Zunächst ist klar, dass eine mehrfache Reflexion an parallelen Flächen die Grenze pq im Spectrum R deutlicher machen wird. Wir verwenden deshalb mehrere Reflexionsprismen, an deren Hypotenusenflächen kleine Cuvetten zur Aufnahme der Fuchsinlösung angekittet sind, in der durch Fig. 15 angedeuteten Anordnung. Schon bei zwei Reflexionen wird die Grenze pq deutlich und bei vier Reflexionen tritt sie sehr schön hervor. Um das Justiren der Prismen zu ersparen haben wir uns ein Prisma von der Form Fig. 16 für dreifache Reflexion schleifen lassen und dasselbe in der angedeuteten Weise mit Cuvetten versehen. Die gegenüberliegenden Flächen erwiesen sich aber als nicht genügend parallel, so dass die Anwendung mehrerer Prismen vortheilhafter blieb.

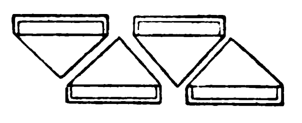


Fig. 15.

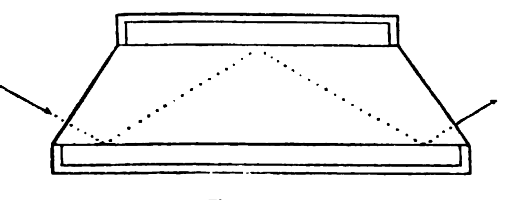


Fig. 16.

Soll das Spectrum auf einen Schirm projicirt werden, so darf es nicht zu distrahirt sein, wenn man es auf einmal durch die sämmtlichen Prismen hindurchbringen will. Die Anwendung von Prismen aus recht stark brechendem Flint ($n_B = 1{\cdot}705729$, $n_G = 1{\cdot}745974$) ist desshalb vortheilhaft.

Bei der Versuchsform d) wird das von den verschiedenen Spaltenpunkten ausgehende Licht durch die Linse auf der reflectirenden Fläche gesammelt. Das Licht jedes Spaltenpunktes erhält also einen anderen Incidenzwinkel. Dies schliesst aber nicht aus, dass von einem Spaltenpunkte noch Strahlen unter verschiedener Neigung auf die reflectirende Fläche gelangen, wodurch die Schärfe der Grenzen der Totalreflexion in den Spectren beeinträchtigt wird. Diese Ueberlegung führt zu folgender Anordnung: Die das Sonnenlicht sammelnde Linse L_1 wird mit einem Spaltenschirm SS bedeckt. Bevor das Licht auf die re-

Digitized by Google

flectirenden Flächen gelangt, geht es noch durch eine Linse L_2, in deren Brennweite der Spaltenschirm SS steht. Nun fallen von einem Spaltenpunkt nur parallele Strahlen auf die reflectirenden Flächen, aber von jedem Spaltenpunkt unter anderer Incidenz. Nachdem die Strahlen die Reflexionsprismen P und das Prisma mit gerader Durchsicht passirt haben, gelangen sie auf die Linse L_3 von grosser Brennweite, welche in ihrer Brennebene (da sich die Spalte SS wie ein unendlich fernes Object verhält) das Spectrum entwirft. Die Linse L_2 ist mit einer Blendung BB bedeckt, damit keine Strahlen von SS neben den Prismen vorbei auf L_3 gelangen, was zu einer Abbildung der Spalte SS auf dem Spectrum führen würde[1]).

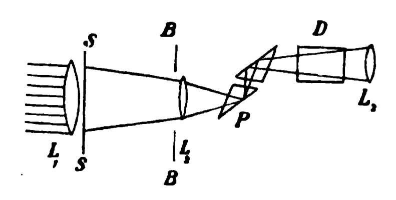


Fig. 17.

Die beschriebene Anordnung lässt sich ohne weiters an dem gewöhnlichen Spectralapparat anbringen, wenn man vor den horizontal gestellten Spalt des Collimators eine Sammellinse setzt, deren Brennweite die Länge des Rohres etwas übertrifft. Das Prisma D kann dann in das Beobachtungsrohr eingeschlossen, oder vor dessen Ocular gesetzt werden.

6.

Beobachtet man die angegebenen Vorsichten, so kann man nach dem Princip der Kreuzung einer anomalen Totalreflexion und einer normalen Brechung, wie wir uns kurz ausdrücken wollen, sehr schöne Spectren objectiv darstellen. Je höher die Concentration wird, desto mehr werden die Spectren distrahirt[2]). Von dem Spectrum einer sehr concentrirten Fuchsinlösung kann man sich eine gute Vorstellung machen, wenn man sich das Spectrum R der Fig. 13 horizontal sehr in die Länge gezogen denkt.

Obwohl wir eigentliche Messungen nicht ausgeführt haben, so können wir doch sagen, dass die auf den Schirm projicirten Spectren mit Hilfe der von Christiansen angegebenen Brechungsexponenten

---

1) Man kann dies zur scharfen Einstellung des Spectrums benutzen, und nachher erst die Blendung vorsetzen.

2) Solche Spectren bringt man dann nicht mehr ganz durch die Prismen hindurch. Für die Demonstration eignen sich besser geringere Concentrationen. Setzt man dem Alkohol tropfenweise Fuchsinlösung zu, so zeigt sich die erste Spur der Anomalie in einer unmerklichen Discontinuität der Grenzcure, die sich allmählich zur vollen Deutlichkeit entwickelt. Die bedeutende Veränderung der ganzen Erscheinung durch die Concentration ist sehr auffallend, und dieser Umstand wird bei messenden Versuchen sehr hinderlich.


Digitized by Google

der Fuchsinlösung (und mit Hilfe der Brechungsexponenten unseres Flintglases) sich recht gut voraus construiren liessen.

Es schien uns wünschenswerth, eine so wichtige Thatsache wie die anomale Dispersion, welche die chemische Natur der Farbenzerstreuung so nahe legt, durch einen leicht ausführbaren und einwurfsfreien Versuch leichter zugänglich und controlirbar zu machen. Die Existenz der anomalen Dispersion können wir nicht bezweifeln. Dagegen müssen wir v. Lang darin vollständig beistimmen, dass das gewöhnliche Verfahren an bedeutenden Mängeln leidet[1]). Selbstverständlich bleibt auch die von demselben Physiker angeregte Frage discutirbar, ob die für die normale Dispersion geltenden Gesetze der Totalreflexion und Interferenz auch ohne Modification auf den Fall der anomalen Dispersion Anwendung finden.

---

1) Schon in der oben erwähnten Mittheilung von Mach und von Osnobischin wurde darauf hingewiesen, dass die mit stark absorbirenden Flüssigkeiten gefüllten Hohlprismen als beugende Spalten von verschiedener Breite für jede Farbe wirken. Das Verschwinden mancher Frauhofer'scher Linien (bei Anwendung der gewöhnlichen spectralen Methode) erklärt sich hierdurch ganz ungezwungen, und die bedenkliche Annahme eines „unbestimmten" Brechungsexponenten für das betreffende Licht wird ganz unnöthig.

Digitized by Google

Ueber das magnetische Verhalten des Nickels bei verschiedenen Temperaturen[1].

Von

Charles A. Perkins.

Im Jahre 1820 veröffentlichte Oersted seine Entdeckung der Wirkung eines elektrischen Stromes auf einen Magnet, und Arago entdeckte, dass der Strom Eisen zu magnetisiren sucht. Im selben Jahre legte Ampère zur Erklärung dieser Erscheinungen seine Theorie der Molekularströme dar. Bald darauf entwickelte Poisson mathematisch eine Theorie der Magnetisirung unter der Voraussetzung magnetischer Fluida, aber immerfort bestand das Streben zur Ampère'schen Hypothese zurückzukehren, und spätere Physiker trachteten hauptsächlich, sie zu modificiren und zu erweitern, um sie in Uebereinstimmung mit den bekannten Thatsachen der Magnetisirung zu bringen.

Auf eben dieser Grundlage baute Weber seine Theorie auf. Er nahm die Existenz von Molekularströmen an, welche durch eine magnetisirende Kraft so gerichtet werden, dass der Körper magnetisch erscheint, wobei sie einen gewissen Widerstand erfahren.

Zusammen mit den Maxwell'schen Zusätzen gibt diese Theorie eine ziemlich annehmbare Formel, welche mit der Erfahrung weit besser übereinstimmt als viele empirische Formeln, die man in Vorschlag gebracht hat.

In allen Formeln, welche eine Beziehung zwischen magnetisirender Kraft und induzirtem Magnetismus geben, kommen gewisse Constanten vor, und es wurden zu ihrer Bestimmung sowie zur Bestätigung der Theorien selbst widerholt Versuche angestellt.

Die ersten Versuchsreihen mit wissenschaftlichem Gepräge rühren von Lentz und Jacobi[2]) her.

1) Uebers. aus Americain Journal of Science. September 1885.

2) Pogg. Ann. Bd. 47 (1839).


Digitized by Google

Ihre Methode bestand darin, dass ein Eisenstab in eine Spirale gesteckt wurde. Durch letztere schickte man einen Strom, dessen Stärke gemessen wurde durch die Anziehung zweier, von ihm durchflossener Rollen. Der Magnetismus wurde gemessen durch den Inductionsstrom, den er in einer zweiten Spirale hervorbrachte, welche den Eisenstab und die Primärspirale umgab. Auf diese Art gelangten sie zu dem Ergebnis, dass der inducirte Magnetismus der Stromstärke proportional sei. —

Joule[1]) entdeckte bei Versuchen über Elektromagnete in den Jahren 1839 und 1840, dass er ihre Tragkraft nicht in's Unbegrenzte steigern konnte durch eine Steigerung der Stromstärke, sondern dass er ein Maximum erreichte, wenn das Eisen mit Magnetismus „gesättigt" war. Er fand auch das Gesetz, dass das Maximum der Tragkraft unabhängig von der Länge des Magnets und proportional seinem Querschnitt sei. Wenn auch Joule's Experimente die Thatsache feststellten, dass der Magnetismus des Eisens nicht proportional der Stromstärke ist, so war das der Hauptsache nach doch schon von Ritchie[2]) gezeigt worden im Jahre 1833, also 6 Jahre vor der Veröffentlichung der Versuche von Lentz und Jacobi.

Er nahm zwei hufeisenförmige Elektromagnete von sehr verschiedener Länge mit Ankern von demselben Material. Auf jedem der beiden Kerne befand sich eine andere Zahl von Windungen, welche hintereinander verbunden und mit dem Strom einer Batterie beschickt wurden. Der kürzere Magnet zeigte eine doppelt so grosse Tragkraft als der lange. Bei gleicher Anordnung und Anwendung einer stärkeren Batterie nahm der lange Magnet verhältnismässig weit stärker zu als der kurze. Ritchie erklärtdas damit, dass er sagt, die Theilchen im kürzern Magnet seien durch den ersten Strom bereits in solche Lagen gebracht worden, dass sie die grösste Wirkung hervorbrachten, und die Steigerung der Stromstärke habe dann die Wirkung nicht mehr viel erhöhen können.

Plücker[3]) fand im Jahre 1848, dass manche Körper, welche aus der Entfernung von einem Magnet eine Anziehung erfuhren, ihm nahe gebracht abgestossen wurden. Dies zeigte sich bei Holzkohle und einer Anzahl anderer organischer Substanzen. Plücker schrieb diese Erscheinung dem Umstande zu, dass der Magnetismus nicht im selben Verhältnisse zunehme wie die magnetisirende Kraft und er zeigte, dass

1) Phil. Mag. [4] vol. II. (1851). Annals of Elec. vol. IV. (1839).
2) Phil. Trans. vol. CXXIII.
3) Pogg. Ann. (1848).

Digitized by Google

der Magnetismus nicht proportional sei mit der magnetisirenden Kraft, sondern dass es ganz anders sein kann.

Als drei Jahre darauf Faraday[1]) eine Anzahl Stoffe, Glas, Wasser u. s. f. bezüglich ihres magnetischen Verhaltens zu classificiren suchte, fand er, dass ihre Ordnung für verschiedene Entfernungen vom Magnet verschieden war, was darauf hinweist, dass der Magnetismus nicht direct wie die magnetisirende Kraft wächst und dass das Gesetz für verschiedene Stoffe verschieden ist.

Im Jahre 1849 unternahm Müller[2]) eine ausgedehnte Versuchsreihe, durch welche vollkommen die Thatsache festgestellt wurde, dass der Magnetismus eine complicirte Function der magnetisirenden Kraft ist, und er schlug die Gleichung vor $J = 220\, d^{3} \operatorname{tg} \frac{m d^2}{0{,}00005}$, welche seine Beobachtungen mit genügender Genauigkeit darstellte. Seine Methode bestand in der Beobachtung der Ablenkungen einer Magnetnadel durch einen Eisenstab, welcher magnetisirt wurde durch eine Spirale, die ein gemessener Strom durchfloss.

Im Jahre 1852 stellte W. Weber[3]) seine Theorie der magnetischen Induction auf und gab eine auf sie basirte Gleichung. Auch stellte er Versuche an, um die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu prüfen. Er bediente sich der Methode der Ablenkung einer Magnetnadel durch einen langen, dünnen Stab, welcher dicht von einer Spirale umgeben war, die sich auch über den Stab hinaus erstreckte. Der Strom wurde gemessen, seine magnetisirende Kraft berechnet, so dass alles in absolutem Mass ausgedrückt werden konnte. Er fand eine gute Uebereinstimmung mit der Theorie und bestimmte das Maximum des im Eisen inducirbaren magnetischen Moments.

Beetz[4]) zeigte 1860 auf sehr überzeugende Art, dass Eisen ein Maximum des Magnetismus besitze und er kam demselben vielleicht am nächsten.

Es wurde eine feine Linie auf einem gefirnissten Silberdraht gezogen, in sie hinein elektrolytisch Eisen niedergeschlagen, während dasselbe unter dem Einfluss einer magnetisirenden Kraft stand, und es konnten sich so die Moleküle derart anordnen, dass sie die grösste Wirkung gaben. Auf diese Weise erhielt der reine Eisenfaden sehr viel permanenten Magnetismus und eine stärkere magnetisirende Kraft konnte den temporären Magnetismus nur in geringem Mass vergrössern.

1) Exp. Res. vol. III S. 503 (1851).
2) Pogg. Ann. Bd. 79.
3) Pogg. Ann. Bd. 87.
4) Pogg. Ann. Bd. 103.

Digitized by Google

Neuere Versuche [1]) haben gezeigt, dass das Gesetz der geraden Linie zwischen Magnetismus und Strom auch nicht einmal für schwächere Ströme richtig ist, indem der Zuwachs an Moment zuerst rascher, dann langsamer erfolgt als es nach jenem Gesetz sein sollte. Dies machte sich besonders an Versuchen von Quintus Icilius [2]) bemerkbar, auf welche Stoletow in einer in Pogg. Ann. Bd. 146 erschienenen Abhandlung besonders aufmerksam machte. Anstatt eines cylindrischen Stabes verwendete Q. Icilius ein verlängertes Ellipsoid und vermied so einen Fehler, der infolge der unbekannten Vertheilung der freien magnetischen Massen von seinen Vorgängern begangen und vernachlässigt wurde. Der Magnetismus wurde entweder durch die Wirkung auf eine Magnetnadel oder durch den Inductionsstrom in einer Secundärspirale gemessen.

Stoletow's Schrift enthält nebst werthvollen Besprechungen früherer Versuche auch wichtige eigene Beobachtungen. Die von ihm angewandte Methode war von Kirchhoff [3]) im Jahre 1870 vorgeschlagen und entwickelt worden und bestand in der Magnetisirung eines Eisenrings durch eine ihn gleichmässig bedeckende Spirale und in der Messung des in einer Secundärspirale inducirten Stroms, wenn der Primärstrom gewendet wurde. Diese Methode besitzt entschiedene Vortheile vor allen früher gebrauchten und liefert sehr schöne Resultate. Er gelangte zu ähnlichen Resultaten wie Icilius, fand aber gewisse Unregelmässigkeiten, für die er keine Erklärung geben konnte.

Im selben Jahr hatte Rowland [4]) Versuche gemacht, indem er sich derselben Methode mit einigen Abänderungen bediente. Er schaltete in den Secundärkreis einen Erdinductor ein, durch den die inducirten Ströme direct mit den bei einer Drehung des Erdinductors entstehenden verglichen und auf absolutes Mass reducirt werden konnten. Auch war in die Secundärleitung eine kleine Drahtrolle eingefügt, welche sich auf einem Magnet verschieben liess. Durch Bewegung dieser Rolle kann man bei einiger Uebung die Galvanometernadel vollständig beherrschen und fast augenblicklich in der Mitte der Scala festhalten. Er wickelte die Primärspirale direct auf den Ring auf, während sich bei Stoletow's Versuchen hölzerne Ringe zwischen beiden befanden.

Rowland schlug auch vor, die Resultate in Bezug auf das magnetische Moment μ der Volumseinheit und die Magnetisirungszahl k als Coordinaten zu verzeichnen und erhielt so eine Curve, welche einen endlichen Werth für das grösste inducirbare Moment liefert.

---

1) Wiedemann, Galvanismus Bd. II S. 350.
2) Pogg. Ann. Bd. 121.
3) Pogg. Ergz-.Bd. 5.
4) Phil. Mag. August 1873.

Digitized by Google

Die von ihm gewonnenen Resultate sind folgende:

Für schwache Kräfte ist der ganze Magnetismus temporär.

Der Werth der Magnetisirungszahl steigt anfangs sehr rasch, erreicht ein Maximum, wenn das magnetische Moment $\mu = 500$, nimmt dann ab und nähert sich der Null bei $\mu = 1400$, welches daher das Maximum des im Eisen inducirbaren Magnetismus ist, und woraus sich die Tragkraft per Quadratcentimeter des Ringquerschnitts berechnen lässt.

(Diese Angaben sind in *cgs*-Einheiten gemacht. In Gauss'schen Einheiten sind die Zahlenwerthe von μ und der magnetisirenden Kraft P zehnmal grösser, während k als reine Zahl ungeändert bleibt).

Die Magnetisirungscurve gleicht in ihrer Gestalt einer leicht geneigten Parabel, genauer wird sie durch eine Gleichung von der Form

$$k = a \sin(b\mu + ck + d)$$

dargestellt, worin a, b, c, d Constanten sind. In einigen Experimenten verlief die Curve nicht geradlinig gegen die Abscissenaxe hin, sondern erfuhr eine Inflexion, was Rowland einer unhomogenen Beschaffenheit des Rings zuschrieb, was aber einer Abweichung von dem angegebenen Gesetz zuzuschreiben sein dürfte, wie aus Versuchen von Fromme [1]) und von Haubner [2]) hervorgeht. Der letztere scheint es sogar für zweifelhaft zu halten, ob es ein Maximum des inducirbaren, totalen Magnetismus gibt. Wie dem auch sei, — in praktischer Beziehung ist ein solches vorhanden [3]).

In seinen Experimenten untersuchte Rowland auch das magnetische Verhalten des Nickels und entdeckte für die Aenderung von k ein ähnliches Gesetz wie für das Eisen. Noch später [4]) machte er weitere Versuche über das Nickel und fügte auch Cobalt zu der Reihe von Stoffen, welche demselben Gesetze folgen. Wegen der Schwierigkeit diese Metalle ganz rein herzustellen, wurden mit ihnen weniger Ver-

1) Göttinger Nachrichten S. 500 (1875).

2) Wiener Sitzb. II. Abth. Octoberheft (1880).

3) Die letzten zwei Sätze weichen vom Original ab, da es nicht gleichgültig ist, ob sich das magnetische Leitungsvermögen $\lambda = 1 + 4\pi k$ oder k selbst schliesslich der Null nähert. Was die Frage anbelangt, ob ein Maximum des Magnetismus existirt, so scheint es, dass in der Regel nicht streng genug zwischen permanentem (oder remanentem) und totalem Magnetismus unterschieden wird. Dass es für den ersteren ein Maximum gibt, dürfte zweifellos sein, für den letzteren ist es nicht erwiesen, — im Gegentheil hat sich bisher gezeigt, dass das supponirte Maximum immer weiter hinausrückt, je stärkere magnetisirende Kräfte angewendet werden. Aus Rowland'schen Versuchen ergibt sich dasselbe = 1400, Waltenhofen findet 1650, Fromme 1750! — Das praktische Maximum kann man = 1400 annehmen. (Der Uebersetzer).

4) Phil. Mag. November (1874).


Digitized by Google

suche als mit Eisen gemacht, aber die gefundenen Resultate stimmten mit jenen für das Eisen überein.

Im Jahre 1853 untersuchte Plücker[1]) eine grosse Zahl von Körpern und wiewohl die Versuche infolge der Anwendung eines Elektromagnets als magnetisirender Kraft schwerer zu vergleichen und zu berechnen sind, so suchte er diesen Umständen doch so weit als möglich Rechnung zu tragen, indem er das magnetische Verhalten des Eisens berücksichtigte. Auch wurden nur wenige Punkte ermittelt, um den Verlauf der Magnetisirungscurve zu bestimmen, aber die gefundenen Resultate zeigten, dass sich alle untersuchten Substanzen einem endlichen Maximum nähern, das für Eisen, Nickel und Cobalt durch die relativen Zahlen 1000, 322, 918 dargestellt ist, — Werthe, welche in sehr guter Uebereinstimmung mit den seither gefundenen sind.

Arndtsen[2]) fand ebenfalls unter Anwendung des Weber'schen Diamagnetometers, dass Nickel bald ein Maximum des magnetischen Moments erreichte, und indem er die Werthe auf absolutes Maass reducirte, stellte er fest, dass für sehr schwache magnetisirende Kräfte der Magnetismus des Nickels das fünffache von dem ist, was Weber's Formel für Eisen gibt.

Alle bisher erwähnten Versuche waren bei gewöhnlichen Temperaturen gemacht worden, aber Faraday[3]) fand, dass durch Erhitzen des Eisens in Olivenöl seine magnetischen Eigenschaften kaum geändert wurden. Nickel erlitt eine beträchtliche Abnahme, während Cobalt eine Zunahme des magnetischen Moments erfuhr.

Die späteren Versuche von Rowland, auf welche bereits hingewiesen wurde, waren speciell in Hinsicht auf diese Dinge unternommen worden und zeigen eine sehr bemerkenswerthe Eigenschaft des Nickels, nämlich, dass für schwache magnetisirende Kräfte seine Magnetisirungszahl bedeutend steigt bei einer Erwärmung von 15° bis 220°, während sie für beträchtliche Kräfte abnimmt. Die Wirkung auf Eisen ist geringfügig und Cobalt hat eine höhere Magnetisirbarkeit für alle angewandten magnetisirenden Kräfte, was die Genauigkeit der Faraday-schen Resultate erweist.

Neuere Versuche von Fromme, Riecke, Ettingshausen und Anderen haben die Richtigkeit dieser Ergebnisse bestätigt und zugleich neue Thatsachen in Bezug auf den Gegenstand enthüllt.

Fromme[4]) hat gezeigt, dass durch wiederholte Magnetisirung in derselben Richtung der permanente Magnetismus eines Eisenstabes zu-

1) Pogg. Ann. Bd. 91.
2) Pogg. Ann. Bd. 104.
3) Exp. Res. XXX. 3424 (1885).
4) Pogg. Ergzbd. Bd. 7.

Digitized by Google

nimmt, während der totale Magnetismus sich kaum ändert. Dies stimmt mit Maxwell's Annahme einer Kraft, welche ein Molekül veranlasst, in die Lage zurückzukehren, aus welcher es durch die magnetisirende Kraft herausgebracht wurde, solange die Kraft einen gewissen Betrag nicht überschreitet.

Im Jahre 1880 fand Wassmuth [1]) in einer Untersuchung über die Wirkung der Wärme auf die Magnetisirungszahl des Eisens, dass dieselbe für schwache Kräfte bei einer Erwärmung von 20° auf 146° zunimmt, jedoch erreichte sie früher ihr Maximum und das grösste inducirbare Moment wurde um ungefähr 3 % kleiner.

Dieses Resultat entspricht dem durch Rowland gefundenen und zeigt, dass der Unterschied zwischen Eisen und Nickel bloss ein quantitativer ist.

Auch Bauer [2]) fand durch Versuche mit Ringen und Eisenstäben, wobei der Inductionsstrom, der beim Wenden entstand, gemessen wurde, dasselbe Gesetz bei viel höheren Temperaturen giltig. Für schwache, magnetisirende Kräfte steigt die Magnetisirungszahl rasch, erreicht bei der Rothgluth des Eisens einen grössten Werth und sinkt dann schnell.

Unter Befolgung der in Rowland's Abhandlung gegebenen Winke wurde vorliegende Versuchsreihe über das Nickel unternommen in der Absicht, vollständige Curven bei einer Anzahl von Temperaturen zu gewinnen und so womöglich das Gesetz zu bestimmen, wornach die Magnetisirbarkeit sich mit der Temperatur ändert.

Die benutzten Ringe waren von gewalztem Nickel [3]), wie es im Handel vorkommt, und daher nicht so rein wie die, deren sich Rowland bediente. Dennoch waren sie ganz rein, wie eine chemische Untersuchung zeigte.

Ihre physikalischen und chemischen Eigenschaften waren folgende:

Ring	Dichte	Gewicht	Querschnitt	mittl. Durchm.	
I.	8,731	34,855	0,196	6,440	Enthält etwas C und Si.
II.	8,746	25,514	0,198	4,696	Ein kleiner Niederschlag auf H_2S.
III.	8,394	7,814	0,0624	4,427	Enthält weder Co noch Fe.

Die Ringe I und II waren von demselben Stück. Vor ihrer Verwendung wurden sie sorgfältig ausgeglüht, indem sie bis zur Rothgluth erwärmt wurden in einem Sandbad, das sich dann langsam abkühlte.

Da die angewandten Temperaturen so hoch waren, dass sie die gewöhnlichen Isolirungen zerstört hätten, wurden die Ringe mit einer dünnen Lage Asbestpapier bedeckt, dann eine Lage Draht aufgewickelt,

1) Wiener Sitzb. Bd. 82.

2) Ann. der Phys. und Chem. Bd. 11.

3) Hergestellt von Wharton, Philadelphia.

Digitized by Google

dann abermals eine Asbestlage u. s. f., wodurch eine Isolirung erzielt wurde, die selbst bei einer Erwärmung bis zur Rothgluth nicht angegriffen wurde.

Da die Primärspirale aus zwei Lagen bestand und nicht unmittelbar auf den Ring gewickelt war, so hatte das einen Fehler zur Folge, da der Magnetismus anscheinend um einen Betrag zunahm, der in einem Falle $\frac{1}{40}$ betrug und bis zu $\frac{1}{550}$ variirte, aber bei den Ringen I und II in keinem Falle $\frac{1}{130}$ überschritt. Wann das geschah, wie beim Ring III, wurde immer die entsprechende Correction angebracht.

Der magnetisirende Strom wurde durch eine von Rowland construirte Tangentenbussole gemessen. Die Galvanometerconstante G war aus den Dimensionen des Apparats abgeleitet. Der Theilkreis hatte 21^{cm} Durchmesser und war in Viertelgrade getheilt. Angewendet wurden sechs Rollen, von denen jede dreimal so viele Windungen besass als die nächst vorhergehende. Sechs bis 24 Elemente einer Bunsenschen Chromsäurebatterie lieferten den Strom, dessen Stärke noch durch Einschaltung von Widerständen verändert wurde.

Das Galvanometer zur Messung der inducirten Ströme hatte ein empfindlich astasirtes Nadelpaar, dessen Richtkraft durch einen darunter liegenden Magnet gegeben war. Die Schwingungsdauer betrug 9 Secunden und eine Umdrehung des Erdinductors brachte eine Ablenkung von nahezu 4^{0} hervor, die Ablesungen geschahen mittels Fernrohr, die Scala befand sich in 1^{m} Entfernung. Der Erdinductor war eingeschaltet, um die Inductionsströme mit solchen von bekannter Stärke vergleichen zu hönnen und seine Windungen schlossen eine Fläche $F = 20{,}716$ qcm ein. Er war aufgestellt senkrecht zum magnetischen Meridian und konnte um 180^{0} gedreht werden. Wie bei Rowland's Versuchen war auch eine auf einem Magnet verschiebbare Drahtrolle in den Secundärkreis eingeschaltet, um die Schwingungen der Nadel dämpfen zu können.

Der Ring wurde für niedrige Temperaturen in ein Kerosenbad gelegt, für 100^{0} in Paraffin und in einem Dampfbad erwärmt. Bei höheren Temperaturen wurde er in ein Oelbad gelegt, das für die Vergleichung von Thermometern bei hohen Temperaturen bestimmt war. Das Gefäss war aus sehr starken Kupferplatten gemacht und hielt einige Liter, so dass seine Temperatur, wenn sie durch einen Bunsenbrenner unterhalten wurde, für lange Zeit constant blieb und selten um mehr als 4 oder 5^{0} während der Versuchsdauer variirte, die gewöhnlich etliche Stunden betrug. Die Temperatur wurde mit einem Quecksilberthermometer bestimmt. Der Verlauf eines jeden Versuchs war folgender:

Digitized by Google

Man liess den Strom einige Minuten durch einen Nebenschluss fliessen, welcher ungefähr denselben Widerstand hatte wie die Primärleitung. Dann wurde er erst in diese geleitet und die Ablesungen an der Tangentenbussole gemacht.

Darauf wurden die Ablenkungen am Spiegelgalvanometer infolge der Inductionsströme gemessen, wobei vier Ablesungen für den temporären und ebensoviele für den totalen Magnetismus genommen wurden. = Zuletzt fand eine zweite Messung des Primärstroms statt.

Im Falle sehr starker Ströme, welche den Ring schnell erwärmt hätten, wurde die Messung des temporären Magnetismus unterlassen, und die Tangentenbussole bloss einmal abgelesen zwischen zwei Messungen des Inductionsstroms. Bei der Messung des temporären Magnetismus wurde der Strom in den Nebenschluss geleitet, damit die Stromstärke constant bleiben solle.

Thermometerablesungen wurden vor und nach jeder Beobachtung gemacht und auch jedesmal die Ablenkung, welche der Erdinductor hervorbrachte, bestimmt, doch war dieselbe bei den meisten Versuchen so gleichmässig, dass das Mittel aller Bestimmungen als wahrer Werth angenommen wurde [1]).

Ausser den gebrauchten Bezeichnungen, von denen μ, k, P in der Beziehung:

$$\mu = k \cdot P \qquad 1)$$

stehen, bedeute ν die Zahl aller Windungen der Primärspirale, n die Zahl per Längeneinheit, — ν', n' das analoge für die Secundärspirale, H die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus an der Tangentenbussole, H' dasselbe am Erdinductor und i die Stärke des Primärstroms.

Greift man aus dem Ring eine Faser heraus, welche durch das Querschnittselement dQ geht und den Radius ϱ hat, so ist die magnetisirende Kraft in der Richtung der Faser

$$P = 4\pi i \cdot n = 4\pi i \cdot \frac{\nu}{2\pi\varrho} = \frac{2\nu i}{\varrho} \qquad (2$$

---

1) Anmerkung des Uebersetzers: Im Folgenden weicht die Uebersetzung vom Original etwas ab. Erstlich wurde eine kurze, synthetische Ableitung der von Kirchhoff gegebenen Formeln eingefügt, was den Experimentalphysikern nicht unlieb sein dürfte, — zweitens wurden anstatt der „magnetic induction" $L = P + 4\pi\mu$ und des magnetischen Leitungsvermögens $\lambda = 1 + 4\pi k$ in den Tabellen die Grössen μ und k, welche ungefähr 0,08 der vorigen betragen, angeführt und dazu die Werthe von P gefügt. — Die Verschiedenheit zwischen der englischen und deutschen Auffassung auf diesem Gebiet rührt daher, dass für die erstere ein Elektromagnet ein einfaches Ding ist, — ein Elektromagnet, für die deutsche dagegen ein zusammengesetztes Ding, — ein Solenoid und ein Magnet, deren magnetische Wirkungen gesondert betrachtet werden. — Man vergleiche hierzu die schon erwähnte Abhandlung Rowland's aus dem Phil. Mag. November 1874.

Digitized by Google

also eine bekannte Grösse, wenn die Ablenkungen φ an der Tangentenbussole beobachtet werden, da

$$i = \frac{H}{G} \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Die erwähnte Faser hat ein Gesammtmoment

$$dM = \mu \cdot 2\pi\varrho \cdot dQ = k \cdot \frac{2\nu i}{\varrho} \cdot 2\pi\varrho \cdot dQ.$$

Die elektromotorische Kraft E des Inductionsstroms in der Secundärspirale setzt sich aus zwei Theilen zusammen, — aus der elektromotorischen Kraft E_1, welche das Verschwinden des magnetischen Momentes M zur Folge hat, und aus E_2, welche vom Verschwinden des Primärstroms herrührt.

Das Verschwinden des Momentes dM einer Faser inducirt [1])

$$dE_1 = 4\pi n' \cdot dM = 2\nu\nu' i \cdot 4\pi k \cdot \frac{dQ}{\varrho},$$

mithin inducirt der ganze Ring

$$E_1 = 2\nu\nu i \cdot 4\pi k \cdot \int \frac{dQ}{\varrho}$$

wo die Integration über den Ringquerschnitt auszudehnen ist.

Was die Induction der Primärspirale anbelangt, so kann man sie gleichfalls als ringförmigen Magnet betrachten vom Moment $\mu = ni$ per Volumseinheit und findet durch dieselbe Betrachtung

$$dE_2 = 4\pi n' \cdot ni \cdot 2\pi\varrho \cdot dQ = 2\nu\nu' i \cdot \frac{dQ}{\varrho}$$

$$E_2 = 2\nu\nu' i \int \frac{dQ}{\varrho},$$

worin die Integration über den Querschnitt der Primärspirale zu erstrecken ist.

Besteht die Primärspirale aus dünnem Draht und ist sie unmittelbar auf den Ring aufgewickelt, dann sind die Integrale nahezu gleich und

$$E = 2\nu\nu' i (4\pi k + 1) \int \frac{dQ}{\varrho} \tag{3}$$

Statt des Integrals kann man angenähert auch $\frac{Q}{R}$ setzen, unter R den mittleren Radius des Rings verstanden, falls die Querschnitts-

1) Das Verschwinden eines magnetischen Moments in der geschlossenen Spirale hat denselben Effect wie das Herausziehen eines Magnets aus einer langen Spirale, wenn ihre Axen parallel waren.

Digitized by Google

dimensionen klein sind gegen R. Ebenso wird man P für die Mittelfaser angeben, da sich dies von der mittleren magnetisirenden Kraft $\frac{1}{Q}\int P \cdot dQ$ gleichfalls wenig unterscheidet.

Sitzt aber die Primärlage nicht unmittelbar auf dem Ring auf, so bedarf der Klammerausdruck in E jener Correctionen, von denen früher die Rede war, — es tritt an Stelle der 1 das Verhältnis der Querschnitte der Primärlage und des Rings oder genau: das Verhältnis der zwei Integrale.

Die elektromotorische Kraft E', welche beim Drehen des Erdinductors in der Secundärleitung entsteht, ist

$$E' = 2 H' F,$$

und wenn E einen Ausschlag e, E' den Ausschlag e' am Spiegelgalvanometer zur Folge hat, ist für kleine Ausschläge

$$\frac{E}{E'} = \frac{e}{e'} = \frac{2 \nu \nu' i}{2 H' F}(4 \pi k + 1)\frac{Q}{R} \tag{4,}$$

woraus sich k berechnen und da P bekannt ist, aus (1) auch μ finden lässt. Alle hier gegebenen Messungen sind in cgs-Einheiten. Die Werthe einiger bei den Versuchen nöthiger Grössen waren wie folgt:

$$H = 0{,}1873$$
$$H' = 0{,}1883.$$

Die Werthe von ν waren für

Ring	I	205
„	II	183
„	III	292
		169.

Um ν' zu variiren, wurden um jeden Ring mehrere Abtheilungen gewickelt, welche 8—90 Windungen enthielten, je nachdem die Stromstärke und der Ringquerschnitt beschaffen war. Die einzelnen Abtheilungen auf demselben Ring hatten gleichen Widerstand, doch würde eine kleine Ungleichheit durch den Erdinductor eliminirt worden sein.

In einem Fall wurde der Ring auf -17° mittels Eis und Calciumchlorid abgekühlt, aber die hierdurch erzielte Aenderung war so klein, dass sie die Wiederholung des Verfahrens nicht werth schien. Die für die drei Ringe erhaltenen Resultate sind folgende:

(k' gibt die temporäre Magnetisirbarkeit wie k die totale.)

Man sehe Fig. 1 S. 54, wo die ausgezogenen Linien dem totalen Magnetismus, die punktirten dem temporären entsprechen.

Digitized by Google

Tabelle I. Ring Nr. I.

Temp. = 22°				Temp. = 100°			
P	μ	k	k'	P	μ	k	k'
0,348	2,30	6,6	6,3	0,542	4,57	8,4	8,3
0,451	2,62	5,8	5,8	3,52	44,5	12,7	9,3
2,55	21,9	8,6	6,5	4,07	57,3	14,1	9,9
3,98	46,9	11,8	7,2	7,93	136	17,2	9,5
7,34	116	15,7	7,7	11,8	190	16,2	9,1
10,9	173	15,8	8,0	15,5	229	14,8	8,4
12,9	199	15,4	7,9	24,6	293	11,9	7,4
23,9	293	12,3	7,1	49,4	389	7,9	—
51,6	414	8,0	—	—	—	—	—
Temp. = 205°				**Temp. = 262°**			
0,618	6,89	11,1	10,0	0,58	7,16	12,3	11,6
2,76	44,3	16,0	11,7	2,40	46,2	19,3	13,3
4,07	77,4	19,0	11,8	3,26	71,8	22,0	13,7
7,16	142	19,8	10,9	4,81	111	23,1	12,7
10,0	181	18,1	10,3	8,82	172	19,5	11,4
15,7	234	14,9	9,2	15,1	226	15,0	9,5
23,9	283	11,9	7,9	23,6	261	11,1	7,6
29,6	306	10,3	—	32,7	286	8,8	—
44,9	344	7,7	—	43,9	290	6,6	—
Temp. = 314°				**Temp. hoch**			
0,458	7,44	16,2	14,6	18,5	247	13,4	—
1,92	53,8	28,0	16,6	27,1	283	10,4	—
2,93	83,3	28,5	15,6	17,1	231	13,5	—
4,26	108	25,3	13,7	26,8	260	9,7	—
9,95	165	16,6	10,8	21,8	229	10,5	—
15,3	187	12,2	8,6	27,4	222	8,1	—
23,7	194	8,2	6,1	18,2	167	9,2	—
29,3	196	6,7	—	28,2	139	4,9	—
				18,1	20,6	1,8	—
				18,1	7,07	0,39	—

Digitized by Google

Tab. II. Ring II.

Temp. = 21°				Temp. = 100°			
P	μ	k	k'	P	μ	k	k'
0,776	3,89	5,0	5,0	0,655	4,67	7,1	—
1,89	10,7	5,7	5,1	3,22	31,7	9,9	6,8
3,26	23,9	7,3	5,6	5,13	63,7	12,4	7,2
5,22	56,1	10,7	6,2	8,53	124	14,6	7,7
8,69	116	13,3	5,3	12,2	170	13,9	7,8
12,5	162	13,0	6,8	17,7	221	12,5	7,7
18,4	214	11,6	6,5	30,3	302	9,9	7,3
24,3	239	9,9	6,1	58,4	386	6,6	6,4
61,3	400	6,5	—	—	—	—	—

Temp. = 197°				Temp. = 269°			
0,62	5,58	9,0	8,8	0,322	3,26	10,1	9,9
2,94	38,4	13,1	9,3	1,09	12,9	11,8	10,2
4,09	67,3	16,5	9,5	2,60	44,3	17,0	10,9
8,27	137	16,6	9,4	3,59	66,9	18,6	11,5
11,4	175	15,4	8,9	4,47	88,0	19,7	11,1
17,2	222	12,9	8,0	8,38	147	17,6	10,0
30,8	289	9,4	6,6	13,0	189	14,6	9,0
31,2	293	9,4	6,4	30,5	264	8,7	6,3
55,2	347	6,3	—	43,1	285	6,6	—

Temp. = 298°			
P	μ	k	k'
0,375	4,77	12,7	11,0
1,01	14,7	13,0	12,7
2,78	60,2	21,6	12,4
3,82	83,3	21,8	12,3
4,59	97,5	21,2	11,9
8,35	144	17,3	9,8
13,8	184	13,4	8,7
28,2	231	8,2	6,0
40,6	221	5,4	—

Digitized by Google

Tab. III. Ring III.

Temp. = —17°				Temp. = 15°			
P	μ	k	k'	P	μ	k	k'
1,46	7,24	5,0	4,5	1,41	9,2	6,5	5,4
3,57	29,7	8,4	5,4	3,24	34,6	10,7	6,3
5,88	76,8	13,1	6,1	5,80	88,7	15,3	7,5
10,3	164	15,9	6,8	10,6	181	17,2	8,3
14,7	223	15,2	7,2	15,2	241	15,8	8,2
21,6	283	13,1	6,8	13,9	226	16,3	8,1
33,5	341	10,2	5,7	20,1	283	14,1	7,9
46,7	368	7,9	4,7	33,2	341	10,3	6,3
90,7	413	4,6	2,9	43,8	366	8,4	5,3
—	—	—	—	84,1	409	4,9	3,3

Temp. = 100°				Temp. = 210°			
1,27	14,3	11,3	10,0	0,728	11,0	15,1	15,1
3,19	53,6	16,8	11,0	1,49	26,9	18,0	14,8
5,60	110	19,7	12,0	2.73	57,6	21,1	15,6
8,80	181	20,5	11,0	6,41	150	23,4	15,0
14,9	259	17,3	10,3	8,04	182	22,7	13,8
20,2	297	14,7	8,9	11,4	222	19,5	12,7
31,5	346	11,0	7,1	23,8	296	12,4	8,8
45,2	383	8,5	5,5	28,0	307	11,0	7,9
86,9	404	4,6	3,3	55,6	298	5,4	4,2

Temp. = 300°			
P	μ	k	k'
0,712	15,3	21,5	21,2
1,60	44,2	27,7	19,4
2,68	82,6	30,8	19,4
5,40	144	26,7	17,3
7,81	170	21,7	13,4
10,5	189	17,9	12,5
24,6	219	8,9	6,5

Digitized by Google

Der Ring III wurde zwischen der dritten und vierten Versuchsreihe aufgewickelt und da zweifellos in der Primärlage ein Contact stattgefunden hatte, waren die letzten Werthe von k zu klein ausgefallen. In der vierten und fünften Reihe, die in den Tabellen stehen, ist k mit $1\frac{1}{6}$ multiplicirt. Deshalb sind diese Versuche von geringerem Werthe, aber der Fehler trifft nicht die später gegebene Bestimmung des grössten Werthes von μ.

Die letzte Versuchsreihe in Tab. I war bei wechselnden Temperaturen ausgeführt, welche die früheren übertrafen. Zu dem Ende wurde der Ring, ordentlich isolirt, auf eine Kupferplatte in einem Metallgefäss gelegt und Sand darauf gegossen. Das Ganze wurde dann

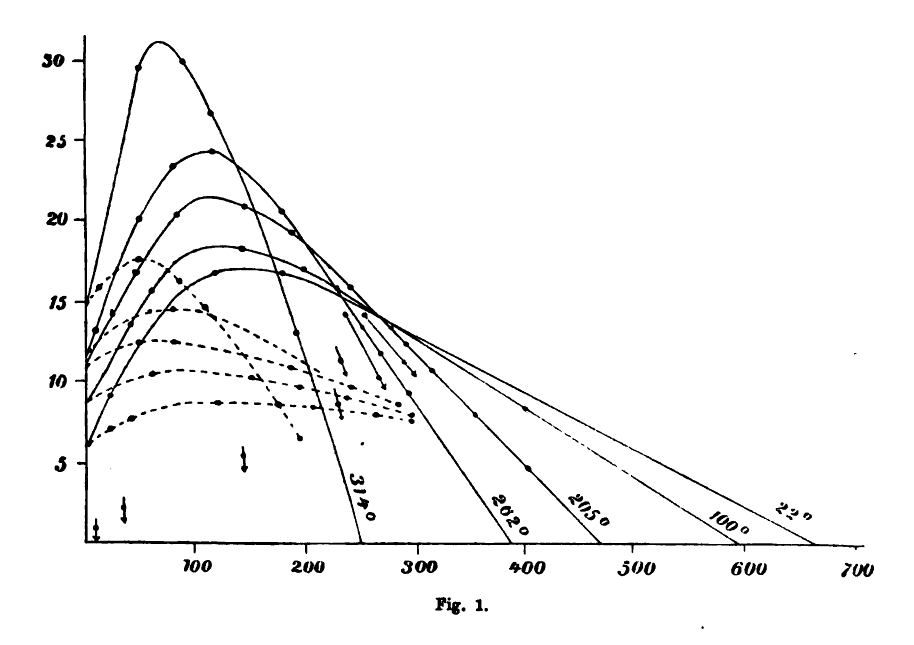


Fig. 1.

langsam erwärmt und von Zeit zu Zeit wurden sehr rasch Beobachtungen gemacht über das magnetische Verhalten des Ringes und solange fortgesetzt bis dass das Nickel nahezu unmagnetisch war. Die so gefundenen Punkte sind in der Zeichnung wiedergegeben. Zuletzt zeigte sich der Boden des Gefässes dunkelroth. Der Anblick der Curve zeigt:

I. Ein anfangs nahezu geradliniges Ansteigen, das um so rascher erfolgt, je höher die Temperatur ist;

II. eine scharfe Krümmung, die um so stärker wird, je höher die Temperatur ist;

III. ein Abfall, dessen Steilheit mit steigender Temperatur ebenfalls wächst.

Digitized by Google

Es gab eine Grenze für die Stärke, bis zu welcher der Strom sich steigern liess, infolge der Erwärmung des Rings, die bei starken Strömen eintritt. In einem oder zwei Fällen, wo ein starker Strom angewendet wurde, ergab sich für den stärkeren Strom ein kleineres μ als man schon früher für einen schwächeren Strom erhalten hatte, was nicht von der blossen Steigerung der magnetisirenden Kraft herrühren kann.

Der letzte Theil der Curven ist nahezu geradlinig und seine Verlängerung bis zum Schnitt mit der Axe gibt das für Nickel erreichbare Maximum des magnetischen Moments.

Nach den Erfahrungen zu schliessen, welche beim Eisen gemacht wurden, kann man erwarten, dass die Magnetisirungscurve bei der Annäherung an die Axe ihre geradlinige Gestalt ändert und eine Inflexion erfährt [1]).

Faraday [2]) fand auch, dass das Nickel noch bei sehr hohen Temperaturen durch seinen Elektromagnet angezogen wurde, so dass es zweifelhaft ist, ob die Curve die Abscissenaxe schneidet.

Aber wenn auch μ nie ein Maximum erreichen sollte, so ist doch die Grösse, welche man durch die geradlinige Verlängerung der Curve erhält, der höchste Werth von μ, welcher durch die gewöhnlichen magnetisirenden Kräfte erreicht werden kann. Die so gefundenen Maximalwerthe von μ sind für die drei Ringe:

I.	μ	650	570	480	380	260
	temp.	22°	100°	205°	262°	314°
II.	μ	620	570	470	370	300
	temp.	21°	100°	197°	269°	298°
III.	μ	460	460	450	400	250
	temp.	—17°	15°	100°	210°	300°

Man wird bemerken, dass die Werthe für die Ringe I und II soweit gleich sind als man es überhaupt erwarten kann und daher sind sie auf derselben Curve in Fig. 2 verzeichnet, wobei die gefundenen Werthe für den Ring I mit vollen Kreisen angegeben sind. Die Werthe für den Ring III ändern sich weniger rasch und liegen beständig unterhalb der andern.

1) Ausser der Inflexion hinter dem Maximum von k besitzt die Curve eine zweite vor demselben. Für sehr schwache Kräfte, solange noch kein permanenter Magnetismus auftritt, ist k constant, — die Curve geht also anfangs parallel zur Abscissenaxe und steigt dann rasch auf. Die horizontale Strecke ist jedoch so kurz, dass sie bei dem angewandten Maassstabe kaum die Dicke der Curven beträgt und darum scheinen die Curven unter einem spitzen Winkel von der Ordinatenaxe auszulaufen, auch wenn die Zeichnung eine sorgfältige ist. (Der Uebersetzer.)

2) Exp. Res. vol. III. S. 55.


Digitized by Google

Dieser Unterschied scheint in der Beschaffenheit des Metalls seinen Grund zu haben und bei einer Betrachtung der Curven für die Ringe sieht man, dass k beim Ring III rascher abfällt als bei den andern, obwohl es im Maximum dieselbe Höhe erreicht als beim Ring I und eine grössere als beim Ring II.

Wenn man die Curve (Fig. 2) fortsetzt, darf man sie die Axe nicht unter einem grossen Winkel treffen lassen, was ausdrücken würde, dass der Ring der magnetisirenden Kraft einen unendlich grossen Widerstand entgegensetze.

Dies geht auch aus einigen Versuchen von A. Becquerel hervor. H. Becquerel[1]) gibt an, dass sein Vater bei Versuchen, die er nicht veröffentlichte, fand, dass Nickel noch immer magnetisch ist, wenn es selbst bis zu 600° erhitzt wird, obwohl sein Magnetismus dann bloss $\frac{1}{4000}$ von dem bei gewöhnlichen Temperaturen beträgt. Faraday's Beobachtungen lehren dasselbe.

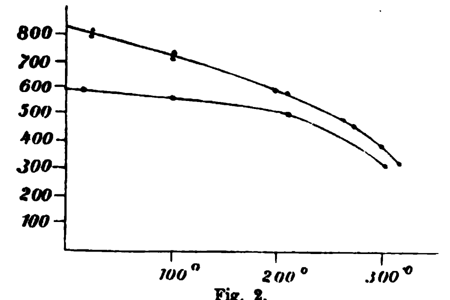


Fig. 2.

Die letzte Versuchsreihe, welche mit dem Ring I gemacht wurde, zeigt, dass die Aenderung über die in der Zeichnung angegebenen Punkte hinaus continuirlich erfolgt.

Die Tabellen geben auch die temporäre Magnetisirbarkeit, die entsprechenden Curven sind in Fig. 1 punktirt gezeichnet. Die Fähigkeit, permanenten Magnetismus aufzunehmen, findet man, wenn man k' von k subtrahirt.

Diese Resultate sind nicht ganz so regelmässig wie die andern, weil der temporäre Magnetismus von mancherlei Umständen abhängt, unter anderm von der Stärke und Richtung der vorhergehenden Magnetisirung und davon, wie oft der Strom gewendet wurde.

Wenn der Ring bereits stark magnetisirt worden ist, verursachen die ersten Umkehrungen eine grössere Aenderung im Magnetismus als die nachfolgenden und das gleiche gilt für den temporären Magnetismus.

Auch wenn der Ring längere Zeit in einer Richtung magnetisirt wird, ist der temporäre Magnetismus geringer als in der entgegengesetzten Richtung, manchmal selbst um einen Betrag von 20 %, und bietet so ein Analogon zu der sogenannten elastischen Nachwirkung.

1) Ann. de Chimie et de Physique.

Digitized by Google

Die Curven für den temporären Magnetismus zeigen, dass anfangs der ganze Magnetismus temporär ist. k' erreicht dann ungefähr zugleich mit k ein Maximum, fällt aber hernach weniger rasch und nähert sich dem k, doch ist evident, dass es dasselbe nie erreicht, da der permanente Magnetismus bei einer bestimmten Temperatur für eine grössere magnetisirende Kraft nicht geringer sein kann als für eine kleinere magnetisirende Kraft.

Man beachte auch, dass die benutzten Magnete keine freien Pole haben. Daher ist das Verschwinden des temporären Magnetismus in der inneren Structur des Körpers begründet und nicht die Folge eines entmagnetisirenden Einflusses der freien magnetischen Massen.

Digitized by Google

Ein Experiment über Doppelbrechung[1]).

Von

D. S. Stroumbo.

Es ist auf sehr einfache Weise möglich, einem zahlreichen Auditorium den Weg beider Strahlen, des ordentlichen und des ausserordentlichen in einem doppeltbrechenden Krystall zu zeigen:

1. Wenn die beiden Flächen künstliche sind und senkrecht auf die Axe.

2. Wenn die beiden Flächen künstliche sind und parallel der Axe.

3. Wenn beide Flächen natürliche Flächen des Krystalls sind und zugleich unter sich parallel.

Erster Fall. *PP* ist die Axe des Krystalls (Fig. 1); *MM*, *NN* sind die beiden künstlichen Flächen, die senkrecht auf die Axe stehen; *SO* ist ein einfallender Strahl, der mit der Normalen *PO* einen Winkel α bildet und welcher von dem Krystall in den ordentlichen Strahl *oo* und in den ausserordentlichen *oe* zerlegt wird.

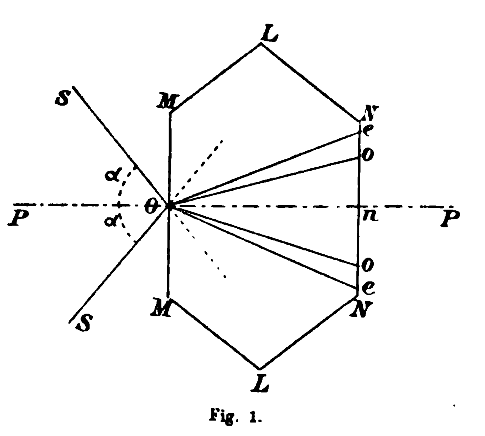


Fig. 1.

Nehmen wir an, der einfallende Strahl *SO* beschreibe ausserhalb des Krystalls einen Kegel, so beschreiben die beiden Strahlen, der ordentliche und der ausserordentliche, gleichzeitig in dem Krystall zwei Kegel, deren Basen sich auf der künstlichen entgegengesetzten Oberfläche *NN* und deren Spitzen sich in *O* befinden. Man kann dieses Phänomen mit Hilfe einer Linse auf folgende Weise objectiv darstellen.

---

1) Uebers. aus C. R. T. CI. p. 505 (1885).

Digitized by Google

Ich liess einen abgestumpften Kegel *ABCD* machen (Fig. 2), der an seiner Basis *BC* eine sehr kleine Oeffnung *O* hatte. Seine innere Fläche war von Platin und reflectirte das cylindrische Lichtbündel, welches parallel der Axe *PO* des Kegels einfiel. Dieses Lichtbündel schliesst eine cylindrische Lichtfläche *SmmS* ein, deren Basis eine Kreislinie mit dem Durchmesser *mm* ist; diese Peripherie reflectirt die Strahlen, welche auf die Oeffnung *O* der Basis *BC* fallen, und welche, indem sie durch den aussen an der Basis *BC* befestigten Krystall gehen, sich in die ordentlichen Strahlen *oo*, *oo*, ... und in die ausserordentlichen *oe*, *oe* ... (Fig. 1) theilen; das Gesammtbild bildet zwei leuchtende, concentrische Kreislinien, welche man an der künstlichen Fläche *NN* sieht. Man kann nun diese beiden Kreislinien mittels einer Linse, deren Brennweite 0,08 beträgt, auf einen Schirm projiciren. Das gemeinsame Centrum beider Kreislinien ist leuchtend, da der senkrecht auf den Krystall fallende centrale Strahl *PO* sich nicht theilt.

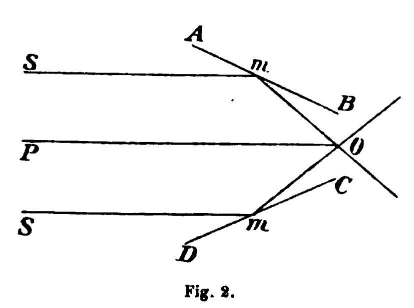


Fig. 2.

Zweiter Fall. Man entfernt den oben benutzten Feldspath und ersetzt ihn durch einen anderen, der parallel der Axe geschnitten ist und nur zwei polirte Flächen hat. In diesem Fall sieht man auf dem Schirm einen Kreis, der durch die ordentlichen Strahlen entsteht, und eine Ellipse, welche von den ausserordentlichen Strahlen herrührt; diese beiden Curven schneiden sich in 4 Punkten *r*, *r*, *r*, *r* (Fig. 3).

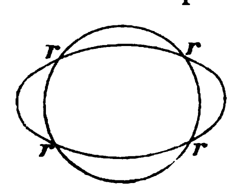


Fig. 3.

Dritter Fall. Man befestigt auf der Basis *BC* einen natürlichen Feldspath und zwar derartig, dass er den Strahlen eine seiner Flächen darbietet. Man sieht dann auf der entgegengesetzten Fläche zwei Curven und auf dem Schirm eine Kreislinie, welche von den ordentlichen Strahlen gebildet wird und eine Ellipse, welche den Kreis in zwei Punkten schneidet, *r*, *r* (Fig. 4).

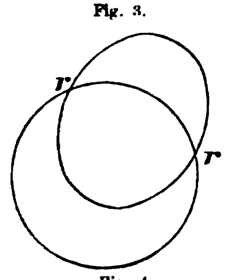


Fig. 4.

Dieser Versuch kann sowohl mit Sonnenlicht als auch mit künstlichem Licht ausgeführt werden.

Digitized by Google

Ueber eine Methode zur elektrischen Calibrirung eines Metalldrahtes[1]).

Von

Dr. **M. Ascoli.**

Bei Präcisionsmessungen darf man nie, nicht einmal annähernd, a priori voraussetzen, dass die Länge und der Widerstand eines Leitungsdrahtes in constantem Verhältnisse bleiben. Deshalb halte ich es nicht für unnütz, eine Calibrirungs-Methode auseinanderzusetzen, die ich mit gutem Erfolge praktisch angewendet habe, und die, wie ich glaube, gegenüber anderen derartigen Vorschlägen[2]) beträchtliche Vortheile bietet wegen ihrer leichten Anwendbarkeit, weil sie keines Instruments benöthigt ausser der Brücke, wovon der Draht einen Bestandtheil bildet, und weil dazu keinerlei, nicht einmal eine angenäherte, accessorische Messung erforderlich ist. Die Calibrirung geht rasch von statten, und der Draht wird immer auf dieselbe Art angewendet wie bei den Messungen, zu welchen er verwendet werden soll.

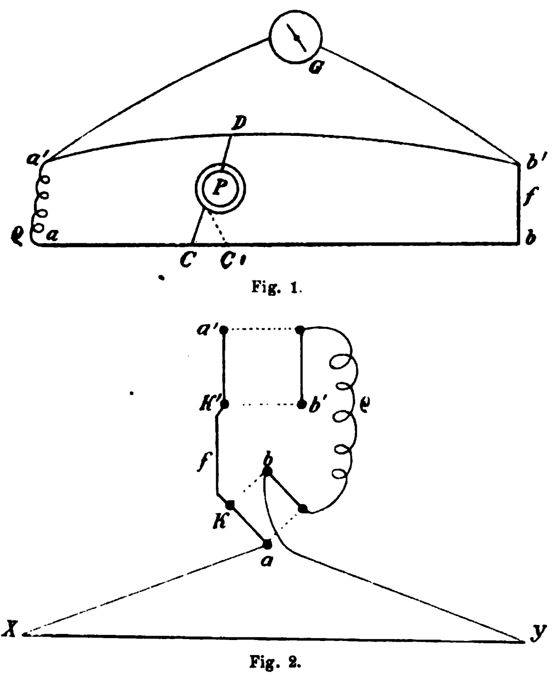


Fig. 1.

Fig. 2.

1) Uebersetzt aus Atti d. R. Accad. dei Lincei, Bd. 1 7. Heft (1885).

2) G. A. Maggi, La Natura, vol. 3, p. 423 (1879). Strouhal und Barus, Wied. Ann. X, 326 (1880). Giese, ebd. XI, 443 (1880). Vergleiche auch das Werkchen von Siemens und Halske „Reproduction der Quecksilber-Einheit" Berlin (1883).

Digitized by Google

1. Die Methode und ihre praktische Anwendung ersieht man leicht aus Fig. 1 und 2. Fig. 1 gibt schematisch die Brücke, worin ab der zu calibrirende Draht ist. Am Ende a, zwischen den Punkten a und a', ist ein Widerstand ϱ eingeschaltet, der nicht bekannt zu sein braucht, aber im Verhältnis zu ab klein sein muss. Die Punkte b und b' sind verbunden mittels eines Drahtes f, dessen Widerstand ausser Betracht bleiben kann. Für einen bestimmten Werth des Verhältnisses zwischen Da' und Db' nimmt der Zeiger, während das Galvanometer G auf Null bleibt, eine Stellung C ein. Nachdem wir diese Stellung angemerkt haben, vertauschen wir nun ϱ und f miteinander; so nimmt der Zeiger eine neue Stellung C' ein, und der Widerstand des Stückes CC' wird gleich ϱ sein, welches auch das Verhältnis zwischen Da' und Db' [1]), und welches darum auch die Lage des Punktes C sein mag, woferne nur das besagte Verhältnis bei beiden Bestimmungen denselben Werth hat. Aendert man daher dieses Verhältnis auf irgend eine Weise, so kann man längs ab so viele Stücke von gleichem Widerstande (ϱ) bestimmen, als zur Calibrirung nöthig sind. Die in Folgendem erklärte Rechnungsmethode erfordert keine besondere Sorgfalt zur Festsetzung der relativen Lage, die man den Endpunkten zweier auf einander folgenden Abschnitte von gleichem Widerstande zu geben hat.

2. Die Versuche lassen sich auf eine sehr einfache Weise ausführen, wenn man die nöthigen Vertauschungen mittels zweier Commutatoren K und K' (Fig. 2), als welche Quecksilbernäpfchen dienen, vornimmt. Der abzumessende Draht ist xy; die andern Buchstaben entsprechen denen in Figur 1. Die Commutatoren können 4 verschiedene Stellungen einnehmen; zwei davon sind in der Figur mit ausgezogenen und mit punktirten Linien angegeben. Beim Uebergange von der ersten zur zweiten Stellung werden die Widerstände ϱ und f mit einander vertauscht, d. h. ϱ, das zwischen b und b' war, wird zwischen a und a' hinversetzt. Bei den zwei andern Stellungen würde ϱ aus der Stellung $a—b'$ in die Stellung $a'—b$ übergehen, als ob, in Bezug auf den vorhergehenden Fall, das Verhältnis der Widerstände Da' und Db' umgekehrt würde (Fig. 1). Deshalb kann man für jeden Werth dieses Verhältnisses auf xy zwei Abschnitte vom Widerstande ϱ bestimmen, die in Bezug auf den Punkt von mittlerem Widerstande symmetrisch liegen. Die beiden Commutatoren kann man leicht in einen umformen, der aus 8 im Kreise stehenden Näpfchen und aus 8 starken Kupfer-

---

1) In der That; wenn r, x, y die Widerstände CC', Ca, Cb sind, und q das Verhältnis zwischen Da' und Db', so hat man in beiden Fällen:

$$\frac{x+\varrho}{y}=\frac{x+r}{y-r+\varrho}=q, \text{ das ist } \frac{x+y+\varrho}{y}=\frac{x+y+\varrho}{y-r+\varrho}; \text{ hieraus } r=\varrho.$$

Digitized by Google

drähten besteht, die vertikal am Rande einer isolirenden Scheibe befestigt, und in geeigneter Weise zu je zweien mit einander verbunden werden (nämlich 1 mit 4, 2 mit 3, 5 mit 6, 7 mit 8).

3. Die Berechnung der Versuche wurde nach folgender Methode ausgeführt, bei welcher vorausgesetzt wird, dass die Widerstandsänderungen längs des ganzen Drahtes continuirlich verlaufen [1]). Diese Voraussetzung ist immer zulässig, weil ein Draht, der schroffe Aenderungen böte, sich zu keiner Präcisionsmessung eignen würde und verworfen werden müsste.

Bezeichnen wir mit R und x den Widerstand und die Länge des Drahtes zwischen einem beliebigen Punkte und beliebigen Ursprüngen. Jedem Werthe von x entspricht ein bestimmter Werth von R. Denken wir uns die Curve construirt, deren Gleichung ist:

$$R = f(x),$$

wo $f(x)$ eine lineare Function wäre, falls der Draht homogen wäre. Die Coordinaten der beiden Punkte $M_1 M_2$ der Curve seien $R_1 x_1$, $R_2 x_2$. Die auf vorbezeichnete Weise ausgeführten Versuche geben für eine bestimmte Differenz $R_2 - R_1 (= \varrho)$ die Differenz $x_2 - x_1$, die ihr in den verschiedenen Theilen der Curve entspricht. Das Verhältnis $\frac{R_2 - R_1}{x_2 - x_1}$ gibt, wenn $R_2 - R_1$ klein genug ist, einen Annäherungswerth der Derivirten $\frac{dR}{dx}$ auf dem Bogen $M_1 M_2$, und genau den Werth, den diese Derivirte in dem Punkte hat, wo die Tangente der Sehne $M_1 M_2$ parallel ist. Anstatt dieses Punktes, den wir nicht bestimmen können, werden wir jenen nehmen, dessen Abscisse $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ist, in welchem Punkte die Derivirte von dem Werthe $\frac{R_2 - R_1}{x_2 - x_1}$ in Bezug auf die Differenzen der Abscissen um eine Grösse zweiter Ordnung differirt, — Grössen, die immer vernachlässigt werden dürfen, weil die Curve sich nur wenig von einer Geraden entfernt.

Nehmen wir als Einheit die Constante $R_2 - R_1 = \varrho$, so ist der Näherungswerth der Derivirten im Abscissenpunkte x, der durch jeden Versuch gegeben ist, gleich $\frac{1}{x_2 - x_1}$.

---

1) Was die Berechnungsmethode betrifft, sind ausser den citirten Arbeiten über elektrische Calibrirung noch folgende auf die Thermometer bezügliche zu vergleichen: Bessel, Pogg. Ann. Bd. 6, S. 287. Eger, Pogg. Ann. Bd. 11, S. 276, 335, 517. Rudberg, Pogg. Ann. Bd. 40, S. 563. Kopp, Pogg. Ann. Bd. 72, S. 1. Gay-Lussac et Pierre, Ann. de chem. et de phys. (2) X, 42. Thiesen, Carls Rep. 1879. Mareck ib. Thiesen, ib. Eine Abhandlung von Hälstrom und eine von Oettingen, die ich nicht einsehen konnte, handeln von Methoden, die von den citirten sich wenig unterscheiden

Digitized by Google

Nehmen wir die x als Abscissen, und als Ordinaten die $y = \frac{1}{x_2 - x_1}$[1], so werden wir mittels Punkten eine Curve construiren können, deren Gleichung sein wird:

$$y = \frac{dR}{dx} \quad \ldots \ldots \qquad (A)$$

Daraus leitet man ab:

$$R = \int_0^x y\,dx + \text{Const.},$$

wo die Constante Null ist, wenn man für R und x denselben Ursprung nimmt. Zeichnet man die Curve auf einen in Millimeter getheilten Papierbogen und in einem Maassstabe, welcher der Empfindlichkeit der Apparate und der Präcision der Versuche angemessen ist, und bestimmt man die von der Curve auf einer Strecke der Abscissenaxe begrenzte Fläche, so erhält man unmittelbar den Widerstand des entsprechenden Drahtstückes. Den Widerstand erhält man ausgedrückt mittels des als Einheit genommenen ϱ; aber man wird ihn in einer bequemeren Einheit ausdrücken können, wenn man z. B ϱ gleichsetzt der mittleren unter allen gefundenen Längen $x_2 - x_1$; sind letztere in Millimetern abgewerthet, so können wir die neue Einheit mit dem Ausdrucke „mittleres Millimeter" belegen. Die Flächen werden leicht mittels des millimetrirten Papieres bestimmt, auch ohne dass man ein Planimeter oder einen Integrirapparat in Anwendung bringt.

Die eben erläuterte Methode ist in der Praxis sehr einfach und könnte zweckmässig auch zur Calibrirung von Glasröhren in Anwendung kommen, die für Thermometer oder für Quecksilber-Widerstandsproben benutzt werden. Man hätte nur an die Stelle von Stücken gleichen Widerstands Strecken gleicher Capacität zu setzen.

4. Den mittleren Fehler der Calibrirung berechnet man durch die Differenzen δ zwischen den Ordinaten der gezogenen Curve und jenen der beobachteten Punkte. Die Formel

$$Ey = \sqrt{\frac{[\delta^2]}{n}},$$

wo n die Zahl der Beobachtungen ist, gibt den mittleren Fehler der Ordinate der Curve (A). (§ 3.) Jenen von R_{ab}, des Widerstands einer Strecke $x_b - x_a$, kann man berechnen wie folgt:

Sei Δx der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden der n Ordinaten, die wir mit y, y' bezeichnen wollen; die Fläche des

1) Man vereinfacht die Rechnung, wenn man zuerst mittels der durch Versuch gegebenen Grössen eine Curve zieht, deren Abscissen die x, deren Ordinaten die $x_2 - x_1$ sind, und sodann aus dieser Curve die Ordinaten der Curve (A) ableitet.

Digitized by Google

zwischen ihnen befindlichen Trapezes ist $\Delta x \frac{y+y'}{2}$, und ihr mittlerer Fehler ist $\Delta x \frac{Ey}{\sqrt{2}}$. Ist in dem Abschnitte $x_b - x_a$ eine Zahl m von Abschnitten Δx enthalten, so erhalten wir: $x_b - x_a = m \Delta x$. Der mittlere Fehler der m Flächen, die übereinstimmend gleich $\Delta x \frac{y+y'}{2}$ sind, ist:

$$\varepsilon = \sqrt{m \Delta x} \frac{Ey^2}{\sqrt{2}}.$$

Nun ist aber:

$$m = \frac{x_b - x_a}{\Delta x};$$

folglich ist:

$$\varepsilon = \sqrt{(x_b - x_a) \Delta x} \frac{Ey}{\sqrt{2}} \ldots . \quad (B$$

Vorausgesetzt, dass die Beobachtungen hinlänglich gleichförmig längs der calibrirten Strecke vertheilt worden sind, wird man als Δx den mittleren Abstand zwischen zwei benachbarten Ordinaten nehmen. Der mittlere Fehler wächst nach (B) wie die Quadratwurzel des Abschnitts, worauf er sich bezieht, und dies ist conform den Principien der Fehlerberechnung.

5. Um sich der Brücke auf die gewöhnliche Art zu bedienen, muss man auch den Totalwiderstand des Drahtes in der gleichen zuerst adoptirten Einheit ausdrücken. Für diese Bestimmung wird oft die

a H O H' O' b

Fig. 3

folgende Methode zweckdienlich sein können, die ausser den bei der Calibrirung bereits angewendeten Dispositionen keine weiteren erfordert.

Man bestimme nach der in § 1 angegebenen Weise am Drahte ein Stück HH' (Fig. 3) von gleichem Widerstande wie die Einheit ϱ', die an die Stelle der erstbetrachteten Widerstandseinheit ϱ tritt. Nachdem man für ϱ' einen zu vernachlässigenden Widerstand substituirt hat, setzt man die entsprechende Stellung O des Zeigers fest. Der Punkt O theilt das Stück HH' in zwei Abschnitte, deren Widerstände in umgekehrtem Verhältnisse zu einander stehen wie die der Abschnitte, welche durch O auf dem ganzen Drahte ab abgegrenzt werden [1]). Nach Umkehrung des Commutators K (Fig. 2) bestimmt man in ähnlicher Weise den dem umgekehrten Verhältnisse entsprechenden Punkt O'. In Folge der Calibration ist das Verhältniss $\frac{OH}{OH'}$, und mithin auch $\frac{Ob}{Oa} = q$ be-

1) Anmerkung s. nächste Seite.

Digitized by Google

kannt; aber es ist auch die Differenz $OO' = Ob - Oa = d$ bekannt; daraus leitet man den Totalwiderstand $R = Ob + Oa$ ab, der in der für d gewählten Einheit ausgedrückt wird mittels der Formel:

$$R = d\frac{q+1}{q-1}.$$

6. Als Beispiel citire ich die Resultate, die nach den erklärten Methoden an einem Drahte von Platiniridium erhalten worden sind, der einen Bestandtheil bildete von einer von Siemens und Halske construirten, der von Wiedemann im 1. Bande seines Werkes „die Lehre von der Elektricität" [1882, Seite 454][2]) ähnlichen Brücke. Die Brücke ist mit einem Quecksilber-Commutator versehen, der so gestellt ist wie der in Fig. 2 mit K bezeichnete. Zwei andere, ebenfalls mit der Brücke verbundene Näpfchen können als Commutator K' dienen. Die beiden andern Seiten der Brücke wurden bei unsern Versuchen von einem zweiten, mit dem Zeiger (D) versehenen Platindrahte gebildet; die Construction dieses Zeigers verlangt keine Sorgfalt, wie man aus dem Gebrauche ersieht, wozu er bestimmt ist; man kann ihn z. B. aus einem Stück Paraffin bilden, welches vom Drahte durchsetzt wird, und welches in einer Höhlung Quecksilber enthält zur Herstellung des Contactes. Eine Daniell'sche Kette von 20 bis 30 Siemens'schen Einheiten äusseren Widerstands ergab an einem aperiodischen Siemens-schen Reflexionsgalvanometer eine Ablenkung um 3 oder 4^{mm} der Scala, für eine Verrückung des Zeigers um 0,1^{mm}, ungefähr 0,001 Siemens'schen Einheiten entsprechend. Ein Zehntel Millimeter der Scala entsprach ca. 2 Bogensecunden. Der Widerstand ϱ wurde auch von einem kurzen Platindrahte gebildet, dessen Enden in kleine Paraffinröhrchen eingesteckt und in zwei Quecksilbernäpfchen eingetaucht waren. Es wurde festgestellt, dass auf diese Weise der eingeführte Widerstand vollkommen bestimmt bleibt. Der Widerstand ϱ muss um so kleiner sein, je kleiner die Gleichmässigkeit des zu untersuchenden Drahtes ist; würde ϱ sehr klein werden, so müsste man statt eines Drahtes zwei ein wenig verschiedene Drähte nehmen, indem man den einen an die Stelle von ϱ, den andern an die von f setzte; alsdann wird, wie

1) Sind nämlich x, y, x', y' die Widerstände der Stücke Oa, Ob, OH, OH', so haben wir:

$$\frac{x - x' + \varrho'}{x' + y} = \frac{x}{y}; \quad \text{nun ist aber: } \varrho' = x' + y';$$

$$\text{darum ist: } \frac{x + y'}{x' + y} = \frac{x}{y}, \quad \text{woraus folgt: } \frac{x'}{y'} = \frac{y}{x}.$$

2) Siehe das citirte Werkchen von Siemens und Halske.

Digitized by Google

leicht zu ersehen ist, der Widerstand CC' gleich der Differenz zwischen den beiden eingeführten Widerständen.

Der Zeiger D wurde in der Weise verrückt, dass er jeweils eine Strecke CC' von ca. 2 cm durchlief; bei einer zweiten Reihe von Versuchen wurden dem Zeiger C Stellungen gegeben, die inmitten der bei der ersten Reihe gewählten lagen; auf solche Weise wurde der Draht genau von Centimeter zu Centimeter geprüft.

Die Figur 4 gibt die Curve $y = \frac{dR}{dx} - 0{,}95$, die im Maassstabe 1 : 8 aufgetragen ist. Die Abscissen sind die Werthe von $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, die Ordinaten sind die Werthe des Verhältnisses $\frac{145}{x_1 - x_2}$, das um die Constante 0,95 vermindert ist; 145 ist in Millimetern der mittlere Werth der verschiedenen gefundenen Längen $x_2 - x_1$. Einer Einheit

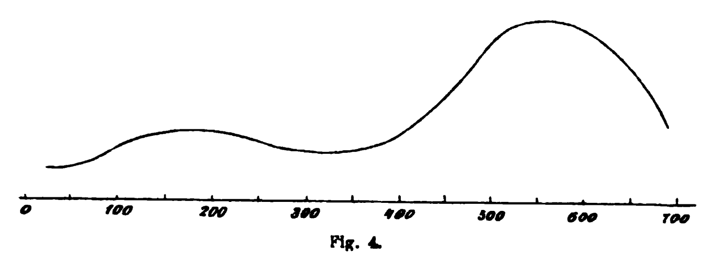


Fig. 4.

der dritten Decimalstelle entsprechen 2 mm in der Ordinate; ihre Werthe variiren zwischen 0,0160 und ·0,0975. Die Punkte (in der Zahl von 64 auf 67 cm) entfernen sich sehr wenig von der gezogenen Curve.

Um die Function $R(x)$ abzuleiten, berechnet man die Flächen der Curve (A); diese findet man, wenn man zu den Flächen der Fig. 4 die Grösse $0{,}95x$ addirt.

Um die Abweichungen von der Geraden sichtbar zu machen, construire man statt eine Curve $y = R(x)$ die Curve der Figur 5, deren

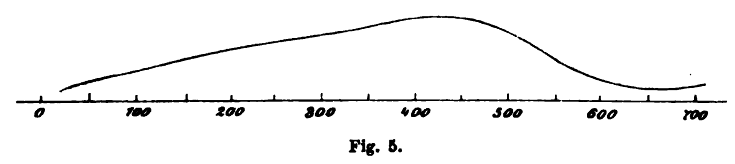


Fig. 5.

Gleichung $R = x - y$ ist. Die Ordinaten geben die Correctionen der Calibration; in ihnen bedeutet 1 mm einen Widerstand von 0,1 mm.

Der mittlere Fehler εy ergibt sich zu $\pm 0{,}0020$; behalten wir $\Delta x = 10$ mm, und $x_b - x_a = 600$ mm bei, so haben wir $\varepsilon = \pm 0{,}15$ (mittlerer Fehler $= \pm 0{,}10$). Für Intervalle, die kleiner sind als 600 mm, würden wir kleinere Fehler erhalten.

Digitized by Google

Die Curve der Figur 5 wurde öfters zu praktischen Fällen verwendet, und die Resultate bewiesen die Präcision der Methode. Ein Beispiel ist folgendes. Einem bestimmten Widerstande fand man drei verschiedene Drahtlängen entsprechend, nämlich:

$$334{,}5^{mm},\ 333{,}9^{mm},\ 323{,}7^{mm};$$

durch Verbesserung mittels der Curve findet man:

$$327{,}6^{mm},\ 327{,}7^{mm},\ 327{,}8^{mm};$$

die Ungenauigkeit entspricht dem vorhin bestimmten mittleren Fehler.

Den Werth des mittleren Millimeters bestimmt man durch Vergleich mit einer Siemens'schen Neusilbereinheit, indem man mittels der angegebenen Versetzungsmethode ein Drahtstück sucht, dessen Widerstand der Probe gleich ist oder gleich der Differenz zwischen der Probe und einem bereits in mittleren Millimetern ausgedrückten Widerstande. Man fand so: 1 S.E. $= 1001{,}32^{mm}$. Der erstbetrachtete Widerstand würde 0,32737 S.E. betragen.

Digitized by Google

Protokoll der Generalversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien

am 27. October 1885.

Vorsitzender: Herr Prof. Dr. Karl Exner.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Hiernach wird nach längerer Debatte beschlossen, dem jeweiligen Secretär der Gesellschaft eine jährliche Remuneration von 100 fl. zu geben.

Bei der Wahl des Bureaus für 1884/85 erscheint gewählt

als Vorstand: Prof. Dr. Zd. Skraup,
„ „ Stellvertreter Hofr. Prof. Dr. Th. v. Oppolzer,
als Secretär: Dr. L. Haitinger,
„ Cassier: Dr. A. v. Waldheim.

Hierauf hielt Herr Dr. Pernter einen Vortrag über die Mittel zur Bestimmung der Sonnentemperatur.

Der zweite am Programm stehende Vortrag des Prof. Finger wird über Antrag des Vortragenden auf die nächste Sitzung verschoben.

Der Secretär.


Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien

am 10. November 1885.

Vorsitzender: Prof. H. Skraup.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Hierauf wurden Vorträge gehalten von Prof Dr. Finger: „Ueber die Bestimmung des Massenmittelpunktes nach einer dem Theoreme Guldin's analogen Regel" und von Prof. A. Lieben: „Untersuchungen über Chelidonsäure".

Als neue Mitglieder wurden aufgenommen die Herren:

Dr. Scherke, Dr. Vortmann und Otth. Aliè.

Der Secretär.

Digitized by Google

Eingesendete Bücher.

E. Mascart, Handbuch der statischen Elektricität, deutsch von Wallentin. I. Bd., 2. Theil, Wien 1885, Verlag von A. Pichler's Wittwe. Es liegt nun der Schluss des ersten Bandes dieses trefflichen Werkes vor, dessen Inhalt folgender ist. VIII. Theorie der Dielektricität. Anwendung der allgemeinen Theorien der dielektrischen Wirkung auf einige specielle Fälle. IX. Instrumente zur Beobachtung und Messung. Elektrisches Pendel. Wageelektrometer. Drehungsapparate. Entladungselektrometer. Elektrische Thermometer. Galvanometer. X. Versuche, welche sich auf die Influenz und Condensation beziehen. Elektrische Capacitäten. Luftcondensatoren. Rolle des isolirenden Mediums in den Condensatoren. Specifisches Inductionsvermögen. Methoden zur Bestimmung desselben. — Es wäre sehr zu wünschen, dass auch der zweite Band dieses Werkes baldmöglichst nachfolge.

E. Mascart und **J. Joubert, Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus.** Deutsch von Levy, Berlin 1886. Verlag von J. Springer. I. Bd. 592 S. mit 127 Abb. 14 Mk. Der vorliegende I. Band dieses ausgezeichneten Werkes behandelt den ganzen Stoff von seiner theoretischen Seite, während der II. Band mehr experimenteller Natur sein wird und auch die Messmethoden umfassen wird. Der Inhalt des I. Bandes ist folgender: I. Statische Elektricität. 1. Einleitung. 2. Das Potential. 3) Allgemeine Sätze. 4. Elektrisches Gleichgewicht. 5. Arbeit der elektrischen Kräfte. 6. Dielectrica. 7. Specielle Fälle des Gleichgewichtes. 8. Elektricitätsquellen. II. Elektrische Ströme. 1. Fortpflanzung der Elektricität im stationären Zustande. 2. Veränderlicher Zustand. 3. Energie der Ströme. 4. Thermoelektrische Ströme. III. Magnetismus. 1. Einleitung. 2. Constitution der Magnete. 3. Specielle Fälle. 4. Magnetische Induction. 5. Die Magnete. 6. Magnetischer Zustand der Erde. IV. Elektromagnetismus. 1. Ströme und magnetische Blätter. 2. Elementarwirkungen. 3. Specielle Fälle. 4. Induction. 5. Specielle Fälle der Induction. 6. Eigenschaften des elektromagnetischen Feldes. 7. Inductionserscheinungen in nicht linearen Leitern. 8. Optische Erscheinungen. 9. Elektrische Einheiten. 10. Allgemeine Theorien. 11. Ergänzungen.

Lisser und **Benecke,** Zeitschrift zur Förderung des physikalischen Unterrichtes. Heft 8 1885.

Chemiker Kalender. Berlin 1885. Verlag von J. Springer, nebst Beilage. Enthält die bekannte namentlich für practische Chemiker sehr erwünschte Sammlung von Tabellen und Formeln.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 12).

Jahrgang 1885 Nr. 35 enthält:

Jahrgang 1885 Nr. 36 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 1 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (4/1)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/1)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Die Erhaltung der Energie als Grundlage der neueren Physik.

Von **Dr. G. Krebs** in Frankfurt am Main.

212 Seiten mit 65 Holzschn. Preis brosch. 3 M., geb. 4 M.

Inhalt: *Die Veränderungen in der Natur. — Kraft und Masse. — Die Umsetzung der endlichen Bewegungen. — Der Begriff der Arbeit und der Energie. — Die Schallschwingungen. — Die Umsetzung kinetischer Energie in calorische und das mechanische Aequivalent der Wärme. — Die innere Constitution und die 3 Aggregatzustände der Körper. — Fortpflanzung der Wärme und des Lichtes. Identität von Licht und Wärme. — Elektricität und Magnetismus. — Die Zerstreuung der Energie.*



(1/1)

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (3/1)

Das Mechanische Atelier

von F. MILLER in Innsbruck

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.

Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (5a/1)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

Digitized by Google

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

HARVARD COLLEGE
APR 5 1886
LIBRARY

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 2. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 1).

Jahrgang 1886 Nr. 2 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 3 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in München und Leipzig ist erschienen:

Untersuchung der Kost in einigen öffentlichen Anstalten.

Für Aerzte und Verwaltungsbeamte

in Verbindung mit

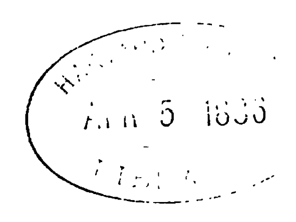
Dr. J. Forster, Dr. Fr. Renk und **Dr. Ad. Schumann**

zusammengestellt von

Professor **Dr. Karl Voit.**

1877. Gr. 8. 215 Seiten. Preis 4 Mark.





Ueber das magnetische Verhalten von Eisenpulvern verschiedener Dichten.

Von

J. Haubner.

Versuche über das magnetische Verhalten von Eisenpulvern können in zweierlei Absicht unternommen werden:

I. Man kann darauf ausgehen, eine empirische Formel zu ermitteln für die Abhängigkeit der Magnetisirungszahl des Pulvers von seiner Dichte.

II. Da ein Eisenpulver ein wenn auch rohes Abbild ist von unserer Vorstellung über die Constitution eines massiven Eisenkörpers, — so kann man erwarten durch derartige Versuche Aufschluss zu bekommen über die Natur der Magnetisirungszahl, über den Grund ihrer Veränderlichkeit u. s. f., — kurz, man kann erwarten, Bausteine zu gewinnen für eine der Erfahrung entsprechende Theorie der magnetischen Induction.

So bescheiden auch die erste Aufgabe gegenüber der zweiten zu sein scheint, ist ihre Wichtigkeit doch nicht zu unterschätzen. Wenn es sich nämlich um die Klassifizirung schwach para- oder diamagnetischer Körper handelt, wozu sich die Angabe der Magnetisirungszahl für sehr schwache magnetisirende Kräfte empfiehlt, so kann bei den Versuchen die geringste Beimengung des stark magnetischen Eisens das magnetische Verhalten der untersuchten Substanzen gewaltig verändern und ganz unzuverlässige Werthe für die Magnetisirungszahl ergeben, beispielsweise einen diamagnetischen Körper paramagnetisch erscheinen lassen. Da sich solche Beimengungen nicht immer oder in manchen Fällen wenigstens nicht leicht vermeiden lassen, so ist es wünschenswerth, sie in Rechnung ziehen zu können, und dazu braucht es eben einer Formel, welche die Magnetisirungszahl der Beimengung in ihrer Abhängigkeit von der mittleren Dichte oder auch von dem Prozentgehalt der Beimengung wiedergibt.

Was die zweite Aufgabe anbelangt, so dürfte sie für alle Experimentatoren, welche das magnetische Verhalten von Eisenpulvern untersuchten, die eigentliche Veranlassung zu ihren Versuchen gewesen sein, es dürften aber auch alle durch die erlangten Resultate etwas ent-

Digitized by Google

täuscht worden sein. — Bei näherer Ueberlegung wird man sich von solchen Versuchen von vornherein nicht viel für die Theorie der magnetischen Induction versprechen können. Wenn es möglich wäre, die Dichte eines Eisenkörpers derart zu variiren, dass die Distanzen der einzelnen Moleküle sich ändern würden, und wenn man ferner die Dichte zwischen sehr weiten Grenzen variiren könnte, dann wären allerdings wichtige Aufschlüsse über die Kräfte zu erlangen, welche bei der Magnetisirung mitspielen. Es würden sich dann sogar die einzelnen Hypothesen auf ihre Haltbarkeit prüfen lassen, und beispielsweise könnte entschieden werden, ob die Weber'sche Vorstellung richtig ist, wonach das Eisen schon im unmagnetischen Zustande aus fertigen kleinen Magneten besteht, deren Axen alle möglichen Richtungen besitzen. Die Masseneinheit des unendlich verdünnten Eisens müsste in diesem Fall für alle magnetisirenden Kräfte dasselbe Moment annehmen und dergleichen. — Durch blosse Veränderung der mittleren Dichte erreicht man in dieser Richtung gar nichts. Will man z. B. auf die Eigenschaften sehr verdünnten Eisens schliessen, so schliesst man dabei auf Eigenschaften sehr weit auseinanderliegender Eisenkörperchen, mithin auf die Eigenschaften consistenten Eisens und hat sich in einem Zirkel bewegt. Selbst wenn man die das Pulver bildenden Eisenkörperchen in dem Maass verkleinern würde, in welchem man die mittlere Dichte verringert, würde man durch einen Grenzübergang nicht auf das magnetische Verhalten der Moleküle schliessen können, sondern wieder nur auf das von sehr kleinen Eisentheilchen. Ob Eisen gleichförmig vertheilt ist oder discret als Pulver, würde nur dann gleichgültig sein, wenn es sich um lineare Abhängigkeiten handeln möchte. Solche sind aber hier nicht vorhanden.

Die Erfahrung hat zu dem Schlusse geführt, dass bei den Magnetisirungsvorgängen Molecularkräfte gewöhnlicher Art mitwirken müssen. Bei einem Eisenpulver, das aus kleinen, kugelförmigen Theilchen besteht, fehlen nun Kräfte, welche jenen Molecularkräften analog wären, — kurz die Aehnlichkeit zwischen einem Pulver und einem consistenten Körper ist nicht gar gross. — Eine viel grössere Ausbeute für die Theorie darf man von den Magnetisirungsversuchen bei verschiedenen Temperaturen hoffen, wenn auch die Distanzen der Moleküle dabei nur kleine Aenderungen erfahren.

Da nach dem Gesagten für die Theorie von Versuchen mit Pulvern nicht viel zu erwarten ist, tritt die erste Aufgabe, eine empirische Formel für die Magnetisirungszahl des Pulvers zu finden, wieder in den Vordergrund, indess sind die Versuchsergebnisse auch in Bezug auf die zweite Aufgabe nicht ganz ohne Interesse und werfen, wie

Digitized by Google

sich zeigen wird, immerhin einige Schlaglichter auf die Theorie der magnetischen Induction.

I.

Hinsichtlich der Abhängigkeit der Magnetisirungszahl von der mittleren Dichte eines Eisenpulvers sind wir in der günstigen Lage, eigentlich schon seit langem eine theoretische Formel zu besitzen. — In der Poisson'schen Theorie der magnetischen Induction hat die Magnetisirungszahl bekanntlich eine ganz bestimmte Bedeutung. Nun, — die Vorstellung, welche sich Poisson von einem Körper aus weichem Eisen macht, wonach derselbe ein System von unendlich vielen, unendlich kleinen Kugeln ist, welche im unmagnetischen Zustand die magnetischen Fluida in neutraler Mischung enthalten, — diese Vorstellung passt vollkommen auf ein Eisenpulver. Ja, es ist sogar klar, dass die Poisson'schen Formeln mit mehr Recht auf das Eisenpulver als auf einen Eisenkörper anwendbar sind. Denn Poisson zieht die Molecularkräfte, welche erfahrungsgemäss an dem Magnetisirungsvorgang Antheil haben, nicht in Rechnung, wodurch dann die Bedeutung der Magnetisirungszahl hinfällig wird. Bei einem Eisenpulver fehlen aber gerade derartige Kräfte zwischen den kleinen Kugeln und darum entsprechen die Formeln hier besser der Erfahrung. — Nach der Poisson'schen Theorie ist der Ausdruck für die Magnetisirungszahl K des Eisenpulvers

$$K = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{\varDelta}{1 - \varDelta},$$

worin $\varDelta$ den von den Kügelchen in der Volumseinheit wirklich erfüllten, $1 - \varDelta$ also den leergelassenen Raum bedeutet [1]). — Ist die Dichte des consistenten Eisens s, so ist $\varDelta s = \delta$ die Eisenmasse, welche sich in der Volumseinheit des Pulvers befindet, also die mittlere Dichte, oder wie wir schlechtweg sagen wollen, die Dichte des Eisenpulvers.

Die Formel geht über in

$$K = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{\delta}{s - \delta}.$$

Die grösste Dichte δ, welche das Eisenpulver überhaupt haben kann, also die Dichte des unvermischten Eisenpulvers hängt zwar von der Feinheit des Pulvers ab, dürfte aber bei dem im Handel vorkommenden Pulver den Werth $\delta = 4$ nicht überschreiten, während $s = 7{,}8$ angenommen werden kann. Wenn man daher den Ausdruck für K in eine Reihe entwickelt, kann man sich mit einigen Gliedern begnügen, weil die Convergenz immer eine sehr rasche ist.

1) Man sehe die ungemein einfache Darstellung von Stefan: Zur Theorie der magnetischen Kräfte. Wiener Sitzb. II. Abth. Februar-Heft S. 27 (1874).

Digitized by Google

$$K = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{\delta}{s}\left(1 + \frac{\delta}{s} + \frac{\delta^2}{s^2} + \ldots\right).$$

Begnügt man sich mit den ersten zwei Gliedern und führt den angegebenen Zahlenwerth für s ein, so wird

$$K = 0{,}031 \cdot \delta + 0{,}0039 \cdot \delta^2.$$

Ohne von dieser durch die Theorie gelieferten Formel etwas zu wissen, hatte ich im Jahre 1881 aus einigen Versuchen mit Eisenpulvern geschlossen, dass von der Dichte $\delta = 3$ abwärts mit hinlänglicher Genauigkeit

$$K = 0{,}028 \cdot \delta + 0{,}029 \cdot \delta^2$$

gesetzt werden könne[1]). Eine entfernte Uebereinstimmung zwischen der theoretischen und empirischen Formel ist nicht zu verkennen. Die Coefficienten des ersten Gliedes weichen zwar um etwas mehr als 9% ab, und der Magnetismus der Masseneinheit eines sehr verdünnten ($\delta = 0$) Eisenpulvers ergibt sich für die magnetisirende Kraft $P = 1$ nach der theoretischen Formel

$$\lim \frac{K}{\delta} = 0{,}031 \text{ für } \delta = 0$$

nach der empirischen

$$\lim \frac{K}{\delta} = 0{,}028 \text{ für } \delta = 0,$$

— das ist jedoch ein Unterschied, über den sich derjenige nicht wundern wird, welcher Versuche mit Eisenpulvern gemacht hat.

Bedenklicher ist der grosse Unterschied in den Coefficienten von δ^2. Schon der Umstand, dass in der empirischen Formel der Coefficient des zweiten Gliedes nahezu gleich ist dem Coëfficienten des ersten Gliedes, ja sogar etwas grösser, — weist darauf hin, dass die Reihe für K nicht so rasch convergirt, als dass man sich mit den beiden ersten Gliedern der Reihe bereits begnügen könnte. — Zur Bestimmung der Coefficienten von mehr als zwei Gliedern der Reihe waren aber die erwähnten Versuche nicht zureichend. — Um eine grössere Anzahl von Coefficienten bestimmen zu können, unternahm ich Ende 1881 und Anfangs 1882 weitere Versuche für Dichten, welche unter $\delta = 1$ lagen. — Da nach der magnetometrischen Methode bei kleinen magnetisirenden Kräften die Magnetisirungsspirale dem Galvanometer zu nahe gebracht hätte werden müssen, ging ich von dieser Methode ab und wählte die Torsionsmethode. Eine Spirale wurde zur Erzeugung des magnetischen Feldes benutzt, dessen Constanten aus den bekannten

1) Wiener Sitzb. Bd. 83 II. Abth. Mai-Heft (1881).

Digitized by Google

Dimensionen, der Windungszahl der Spirale und der Stromstärke bestimmt wurden. Die mit dem Pulver gefüllte Kugel befand sich in der Verlängerung der Spiralenaxe und es wurde das Drehungsmoment gemessen, welches die Kugel um einen von der Axe abstehenden Punkt erfuhr. Bei so schwachen magnetisirenden Kräften, wie sie eine Spirale auf einen äusseren Punkt ausübt, wenn sie etwa nur von einem Bunsen-Elemente durchflossen wird, muss man auch dem Erdmagnetismus Rechnung tragen. Hat die Axe der Spirale die Richtung des magnetischen Meridians, so kann es sogar vorkommen, dass bei einer Stromrichtung die Kugel mit dem Eisenpulver angezogen, bei der entgegengesetzten Stromrichtung aber abgestossen wird. Der Einfluss des Erdmagnetismus wird dagegen fast gänzlich eliminirt, wenn die Spirale senkrecht zum Meridian steht, wie es bei meinen Versuchen der Fall war. Ich bemerke noch, dass es von Vortheil ist, dem Drahte an welchem die Kugel aufgehängt ist, von vornherein beiläufig die nöthige Torsion zu geben, die man ja nach den angegebenen Formeln für K ungefähr berechnen kann, und dann die Kugel sich selbst zu überlassen, bis sie sich wenn auch seitwärts von der Spiralaxe in eine Gleichgewichtslage stellt. Das alles lässt sich leicht in Rechnung ziehen und führt zu verlässlichern Resultaten, als wenn man sich abmühen wollte, gerade die Torsion zu geben, welche die Kugel in die Spiralenaxe einstellt. Der Billigkeit halber mischte ich von nun an das Eisen mit Schwerspathpulver. — Ich fand nach dieser Methode:

$\frac{k}{\delta}$		δ
0,067	für	0,97
0,066	„	0,75
0,065	„	0,48
0,060	„	0,35
0,058	„	0,19
0,057	„	0,14
0,056	„	0,092
0,059	„	0,068
0,055	„	0,044

Man sieht auf den ersten Blick, dass diese Werthe nicht nur weniger rasch abnehmen als man es nach der theoretischen Formel, sondern auch weniger rasch als man es nach der empirischen Formel erwarten sollte.

Da diese Werthe meinen Erwartungen wenig entsprachen und überdies die vor und nach jedem Versuch nothwendige Bestimmung des Torsionscoefficienten keine angenehme Sache war und Aenderungen in der Torsion, die leicht eintreten können, die Bestimmungen unsicher

Digitized by Google

machen, griff ich wieder zur magnetometrischen Methode zurück. Um mit der Magnetisirungsspirale weiter vom Galvanometer entfernt bleiben zu können, muss man eben grössere magnetisirende Kräfte P anwenden. Wenn es auch wünschenswerth wäre die K für kleine und ziemlich gleiche P vergleichen zu können, hat doch für kleine Dichten die Verschiedenheit der P wenig auf sich, da sich K nur wenig mit P ändert. Auch kommt es beim Vergleichen der K nicht so sehr auf gleiche P als auf gleiche Momente μ der Volumseinheit an und diese fallen ziemlich gleich aus, wenn man mit P in demselben Maass steigt als man mit δ herabgeht. Kurz die magnetometrische Methode ist bei Eisenpulvern durchwegs verwendbar und jeder anderen Methode vorzuziehen.

Von den Resultaten will ich nur eines, — ein schlimmes, anführen. Als ich den letzten Versuch machte, ging mir von dem verwendeten Pulver zu der beabsichtigten Dichte etwas ab, und ich nahm das Fehlende von einem Vorrath, der um ein paar Wochen länger im Hause war. Die Folge war, dass für die grössere Dichte ein viel kleinerer Werth von K sich ergab als für eine geringere Dichte schon gefunden war. Auf das hin gab ich die Versuche auf.

Es ging aus allem hervor, dass die Pulver einen fortschreitenden Oxydationsprocess durchmachten, was sich selbst bei sehr rasch folgenden Versuchen, wo täglich mit einer anderen Dichte experimentirt wurde, bemerkbar machte. Dieser Oxydationsprocess wird ungeheuer gefördert, durch die Reibung und Erwärmung, die sich nicht vermeiden lässt, wenn man die Mischung möglichst homogen herstellen will. Wollte man diese Fehler vermeiden, so müsste man zuerst die Mischung und Füllung des Pulvers vornehmen, dann erst die Reduction und wenn dieselbe vollbracht ist, wäre das Glasgefäss, in dem sich die Füllung befindet, zuzuschmelzen. Dadurch dass man bei jedem Versuche frisch reducirtes Pulver zur Mischung nimmt, — dadurch allein wird man noch kein verlässliches Resultat erreichen können.

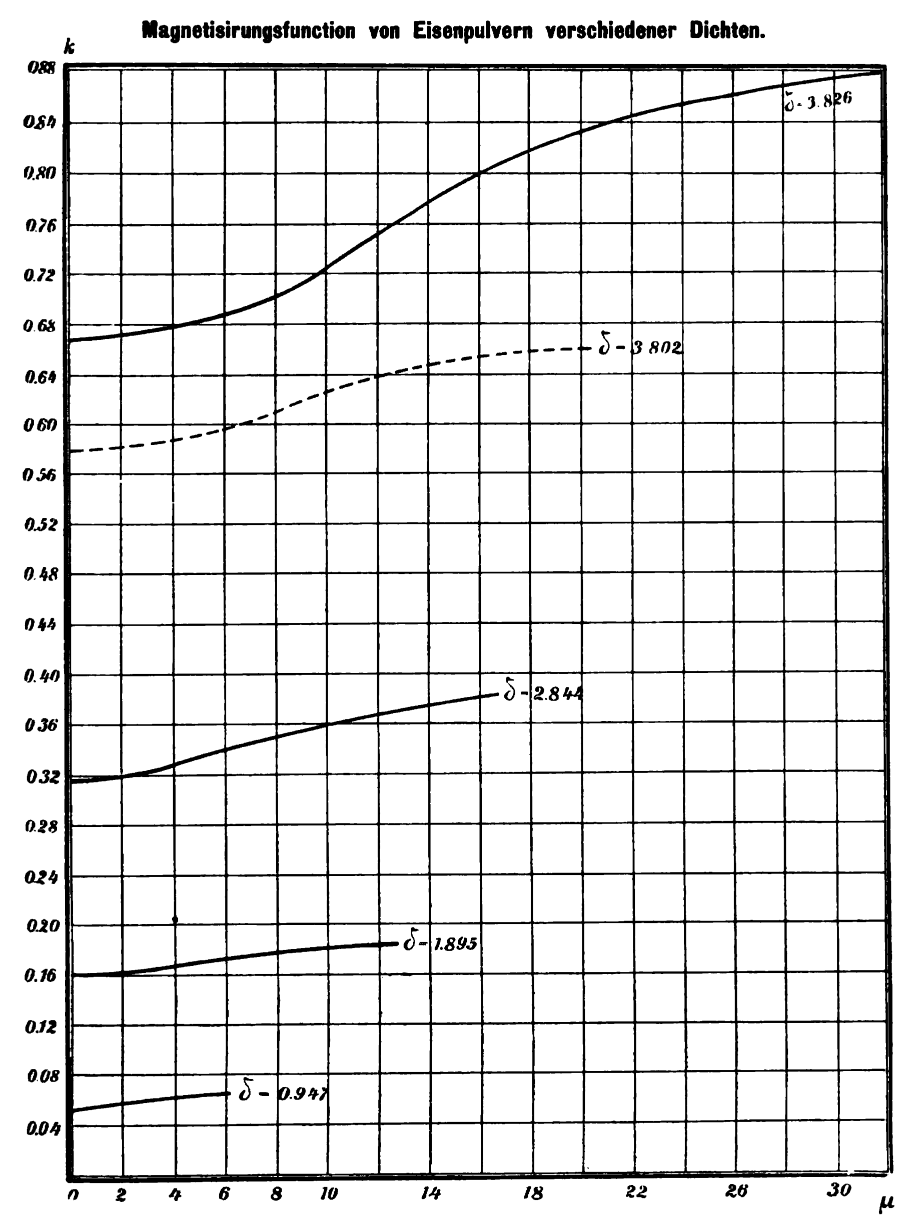
Die Frage nach einer guten, empirischen Formel für K bleibt also noch immer offen, — vielleicht ist selbst die grobe Uebereinstimmung zwischen der theoretischen und meiner empirischen Formel nur eine zufällige. Doch scheint aus meinen Versuchen soviel hervorzugehen, dass die Reihe für K nicht so rasch convergirt, als es nach der theoretischen Formel sein sollte.

Ich hätte zwar Herrn Auerbach's Versuche[1]) zu einer Coefficientenbestimmung heranziehen können, allein ich habe auch zu diesen kein rechtes Vertrauen, denn erstlich dürften seine Vorsichtsmaassregeln

1) Wied. Ann. Bd. XI Heft 3 (1880).

Digitized by Google

ebenfalls nicht ausreichend gewesen sein und zweitens führt er bei seinen Magnetisirungscurven Maxima für K an, — ein Umstand, welcher



mir aus theoretischen Gründen sowohl, als auch nach meinen eigenen Erfahrungen, wie ich später ausführen werde, ganz unfassbar ist.

Herr Auerbach hat auf Grund einer beiläufigen theoretischen Betrachtung in seine Formel für K auch gebrochene Potenzen der δ

Digitized by Google

aufgenommen. Da jedoch gerade die tieferen, theoretischen Ausführungen Poisson's zu einer Potenzreihe mit ganzen Exponenten führen, so dürfte es sich empfehlen, künftighin sich der letzteren Form zu bedienen. Auch ist es ja von rein mathematischem Standpunkt aus natürlich, eine stetige, eindeutige Function in eine Taylor'sche Reihe zu entwickeln.

Schliesslich will ich noch für die Masseneinheiten des consistenten Eisens und eines zerstreuten Eisenpulvers das Verhältnis der magnetischen Momente ableiten. Diese Frage hat erst einen Sinn, wenn angegeben wird, in welcher Form sich das consistente Eisen befindet, wogegen die Form des Pulvers gleichgültig ist. Das Eisen soll einen dünnen, langen Cylinder bilden, der von einer parallel der Axe wirkenden, magnetisirenden Kraft angegriffen wird, oder einen weiten, schmalen Ring, nach dessen Umfang die Kraft wirkt. Dann ist das Moment

$$M_e = \frac{k}{s} \cdot P,$$

wogegen für das Eisenpulver sich

$$M_p = \left(\lim \frac{K}{\delta}\right)_{\delta = o} \cdot P = \frac{3}{4\pi s} \cdot P$$

ergibt, mithin

$$\frac{M_e}{M_p} = \frac{4\pi}{3} \cdot k.$$

Das Verhältnis ist also abhängig von der Magnetisirungszahl, und da dieselbe je nach der Eisensorte und der Grösse der magnetisirenden Kraft innerhalb der experimentellen Grenzen ungefähr sich zwischen 10 und 200 bewegt, so kann auch dieses Verhältnis zwischen 40 und 800 variiren.

II.

Ich habe im vorigen Abschnitt den Ausdruck für K einfach aus der Poisson'schen Theorie der magnetischen Induction herübergenommen und werde nun denselben Ausdruck auf anderem Wege ableiten, was zu lehrreichen Betrachtungen Anlass geben wird.

Angenommen, das Eisenpulver sei bereits derart verdünnt, dass die Eisentheilchen auf einander nicht mehr einwirken, so dass das Moment, welches das ganze Pulver unter dem Einfluss der magnetisirenden Kraft annimmt, gleich ist der Summe der Momente aller Eisentheilchen, wenn jedes für sich derselben Kraft ausgesetzt wäre.

Die Eisentheilchen sollen als kleine Kugeln vom Radius α vorausgesetzt werden. Auch wenn sie eine andere Form besitzen, kann man doch in erster Näherung die Kugelform substituiren, falls nur die

Digitized by Google

Theilchen alle möglichen Orientirungen haben. Das Eisenpulver sei in eine Kugel vom Radius a eingeschlossen, k die Magnetisirungszahl des consistenten Eisens, K jenes des Pulvers.

Das Pulver hat dann per Volumseinheit das Moment

$$\mu' = \frac{1}{\frac{1}{K} + \frac{4\pi}{3}} \cdot P,$$

ein Eisentheilchen aber

$$\mu = \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{4\pi}{3}} \cdot P. \tag{1}$$

Befinden sich in der grossen Kugel N Eisentheilchen, so ist nach unserer Voraussetzung

$$\frac{4\pi}{3} a^3 \mu' = N \cdot \frac{4\pi}{3} \alpha^3 \mu,$$

was zur Berechnung von K die Gleichung

$$\frac{1}{K} + \frac{4\pi}{3} = \frac{s}{\delta} \left(\frac{1}{k} + \frac{4\pi}{3} \right) \tag{2}$$

ergibt, da

$$\frac{N\alpha^3}{a^3} = \frac{\delta}{s}$$

ist. Ganz allgemein ergibt sich für K die Formel:

$$K = \frac{\delta}{s} \cdot \frac{k}{1 + \frac{4\pi k}{3}\left(1 - \frac{\delta}{s}\right)}. \tag{3}$$

Dieser Ausdruck lässt sich auch herleiten aus einer Formel, welche Maxwell für den specifischen Widerstand eines Mittels aufstellt, in welchem kleine Kugeln von einem anderen Leitungsvermögen zerstreut sind. (Electr. and Magn. vol. I p. 365 [17]).

Bei den stark magnetischen Körpern Eisen, Nickel und Cobalt ist $\frac{1}{k}$ klein gegen $\frac{4\pi}{3}$, so dass sich für diese drei Pulvergattungen

$$K = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{\delta}{s - \delta} \tag{4}$$

also unabhängig von der Magnetisirungszahl k des gepulverten Stoffes ergibt.

Diese Formel ist identisch mit der im ersten Abschnitt gegebenen Poisson'schen, — sie ist aber nur auf die genannten drei Pulvergattungen anwendbar, was nicht sehr zu wundern ist, da ja Poisson

Digitized by Google

seine Theorie zumeist nur im Hinblick auf die genannten stark magnetischen Körper entwickelte. Bemerkenswerth an dieser Formel ist aber, dass sie nach der soeben gegebenen Ableitung die Voraussetzung in sich schliesst, dass ein Theilchen von den es umgebenden Theilchen keine inducirende Wirkung erfährt.

Die Formel 4 gibt also für sehr zerstreute Pulver K in seiner Abhängigkeit von der Dichte δ, — für ein bestimmtes δ aber ein constantes K.

Nach der Erfahrung zeigt jedoch auch die Magnetisirungszahl von Pulvern eine ähnliche Veränderlichkeit wie die des Eisens.

Nun könnte man darauf sagen, dass ja die Formel 4 nur ein angenäherter Ausdruck sei, und dass nach der exacteren Formel 3) K mit k sich ändert und wie noch deutlicher aus (2) hervorgeht, gleichzeitig mit k ein Maximum erreicht, kurz dass K einen ganz gleichen aber weniger stark ausgeprägten Verlauf hat als k.

Das ist theoretisch richtig, aber ich werde zeigen, dass sich ein Maximum und ein Abfallen von K infolge der Aenderungen von k gar nie beobachten liesse.

k erreicht nach den Versuchen sein Maximum für rund $\mu = 500$ (cgs = Einheiten). — Nun ist für ein Eisenkorn nach Formel 1 wegen des grossen Werthes von k

$$\mu = \frac{3}{4\pi} \cdot P \tag{5}$$

oder nahezu $\mu = \frac{1}{4} P$. Damit also k sein Maximum erreiche oder $\mu = 500$ wird, wäre eine magnetisirende Kraft $P = 2000$ erforderlich. Aus eigener Erfahrung weiss ich, dass man durch Vermehrung der Lagen einer Spirale und durch Vergrösserung der Stromstärke nicht leicht viel über $P = 200$ hinaufkommt. Man kann diese Zahl als praktische Grenze annehmen, — ausser es wird ein Elektromagnet als magnetisirende Kraft benutzt.

Wenn P sich von 0 bis 200 ändert, steigt μ von 0 bis 50. Die Aenderung von k richtet sich nach der Eisensorte. Ich entnehme aus meinen Versuchen mit Eisenringen[1]) $k = 16{,}5$ für $\mu = o$, $k = 33$ für $\mu = 50$. Dieser Aenderung von k entspricht eine Aenderung des Ausdruckes

$$\frac{1}{k} + \frac{4\pi}{3}$$

von 4,25 auf 4,22, also von etwa ³/₄ % und in demselben Maass müsste

1) Wiener Sitzb. Bd. 82 II. Abth. October-Heft S. 775 (1880).

Digitized by Google

sich K ändern. Solche Unterschiede liessen sich experimentell kaum constatiren, und wenn es möglich wäre, würde man innerhalb der Versuchsgrenzen bloss ein sehr geringfügiges Ansteigen von K wahrnehmen, aber kein Maximum mehr und auch kein Abfallen.

Bei meinen Versuchen erreichte ich zwar nie ein Maximum von K, beobachtete aber eine Zunahme, welche bei einem Ringversuch, wobei ein grosser Bereich von P untersucht wurde

$$\text{für } \delta = 3{,}3 \text{ bis } 40\%$$

betrug, — bei den magnetometrischen Versuchen, wo die magnetisirende Kraft nie so weit ging infolge der Kugelform des Pulvers wurden bei

$\delta = 3{,}83$ 40%
$\delta = 2{,}84$ 17
$\delta = 1{,}89$ 14
$\delta = 0{,}95$ 11

Steigerung in dem Werthe von K beobachtet. — Man sieht, dass die Aenderungen von K um so geringer ausfallen, je kleiner die Dichte ist, so dass für ein sehr zerstreutes Eisenpulver K constant oder als Magnetisirungscurve eine gerade Linie, entsprechend der Formel 4 zu erwarten ist. (Man sehe die Figur S. 77).

Da sich nun eine so grosse Veränderlichkeit von K, wie sie das Experiment ergibt, durch die Aenderungen von k nicht erklären lässt, bleibt noch immer die Frage offen nach dem Grunde dieser Veränderlichkeit.

Man könnte vielleicht denken, dass die Abweichung zwischen der theoretischen und experimentellen Veränderlichkeit von K in der Unrichtigkeit unserer Voraussetzung begründet sei, wonach ein Theilchen keine inducirende Wirkung von seinen Nachbartheilchen erleidet. Allein auch das erklärt die Sache nicht, wie nachfolgende Betrachtungen ergeben. —

Lamont verbreitet sich in seinem „Handbuch des Magnetismus“ (Karsten's Encyklopaedie der Physik, Bd. 15) von § 31 an über eine Vorstellung, welche im wesentlichen mit der älteren von Biot übereinstimmt. Danach hätte man sich den Vorgang der Magnetisirung so zu denken, dass die magnetisirende Kraft jedem Elemente des Körpers, die man auch kugelförmig annehmen kann, ein gewisses Moment ertheilt (sog. primäre Induction). Die magnetisch gewordenen Elemente treten dann in Wechselwirkung (Molecularinduction), bis sich nach einer unendlichen Reihe solcher wechselseitiger Inductionen die schliessliche Vertheilung der magnetischen Momente einstellt. Den Namen einer mathematischen Theorie verdient die Lamont'sche Ausführung nicht. Denn sie reicht nicht weiter als bis zur Vertheilung des Magnetismus

Digitized by Google

in einer linearen Reihe von Elementen, wozu diese Theorie beinahe ausschliesslich aufgestellt zu sein scheint. Sind die Elemente räumlich verbreitet, dann lässt sich die unendliche Reihe von Inductionen wohl kaum allgemein durchführen, und macht man solche Einschränkungen, dass eine Durchführung möglich ist, dann büsst diese Vorstellung ihre gerühmten Vorzüge ein und fliesst ganz mit der Poisson'schen Theorie zusammen. — Eine mathematische Theorie wird sich nicht auf die Durchführung einer solchen unendlichen Reihe von Zuständen einlassen können, sondern wie die Poisson'sche und Weber'sche Theorie ein Gleichgewicht zwischen Kräften betrachten müssen oder vielleicht gar Bewegungsgleichungen aufzustellen haben, um alle Phänomene, auch das des remanenten Magnetismus, zu erklären.

Diese sog. Lamont'sche Theorie ist eigentlich mehr eine Methode und zwar eine vorzügliche Methode zur Lösung von Magnetisirungsaufgaben. Es ist klar, dass man mit Hilfe dieser Vorstellung für ein System von Körpern, die aufeinander inducirend wirken, das Problem der magnetischen Induction principiell lösen kann, sobald man für jeden Körper einzeln das Problem allgemein gelöst hat. Beispielsweise muss es möglich sein, das Problem für zwei Kugeln, eine Kugel und eine unbegrenzte Platte, sogar für zwei Ellipsoide nach dieser Methode zu lösen.

Es fragt sich nun, ob etwa diese Vorstellung die Aenderungen von K erklären könne? Sie ist auf ein Eisenpulver sehr gut anwendbar und wir sind dabei sogar in der angenehmen Lage, den Zusammenhang zwischen magnetisirender Kraft und dem Moment zu kennen, welches erstere in einem Element inducirt, während in der allgemeinen Theorie erst eine willkürliche Annahme gemacht werden müsste über das Moment, welches in einem Molekül durch die magnetisirende Kraft inducirt wird. Unsere Elemente sind Kugeln vom Radius α und es ist für eine solche

$$\mu = \frac{3}{4\pi} \cdot P$$

also das Gesammtmoment

$$m = \alpha^3 \cdot P.$$

Dieser Ausdruck gilt, mag die Kugel aus Eisen, Nickel oder Cobalt sein und liefert ein der magnetisirenden Kraft einfach proportionales Moment.

Wiewohl man leicht ganz allgemein den ungefähren Effect der wechselseitigen Inductionen absehen kann, will ich zur grösseren Deutlichkeit das denkbar einfachste System von Elementen voraussetzen, nämlich ein System von zwei Elementen, deren Verbindungslinie die

Digitized by Google

Richtung der magnetisirenden Kraft hat. Der Abstand ϱ der Mittelpunkte beider Kugeln werden gegen α so gross vorausgesetzt, dass man die magnetisirende Kraft, mit der eine Kugel auf die andere wirkt, innerhalb einer Kugel als constant annehmen kann. Die magnetisirende Kraft P erzeugt in jeder Kugel das Moment m, infolgedessen wirkt eine Kugel auf die andere inducirend mit der Kraft

$$\frac{m}{\varrho^3}$$

und damit wollen wir zugleich die unendliche Reihe der Inductionen abbrechen. Per Volumseinheit ergibt sich also für ein Element das Moment

$$\mu' = \frac{3}{4\pi}\left(P + \frac{m}{\varrho^3}\right) = \frac{3}{4\pi}\left(1 + \frac{\alpha^3}{\varrho^3}\right) \cdot P.$$

Während für das einzelne Element die Magnetisirungszahl — ich gebrauche hier den Ausdruck nicht in ganz strengem Sinne — $\frac{3}{4\pi}$ war, ist sie infolge der Induction des Nachbarelements im Verhältnis von

$$\left(1 + \frac{\alpha^3}{\varrho^3}\right) : 1$$

gestiegen, aber die Proportionalität zwischen P und μ dauert fort. Dasselbe Gesetz, welches beide für das Element verbindet, besteht auch beim System, nur sind die Constanten andere. Die Magnetisirungszahl ist beim System unabhängig von der Kraft, wenn sie es für die Elemente war. Oder: Ist die Magnetisirungszahl für ein Element constant, so ist sie es auch für ein System von Elementen, d. h. die Berücksichtigung der wechselseitigen Inductionen zwischen den Elementen erklärt die Veränderlichkeit von K für das Pulver nicht.

Nun ist aber zu beachten, dass die Magnetisirungszahl des Systems, im speciellen Fall

$$\frac{3}{4\pi}\left(1 + \frac{\alpha^3}{\varrho^3}\right),$$

keine absolut unveränderliche Grösse ist, sondern von der Configuration (α, ϱ) des Systems abhängt. Aendert sich die Configuration, so ändert sich auch die Magnetisirungszahl.

Wir gelangen demnach zu einem Erklärungsgrund für die Veränderlichkeit von K, wenn wir annehmen, dass die Magnetisirung eine Abänderung in der Anordnung der Elemente des Systems (oder des Pulvers) zur Folge hat.

Dass thatsächlich unter der Einwirkung einer magnetisirenden Kraft Lagenänderungen der Elemente vorkommen, zeigt sich bei einer

Digitized by Google

altbekannten Erscheinung. Streut man Eisenfeilicht auf ein Blatt Papier und nähert demselben einen Magnet, so bilden sich sog. magnetische Curven, — die Eisentheilchen bilden gesonderte Ketten, sie schliessen sich in der Richtung der Kraft eng aneinander und zeigen das Bestreben, senkrecht zur Kraftrichtung ihre Distanzen zu vergrössern.

Dafür dass unter dem Einfluss einer magnetisirenden Kraft ein Medium seine isotrope Structur verliert, spricht auch die Thatsache, dass die Polarisationsebene des Lichtes beim Durchgang durch ein magnetisches Feld eine Drehung erfährt.

Es fragt sich nur, ob bei einem System, dessen Elemente kugelförmig vorausgesetzt werden, die beobachteten Aenderungen von K durch blosse Lagenänderungen zu erklären sind. Ich bin geneigt, diese Frage eher mit Nein als mit Ja zu beantworten.

Denken wir uns die Eisenkügelchen möglichst dicht in einem Raume angeordnet, dann ist die Veränderlichkeit von K nur schwer zu erklären, denn beträchtliche Lagenänderungen, die K um 40% steigern, können wegen des beschränkten Raums nicht gut vorkommen.

Aber leicht erklärlich wird alles, wenn man die Elemente nicht genau kugelförmig annimmt, und an Stelle einer Annäherung und Entfernung derselben, wobei die mittlere Dichte des Systems constant bleiben kann, eine Drehung setzt.

Die Veranlassung zu einer Drehung der Elemente kann der remanente Magnetismus werden.

Dass Drehungen von nicht kugelförmigen Elementen beträchtliche Aenderungen von K erklären können, dafür möge folgende Betrachtung sprechen.

Denken wir uns senkrecht zu einer Ebene längs einer Geraden sehr dünne, rechteckige Eisenplättchen angeordnet, in solcher Entfernung voneinander, dass die Plättchen, wenn sie in die Ebene umgelegt werden, ein ununterbrochenes Band bilden. Die magnetisirende Kraft sei bei der ursprünglichen Lage transversal zu den Plättchen, nach der Umlegung also nach der Längsrichtung des Bandes gerichtet. Ein Plättchen hat in der ersten Lage per Volumseinheit ein Moment

$$\mu = \frac{1}{\frac{1}{k} + 4\pi} \cdot P$$

oder angenähert

$$\mu = \frac{1}{12} P,$$

in der zweiten Lage

$$\mu' = k \cdot P,$$

Digitized by Google

und da k den Werth 200 erreichen kann, kann das Moment bei der zweiten Lage 2000mal grösser ausfallen als bei der ersten.

Ist es richtig, dass ein starres System von Elementen ein constantes K besitzt und dass eine Veränderlichkeit von K in Lagenänderungen der Elemente ihren Grund hat, — dann ist auch zu schliessen, dass bei wachsender magnetisirender Kraft die Elemente einer gewissen Schlussanordnung zustreben werden, bei welcher sie ein möglichst grosses Moment annehmen können, und dass daher die Magnetisirungszahl einem gewissen, constanten, grössten Werth zustreben wird. Ein Abfall von K würde nach dieser Erklärung nicht verständlich sein, ausser dann, wenn bereits k sich der Null nähert, was aber in dem experimentell zugänglichem Gebiet nicht eintritt.

Die Resultate meiner experimentellen Erfahrungen und der vorgeführten Erwägungen lassen sich also in folgende Regeln und Sätze zusammenfassen:

1. Solange nicht eine verlässliche empirische Formel vorliegt, benutze man bei sehr geringen Dichten die theoretische Formel 4. Pulver von beträchtlicher Dichte haben eine grössere Magnetisirungszahl als die Formel 4 ergibt.

2. Die Magnetisirungszahl K eines Eisenpulvers zeigt im allgemeinen einen ähnlichen Verlauf wie jene des consistenten Eisens, doch lässt sich nur ein anfangs langsames, dann rascheres, endlich verzögertes Ansteigen der Magnetisirungscurve, dagegen nicht mehr ihr Abfallen beobachten.

3. Die Veränderlichkeit von K für eine bestimmte Dichte und steigende magnetisirende Kraft ist in Lagenänderungen der Elemente zu suchen, aus denen das Pulver besteht.

4. Betrachtet man einen Körper als ein starres System von Elementen, so ist eine Veränderlichkeit der Magnetisirungszahl nicht zu erklären, — es müsste denn angenommen werden, dass schon für ein einzelnes Element das inducirte Moment nicht proportional der magnetisirenden Kraft ist.

Digitized by Google

Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen[1]).

Von

E. Mach und **J. Wentzel.**

1.

Im Laufe der letzten Jahre wurden im hiesigen Institute bei verschiedenen Gelegenheiten Beobachtungen über Vorkommnisse bei Explosionen gemacht, welche uns zum Theil interessant genug schienen, um einige besondere Versuche zum Studium dieser Erscheinungen anzustellen.

Es ist bekannt, dass manche Explosivkörper, wie Dynamit, sich durch auffallende Eigenthümlichkeiten auszeichnen. Eine explodirende Dynamitpatrone bringt z. B. eine andere, in einiger Entfernung durch Influenz[2]) zur Explosion, ein Verhalten, welches Abel zu seiner wunderlichen Theorie der „synchronen Schwingung" geführt hat, die Berthelot, wie uns scheint, glücklich bekämpft[3]). Auch die hübschen Versuche von Champion und Pellet, welche Jodstickstoff auf einer Violoncellsaite durch Mittönen[4]), und Nitroglycerin in dem Brennpunkte eines Hohlspiegels durch explodirendes Nitroglycerin in dem conjugirten Brennpunkte eines zweiten dem ersteren zugewendeten conaxialen Hohlspiegels zur Detonation gebracht haben[5]), können die Abel'sche Theorie

1) Von den Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. T. XCII (1885).

2) Wir haben derartige Influenzversuche mit kleinen Knallsilberpatronen ausgeführt, welche an beiden Enden einer verkorkten Messingröhre angebracht waren. Die eine Patrone bringt die andere zur Explosion. Je grösser die erste Patrone, desto länger kann die Röhre sein.

3) Berthelot, Sur la force des matières explosives. Paris T. I p. 123 (1883).

4) Dieser Versuch, welcher nur zeigt, was bei der leichten Explosivität des Jodstickstoffes von vornherein zu erwarten ist, beweist gar nichts für die synchrone Schwingung. Die Schwingungsperioden, von welchen bei der Explosion die Rede sein könnte, sind jedenfalls von ganz anderer Dauer als jene einer Violoncellsaite.

5) Auch dieser Versuch, den ich mit Knallsilber als Erreger in dem einen Brennpunkte und mit Jodstickstoff als erregtem Körper in dem conjugirten Brennpunkte vor vielen Jahren schon als akustischen Collegienversuch angestellt habe, genügt seinem Zwecke ebenfalls nicht. Man kann in dem einen Brennpunkte die von dem andern Brennpunkte ausgehende heftige Stosswelle mit der Hand fühlen und kann optisch (nach der Schlierenmethode) nachweisen, dass diese Welle aus einem Stoss (ohne Periodicität) besteht.

Digitized by Google

nicht stützen. Sie bringen nur die schon bekannte Erregbarkeit der fraglichen Substanzen durch Stoss[1]) in anderer Weise zur Anschauung.

Das Ausfressen und die Näpfchen, die an den Bruchstücken von Metallplatten sich zeigen, auf welchen Dynamit explodirt ist, führt Daubrée auf die Wirkung der sehr dichten und heissen Explosionsgase zurück, und erklärt auf Grund seiner mit Sarrau angestellten Versuche das Vorkommen ganz ähnlicher Gebilde an der Oberfläche von Meteoriten, welche die Luft mit einer Geschwindigkeit von 20—30^{km} in der Secunde durchschnitten haben[2]).

In dem auffallendsten Widerspruche zu unserem mechanischen Instinkt steht aber die Thatsache, dass eine frei auf einer Metallplatte liegende Dynamitpatrone durch dieselbe nach unten ein Loch schlägt, oder den unter ihr befindlichen Theil in kleine polyëdrische Stücken zersplittert, während dem Entweichen der Explosionsgase nach oben doch scheinbar kein Hinderniss im Wege steht.

Wir wollen diese letztere Erscheinung näher betrachten, und auf ihre Ursache zuruckzuführen suchen, wodurch auch die Erklärung der übrigen erwähnten Thatsachen sich von selbst ergeben wird.

2.

Wir haben fast alle unsere Versuche mit weissem Knallsilber ausgeführt. Eine Quantität von etwa 5^{mg} Knallsilber, auf eine horizontal frei in einen Träger geklemmte Visitkarte zwischen Zuleitungsspitzen aus Stanniol gelegt (Fig. 1) und durch eine kleine Leydnerflasche entzündet, schlägt durch die Karte ein Loch, welches etwa der Basis des Knallsilberhäufchens entspricht.

Fig. 1.

Ebenso kann man durch eine Glasscheibe, durch dünnes Blech u. s. w. ein Loch schlagen. Eine Wachsplatte wird eingebogen oder durchgeschlagen, oder auf der unteren Seite abgesprengt. Eine dickere Holzplatte zeigt unter der Explosionsstelle einen merklichen Eindruck.

Auf den Tisch legen wir Papier und auf dieses 5^{mg} Knallsilber. Das Papier zeigt unter der Explosionsstelle eine nach oben convexe Blase. Stanniol an die Stelle des Papieres gesetzt, reisst nach oben

---

1) Die Explosion des Körpers durch Stoss ist an sich das Merkwürdigste an der Sache, wenn man bedenkt, dass die Arbeit des Stosses die Temperatur der ganzen Masse nur unmerklich erhöhen kann. Man muss also daran denken, dass wie beim Gebrauch von Stahl und Stein, die ganze Arbeit sich zunächst nur auf einen sehr kleinen Theil der Masse überträgt. Schwingungen spielen hierbei gewiss keine Rolle. Nur wenn ein Körper seinem Explosionspunkte sehr nahe ist, kann er auch durch Töne zur Explosion gebracht werden. — Vor Jahren habe ich gelegentlich einen Siedeverzug durch Erregung eines in die Flüssigkeit eintauchenden Glasstabes zum Tönen aufgehoben. M.

2) Daubrée, Experimentalgeologie. Deutsche Ausgabe. Braunschweig 1880.

Digitized by Google

auf. Die Blase, die in diesen Fällen entsteht, kann als eine Wirkung des Rückstosses angesehen werden, welcher dem heftigen und plötzlichen Andrücken des Papier- und Stanniolblattes an den Tisch folgt[1]).

Man könnte nun zunächst daran denken, dass die Luft das Entweichen der plötzlich entwickelten Explosionsgase hindere, und dadurch bei dem Vorgange eine Rolle spiele. Allein unter der Glocke der Luftpumpe (bei etwa 2^{mm} Quecksilberdruck) explodirendes Knallsilber schlägt ein Kartenblatt ebenso durch, wie bei der Explosion in freier Luft. Der sonst sehr kräftige Knall reducirt sich hierbei auf ein leises Anschlagen der Explosionsgase an die Luftpumpenglocke[2]).

Der Widerstand der Luft hat also mit dieser Erscheinung nichts zu schaffen. Dieselbe tritt aber bei ganz heterogenen heftigen Explosionen auf, und ist nicht an das Knallsilber, oder Dynamit, oder irgend einen andern Stoff gebunden. Bringt man auf einer Glasplatte Zuleitungsstreifen aus Stanniol an, wie in Fig. 1, füllt den Zwischenraum noch durch einen Strich mit Metallpulver aus, und taucht die Glasplatte unter Terpentinöl, so genügt, wenn die Tafel hohl liegt, eine Leydnerflaschenentladung durch die Unterbrechungsstelle, um daselbst ein Loch zu schlagen oder die ganze Platte zu zertrümmern. Ein Elaschenfunken, der in der Nähe der Glaswand eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes in der Flüssigkeit überspringt, schlägt oft ein Loch in die Wand. Die Arbeit des Funkens in unsern Versuchen war gar nicht bedeutend; sie betrug im Ganzen etwa $0{,}2^{kgm}$, wobei natürlich ein guter Theil auf den Funken in der Luft zu rechnen ist. — Setzt man auf einen gewöhnlichen versilberten und lackirten käuflichen Spiegel die Ausladerspitzen einige Centimeter weit von einander auf, und führt eine kräftige Batterieentladung durch das Silber, so schlägt dieselbe unter jeder Ausladerspitze ein Loch durch den Spiegel, wie Dvořák beobachtet hat[3]). Dieses Durchschlagen bleibt aus, wenn der Spiegel nur versilbert und nicht lackirt ist, augenscheinlich wegen der geringen Masse des durch die Explosion fortgeschleuderten verdampfenden Silbers.

1) Derartige Rückstosswirkungen kann man auch bei anderen Gelegenheiten beobachten. Ein grosser Wasserständer, in dem eine starke Pulverpatrone elektrisch entzündet wurde, erhob sich, unmittelbar nach der Explosion und dem Aufspritzen des Wassers, in die Luft. — Bei einer grossen Knallquecksilberexplosion in Wien (etwa 1856—1858) sollen sämmtliche Wandschränke des Laboratoriums nach innen ins Zimmer gestürzt sein.

2) Die Erscheinung ist auch als akustischer Collegienversuch recht hübsch. — Bei dieser Gelegenheit haben wir auch den bekannten Versuch des Schmelzens und langsamen Verdampfens von Schiesspulver im Vacuum wiederholt, und die gewöhnlichen Angaben bestätigt gefunden. Zur Erhitzung benutzen wir einen galvanisch glühenden Draht.

3) Dvořák, Wied. Ann. Bd. 19 S. 323.


Digitized by Google

3.

Der Unterschied der Geschwindigkeit, mit welcher die Explosion in Pulver, frei an der Luft liegender Schiesswolle einerseits, Dynamit oder Knallsilber andererseits fortschreitet, ist sehr auffallend. Die ersteren Körper brennen, wenn auch rasch, doch in einer merklichen Zeit ab, während die Zersetzung der letzteren in einer sehr kurzen Zeit vor sich geht. Streut man auf einen geknickten Bogen Papier in die Knickung

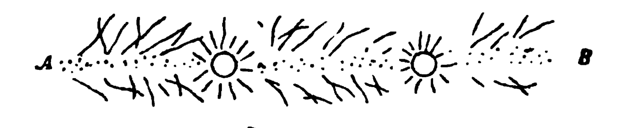


Fig. 2.

Pulver und an mehrere Stellen der Pulverlinie etwas Knallsilber, und entzündet das Pulver an einem Ende, so sieht man die Linie rasch abbrennen, hört aber die Explosion der Knallsilberhäufchen deutlich nacheinander. Die Spuren der Pulverkörner auf dem Papier lassen deutlich die Eortpflanzungsrichtung (AB) der Explosion erkennen, während von jedem Knallsilberhäufchen von dem Loche, welches dasselbe geschlagen hat, strahlige Spuren nach allen Seiten ausgehen.

4.

Alle oben erwähnten eigenthümlichen Erscheinungen hängen wahrscheinlich mit der grossen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion zusammen, und wir wollen daher diese durch einen einfachen Versuch nachweisen[1]).

Wir legen Knallsilber auf ein Brettchen längs der parallelen Geraden AB und CD möglichst gleichmässig auf, bringen zwischen beide Streifen eine berusste Glasplatte und entzünden das Knallsilber durch eine kleine Leydnerflasche gleichzeitig bei A und C. Es entsteht auf der berussten Platte ein schief liegender Interferenzstreifen EF, dessen Winkel α mit AB, wenn man sich für die von der Explosionsstrecke

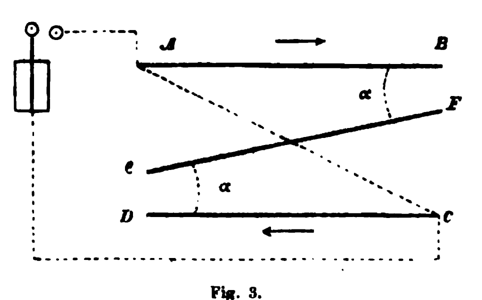


Fig. 3.

ausgehende Schallwelle das Huyghen'sche Princip giltig denkt, die

1) Diesen Versuch habe ich zuerst im Winter 1880 mit Herrn Dr. G. Pick angestellt und das Resultat schon bei Gelegenheit eines Vortrages in der Société française de Physique zu Paris mitgetheilt. Séances de la Société etc. p. 213, Paris (1881). M.

Digitized by Google

Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion bestimmt. Es ist nämlich $\frac{c}{v} = \sin\alpha$, wobei c die Schallgeschwindigkeit (für die starken Explosionswellen in unserm Fall etwa 400^{m}), v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion in der Knallsilberlinie bedeutet. Wir erhielten bei unseren Versuchen für v Werthe zwischen 1700 und $2000\left(\frac{m}{sec}\right)$[1].

Andere ähnliche Versuche, welche zu demselben Resultate geführt haben, wollen wir hier übergehen.

5.

Wegen dieser hohen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion verpufft ein Knallsilberhäufchen von wenigen Millimetern Durchmesser in einer unmessbar kurzen Zeit, und die Explosionsgase nehmen in eben derselben Zeit noch fast bei derselben Dichte wie der feste Körper, die ganze hohe Geschwindigkeit an, welche ihnen durch die Explosionsarbeit ertheilt wird. Da letztere von der Ordnung der Projectilgeschwindigkeiten ist, so liegt es nahe anzunehmen, dass die Platte, auf welcher der Explosivkörper liegt, gewissermassen durchschossen wird, indem die untere Hälfte der Explosivmasse sich auf die obere Hälfte stützt, und beide nach dem Gegenwirkungsprincip gleiche entgegengesetzte Geschwindigkeiten annehmen.

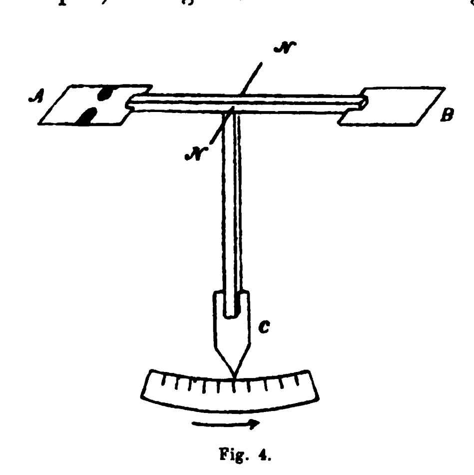


Fig. 4.

Wir stellen ein kleines ballistisches Pendel aus einem T-förmigen Stückchen Holz mit einer hindurchgesteckten Nadel her, in welches drei Visitkarten ABC in der angedeuteten Weise eingeklemmt sind, von welchen C als Zeiger dient. Wenn wir auf A mit Hilfe von passenden elektrischen Zuleitungen 5^{mgr} Knallsilber explodiren lassen, so wird das Blatt A durchbort, ohne dass das Pendelchen einen merklichen Ausschlag gibt. Um ein gleich grosses Loch durch das Kartenblatt mit Hilfe eines cylindrischen Stiftes durchzudrücken, war eine Belastung desselben mit 20^{kg} nöthig. Da nun zum Abreissen der Papiertheile voneinander immer nahezu dieselben Kräfte nöthig sein

1) Berthelot hat für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Explosion in Gasgemengen durch viel complicirtere Methoden Zahlen von derselben Ordnung erhalten. M.

Digitized by Google

werden, so kann man ermessen, in wie kurzer Zeit das Durchschlagen bei der Explosion erfolgt, da durch so grosse Kräfte dem Pendel keine merkliche Geschwindigkeit ertheilt wird[1]).

6.

Wir wünschten durch den Versuch einen Anhaltspunkt zur Beurtheilung der Geschwindigkeiten zu gewinnen, welche den Theilchen der Explosionsgase durch die Explosionsarbeit ertheilt werden, und haben dies durch folgendes einfache Verfahren erreicht. An das beim vorigen Versuch verwendete Pendelchen werden zwei halbkugelförmige Schalen AB aus Messingblech mit den Höhlungen nach oben statt der Kartenblätter angebracht. Ueber A wird Seidenpapier mit den Stanniolzuleitungen geklebt und auf die Unterbrechungsstelle (den Mittelpunkt der Halbkugelschale) wird etwa 0,02g Knallsilber gelegt. Die Laufgewichte E und D dienen zur Herstellung des Gleichgewichtes und zur Regulirung der Schwingungsdauer. Die Hälfte der von dem Mittelpunkte ausgehenden Explosionswelle trifft die ganze Fläche der Schale, die sie nun nicht mehr durchstossen kann, und ertheilt dem Pendel einen mächtigen Ausschlag.

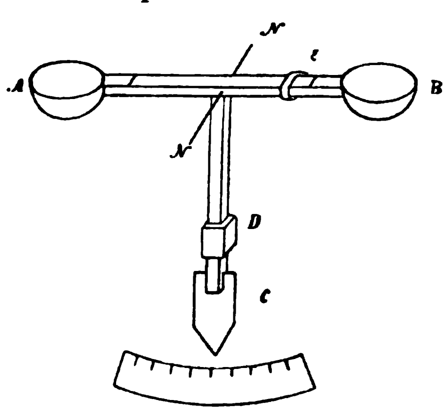


Fig. 5.

Fig. 6.

Nennen wir Q die von der Explosionswelle an das Pendel abgegebene Bewegungsquantität, M die Masse, T die Schwingungsdauer desselben, a den Abstand seines Schwerpunktes, b den Abstand des Stosspunktes von der Axe, g die Schwerebeschleunigung und α den Ausschlagswinkel, so besteht die Beziehung $Q = \frac{2}{\pi} M \frac{a}{b} gT \sin \frac{\alpha}{2}$. Die gesammte Bewegungs-

1) Nennen wir b den Abstand der Durchstossstelle von der Axe, p die variable Kraft beim Reissen des Papiers, Θ das Trägheitsmoment des Pendels, w die erlangte Winkelgeschwindigkeit, so ist

$$\frac{b\int_0^t p dt}{\Theta} = w, \quad \text{oder einfacher} \quad t = \frac{w\Theta}{bP},$$

wenn t die Dauer des Reissens und P die mittlere hierbei aufgewandte Kraft bedeutet.

Digitized by Google

quantität mv der Explosionsmasse hängt aber mit Q in folgender Weise zusammen. Die Hälfte von mv befindet sich in der unteren Hälfte der Welle, welche auf die Schale trifft, und es ergibt sich bei Vergleichung mit der Fig. 7 für die verticale Componente

$$Q = \frac{\frac{1}{2} mv \int_0^{\frac{\pi}{2}} r\, d\varphi \cdot 2\pi r \sin\varphi \cdot \cos\varphi}{2 r^2 \pi} = \tfrac{1}{4} mv$$

falls man annimmt, dass die Bewegungsquantität der unteren Wellenhälfte in der Schale verbleibt. Setzt man aber eine Reflexion der Welle ohne Schächung voraus, so ist $Q = \frac{1}{2} mv$.

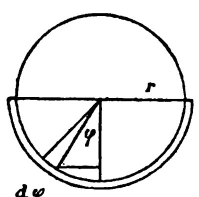


Fig. 7.

Die Geschwindigkeit v liegt also jedenfalls zwischen den Grenzen $\frac{4Q}{m}$ und $\frac{2Q}{m}$, wahrcheinlich nahe an dem kleineren Werth.

Diese Grenzen der Geschwindigkeit sind in unserem Falle rund 3500 und 1750 $\left(\frac{m}{\text{sec}}\right)$ [1]). Die Explosionsarbeit für 1^g Knallsilber in Grammcalorien ausgedrückt, liegt demnach zwischen 1469 und 367 Calorien, wahrscheinlich nahe der unteren Grenze [2]).

7.

Da nach dem eben Angeführten die explodirende Masse jedenfalls in einer sehr kurzen Zeit und noch bei grosser Dichte eine die gewöhnliche Projectilgeschwindigkeit weit übersteigende Geschwindigkeit erhält, so ist die Durchbohrung der anliegenden Platte nicht mehr räthselhaft. Auf dieselbe Weise erklärt sich auch das Zertrümmern

1) Unsere Versuchsdaten waren: $M = 44{,}4^g$, $m = 0{,}02^g$ (Knallsilber), $T = 0{,}47$ Secunden, $a = 8{,}2^{cm}$, $b = 12{,}8^{cm}$, α schwankte in aufeinanderfolgenden Versuchen wenig, und betrug etwa 24°.

2) Eine directe Bestimmung der Explosionsarbeit des Knallsilbers ist uns nicht bekannt. Die Explosionsarbeit des Knallquecksilbers liegt aber thatsächlich nahe an der hier gefundenen unteren Grenze. — Zwischen der Geschwindigheit v und der auf die Masseneinheit entfallenden Explosionsarbeit α besteht die Beziehung:

$$m\alpha = \frac{mv^2}{2} \text{ oder } v = \sqrt{2\alpha}.$$

Will man die Arbeit der Masseneinheit in Calorien ausdrücken, so ist dieselbe

$$\frac{(v^m)^2}{2 \times 425 \times g^m},$$

welche Zahl natürlich Grammcalorien bedeutet, wenn man das Gramm als Masseneinheit wählt.

Digitized by Google

und Durchbohren von Glasplatten durch elektrische Entladungen in den oben angeführten Versuchen.

8.

Das Durchschlagen von Platten durch Knallsilberpatronen errinnert noch an eine andere verwandte Erscheinung.

Wie bekannt, kann man durch eine Glasscheibe mit einem Kugelstutzen ein ziemlich scharf begrenztes rundes Loch durchschiessen, welches die Grösse der Kugel wenig übertrifft. Wir haben diesen Versuch gelegentlich wiederholt und bemerkt, dass die frei aufgehängte Scheibe hierbei kaum merklich bewegt wird. Die Scheibe wird hierbei nicht gesprengt, weil sie sich nicht durchbiegt. Denn bevor die Durchbiegung von der getroffenen Stelle aus sich mit der geringen Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen Schallwelle merklich ausgebreitet hat, ist die Scheibe bereits durchbrochen. Die von der Kugel geschlagenen Löcher sind stets trichterförmig gegen die von der Kugel zuerst getroffene Seite zu enger, so dass sich hieraus die Flugrichtung der Kugel nachträglich mit voller Sicherheit bestimmen lässt. Genau dieselbe Eigenthümlichkeit zeigen die durch Knallsilber oder durch den elektrischen Funken (Dvořák) in Glasscheiben geschlagenen Löcher. Man kann die Trichterform erklären, wenn man bedenkt, dass von der getroffenen Stelle aus eine longitudinale, sich ausbreitende Schallwelle von jedenfalls sehr hoher Fortpflanzungsgeschwindigkeit ausgeht, und dass die letzten Theile vermöge ihrer grossen Excursionsgeschwindigkeit abreissen können, wie die Theile am Ende einer kräftig tönenden Flüssigkeitssäule (Cagniard-Latour, Dvořák) als Tropfen fortfliegen.

Fig. 8.

9.

Hier möchten wir eine andere auffallende Thatsache erwähnen, welche ebenfalls auf dem Verhältniss der Schallgeschwindigkeit zur Projectilgeschwindigkeit beruhen dürfte. Bei Gelegenheit von Versuchen, welche vor einigen Jahren im hiesigen Institute angestellt wurden, wurde ein cylindrischer Stab aus weichem Holz (von etwa 12^{mm} Dicke und 60^{cm} Länge), der als Zielstab diente, in einer Pistole vergessen, und mit gegen ein ballistisches Pendel (bestehend aus einem mit Lehm gefüllten Kasten aus weichem Holz) abgeschossen. Der Stab durchdrang ohne zu brechen oder zu splittern, die 2^{cm} starke Holzwand[1]) und blieb wie vom Schreiner eingepasst in

1) Vor Jahren habe ich Herrn Ingenieur J. Popper in Wien diese Thatsache mitgetheilt mit der Frage, ob man nicht eine technische Anwendung hiervon

Digitized by Google

selben stecken. Hier hatte der Stab die Holzwand durchbohrt, und seine Geschwindigkeit verloren, bevor die zur Durchbiegung nöthige Zeit von einem Viertheil der Dauer seiner Transversalschwingung verflossen war. Dass aber das vorausgehende Ende des Stabes nicht zerdrückt erscheint, liegt an der hohen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der longitudinalen Schallwelle (etwa $1000\left(\frac{m}{sec}\right)$). Die Geschwindigkeitsvermindung der ersten Stabquerschnittes theilt sich so rasch durch die ganze Stablänge mit, dass die Geschwindigkeit aller Stabtheile fast in gleicher Weise abnimmt, und jene grossen relativen Beschleunigungen, welche zum Zerdrücken nöthig sind, in dem Stab gar nicht auftreten können.

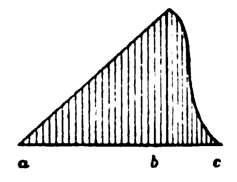
Unserer Erfahrung und unserem mechanischen Instinkt sind nur diejenigen Fälle geläufig, in welchen die Geschwindigkeit der Bewegungen und Deformationen klein ist gegen die Schallgeschwindigkeit. Tritt der umgekehrte Fall ein, so ergeben sich überraschende Erscheinungen, welche unserem Gefühle fern liegen. Dieselben führen aber zu einer neuen Klasse von mechanischen Aufgaben, und bedürfen auch noch einer analytischen Bearbeitung[1]).

10.

Es wird angeführt, dass man mit sehr rasch rotirenden Papierscheiben sehr harte Körper leicht durchschneiden kann, und Reese[2]) in Pittsburg soll mit rotirenden Scheiben aus weichem Eisen mit einer Randgeschwindigkeit von 7620^m in der Minute Stallbarren schneiden.

machen könnte. Ich erhielt die Antwort, dass der amerikanische Ingenieur Shaw darauf verfallen sei, dic Piloten in dem Hafen von New-York einzuschiessen, statt dieselben einzurammen, was mit gutem Vortheil und grosser Präcision auszuführen sei. M.

1) Wenn wir uns denken, dass ein Stab gedehnt und schliesslich zerrissen wird, wenn wir die Verschiebungen des reissenden und von den Deformationskräften ergriffenen Querschnittes als Abscissen und die Kräfte als Ordinaten auftragen, so stellt die Quadratur der betreffenden Curve die Arbeit vor, und zwar über ab, a^1b^1 die Dehnungsarbeit, über bc, b^1c^1 die eigentliche Zerreissungsarbeit. Wird nun das Zerreissen so rasch ausgeführt, dass die Dehnung sich nur auf ein sehr kleines Stabstück fortpflanzen kann, so wird die Gesammtarbeit hierdurch verkleinert. Es ist also wohl zu vermuthen, dass die Anwendung sehr hoher Deformationsgeschwindigkeiten wesentliche Vortheile bieten kann.



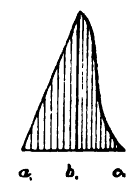


Fig. 9.

2) Dingler's polytechn. Journal Bd. 223 S. 545 (1877).


Digitized by Google

Wenn dies richtig ist, worüber wir bisher keine ausreichenden Versuche machen konnten, so liegt es nahe, auch hier an die Wirkung der Projectilgeschwindigkeit des Scheibenrandes 127 $\left(\frac{m}{sec}\right)$ und an den Umstand zu denken, dass dieselbe Stelle des geschnittenen Körpers mit immer neuen Stellen des schneidenden combinirt wird.

11.

Daubrée[1]) hat die Veränderungen studirt, welche an der Oberfläche der Meteoriten durch die von denselben verdichtete heisse Luft hervorgebracht werden, und Melsens[2]) hat die Wirkungen genau untersucht, welche die von mit grosser Geschwindigkeit bewegten Projectilen mitgeführten Luftmassen erzeugen. Wir hegten bei Beginn unserer Versuche die Hoffnung, dass es uns gelingen werde, die von Projectilen mitgeführten Luftmassen nach der Schlierenmethode sichtbar zu machen, und durch Photographie zu fixiren. Dies ist uns zwar nicht gelungen, wir sind aber nach den Versuchen, die wir gleich anführen werden, überzeugt, dass dies nur an der Kleinheit der Projectile und der geringen Projectilgeschwindigkeit lag, welche wir im Zimmer anwenden konnten. Das Sichtbarmachen dieser Luftmassen scheint uns für ballistische und physikalische Zwecke nicht ohne Interesse, und wir haben die Absicht, hierauf zurückzukommen.

12.

Um uns für die eben gestellte, etwas schwierige Aufgabe vorzubereiten, haben wir zwei andere leichtere gelöst. Wir haben mit Hilfe der käuflichen Trockenplatten für Porträtphotographie Pistolenkugeln im Flug und Schallwellen photographirt. Das erstere gelingt sehr leicht. Die Kugel k fliegt bei I zwischen Drähten durch, welche mit Glasröhrchen bedeckt sind, zerschlägt dieselben, und löst den Funken einer Batterie B aus, der gleichzeitig noch bei II überspringt. Das Licht von II, welches im dunklen Zimmer die Kugel momentan beleuchtet, was jeden mechanischen Momentanverschluss überflüssig macht, wird durch das Fernrohrobjectiv F auf der Oeffnung eines photographischen Apparates von kurzer Brennweite gesammelt,

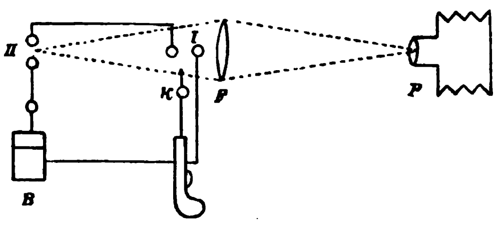


Fig. 10.

1) A. a. O.

2) Melsens, Balistique expérimentale. Ann. de Chimie et de physique, 5. série. T. 25, mars 1882. — Vergleiche auch: Die Messmaschine von Whitworth. Deutsche Ausgabe. Jena. Costenoble, S. 7 (1879).

Digitized by Google

welcher auf I eingestellt ist, und von der Kugel, den Elektroden bei I und dem daselbst ausgelösten Funken ein kleines, vollkommen scharfes Bild entwirft. Aus dem Bilde war zu ersehen, dass der Funke erst bei Berührung der Kugel mit den Elektroden ausgelöst wurde, welche letztere auf dem Bilde noch ganz und unverändert erschienen[1]).

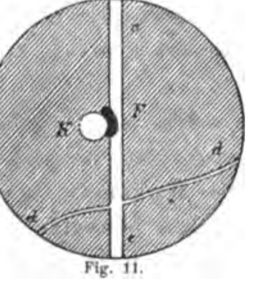


Fig. 11.
K Kugel, $e\,e$ Electrode.
F (der schwarze Fleck) der Funke,
$d\,d$ Draht im Gesichtsfeld.

Etwas mehr Umsicht erfordert die Lösung der zweiten Aufgabe. — Die Schallwelle, welche von einem Funken I ausgeht, wird, nachdem sie sich zu einer gewissen Grösse entwickelt, von einem später eintretenden Funken II beleuchtet, nach der Töpler'schen Schlierenmethode[2]) sichtbar gemacht und photographirt. Hierzu ist durchaus eine sehr genaue willkürliche Regulirung der Momentanbeleuchtung nothwendig, die wir besonders beschreiben werden. Im Uebrigen ist die Anordnung des Apparates jener im vorigen Versuch sehr ähnlich, nur befinden sich bei I Elektrodenkugeln, deren Centrallinie in der Axe des Fernrohrobjectives F liegt und welche den Funken decken. Das Licht des Funkens II, der natürlich von einer besonderen Batterie herrührt, wird durch F in einem Bilde auf der Oeffnung des photographischen Apparates gesammelt, und dieses genau abgeblendet, so dass nur das durch die Wellenschliere abgelenkte neben der Blendung vorbeigehende Licht zur lichtempfindlichen Platte gelangt. Mit dieser geringen Lichtmenge kann man natürlich nur ein sehr kleines mit der Loupe zu betrachtendes Bild erhalten. Die Welle erscheint im Negativ als ein dunkler, die Electroden umgebender Ring mit äusserst feinen Schattirungen. Das Bild ist sehr durchsichtig, so dass es sich zum Copiren nicht eignet, doch fixirt es alle Einzelheiten, welche man beim directen Durchsehen durch den Schlierenapparat wahrnehmen kann.

Wir haben bei dieser Gelegenheit noch den Herren Professoren Kick in Prag und Pisko in Wien für einige Literaturnachweise zu danken.

1) Ueber diesen und den folgenden Versuch wurde bereits kurz berichtet im „Anzeiger d. Wiener Akademie" Nr. 15 (1884). Das genaue Zielen, welches bei dem ersten Versuch nöthig ist, wurde durch Hindurchsehen durch den Lauf des befestigten Hinterladers mit Hilfe eines Planspiegels bewerkstelligt.

2) Toepler, Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode. Bonn 1864.

Digitized by Google

Ueber die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im Eisen[1]).

Von

A. Kundt.

Abhängigkeit der Drehung von der Intensität des Magnetfeldes.

In meiner ersten Mittheilung über die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes im Eisen, Cobalt, und Nickel habe ich gezeigt, dass diese Metalle ein positives Drehvermögen besitzen. Die Drehung ist im Vergleich zu derjenigen, welche andere magnetische oder diamagnetische Substanzen zeigen, ausserordentlich gross. Am Schluss habe ich bereits auf einige weitere Fragen, die sich an die bisherigen Versuche anschliessen, hingewiesen. Die wichtigste derselben schien mir die nach der Abhängigkeit der Drehung von der Stärke der magnetisirenden Kräfte zu sein. Man nimmt an, dass bei einer diamagnetischen und einer schwach magnetischen Substanz die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene für eine bestimmte Wellenlänge und bestimmte Länge der durchstrahlten Schicht in einem homogenen magnetischen Feld proportional ist der Componente der magnetischen Kraft nach der Richtung der Strahlen, oder wenn diese mit der Richtung der magnetischen Kraftlinien zusammenfallen, proportional der Intensität des Magnetfeldes. Die Drehung, welche die Längeneinheit einer Substanz in einem Feld von der absoluten Intensität Eins hervorbringt, wenn die Lichtstrahlen und Kraftlinien dieselbe Richtung haben, hat man die Constante der Drehung dieser Substanz oder die Verdet'sche Constante derselben genannt. Ebenso wie die Drehung ist auch, soweit bisher die Versuche reichen, der in einem diamagnetischen oder schwach magnetischen Medium inducirte Magnetismus den magnetisirenden Kräften proportional, mithin kann man auch kurz sagen, es ist für diese Körper die Drehung auf jedem Wegelement proportional der nach demselben geschätzten Componente des magnetischen Moments an dem betreffenden Ort.

Für Eisen, Cobalt und Nickel ist aber der inducirte Magnetismus nicht proportional der magnetisirenden Kraft, sondern wächst, wenig-

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Berl. Akad. Bd. 48 S. 1055 (1885).

Digitized by Google

stens beim Eisen, zuerst schneller als diese, dann langsamer, um endlich bei einer bestimmten magnetisirenden Kraft einen Maximalwerth zu erreichen, der bei weiterem Anwachsen der ersteren constant bleibt.

Es fragt sich, ist die Drehung im Eisen der jeweiligen Magnetisirung desselben oder der magnetisirenden Kraft proportional? Wie von vornherein zu erwarten war, zeigten die Versuche bald, dass die Drehung nicht der magnetisirenden Kraft proportional blieb, sondern mit Anwachsen dieser einen Grenzwerth erreichte, der nicht überschritten wurde. Damit verliert die Verdet'sche Constante für Eisen ihre Bedeutung. Man kann auch nicht mehr, wie ich es in meiner ersten Mittheilung gethan habe, von einer specifischen Drehung des Eisens sprechen, wenn man unter dieser Bezeichnung ein für alle magnetisirenden Kräfte constantes Verhältnis der Drehung im Eisen zu derjenigen in einer anderen Substanz, etwa Wasser oder Schwefelkohlenstoff versteht.

Das Vorhandensein eines Maximalwerthes der Drehung in einer Eisenschicht gibt aber Veranlassung eine andere Constante einzuführen. Sollte sich durch die Versuche ergeben, dass bei verschieden dicken Eisenschichten der Maximalwerth der Drehung proportional ist der durchstrahlten Schicht, so ist der Quotient aus der Maximaldrehung und der Dicke der drehenden Schicht, d. h. die Maximaldrehung, welche auf die Längeneinheit erfolgt, jedenfalls als ein das magnetooptische Verhalten des Eisens charakterisirender Werth zu betrachten. Es wird unten angegeben, inwieweit die Versuche bisher berechtigen, eine Proportionalität zwischen Schichtendicke und Drehung anzunehmen. — Ausserdem schien es mir wichtig zu untersuchen, wie mit wachsender Intensität des Feldes die Drehung mit Eisen bis zum Maximum zunimmt und bei welcher Intensität des Feldes das Maximum erreicht wird. Ausgedehntere Versuche habe ich bisher nur mit Eisen anstellen können; Nickel und Cobalt verhalten sich im allgemeinen wie Eisen; um die Unterschiede im Verhalten der drei Metalle genau festzustellen, bedürfte es weiterer Versuchsreihen, da die Versuche sich indess bequem nur mit Sonnenlicht anstellen lassen, müssen dieselben auf den Sommer verschoben werden.

Ich erlaube mir daher im Anschluss an meine erste Mittheilung die bisher erhaltenen Resultate der Akademie nachfolgend vorzulegen. An diese Mittheilung knüpfe ich sodann noch einige Bemerkungen über das negative Drehvermögen der Lösungen magnetischer Salze.

Anordnung der Versuche.

Die Eisenschichten wurden, wie früher angegeben, galvanoplastisch auf platinirtem durchsichtigem Glas hergestellt. Das zu benutzende Glas erhielt ich von Herrn Lohmann in Berlin, der mir grössere

Digitized by Google

Platten ganz dünnen Glases, wie es für Mikroskopdeckgläser benutzt wird, platinirte. Das Glas mit Platin drehte ohne Eisenschicht in den stärksten von mir benutzten Feldern nur zwischen 20 und 30 Minuten. Der benutzte Elektromagnet war, wie früher, ein Ruhmkorff'scher gewöhnlicher Construction. Den Strom für denselben lieferte eine Gramme'sche Maschine. Die Stromintensität wurde durch eingeschaltete Widerstände geändert. Das Feld zwischen den conischen Polen des Elektromagneten ist in grösserer Ausdehnung durchaus nicht als homogen zu betrachten; in dem kleinen Raum zwischen den beiden Durchbohrungen der Pole ist die Intensität des Feldes aber hinreichend gleichmässig, und dieser kleine Raum kommt lediglich zur Verwendung.

Um die Stärke des Feldes zu erhalten, wurde jedesmal die Drehung der Polarisationsebene in einem bestimmten Stück Glas gemessen. Ist einmal das Drehvermögen dieses Glasstückes mit der Drehung in Wasser oder CS_2 verglichen, so ist mit Hilfe der Verdet'schen Constante für diese Medien die Stärke des Magnetfeldes in jedem Fall in absolutem Maass zu berechnen.

Das betreffende Glasstück und der zu untersuchende Eisenspiegel befanden sich vertical über einander auf einem unter den Polen fest angebrachten Stativ, welches allseitige leichte Justirung der Platten erlaubte. Mit Hilfe eines kleinen Triebs mit Zahnstange konnte ohne Verrückungen schnell und leicht hintereinander bald das Glas, bald der Eisenspiegel zwischen die Pole gebracht werden. Dabei war dafür gesorgt, dass in einer Versuchsreihe immer genau wieder dieselbe Stelle der Eisenschicht zwischen die Pole kam. Diese Vorsicht ist nöthig, da die benutzten Spiegel an verschiedenen Stellen oft ziemlich erheblich verschiedene Dicke besassen. Sebstverständlich wurde ausserdem noch die Drehung in einem Theil des platinirten Glases bestimmt, welcher nicht mit Eisen belegt war, und wurde diese Grösse dann von der Drehung abgezogen, welche das mit Eisen bedeckte Glas gab, um die Drehung im Eisen allein zu erhalten.

Als Lichtquelle diente die Sonne, deren Strahlen vor dem Eintritt in den polarisirenden Nicol durch ein rothes Glas gingen. Die Mitte der durch das Glas in erheblicher Intensität gehenden Strahlen entsprach ziemlich genau der Fraunhoffer'schen Linie C.

Für die Bestimmung der Intensität des Feldes in absolutem Maass dienten die folgenden Daten. Die Glasplatte, in welcher die Drehung beobachtet wurde, hatte eine Dicke von $0{,}3651^{cm}$. Das Verhältnis der Drehung in diesem Glas zu derjenigen in einer gleich dicken Wasserschicht ergab sich gleich 1,240. Wird die Verdet'sche Constante für Wasser und Natronlicht in Winkelwerth nach Herrn Arons gleich

Digitized by Google

0,01295 Minuten genommen, und nimmt man das Verhältnis der Drehung des Wassers für die Linie *C* zu derjenigen für *D* nach Verdet gleich 0,8, so ergibt sich als Verdet'sche Constante für das benutzte Glas und rothes Licht in Winkelmaass 0,01285'.

Bei den Vessuchen wurde in dem Glas immer die doppelte Drehung bei Stromumkehr bestimmt, es entspricht mithin für das $0{,}3651^{cm}$ dicke Glas ein Grad Drehung bei Stromwechsel einem Feld von 6391 oder abgerundet von $6400^{cm-\frac{1}{2}\,g\frac{1}{2}\,sec-1}$. Mit dieser Zahl sind aus den in Glas beobachteten Drehungen im folgenden die absoluten Intensitäten des magnetischen Feldes zwischen den Polen berechnet worden.

Die Beobachtungen.

Die folgende Tabelle enthält die mit drei Spiegeln verschiedener Dicke angestellten Beobachtungen.

Ich bemerke dazu, dass die Maximaldrehung des Spiegels Nr. III nocht nicht die grösste ist, die ich überhaupt beobachten konnte. War das Sonnenlicht recht intensiv, so liessen noch Eisenschichten hinreichend Licht für die Beobachtung durch, welche so dick waren, dass ich eine Maximaldrehung von etwa 12° erhielt.

Tabelle 1.

Abhängigkeit der Drehung im Eisen von der Intensität des magnetischen Feldes.

Drehung im Glas in Graden	Intensität des magnetischen Feldes. Dimension: $cm^{-\frac{1}{2}}\,gr^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1}$	Drehung im Eisen in Graden
	Spiegel Nr. I.	
0,69°	4420	1,72°
1,26	8060	3,47
2,20	14100	4,41
2,89	18500	4,45
4,71	30100	4,36
	Spiegel Nr. II.	
0,64	4100	2,40
1,06	6780	4,15
2,99	19100	7,38
3,22	20600	7,54
4,46	28500	7,48
	Spiegel Nr. III.	
0,72	4610	3,58
1,47	9410	6,34
2,18	14000	8,52
2,85	18200	9,67
4,56	29200	9,71

Digitized by Google

Die Maximaldrehung der Längeneinheit.

Für sechs Spiegel wurde die Dicke der galvanoplastischen Eisenschicht durch Wägung bestimmt, um die Maximaldrehung für die Längeneinheit der durchstrahlten Schicht zu erhalten. Man kann nicht darauf rechnen, diesen Werth sehr genau zu bekommen, denn obgleich die Wägungen möglichst sorgfältig mit zwei verschiedenen Waagen ausgeführt wurden, bleibt die genaue Ermittelung der sehr kleinen Gewichtsdifferenzen doch immer etwas unsicher. Das Gewicht der zwischen 6 und 10^{qcm} grossen Eisenschichten betrug nur zwischen 0,275 und $1,35^{mgr}$. Sodann haben die galvanoplastischen Ueberzüge sehr selten an allen Stellen gleiche Dicke. Man erhält durch die Wägung also nur die mittlere Dicke der Schichten, nicht diejenige der Stellen, an denen die optische Beobachtung vorgenommen wird. Um den hieraus entspringenden Fehler, der sehr bedeutend sein kann, wenigstens etwas zu mindern, wurde bei den meisten gewogenen Spiegeln die Maximaldrehung an verschiedenen Stellen derselben bestimmt und aus den erhaltenen Werthen das Mittel genommen. Die zweite Columne der folgenden Tabelle 2 enthält diese Mittelwerthe, die erste, die durch Wägung bestimmte Dicke der Eisenschicht, und die dritte die Werthe, welche die Division der Zahlen der zweiten Columne durch die der ersten ergibt.

Tabelle 2.

Maximaldrehung beim Durchgang des Lichtes durch Eisen.

Dicke der Eisenschicht in Centimetern	Beobachtete Maximaldrehung in Graden	Maximaldrehung für ein. Centimeter in Graden
0,00000419	1,66	396000
0,00000592	2,00	338000
0,00000759	3,20	422000
0,00001025	4,97	485000
0,00001148	5,38	467000
0,00002123	8,51	401000
		Mittel: 418000°

Die Werthe für die Drehungen der Längeneinheit weichen aus den oben angegebenen Gründen stark voneinander ab; es ist indessen eine Abhängigkeit derselben von der Dicke der Schicht nicht zu erkennen und ist jedenfalls in erster Annäherung die Maximaldrehung der durchstrahlten Schicht proportional zu setzen. Das Mittel der Werthe der dritten Columne ist 418000°.

Digitized by Google

Es ist also die einfache Drehung in einem Centimeter Eisen, welches bis zum Maximum magnetisirt ist, abgerundet gleich

$$200000^\circ$$

oder die Maximaldrehung beträgt in Bogenmaass in $0{,}01^{mm}$ etwas mehr als π.

Dieses Maximum der Drehung wird erreicht, wie die Zahlen der Tabelle I und die Curven zeigen, in einem Felde von ungefähr $20000^{cm^{-\frac{1}{2}}\,g^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1}}$. Bei Vergrösserung der Intensität des Feldes steigt die Drehung nur noch unmerklich.

Von Wichtigkeit wäre es gewesen, ebenso wie die Drehung, das magnetische Moment der Eisenschichten als Function des Feldes zu bestimmen, um zu sehen, ob und wie weit wirklich die Drehung der Magnetisirung proportional ist. Ich habe bisher keine einfache Methode finden können, den Magnetismus der Eisenschichten in der Lage, in welcher sie sich für Beobachtung der Drehung zwischen den Polen befinden, zu bestimmen. Hängt man die Spiegelchen so zwischen den Polen auf, dass ihre Längsrichtung mit den magnetischen Kraftlinien zusammenfällt und mithin die Normale auf die spiegelnde Fläche zu den Kraftlinien senkrecht ist, so ist die Bestimmung des magnetischen Moments nicht schwierig. Versuche, die in meinem Laboratorium ausgeführt werden, ergeben, dass in diesem Fall schon in einem Feld von etwa 2000 das Maximum des magnetischen Moments auftritt. Aus der Magnetisirung des Spiegel in axialer Lage, bei der die Spiegel longitudinal magnetisirt werden, lässt sich aber nichts schliessen über diejenige, welche eintritt, wenn die Spiegel, wie bei Beobachtung der Drehung, sich in aequatorialer Lage befinden, also transvseral magnetisirt werden.

Der Magnetismus des Eisens wächst ferner bekanntlich anfangs schneller als die magnetisirenden Kräfte. Ob da gleiche für die Drehungen gilt, lässt sich aus den vorliegenden Beobachtungen nicht mit Bestimmtheit entscheiden. Der Verlauf der Curven, welche die Beobachtungen mit den Spiegeln I und II ergeben, scheint auf das Vorhandensein eines Wendepunktes in dem aufsteigenden Ast hinzudeuten doch bedürfte es, um das Vorhandensein eines solchen sicher nachzuweisen, weiterer Versuche.

Reflexion des Lichtes.

Auch bei senkrechter Reflexion des Lichtes von einem magnetisirten Eisenspiegel ist die Drehung der Intensität der magnetisirenden Kräfte nicht proportional, sondern erreicht beim Wachsen letzterer einen Maximalwerth. Ich gebe nachstehend eine Beobachtungsreihe

Digitized by Google

mit dem oben mit Nr. III bezeichneten Spiegel. Die Beobachtungen geschahen in der in meiner ersten Mittheilung angegebenen Weise, nur wurde statt der unter 45° geneigten Glasplatte ein durchbohrter Metallspiegel benutzt, wie es dort auch schon angegeben ist. Die Intensität des Feldes wurde wie oben durch Beobachtung der Drehung in der Glasplatte gemessen.

Tabelle 3.

Abhängigkeit der Drehung von der Intensität des magnetischen Feldes bei Reflexion des Lichtes von Eisen.

Drehung im Glas	Intensität des magnetischen Feldes	Drehung am Eisen
	Spiegel Nr. III.	
0,78°	4990	—0,27°
1,68	10800	—0,55
2,59	16600	—0,62
3,10	19800	—0,66
4,73	30300	—0,67

Man sieht, dass ebenfalls bei einem Feld von etwa 20000 die Drehung ihren Maximalwerth erreicht.

Ich habe noch zahlreiche andere Versuche über die Drehung bei Reflexion angestellt, auf die ich hier aber nicht eingehen will. Hervorheben will ich nur, dass der Maximalwerth der Drehung bei senkrechter Reflexion einmal von der Dicke der benutzten Spiegel, dann aber in hohem Maasse von der Oberflächenbeschaffenheit derselben abhängt.

Die Spiegel sind häufig mit einer sehr dünnen Oxydschicht überzogen. Diese Schicht, die für den Durchgang des Lichtes ohne Bedeutung ist, kann die Drehung bei der Reflexion erheblich modificiren. Ich habe mich hiervon direct überzeugt, indem ich Eisen-, Cobalt- und Nickelspiegel „anlaufen“ liess, das heisst durch Erwärmen eine Oxydschicht auf denselben erzeugte. Man erhält leicht jede gewünschte „Anlassfarbe“. Solche angelassene Spiegel zeigen bei senkrechter Reflexion des Lichtes, wenn sie magnetisirt werden, die mannigfachsten Erscheinungen. Zuweilen tritt eine sehr starke Drehung der Polarisationsebene ein, zuweilen ist das reflectirte Licht stark elliptisch, so dass beim Drehen des analysirenden Nicols nur unbedeutende Helligkeitsdifferenzen auftreten. Wird durch Erwärmen die Eisenschicht in ihrer ganzen Dicke in Oxyd verwandelt, so wird überhaupt keine Drehung mehr beobachtet.

Digitized by Google

Dies complicirte Verhalten der oberflächlich oxydirten Spiegel erklärt sich folgendermaassen. Die das Metall bedeckende Oxydschicht ist durchsichtig und dreht die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes nicht merklich. Ein Theil des normal auffallenden geradlinigen Lichtes wird an der Vorderfläche der Oxydschicht reflectirt, ein zweiter Theil wird an der Grenzfläche von Oxyd und Metall reflectirt. Bei dieser Reflexion tritt die magnetische Drehung der Polarisationsebene ein. Beide reflectirten Strahlenpartien interferiren nach der Reflexion miteinander. Der Schwingungszustand, welcher aus der Interferenz resultirt, hängt ab einmal von dem Gangunterschied, den die beiden Strahlen durch die Oxydschicht erhalten haben, zweitens von der Drehung, die die Polarisationsebene des einen interferirenden Bündels an der Grenzschicht von Oxyd und Metall erfahren hat. Es ist leicht ersichtlich, dass selbst bei kleiner elektromagnetischer Drehung der Polarisationsebene und beliebig gewähltem Gangunterschied, sehr verschiedene Schwingunszustände des reflectirten interferirenden Lichtes resultiren können. Will man aus Versuchen über Drehung bei Reflexion des Lichtes von elektrolytisch hergestellten Spiegeln allgemeine Schlüsse ziehen, so bedarf es mithin der grössten Vorsicht, da sehr dünne Oxydschichten die Resultate schon erheblich beeinflussen können.

Bemerkung über die negative Drehung der Lösungen magnetischer Salze.

Als Verdet nachgewiesen hatte, dass concentrirte Eisenchloridlösungen eine negative Drehung zeigen, d. h. eine Drehung, deren Richtung entgegengesetzt derjenigen ist, welche eine diamagnetische Substanz in dem betreffenden magnetischen Feld zeigen würde, und dass eine Anzahl Salze magnetischer Metalle wenigstens die positive Drehung des Lösungsmittels vermindern, schien bezüglich der elektromagnetischen Drehung ein Gegensatz zwischen magnetischen und diamagnetischen Substanzen aufgefunden, der für unsere Anschauungen über das Wesen des Magnetismus und Diamagnetismus nicht ohne Bedeutung sein konnte. Darauf bezüglich sagt Maxwell, nachdem er das negative Drehvermögen des Eisenchlorids besprochen hat:

This shows that the difference between ferromagnetic and diamagnetic substances does not arise merely from the magnetic permeability being in the first case greater and in the second less than that of air, but that the properties of the two classes of bodies are really opposite[1]).

Er fügt freilich gleich hinzu, dass nicht alle magnetischen Substanzen negativ, und alle diamagnetischen positiv drehen; das neutrale

1) Maxwell: Electricity and Magnetism. Second Edition. Vol. II p. 412.

Digitized by Google

chromsaure Kali, welches diamagnetisch ist, zeigt z. B. negative Drehung.

Die obige Schlussfolgerung Maxwell's und alle Bestrebungen, das negative Drehvermögen einer Anzahl von Salzen magnetischer Metalle durch die negative Drehung der in ihnen enthaltenen magnetischen Atome zu erklären, sind durch den Nachweis, dass Eisen, Cobalt und Nickel selbst positiv drehen, hinfällig geworden. Um so auffallender bleibt der Gegensatz im Verhalten der Eisensalze zu dem des Eisens.

Ich möchte nun hier auf eine Thatsache hinweisen, die vielleicht später zum Ausgangspunkt einer Erklärung der elektromagnetischen Drehung in den Salzen dienen kann.

Alle bisher untersuchten chemisch einfachen Körper, seien sie stark magnetisch oder stark diamagnetisch, zeigen positive elektromagnetische Rotation; negative Drehung geben nur chemisch zusammengesetzte Körper.

Von Elementen, für die positive Drehung constatirt ist, führe ich die folgenden 11 an: *Fe*, *Co*, *Ni*, *Br*, *Se*, *S*, *P*, *C* (Diamant), *O*, *N*, *H*. Die Reihe enthält die am stärksten magnetischen Elemente und stark diamagnetische, wie Schwefel und Selen. Für die anderen Elemente ist der Sinn der Drehung nicht ermittelt, und wird für den grössten Theil derselben, da sie sehr undurchsichtig sind und voraussichtlich nur geringes Drehungsvermögen besitzen, auch kaum experimentell festzustellen sein. Negative Drehung zeigen ferner nur solche chemische Verbindungen, in denen Atome stark magnetischer Elemente enthalten sind, wie Eisensalze u. s. w. Es ist daher allerdings zu vermuthen, dass diese Atome das Bedingende für die negative Drehung sind. So lange wir aber durchaus keine Kenntnis davon haben, wie eine magnetisirende Kraft auf die einzelnen Atome eines Moleküles wirke, wie die Atome im Molekül sich gegenseitig magnetisch beeinflussen, wird auch nichts Bestimmtes über die Abhängigkeit der Drehung der Polarisationsebene von der Zusammensetzung der Körper ausgesagt werden können. Schliesslich will ich noch bemerken, dass nach Versuchen, welche Herr Stscheglajeff in meinem Laboratorium angestellt hat, auch bei Eisenchloridlösungen die Drehung der Intensität des Feldes nicht proportional ist, und Versuche mit Lösungen anderer magnetischer Salze, welche ich zur Zeit ausführen lasse, scheinen zu dem gleichen Resultat zu führen.

Digitized by Google

Ueber Gesichtsfeld und Vergrösserung eines Fernrohrs.

Von

A. Kurz.

Ich will im folgenden nur einen kurzen Beweis der sowohl praktisch, als auch beim Unterrichte sehr empfehlenswerthen Methode von v. Waltenhofen mittheilen, welcher Beweis mir wenigstens erst jüngst einfiel, nachdem ich wiederholt auch im heurigen Lehrcurse den vom Entdecker dieser Methode im 8. Band dieser Zeitschrift (1872 S. 184 bis 188) mitgetheilten Beweis reproducirt hatte [1]).

Das Fernrohr ist auf einen fernen Punkt eingestellt; möglichst nahe vor dem Objectiv wird nun die Hilfslinse von etwa 1^m (auch darunter, noch besser darüber) Brennweite F centrirt, und in dieser Entfernung F (sehr wenig darüber) vor ihr eine hinreichend lange (s. B unten) Latte aufgestellt, die in der Mitte einige wenige Millimeter oder Halbmillimeterstriche, ausserdem etwa eine Centimetertheilung trägt.

Ueberblickt man auf diese Art b solch kleine Theilstrichabstände im Gesichtsfeld, so ist (auch ohne die Hilfslinse)

$$\text{I. das Gesichtsfeld des Fernrohrs} = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{b}{F} \text{ Grade}$$

hiermit bestimmt. Der Beweis dazu ($\frac{1}{3}$ von Seite 187 a. a. O.) ist so einfach, wie bei der Betrachtung der Gesichtswinkel φ und Φ im Objectiv und Ocular, aus welchen auch in bekannter Weise die erste Annäherung abgeleitet wird, dass die Vergrösserung dem Quotienten der beiden Brennweiten gleich sei.

---

1) Unbeschadet die äusserst instructive Darlegung daselbst, die nur z. B. auch wohl Kohlrausch zu ausgedehnt scheinen mochte, um sie zu reproduciren. In der 5. Auflage von dessen „Leitfaden der prakt. Physik" ist obiges Verfahren S. 140 und 141 sub 2) und 5) ohne Beweis gegeben, während gleich bei 3) der betreffende kurze Beweis angedeutet ist. Zu S. 186 a. a. O. füge ich nur als didaktische Kleinigkeit die homologe Schreibung

$$V' = \frac{L+F}{s} \cdot \frac{\alpha_0}{F'} \cdot \frac{\alpha_1}{a_1} \cdots \text{ wegen des vorausgehenden}$$

$$V = \frac{E}{s} \cdot \frac{\alpha_0}{a_0} \cdot \frac{\alpha_1}{a_1} \cdots \text{ hinzu.}$$

Digitized by Google

Nun zur Bestimmung der Vergrösserung nach der v. Waltenhofen'schen Methode: Deckt das Gesichtsfeld des mit Fernrohr und Hilfslinse, wie besagt, bewaffneten Auges B Theilstriche [2]) der Latte, wie sie mit dem freien Auge gesehen werden, so hätten wir eine Vergrösserung

$$V' = B : b$$

[vergl. obige Note und bei Kohlrausch S. 139, [1])]; aber die Vergrösserung des Fernrohrs (allein) ist, wenn L seine Länge,

$$\text{II.}\quad V = V' \cdot \frac{F}{F+L}.$$

Beweis zu II: Ohne die Hilfslinse hätte man, wie schon gleich nach I angedeutet wurde,

$$V = \Phi : \varphi;$$

der Scheitel des Winkels Φ aber ist, wie er für das bewaffnete Auge dort im Ocular gewesen, so für das freie Auge in diesem selbst, so dass φ nach I und Φ analog dazu mit

$$\frac{180}{\pi} \cdot \frac{B}{F+L}$$

angegeben ist. Aus beiden folgt durch Division II.

Dieser Beweis ist also nicht länger wie der zu I, erfolgt aus I, in der Vorausschickung von I beruht seine Existenz (v. Waltenhofen beweist zuerst II, dann I); und es ist diese Reihenfolge auch wie bei der angeführten ersten Annäherung die so zu sagen natürliche.

2) Diese Theilstriche brauchen auf der Latte gar nicht angetragen zu sein man kann die Länge B mit Kreidestrichen abgrenzen und hernach abmessen.


Digitized by Google

Beobachtung auffallender Blitze[1].

Von

E. Leyst.

In den Sitzungsberichten der königl. preussischen Akademie der Wissenschaften, Sitzung XLVIII, vom 27. Nov. 1884, S. 1119 bis 1123 hat Herr Dr. H. Kayser eine Abhandlung „Ueber Blitzphotographien" veröffentlicht und in derselben an der Hand photographischer Aufnahmen Berliner nächtlicher Gewitter vom Juli vorigen Jahres dargethan, dass die Blitzstrahlen, entgegen der früher verbreiteten Meinung, nicht Entladungen zwischen zwei Punkten sind, sondern dass die Entladungen sehr häufig zwar von einem Punkte ausgehen, aber in vielen Punkten enden, so dass ein Blitz wie die Karte eines Flusssystems aussieht. Besonderes Interesse beansprucht ein von Herrn Kayser durch Lichtdruck reproducirter Blitz vom 16. Juli 1884, wo der Hauptstrahl nicht aus einer hellen Linie besteht, sondern aus vier dicht nebeneinander liegenden nahezu parallelen Linien gebildet wird. Der eine Randstrahl ist sehr breit, hat in der Nachbildung etwa die zehn- bis fünfzehnfache Breite der beiden mittleren Strahlen, die beide von gleicher Breite sind, und endlich hat der andere Randstrahl kaum die halbe Breite der mittleren. Das ganze vierfache System verläuft vom Zenith zum Horizont.

Herr Kayser stellt, nicht auf Grund directer Beobachtungen, sondern auf Grund seiner fertigen Platten die Frage, wie dieser vierfache Blitz zu erklären sei und findet als Antwort vier mögliche Annahmen, nämlich erstens, dass die vier Strahlen nicht zu einer und derselben Entladung gehören, sondern zu verschiedenen Zeiten zufällig an derselben Stelle des Himmels übergeschlagen sind; zweitens, dass die vier Entladungen gleichzeitig stattgefunden haben; drittens, dass die vier Entladungen nicht gleichzeitig, sondern eine nach der anderen, in derselben Richtung, von der Wolke zur Erde übergeschlagen sind;

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Bulletin de l'Académie St. Pétersbourg, T. XXX (1885).

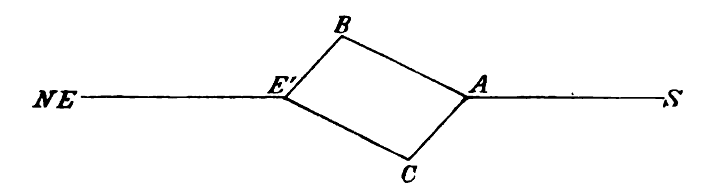

Digitized by Google

endlich viertens, und diese Annahme hält Herr Kayser auch für die richtigste, dass die vier Entladungen oscillirend waren, bei welchen in kurzen Zwischenräumen Entladungen von der Wolke zur Erde und umgekehrt verliefen.

Da ich Gelegenheit hatte, im Observatorium zu Pawlowsk einen solchen, auch durch andere Umstände sich auszeichnenden Blitz am 21. Mai 1885 um $6^h 52^m$ p. m. mittlerer Pawlowsker Zeit, direct zu beobachten und dieser Fall nicht nur dieselbe Erscheinung bot, wie sie Herr Kayser auf seinen Platten hatte, sondern auch die Richtigkeit der vierten Annahme Kayser's vollkommen bestätigt, so glaube ich meine Beobachtung hiermit mittheilen zu sollen.

Nachdem am Nachmittag des genannten Tages die für diese Jahreszeit hier aussergewöhnliche Hitze 26,2° erreicht hatte, zogen aus Südosten um 6 Uhr nachmittags Gewitterwolken herauf, denen eine halbe Stunde später ein SO-Sturm folgte, der in der Südostecke des zum Observatorium gehörigen Parks auf einer kleinen Fläche neun grosse Bäume entwurzelte. Um $6^h 40^m$ p. m. begann das Gewitter im Südosten mit einem fernen Blitz, dem nach fünf Minuten ein anderer im Osten folgte. Mit dem dritten Blitz um $6^h 48^m$ p. m fielen einzelne Regentropfen und Hagelkörner. Den vierten Blitz beobachtete ich um $6^h 50^m$ schon in einer Nähe von $2{,}7^{km}$. Die drei letzten Blitze zeichneten sich, wie auch alle nachfolgenden, durch starke Verästelung aus, wobei die Strahlen sich in mehrfache gleich intensive Zweige theilten.

Besonders merkwürdig war der fünfte Blitz, der um $6^h 52^m$ p. m. im Süden in einer Höhe von ca. 30° aufleuchtete, in gleicher Höhe etwa 50° nach Nordosten weiterging und sich alsdann in der ostsüdöstlichen Himmelsgegend im Punkte A der Zeichnung in zwei Theile



zerlegte. Die beiden Theile, beide von gleicher Helligkeit, liefen unter einem spitzen Winkel von ca. 75° auseinander, der eine Arm nahm seinen Weg nach oben, der andere nach unten, nachdem sie sich aber um ca. 35° von einander entfernt hatten, kehrten beide unter einem stumpfen Winkel von ca. 105° um, und vereinigten sich im Osten im Punkte E der Zeichnung, um als ein einziger Strahl wieder in derselben Höhe von ca. 30° nach Nordosten weiter zu gehen. Das ganze

Digitized by Google

Bild bot in der Mitte ein Rhomboid dar und ich sah die Strahlen einzeln von *A* nach *B*, und von *A* nach *C* verlaufen, in diesen Punkten umkehren und in *E* sich wieder vereinigen. Infolge der grossen Geschwindigkeit des Strahls sah ich einen Moment das ganze Rhomboid *ABEC* als geschlossene Figur und dabei fiel es mir auf, dass die Figur keine Raute war, sondern die obere Ecke *B* weiter nach Nordosten lag, als die untere *C*. Das Auffallende war das, und dies gerade bestätigt die vierte Annahme Kayser's, dass derselbe Strahl im Nordosten, etwa 50° vom Punkte *E* umkehrte, sich in gleicher Helligkeit rückwärts fortpflanzend im Punkte *E* sich abermals theilte, genau dieselbe Figur *EBAC* bildete, wo wiederum die Ecke *B* weiter nach Nordosten zu liegen kam, als der Punkt *C*, und nachdem sich beide Strahlen in *A* vereinigt hatten, ging der Strahl nach *S* weiter, ohne an Helligkeit merklich abzunehmen. Dort kehrte er wieder um, theilte sich auch wieder in *A* in derselben Weise wie vorher, aber die Strahlen verschwanden, ehe das Rhomboid zum dritten Mal zu Stande kam.

Dieser Fall bestätigt die oscillirende Fortpflanzung des Blitzstrahls vollkommen und setzt die vierte Annahme Kayser's ausser Zweifel, indem der Strahl in dem bereits erhitzten Luftkanal, den er sich auf seinem ersten Wege geschaffen, wiederkehrt und unter Umständen mehrere Mal dieselbe Bahn durchlaufen kann. Das von mir zwei Mal vollkommen ausgebildet wahrgenommene Rhomboid weist auch darauf hin, dass der Strahl dieselbe Bahn, mit denselben Krümmungen beibehält, so dass dadurch der Parallelismus der photographisch aufgenommenen Blitzstrahlen auch hier vorhanden war. Selbstverständlich war es mir nicht möglich festzustellen, ob die Bahn genau wieder dieselben Punkte durchlief, was nur eine photographische Aufnahme hätte zeigen können.

Eine fernere fünfte Annahme wäre, dass gleichzeitig zwei oder mehrere gleichgerichtete Entladungen stattfinden, und dass jeder Strahl für sich seinen Weg wieder rückwärts zurücklegt. Demnach wären in dem von mir beobachteten Falle im Punkte *S* zwei gleichzeitige Entladungen anzunehmen, die so nahe nebeneinander laufen, resp. deren Bahn-Projectionen mir so nahe nebeneinander erschienen, dass ich beide Strahlen für einen sehen und halten musste, bis sie im Punkte *A* auf einen grösseren Widerstand stiessen, wo der eine Strahl den geringsten Widerstand nach oben findend, auch diese Richtung einschlug, während der andere Strahl den geringsten Widerstand nach der unteren Seite hin fand und sich nach der unteren Seite abzweigte, früher aber umkehrte, als der obere und beide gleichzeitig im Punkte *E* anlangend, wieder neben einander laufend, nach *NE* weitergingen. Auf dem Rückwege ging jeder Strahl wieder durch denselben Kanal

Digitized by Google

erhitzter Luft nach *S* zurück. Ob diese Strahlen beide gleichzeitig oder unmittelbar nacheinander herübergehen, lässt sich direct nicht beobachten. Mir erscheint es wahrscheinlich, dass der Blitz in mehreren Entladungen nach mehreren Seiten geht, wie ich an anderen Blitzen sowohl am 21. Mai, als auch am 24. Mai beobachtet habe und wie auch die Blitzphotographien zeigen, die einer Karte eines Flusssystems ähneln, wo der Blitz, nur in entgegengesetzter Richtung, ebenso in Armen verläuft, wie Bäche, Zuflüsse und Nebenflüsse ein Stromsystem bilden. Dass eine solche mehrfache Entladung möglich ist, das zeigen mehrere gleichzeitig überspringende Funken zwischen den Conductoren einer Elektrisirmaschine. Durch den verschiedenen Widerstand, dem die einzelnen Funken begegnen, werden für dieselben andere Bahnen zu Stande kommen und ist eine Luftschicht oder Wolkenschicht besonders günstiger Leiter, so ist es leicht möglich, dass in besonderen Fällen parallele Strahlen zu Stande kommen, was dann noch besonders begünstigt wird, wenn der eine Funke unmittelbar dem anderen folgt, und leichter in denselben erhitzten Luftkanal hineingeräth.

Da ich ferner am 21. Mai den rücklaufenden Strahl, resp. die rücklaufenden Strahlen in derselben Helligkeit beobachtet habe, in der sie anfangs erschienen, so erscheint es mir nicht wahrscheinlich, dass der Strahl in dem Maasse an Helligkeit oder Breite abgenommen hat, wie sie in der Nachbildung der Kayser'schen Platte sichtbar ist. Wenn er $^9/_{10}$ bis $^{14}/_{15}$ seiner Breite eingebüsst hätte, wie die Photographie Kayser's zeigt, so konnte diese Abnahme nicht unbemerkt bleiben. Darin widerspricht meine Beobachtung den Erläuterungen, die Herr Kayser seiner Photographie beigegeben hat. Ferner ist die Fortpflanzungsrichtung in meinem Falle horizontal, von Wolke zu Wolke, in dem Kayser'schen Falle von der Wolke zur Erde und umgekehrt.

Eine besondere Wolkenbildung in der Gegend des Rhomboids habe ich weder vorher noch nachher bemerkt, obgleich ich von dem Moment des Blitzes an diese Stelle am Himmel nicht aus den Augen liess. Der Himmel war mit Regenwolken bedeckt, nur im Norden und Westen konnte man Contouren wahrnehmen. Der Regen begann zwei Minuten nach diesem oben behandelten Blitz und fiel in verhältnissmässig geringer Quantität. Die kürzeste Entfernung des Blitzstrahls, die Normale zu seiner Bahn, betrug 8 Zeitsecunden oder $2{,}7^{\mathrm{km}}$, und da der scheinbare Weg 140^0 lang war, so folgt daraus die Länge der Bahn mit $2 \cdot 2{,}7 \operatorname{tg} 70^0 = 15^{\mathrm{km}}$, vorausgesetzt, dass die Normale die Bahn in der Mitte traf.

Einen anderen interessanten Blitzstrahl habe ich am 24. Mai 1885 zwischen $6^{\mathrm{h}} 25^{\mathrm{m}}$ und $6^{\mathrm{h}} 38^{\mathrm{m}}$ p. m., die Zeit habe ich nicht genau notirt, ebenfalls im Observatorium zu Pawlowsk beobachtet. Nachdem

Digitized by Google

von diesem blitzreichen Gewitter mit Hagelschlag mehrere Züge über den Beobachtungsort gegangen waren, zog eine gelbgraue Gewitterwolke langsam nach Nordwesten; zwischen dieser und einer vorhergehenden, nach Norden gerichteten dunkelgrauen Wolke waren zahlreiche starke Blitze zu sehen. Nachdem die dunkelgraue Wolke fast ganz und die gelbgraue theilweise hinter den nächsten etwa 100^{m} entfernten Baumspitzen verschwunden waren, entfuhr der dunkelgrauen Wolke ein Blitz, der nach Südwest ging und unmittelbar nach dieser Entladung, die meinen Blick schon nach dieser Himmelsgegend gelenkt hatte, leuchtete in der, in der Nähe liegenden Südspitze der gelbgrauen Wolke ein heller Blitzstrahl auf, der horizontal nach Nordwesten ging, mir aber, da er horizontal von meinem Standort nach Nordwesten ging, in seiner Projection als ein vertical niedergehender Strahl sichtbar war und von den Baumspitzen an gerechnet, sich bis auf ca. 20° hinauf erstreckte. Ich konnte nur den südöstlichen Theil wahrgenommen haben, während der übrige Theil unter meinem Horizont lag. Ich sah den Blitz nicht im Zickzack verlaufen, sondern als ein geschlängeltes Ganzes entstehen und als Ganzes wieder vergehen, hierauf an derselben Stelle abermals und auch noch zum dritten und vierten Mal in derselben Weise und in stets gleicher Helligkeit aufleuchten, als Ganzes entstehen und als Ganzes vergehen. Dass ich in diesem Falle keinen laufenden Strahl sehen konnte, lag wahrscheinlich daran, dass die von mir gesehene Strecke zu klein war, um die Fortpflanzung noch wahrnehmen zu lassen.

Das Zeitintervall zwischen dem zweiten und dritten Aufleuchten sowohl, als auch zwischen dem dritten und vierten, erschien mir grösser, als das Intervall zwischen dem ersten und zweiten. Der zweite Strahl erschien unmittelbar nach dem ersten und das Zeitintervall zwischen beiden Entladungen war gleich der Sichtbarkeitsdauer der einzelnen Strahlen, hingegen nach der zweiten und nach der dritten Entladung verging eine merkbare, aber immerhin geringe Zeit. Der nachfolgende Donner dauerte über 80 Secunden.

Unter den vielen Blitzen des Gewitters vom 24. Mai habe ich drei Fälle beobachtet, wo der Strahl auf der Bahn der ersten Entladung zurücklief, doch nicht auf der ganzen Strecke, sondern nur auf einem Theil der Bahn sichtbar war. In solchen Fällen ist darauf zu achten, dass man nicht wiederholte Entladungen und Reflexerscheinungen verwechselt.

Digitized by Google

Ueber ein neues Hydrodensimeter[1]).

Von

Alois Handl.

Die Bestimmung der Dichten von Flüssigkeiten durch Beobachtung der Höhen, bei welchen sie gleichen hydrostatischen Druck üben, ist im Principe so einfach und verhältnismässig genau durchführbar, dass es nur der unvollkommenen Einrichtung der bisher für diesen Zweck gebauten Instrumente zuzuschreiben ist, wenn dieses Verfahren nicht allgemeiner verwendet wird, ja überhaupt kaum aus den Büchern in die Praxis übergegangen zu sein scheint. Der Hauptmangel aller mir bekannten Instrumente dieser Art besteht darin, dass die Reinigung und Austrocknung derselben zwischen je zwei Beobachtungen sehr umständlich ist, wodurch die sonstigen Vortheile des Verfahrens in den Hintergrund gedrängt werden. Diesem Uebelstande ist bei der von mir getroffenen Anordnung vollständig abgeholfen. Diese besteht in folgendem:

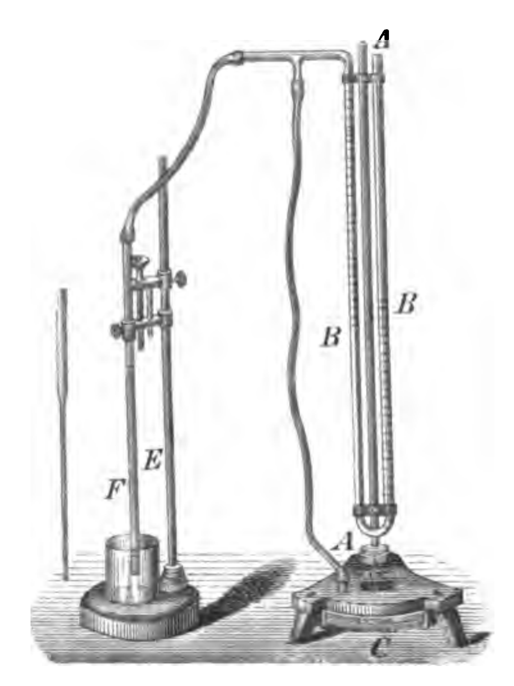
Ein festes Gestelle (A) trägt ein Wassermanometer (B) von 40 bis 50^{cm} Höhe, dessen Stand an einer Millimeterscala abgelesen werden kann. Sind beide Schenkel des Manometerrohres gleich weit, so kann man den Nullpunkt der Scala in ihrer Mitte anbringen, und dafür sorgen, dass die manometrische Flüssigkeit in beiden Schenkeln im Gleichgewichtszustande beim Nullpunkte stehe. Bei einer Störung des Gleichgewichtes ist dann die Hebung auf der einen Seite (a) gleich der Senkung auf der anderen, und die Manometerhöhe $h = 2a$, so dass man zur Beobachtung derselben nur eine einzige Ablesung zu machen braucht.

Der eine Schenkel des Manometerrohres ist mit einem T-Stücke verbunden, von welchem zwei dünne Kautschukschläuche ausgehen. Der eine derselben führt zu einem kleinen Blasebalge (C), dessen Boden am Gestelle (A) befestigt ist, während sein Deckel mittels einer Schraube (D) gehoben oder gesenkt werden kann. (Dieser Blasebalg

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 92 (Juli 1885).

Digitized by Google

ist eine Nachahmung der von Dr. **Michaelis** in der Zeitschrift für Instrumentenkunde 1883 S. 268 beschriebenen Druck- und Saugvorrichtung). Der andere, von dem T-Stücke ausgehende Schlauch führt zu einem geraden Glasrohre (*F*), welches von einem besonderen Gestelle (*E*) getragen wird, und auf diesem lothrecht gestellt und in lothrechter Richtung beliebig verschoben werden kann. Dieses Rohr *F*, welches ich das Steigrohr nennen will, ist mit zwei, genau 200^{mm} von einander entfernten, eingeätzten Strichen versehen, von denen der eine etwa 20^{mm} vom unteren Ende des Rohres absteht.



Die Beobachtung geschieht in folgender Weise: Man taucht das Rohr (*F*) bis zur unteren Marke in die zu untersuchende Flüssigkeit, ohne dass dieselbe aus dem Gefässe, welches bisher zu ihrer Verwahrung diente, herausgenommen zu werden braucht; man saugt sodann durch Aufziehen des Blasebalges mittels der Schraube *D* die Flüssigkeit bis zur oberen Marke des Steigrohres, wobei man, wenn nöthig, dasselbe so weit herabsenkt, dass die untere Marke stets mit der äusseren Flüssigkeitsoberfläche zusammenfällt. Das Anbringen dieser Verbesserung ist nur dann nöthig, wenn die zu untersuchende Flüssigkeit in einem engen Gefässe verwahrt ist. Endlich liest man den Höhenunterschied h im Wassermanometer, bezw. die Hebung $a = h : 2$ in dem einen Schenkel desselben ab. Bezeichnet man das specifische Gewicht der untersuchten Flüssigkeit mit S, das der manometrischen Flüssigkeit mit s (wofür übrigens $= 1$ gesetzt werden kann), so ist

$$200\,S = hs = 2as$$

und

$$S : s = h : 200 = a : 100,$$

wenn h oder a in Millimetern gegeben ist. Einer Aenderung von h um 2^{mm} entspricht also eine Dichtenänderung $= 0{,}01$.

Man kann übrigens die Empfindlichkeit des Instrumentes auf zweierlei Arten steigern: Entweder man vergrössert den Abstand der

Digitized by Google

Marken im Steigrohre und demgemäss die Länge des Manometers, oder man verwendet statt des Wassers im Manometer eine Flüssigkeit von kleinerem specifischen Gewichte.

Wenn sich die zu untersuchende Flüssigkeit in einem undurchsichtigen Gefässe befindet, so muss man ein Steigrohr verwenden, dessen untere Marke soweit vom unteren Ende absteht, dass sie beim Eintauchen des Rohres in die Flüssigkeit noch in wagrechter Richtung angeschaut werden kann. Man beobachtet dann den Manometerstand h_1, welcher der Hebung und Senkung der untersuchten Flüssigkeit bis zur unteren Marke entspricht, saugt bis zur oberen Marke an, beobachtet h_2, und findet dann

$$S : s = (h_2 - h_1) : 200.$$

Nach der Beobachtung wird die Schraube D auf ihren ersten Stand zurückgedreht, das Steigrohr aus der untersuchten Flüssigkeit gehoben, vom Kautschukschlauche abgestreift und kann nun ohne jede Schwierigkeit gereinigt und getrocknet werden. Da man leicht eine beliebige Zahl von Steigrohren vorräthig halten kann, so kann man auch eine beliebige Zahl von Beobachtungen nacheinander machen, ohne durch die Reinigung des Instrumentes aufgehalten zu sein.

Wenn nur sehr geringe Flüssigkeitsmengen zur Untersuchung zur Verfügung stehen, so kann man ein Steigrohr verwenden, welches in seinem unteren Theile sehr eng und nur in der Nähe der oberen Marke so weit ist, dass die Capillardepression vermieden wird.

Das beschriebene Instrument ist zunächst für den Gebrauch in Laboratorien und Fabriken bestimmt; wenn man die Temperatur im Manometer berücksichtigt und die Einstellung und Ablesung mit dem Kathetometer vornimmt, gestattet es die Bestimmungen ebenso genau zu machen wie die Beobachtung mit dem Picnometer und der Wage. Dasselbe ist in Oesterreich und Deutschland zur Patentirung angemeldet.

Digitized by Google

Das Wärmeleitungsvermögen der tropfbaren Flüssigkeiten [1].

Von

Prof. **H. F. Weber.**

Im Jahre 1879 beschrieb ich eine neue Methode zur absoluten Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit der tropfbaren Flüssigkeiten und benutzte dieselbe zur Ermittlung dieser Grösse für vierzehn verschiedene flüssige Substanzen. In dieser Methode ist die Wärmefortführung, jene bedeutende Fehlerquelle der bis dahin benutzten Methoden, principiell beseitigt und ist die Messung der Wärmeleitungsfähigkeit der Hauptsache nach auf die genaue Beobachtung einer rasch fallenden Temperatur zurückgeführt.

Die zu untersuchende Flüssigkeit wird in der Form einer sehr dünnen planparallelen Lamelle zwischen zwei horizontal stehende, gleichgrosse, aber ungleich dicke, flach cylindrische Scheiben von Kupfer höchster Wärmeleitungsfähigkeit gebracht und auf eine bestimmte, auch den Kupferplatten zukommende anfängliche Temperatur erwärmt. Von einem bestimmten Zeitpunkte an wird sodann die untere Kupferplatte auf eine gewisse niedere Temperatur abgekühlt und auf dieser Temperatur erhalten, während gleichzeitig das Plattensystem nach der Seite und nach oben hin von einer Hülle gleicher Temperatur eingeschlossen wird. Aus dem Gange, welchen die Temperatur in irgend einer Stelle der oberen Kupferplatte während der Abkühlung zeigt, lässt sich das absolute Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeitsschicht bestimmen, sobald die Dimensionen, die Massen und die specifischen Wärmen der einzelnen Theile des Plattensystems bekannt sind und ausserdem die Constante der äusseren Wärmeableitung für die obere Platte ermittelt worden ist. Die letztere Grösse braucht indessen nur angenähert bekannt zu sein, da dieselbe in dem Abkühlungsprocesse der oberen Platte nur eine ganz secundäre Rolle spielt, falls die Flüssigkeitslamelle sehr dünn genommen wird.

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Berliner Akad. Bd. 38 S. 809 (1885).

Digitized by Google

Aus den angestellten Messungen ergab sich das allgemeine Resultat, dass der Werth des Wärmeleitungsvermögens k der tropfbaren Flüssigkeiten durch die Form ausdrückbar ist:

$$k = \eta \cdot \varrho \cdot c,$$

wo ϱ die Dichte, c die specifische Wärme der Masseneinheit, $\varrho \cdot c$ also die specifische Wärme der Einheit des Volumens bezeichnet und wo der Coeffizient η eine von Flüssigkeit zu Flüssigkeit nur wenig variirende Grösse bedeutet. In Betreff der Natur dieser Grösse konnte aus jenen Beobachtungen nur das eine Resultat mit Bestimmtheit abgeleitet werden, dass diese Grösse von der Stärke des Coefficienten der inneren Reibung nur ausserordentlich wenig abhängig ist, denn Glycerin und Aether z. B. zeigten sehr wenig differirende Werthe dieser Grösse: welches aber diejenigen Eigenschaften der Flüssigkeiten sind, welche die Schwankungen des Werthes von η von Flüssigkeit zu Flüssigkeit bedingen, das konnte aus jenen Beobachtungen noch nicht abgeleitet werden.

Indessen hatte ich mir gleich von vornherein das Ziel gesetzt, durch weitere Untersuchungen alle die Momente festzustellen, welche auf die Grösse des Coefficienten η von Einfluss sind.

Diese Untersuchungen habe ich innerhalb der letzten sechs Jahre in weitestem Umfange durchgeführt. Nach und nach habe ich fünfzig verschiedene, chemisch vollkommen definirte und möglichst reine Flüssigkeiten auf die Grösse ihrer Wärmeleitungsfähigkeit mittels der beschriebenen Methode untersucht. Gleichzeitig habe ich während dieser ganzen Zeit die benutzte Methode auf die Zuverlässigkeit ihrer Resultate in mannigfacher Weise geprüft, indem jedes abänderungsfähige Element der Versuchsmethode abgeändert wurde: es kamen drei, an Grösse sehr verschiedene, Apparate neben- und nacheinander zur Anwendung, für alle untersuchten Flüssigkeiten wurden zwei bis drei verschiedene Lamellendicken (zwischen $\frac{1}{4}^{mm}$ und $1\frac{1}{2}^{m}$ gelegen) benutzt und endlich wurde für jede Flüssigkeit der experimentelle Nachweis geführt, dass der gefundene Werth der Wärmeleitungsfähigkeit nicht durch Wärmefortführung gefälscht ist.

Bei dieser eingehenden Prüfung auf die Leistungsfähigkeit der Methode stellte sich heraus, dass die ersten Resultate der Methode vom Jahre 1879 noch ein wenig von Wärmefortführung beeinflusst waren, weil die eine der beiden dort zur Verwendung gekommenen Methoden der Abkühlung der unteren Platte, das Aufsetzen des Plattensystems auf eine Eisplatte, dem Plattensystem leicht eine schwach geneigte Stellung gab, welche Strömungen der Flüssigkeit entstehen liess, und weil auch die zweite Abkühlungsweise, die Abkühlung durch den Wasser-

Digitized by Google

strahl der Wasserleitung, in dickeren Lamellen schwache Zitterungen hervorruft, welche Wärme von der oberen Platte zur unteren Platte führen. In den neuen Messungen wurde diese Wärmefortführung beseitigt, indem ausschliesslich Wasserkühlung zur Anwendung kam, die Lamellendicke viel kleiner als früher gewählt wurde und die Stosswirkungen der kühlenden Wassermassen durch das Einkitten des Apparates in einen sehr massiven Steinpfeiler des Laboratoriums verschwindend klein gemacht wurden.

Die Kupferplatten der drei benutzten Apparate waren stark vergoldet.

Während der Ausführung dieser neuen Messungen hat meine Methode und die von mir beschriebene Handhabung dieser Methode einige Ausstellungen erfahren, zuerst von Seite des Hrn. Lorberg, sodann in neuerer Zeit von Seite des Hrn. Grätz. Ich werde diese Ausstellungen in den Abhandlungen, welche mein gesammtes Versuchsmaterial und die Verarbeitung dieses Materials zur Ableitung der Endresultate nächstens bringen werden, ausführlich besprechen und darlegen, dass die Mängel, welche diese Herren meiner Methode zuschreiben, theils nicht bestehen, theils ausserordentlich kleine Grössen betreffen, welche vorläufig so lange ausser Betracht gelassen werden können, als nicht die Grösse der Wärmeleitungsfähigkeit bis auf kleine Bruchtheile eines Procentes genau ermittelt werden soll. Eine so hoch gesteckte Genauigkeit dürfte aber schwerlich jemals in sicherer Weise erreicht werden. Mich dünkt, es ist schon ein erheblicher Fortschritt auf diesem schwierigen Experimentalgebiete erreicht, wenn die Grösse der Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten bis auf 1 Procent ermittelt ist. Diese Genauigkeit glaube ich nach jahrelanger Handhabung und Vervollkommnung meiner Methode erreicht zu haben. An derselben Stelle behalte ich mir vor, die Einwürfe vorzutragen, welche ich gegen die neue Methode von Hrn. Grätz zu machen habe.

Zur Ermittlung der Natur des oben genannten Coefficienten η ging ich in den neuen Messungen von der Untersuchung des Wärmeleitungsvermögens analog constituirter Flüssigkeiten aus. Ich untersuchte zunächst während der Jahre 1880 bis 1883 die Gruppe der Alkohole, die Gruppe der isomeren Ester und einige Glieder der Gruppe der fetten Säuren. Diese Untersuchung lieferte mir im Frühjahr 1883 das einfache Resultat, dass für diese Flüssigkeiten die Grösse des Coefficienten η in reciprokem Verhältnis zu der mittleren Distanz benachbarter Flüssigkeitsmoleküle steht. Als ich dieses Resultat der physikalischen Section der in Zürich tagenden schweizerischen naturforschenden Gesellschaft im August 1883 mittheilte, konnte ich beifügen, dass auch alle bis dahin untersuchten Chloride diese Eigenschaft besitzen.

Digitized by Google

Die allgemeine Giltigkeit dieses Resultates war durch weitere Messungen zu prüfen. Nach und nach habe ich bis heute fünfzig verschiedene Flüssigkeiten einer eingehenden, vielfach wiederholten und ich darf sagen rigorosen Prüfung unterworfen; bisher habe ich überall Bestätigung dieses Resultates gefunden.

Mit der Erlangung dieses Resultates darf ich meine Untersuchungen über die Wärmeleitungsfähigkeit der Flüssigkeiten als einigermaassen abgeschlossen ansehen, obschon gerade durch die Gewinnung dieses einfachen Resultates weitere Fragen angeregt werden. Bevor ich alle die Einzelheiten über die Handhabung der Methode uud über die Prüfung der Zuverlässigkeit der erhaltenen Resultate in einer Reihe von Abhandlungen darlege, erlaube ich mir, der königl. Akademie die Gesammtheit der Resultate in gedrängter Kürze und tabellarisch geordnet vorzulegen.

In Betreff der Auslegung dieser Resultate habe ich hervorzuheben, dass sämmtliche gemessene Grössen auf Temperaturen Bezug haben, welche zwischen 9° und 15° liegen. Da ich zur Kühlung des Plattensystems das Wasser der Wasserleitung benutzte und die Messungen zu sehr verschiedenen Jahreszeiten anstellen musste, vermochte ich nicht alle die verschiedenen Flüssigkeiten bei einer und derselben Temperatur zu untersuchen; indessen beziehen sich alle Daten jeder einzelnen Flüssigkeit auf dieselbe Temperatur.

In den Columnen 1 bis 8 der folgenden Tabellen finden sich verzeichnet:

1. die untersuchte Flüssigkeit,
2. die chemische Constitution der Flüssigkeit,
3. die Dichte ϱ,
4. ein relativer Werth für den mittleren Abstand zwischen benachbarten Flüssigkeitsmolekülen, welcher mit $\lambda : \sqrt[3]{\mu}$ bezeichnet ist und welcher sofort näher definirt werden soll,
5. die specifische Wärme der Masseneinheit c,
6. die specifische Wärme der Einheit des Volumens $\varrho \cdot c$,
7. der absolute Werth der Wärmeleitungsfähigkeit k,

und endlich

8. die Grösse des Ausdrucks $\frac{k}{\varrho c} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$.

Die Grösse des relativen Werthes des mittleren Abstandes benachbarter Flüssigkeitsmoleküle, welcher in der Columne 4 verzeichnet ist, wurde in der folgenden Weise gewonnen.

Es wurde angenommen, dass je ein Molekül der Flüssigkeit aus μ Molekülen des dampfförmigen Zustandes der flüssigen Substanz zusammengesetzt ist. Ist m die Masse je eines Moleküls der letzteren

Digitized by Google

Kategorie, und bedeutet N die Anzahl der Moleküldes flüssigen Aggregatzustandes, welche im Volumen 1 enthalten sind, so gilt die Gleichung:

$$\varrho = N \cdot \mu \cdot m.$$

Nehmen wir ausserdem an, es sei die Grösse des Raumes, in welchem im Durchschnitt je ein Molekül des flüssigen Aggregatzustandes anzutreffen ist durch den Ausdruck λ^3 gegeben, so gilt die weitere Gleichung:

$$1 = N \cdot \lambda^3.$$

Daraus folgt dann:

$$\lambda : \sqrt[3]{\mu} = \sqrt[3]{\frac{m}{\varrho}}.$$

Dies ist der Werth, welcher als relativer Ausdrruck des mittleren Abstandes benachbarter Füssigkeitsmoleküle in der Columne 4 aufgeführt ist.

Zur Ableitung der absoluten Werthe von k wurden die Einheiten: Gramm, Centimeter, Minute und 1° C gebraucht.

		ϱ	$\lambda : \sqrt[3]{\mu}$	c	$\varrho \cdot c$	k	$\frac{k}{\varrho c} \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$
1. Substanzen verschiedener Natur.							
Wasser	H_2O	1,000	2,62	1,000	1,000	0,0816	0,214
Anilin	C_6H_7N	1,020	4,50	0,492	0,502	0,0245	0,213
Glycerin	$C_3H_8O_3$	1,251	4,19	0,610	0,768	0,0402	0,221
Aether	$C_4H_{10}O$	0,725	4,68	0,525	0,381	0,0182	0,223
2. Alkohole.							
Methylalkohol	CH_4O	0,804	3,41	0,605	0,486	0,0297	0,209
Aethylalkohol	C_2H_6O	0,798	3,86	0,584	0,466	0,0254	0,210
Propylalkohol	C_3H_8O	0,803	4,21	0,558	0,448	0,0224	0,211
Butylalkohol (iso-)	$C_4H_{10}O$	0,806	4,51	0,561	0,452	0,0204	0,204
Amylalkohol (Gärungs-)	$C_5H_{12}O$	0,824	4,74	0,546	0,450	0,0197	0,208
3. Fette Säuren.							
Ameisensäure	CH_2O_2	1,220	3,85	0,511	0,623	0,0389	0,209
Essigsäure	$C_2H_4O_2$	1,061	3,84	0,496	0,526	0,0283	0,207
Propionsäure	$C_3H_6O_2$	1,001	4.20	0,473	0,473	0,0234	0,208
Buttersäure, normale	$C_4H_8O_2$	0,969	4,49	0,472	0,457	0,0216	0,212
Isobuttersäure	$C_4H_8O_2$	0,958	4,51	0,460	0,441	0,0204	0,209
Valeriansäure, normale	$C_5H_{10}O_2$	0,948	4,76	0,470	0,445	0,0195	0,209
Isovaleriansäure	$C_5H_{10}O_2$	0,940	4,77	0,454	0,427	0,0187	0,209
Isocapronsäure	$C_6H_{12}C_2$	0,935	4,98	0,455	0,425	0,0179	0,210

Digitized by Google

		ϱ	$\lambda:\sqrt[3]{\mu}$	c	$\varrho\cdot c$	k	$\frac{k}{\varrho c}\frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$
			4. Isomere Ester.				
Methylacetat	$C_3H_6O_2$	0,942	4,28	0,498	0,469	0,0231	0,211
Aethylformiat	$C_3H_6O_2$	0,934	4,29	0,497	0,464	0,0227	0,210
Aethylacetat	$C_4H_8O_2$	0,914	4,58	0,479	0,438	0.0209	0,218
Propylformiat	$C_4H_8O_2$	0,887	4,63	0,526	0,466	0,0214	0,212
Propylacetat	$C_5H_{10}O_2$	0,899	4,84	0,475	0,427	0,0196	0.222
Methylbutyrat	$C_5H_{10}O_2$	0,914	4,81	0,480	0,439	0,0201	0,220
Aethylbutyrat	$C_6H_{12}O_2$	0,894	5,06	0,477	0,426	0,0191	0,226
Methylvalerat	$C_6H_{12}O_2$	0,897	5.06	0,482	0,432	0,0189	0,221
Aethylvalerat	$C_7H_{14}O_2$	0,880	5,29	0,500	0,440	0,0184	0,221
Amylacetat	$C_7H_{14}O_2$	0,877	5,29	0,496	0,435	0,0181	0,220
			5. Chloride.				
Chlorbenzol	C_6H_5Cl	1,117	4,65	0,339	0,379	0,0181	0,222
Chloroform	$CHCl_3$	1,511	4,28	0,227	0,343	0,0173	0,216
Chlorkohlenstoff	CCl_4	1,612	4,57	0,202	0,325	0,0151	0,212
Propylchlorid	C_3H_7Cl	0,902	4,43	0,395	0,356	0,0170	0,212
Isobutylchlorid	C_4H_9Cl	0,884	4,71	0,431	0,381	0,0167	0,206
Amylchlorid	$C_5H_{11}Cl$	0,876	4,95	0,445	0,390	0,0170	0,216
			6. Bromide.				
Brombenzol	C_6H_5Br	1,504	4,70	0,239	0,359	0,0159	0,207
Aethylbromid	C_2H_5Br	1'453	4,22	0,210	0,305	0,0148	0,205
Propylbromid	C_3H_7Br	1,336	4,49	0,258	0,344	0,0154	0,201
Isobutylbromid	C_4H_9Br	1,221	4,82	0,323	0,394	0,0167	0,204
Amylbromid	$C_5H_{11}Br$	1,218	4,99	0,286	0,348	0,0142	0,204
			7. Jodide.				
Aethyljodid	C_2H_5J	1,931	4,32	0,158	0,305	0,0133	0,188
Propyljodid	C_3H_7J	1,760	4,59	0,182	0,320	0,0132	0,190
Isobutyljodid	C_4H_9J	1,622	4,84	0,201	0,326	0,0125	0,186
Amyljodid	$C_5H_{11}J$	1,489	5,06	0,222	0,330	0,0122	0,187
			8. Kohlenwasserstoffe.				
Benzol	C_6H_6	0,887	4,44	0,418	0,371	0,0200	0,239
Toluol	C_7H_8	0,871	4,72	0,419	0.365	0,0184	0,238
Cymol	$C_{10}H_{14}$	0,871	5,36	0,437	0,381	0,0163	0,229
Terpentinöl	$C_{10}H_{16}$	0,870	5,39	0,430	0,374	0,0156	0,225
			9. Sulfide.				
Schwefelsäure	H_2SO_4	1,831	3,77	0,348	0,637	0,0459	0,271
Schwefelkohlenstoff	CS_2	1,276	3,90	0,239	0,305	0,0206	0,263
Senföl	C_4H_5NS	1,017	4,60	0,392	0,399	0,0229	0,264
Aethylsulfid	$C_4H_{10}S$	0,826	4,78	0,433	0,357	0,0197	0,264

Aus diesen Resultaten geht hervor, das die Grösse $\frac{k}{\varrho c}\cdot\frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$ für alle Flüssigkeiten ähnlichen Charakters den gleichen Werth hat. Derselbe

Digitized by Google

beträgt für die Gruppe der Alkohole im Mittel 0,208, für die Gruppe der fetten Säuren im Mittel 0,209, für die Gruppe der isomeren Ester im Mittel 0,218, für die untersuchten Chloride im Mittel 0,214, für die Gruppe der untersuchten Bromide 0,204, für die Gruppe der Jodide 0,188, für die vier untersuchten Kohlenwasserstoffe im Mittel 0,233 und endlich für die Gruppe der vier schwefelhaltigen Flüssigkeiten 0,265 im Mittel.

Der Mittelwerth, welchen die Gruppen (2) bis (7) für diese Grösse liefern, ist 0,210. Dieser Mittelwerth liegt in nächster Nähe derjenigen Werthe, welche die vier unter sich so verschiedenartigen Flüssigkeiten: Wasser, Anilin, Glycerin und Aether, die in der Gruppe (1) vereinigt stehen, für diese Grösse liefern: 0,214, 0,213, 0,221 und 0,213.

Mir scheint, es darf daraus mit grosser Wahrscheinlichkeit geschlossen werden, dass in allen diesen sechsundvierzig Flüssigkeiten der Gruppen (1) bis (8) gleichviel Moleküle des dampfförmigen Aggregatzustandes zu einem Flüssigkeitsmolekül vereinigt sind und dass mithin für alle diese Flüssigkeiten die Grösse der Wärmeleitungsfähigkeit als direct proportional der specifischen Wärme der Einheit des Volumens und als umgekehrt proportional der mittleren Distanz benachbarter Moleküle angesehen werden darf: $k = \frac{\varrho \cdot c}{\lambda} \cdot (0{,}210 \sqrt[3]{\mu})$.

Auffallend anders ist das Verhalten der vier untersuchten Schwefelverbindungen; doch zeigt sich auch hier, analog dem Verhalten der Chloride, Bromide und Jodide, dass die Anwesenheit eines Schwefelatoms genügt, um den Werth von $\frac{k}{\varrho \cdot c} \cdot \frac{\lambda}{\sqrt[3]{\mu}}$ in allen vier Flüssigkeiten, trotz ihrer sonst so ausserordentlich verschiedenen physicalischen Eigenschaften, fast genau gleich gross zu machen. Würde man annehmen, dass in diesen untersuchten flüssigen Schwefelverbindungen ein Molekül nur die Hälfte der Anzahl μ Moleküle des dampfförmigen Zustandes enthält, welche in den übrigen sechsundvierzig Flüssigkeiten zu einem Molekül vereinigt sind, so würde auch für diese Sulfide die Relation gelten:

$$k = \frac{\varrho \cdot c}{\lambda} \cdot (0{,}210 \sqrt[3]{\mu}), \text{ da ja } \frac{0{,}265}{\sqrt[3]{2}} \text{ nahezu } 0{,}210 \text{ ist;}$$

es würde dann der Proportionalitätsfactor in dem Ausdrucke für k für alle Flüssigkeiten denselben Werth haben.

Die vorliegenden Resultate scheinen mir einen sicheren Ausgangspunkt zu liefern für die noch zu entwickelnde kinetische Theorie des tropfbarflüssigen Aggregatzustandes.

Digitized by Google

Die Dichte eines festen Körpers, welcher alle einfachen Körper enthält, und Vergleichung derselben mit der mittleren Dichte der Erde[1]).

Von

Prof. **A. Bartoli.**

Berechnen wir die Dichte eines festen Körpers, welcher alle bis jetzt bekannten Elemente enthält; die Elemente mögen unverbunden sein oder wenn sie theilweise Verbindungen bilden, soll jedes die Dichte bewahren, die es im festen Zustande besitzt.

Es ist klar, dass die Dichte des aus ihnen zusammengesetzten festen Körpers bestimmt ist, wenn bekannt ist, in welchen Verhältnissen die Massen der zusammensetzenden Körper darin vorkommen, sowie welches die Dichte der einzelnen ist.

Die Hypothesen, die man in Bezug auf das Verhältnis der Massen der einzelnen Körper machen kann, sind sehr zahlreich, wir werden aber nur drei untersuchen, welche die wichtigsten sind:

1. Die Massen aller einfachen Körper, welche den zusammengesetzten bilden sind gleich.

2. Die Massen der zusammensetzenden einfachen Körper seien zu solchen Theilen darin vertreten, dass die Volumina aller einzelnen einander gleich sind.

3. Die Massen aller einfachen Körper verhalten sich zu einander wie ihre Atomgewichte.

In der folgenden Tabelle finden sich die für die verschiedenen einfachen Körper angenommenen Dichten und ihre Atomgewichte; es sind dies die Daten, deren ich mich bediente, um die Folgerungen aus den obigen drei Hypothesen zu berechnen. Ich veröffentliche diese Tabelle auch deshalb, weil einige dieser Dichten auf experimentellem Wege noch nicht bestimmt, und nur aus wahrscheinlichen Hypothesen abgeleitet worden sind. Ich lasse ohne weiteres die Tabelle mit passenden Anmerkungen folgen.

---

1) Uebers. aus Atli della R. Ae. d. Lincei, Roma, (4) Bd. I. p. 596 (1885)


Digitized by Google

	P Atom-gewicht L. Meyer[1])	*D* spec. Gewicht[1])		*P* Atom-gewicht L. Meyer[1])	*D* spec. Gewicht[1])
Alluminium	27,04	2,60	Niobium	93,7	7,2
Antimon	119,60	6,71	Osmium	195,00	22,5
Arsen	74,90	5,73	Palladium	106,2	11,4
Barium	136,86	3,75	Phosphor	30,96	2,12[3])
Beryllium	9,08	2,07	Platin	194,30	21,50
Blei	206,39	11,37	Quecksilber	199,8	14,19[4])
Brom	79,76	3,15 flüss.	Rodium	104,1	12,1
Bor	10,9	2,5	Rubidium	85,2	1,52
Cadmium	111,7	8,60	Ruthenium	103,5	12,26
Cesium	132,7	1,88	Sauerstoff	15,96	1,90[5])
Calcium	39,91	1,57	Schwefel	31,98	2,00[6])
Cer	141,2	6,68	Selen	78,87	4,5[7])
Chlor	35,37	1,33 flüss.	Silber	107,66	10,53
Chrom	52,45	6,50	Silicium	28,00	2,2[8])
Didim	145,00	6,54	Stickstoff	14,01	2,46[9])
Eisen	55,88	7,86	Strontium	87,3	2,54
Gallium	69,9	5,95	Tantal	182,00	10,4
Gold	196,2	19,32	Tellur	127,7	6,4
Indium	113,4	7,421	Tallium	203,7	11,85
Iridium	192,5	22,42	Torium	231,96	11,00
Jod	126,54	4,95	Uran	239,8	18,7
Kalium	39,03	0,87	Vanadium	51,1	5,5
Kobalt	58,6	8,60	Wasserstoff	1,00	0,18[10])
Kohle	11,97	2,57[2])	Wismuth	207,5	9,80
Kupfer	63,18	8,92	Wolfram	183,6	19,10
Lantan	138,5	6,10	Zink	64,88	7,15
Lithium	7,01	0,59	Zinn	117,35	7,29
Magnesium	23,94	1,74	Zirkon	90,4	4,15
Mangan	54,8	8,00	Scandium	43,97	2,20[11])
Molybden	95,90	8,6	Titan	50,25	4,37[11])
Natrium	22.995	0,98	Ittriom	89,6	3,98[12])
Nickel	58,6	8,9	Fluor	19,06	1,96[11])

1) Die Atomgewichte sind genomen aus L. Meyer und K. Seubert: „Die Atomgewichte der Elemente". Leipzig 1883. Die specifischen Gewichte aus den „physikalisch-chemischen Tabellen" von Landolt und Börnstein. Berlin 1883 S. 41; und aus Rammelsberg's Handbuch der krystallographisch-physikalischen Chemie. Leipzig 1881—1882.

2) Die für Kohle eingesetzte Dichte 2,57 ist das Mittel aus 3,5, 2,3, 1,9, die Landolt und Börnstein als Dichte des Diamants, des Graphits und der Retortenkohle geben.

3) Die Dichten der verschiedenen Modificationen des Phosphors sind: 1,83, 2,20, 2,34 (s. Landolt und Börnstein a. a O.) wovon oben 2,12 das Mittel ist.

Digitized by Google

Nach der ersten Hypothese, nach welcher die gleichen Massen vorausgesetzt sind, wird die mittlere Dichte des festen Körpers gleich

$$\frac{64}{\sum_1^n \frac{1}{D_n}} = \frac{64}{23,716} = 2,698.$$

4) Dichte des Quecksilbers in festem Zustande beim Schmelzpunkte (Mallet).

5) Aus dem Atom-Volum 7,8, welches der Sauerstoff (nach den Kopp'schen Regeln) im Wasser besitzt, würde sich die angenäherte Dichte $\frac{15,96}{7,8} = 2,05$ (im flüssigen Zustande) ergeben; und aus dem Atom-Volum, das er in anderer Verbindung hat 12,2, würde sich nach der gleichen Kopp'schen Regel (angenähert, denn genau sind diese Regeln nicht) die Dichte $\frac{15,96}{12,20} = 1,31$ (im flüssigen Zustande) ergeben. Hinwiederum enthält man aus der Curve von L. Meyer, die mit den Atomgewichten der Elemente als Abscissen und den Atom-Volumen als Ordinaten construirt ist, das Atom-Volumen des Sauerstoffes zu 6,8, woraus sich für den festen Zustand eine Dichte von 2,35 ableitet. Das Mittel von 1,31, 2,05, 2,35 ist aber 1,90.

6) Die Dichten des Schwefels sind: 1,92, 2,07 (Landolt a. a O.) wovon das Mittel 2,00.

7) Die Dichten des Selens sind: 4,2 bis 4,8, daraus das Mittel ist 4,5 (Landolt a. a. O.).

8) Die Dichten des Siliciums sind 2,0 bis 2,4; woraus das Mittel 2,2 ist (Landolt a. a. O).

9) Die Curve von L. Meyer (Die modernen Theorien der Chemie. Breslau 1884) gibt für den Stickstoff ein Atom-Volum von 5,7, woraus sich die oben gegebene Dichte von 2,46 ergibt.

10) Nach den Kopp'schen Regeln war das Atom-Volum des Wasserstoffes im Wasser, in den Kohlenwasserstoffen nur 5,5 (bei der Siedetemperatur und 76^{cm} Druck), woraus sich die oben gegebene Dichte $\frac{1}{5,5} = 0,182$ berechnet. In Legirungen mit Palladium berechnet Graham die Dichte des Wasserstoffes zu 0,733; ich habe jedoch die Dichte genommen, die er im Wasser hat, welches ja die auf der Erdoberfläche am meisten vorkommende Verbindung ist.

11) Aus den Atomgewichten des Scandiums, Titans und Ittriums leitet man graphisch mittels der Curve von L. Meyer bzw. 20, 11,5, 22,5 als Atom-Volum ab und daraus die Dichten 2,20, 4,37, 3,98.

12) Für das Fluor berechnet Thorpe (On the relation between the moleculars weights of substances and their specific gravities when in the liquid state. Journ. of the Chem. Soc. March p. 151 [1880]) das Atom-Volum 9,2 für den flüssigen Zustand, woraus man die Dichte $\frac{19,06}{9,2} = 2,07$ ableitet. Aus den Curven von L. Meyer lässt sich für das feste Fluor graphisch das Atom-Volum 10,3 ableiten, woraus sich für den festen Zustand die Dichte $\frac{19,06}{10,30} = 1,85$ ergibt. Das Mittel dieser beiden Dichten $\frac{2,07 + 1,85}{2} = 1,96$ ist oben gegeben

Digitized by Google

Nach der zweiten Hypothese, nach welcher die Volumina der einfachen Körper gleich sind, erhält man die mittlere Dichte des festen Körpers gleich:

$$\sum_1^n \frac{D_n}{64} = \frac{449,72}{64} = 7,027.$$

Nach der dritten Hypothese, nach welcher die Massen der einfachen Körper sich verhalten wie ihre Atomgewichte, findet man als mittlere Dichte des festen Körpers

$$\frac{\sum_1^n P_n}{\sum_1^n \frac{P_n}{D_n}} = \frac{6032,21}{1044,38} = 5,776.$$

Es ist zu bemerken, dass die obigen Rechnungen durch die Entdeckung (wenn sie erfolgen sollte) einiger weiteren Elemente, wie sie in der Classification von L. Meyer und von Mendelejeff vorausgesehen sind, nur wenig verändert würde, wie wir uns dessen vergewissern können, wenn wir mit den Atom-Volumen als Ordinaten und den Atomgewichten als Abscissen die Curve wieder construiren.

Die nach der dritten Hypothese berechnete Dichte von 5,78 liegt der als mittlere Dichte der Erde nach den Versuchen mit der Cavendish'schen Waage von Forbes zu 5,67 angegebenen sehr nahe.

Mag sein, dass dieses Zusammenfallen mit der nach der dritten Hypothese berechneten Dichte rein zufällig ist; es schien aber dennoch so interessant, dass ich glaubte, es bekannt machen zu müssen.

Digitized by Google

Ueber eine empirische Relation zwischen der Dampfspannung und dem Coefficienten der inneren Reibung bei Flüssigkeiten[1].

Von

P. De Heen.

Man nimmt an, dass die Flüsigkeiten aus Molekülen bestehen, die eine merkliche translatorische Bewegung besitzen. Um sich davon zu überzeugen, genügt es, die Verschiebungen loser Theilchen inmitten dieser Körper zu betrachten, oder sich an die Existenz der Phänomene der Diffusion zu erinnern.

Wenn dies wirklich der Fall ist, so ist die Verdampfung der Flüssigkeiten leicht zu erklären. Es genügt, gewissen Molekülen eine lebendige Kraft zuzuschreiben, die stark genug ist, um diese Moleküle, wenn sie an die Oberfläche der Flüssigkeit gelangen, ausser den Wirkungskreis der an der Oberfläche befindlichen Moleküle zu schleudern.

Wenn man diese Erklärung annimmt, so ist leicht einzusehen, dass die Spannung des Dampfes, welche von der grösseren oder geringeren Leichtigkeit, mit welcher die Flüssigkeiten verdampfen, abhängig ist, genau mit der Grösse der molecularen Geschwindigkeiten, von denen wir oben sprachen, zusammenhängt. Diese Geschwindigkeiten selbst aber sind eine Function des Reibungscoefficienten oder des Widerstandes, den die Moleküle bei ihrer Bewegung finden.

Es muss also untersucht werden, ob nicht eine Beziehung zwischen der Spannung des Dampfes und dem Reibungscoefficienten zu finden ist.

Die theoretischen Angaben, die wir darüber besitzen, scheinen nicht genügend um eine solche festzusetzen, in welcher Grössen vorkommen würden, deren physikalische Bedeutung noch zu wenig erkannt ist; aber es lässt sich eine empirische Formel von grosser Einfachheit aufstellen. Bezeichnet man durch p die Spannung des Dampfes

1) Uebers. aus Bull. Akad. Belg. (3) X p. 251 (1885).

Digitized by Google

bei einer Temperatur T, welche vom absoluten Nullpunkt aus gezählt ist, und durch f den Reibungscoefficienten der Flüssigkeit bei derselben Temperatur, so kann man folgende Formel aufstellen:

$$p^{Tf} = \text{const.}$$

oder

$$Tf \log p = \text{const.}$$

Folgende Zahlen beweisen diese Relation.

Substanzen	Temperatur t	Absolute Temperatur T	Werth von f[1]	Werth von p	Werth von $\frac{Tf \log p}{1000}$
Benzin	10	283	24,4	45,25	19,8
	30	303	31,5	120,24	19,85
	50	323	24,4	271,37	19,47
Aceton	10	283	24	110,3	13,86
	30	303	20	280,05	14,81
	50	323	16	608,8	14,37
Essigsäure	10	283	84	12,1	25,74
	30	303	61	29,1	27,06
	50	323	46	66,0	27,03
Propionsäure	30	303	57	12,7	19,5
	50	323	45	28,7	21,15
Chloroform	10	283	36	100,47	20,37
	30	303	29	247,5	20,96
	50	333	24	535,05	21,15
Vierfach Chlor-Kohlenstoff	10	283	65	55,97	32,14
	30	303	48	142,27	31,30
	50	323	37	314,38	29,88
Ethylbromür	10	283	24	257,4	16,36
	30	303	19,5	564,5	16,24
Wasser	0	273	100	4,6	18,10
	50	323	30,9	91,98	19,60

Es ist unnöthig hinzuzufügen, dass die Constanz des Produktes $Tf \log p$ befriedigend ist, wenn man die beträchtlichen Variationen der einzelnen Factoren in Betracht zieht aus denen es besteht.

1) Pribram und Handl, Beiblätter III und V.

Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 24. November 1885.

Vorsitzender: Prof. H. Skraup.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt. Herr Prof. V. v. Lang hält einen mit Demonstration verbundenen Vortrag über:

Die Bestimmung der absoluten Tonhöhe einer Stimmgabel mit dem Hipp'schen Chronoskop.

Bei diesem ausgezeichneten Instrument, welches eine grosse Verbreitung in den physikalischen Laboratorien gefunden hat, wird der Gang des Uhrwerkes durch eine Feder regulirt, die 1000 Schwingungen in der Secunde macht. Diese Feder gibt natürlich einen entsprechenden Ton und es können, wie der Vortragende beobachtete, die Schwebungen dieses Tones mit dem Tone einer nahe gleichgestimmten Stimmgabel recht gut wahrgenommen und gezählt werden. Dies war wegen des grossen Geräusches, das der schnelle Gang des Uhrwerkes hervorbringt, kaum von vornherein zu erwarten.

Es lag nun nahe, diese Erscheinung zur Bestimmung der Tonhöhe einer Stimmgabel zu verwerthen, wenn man dabei auch nicht hoffen durfte, etwa die Genauigkeit stroboskopischer Methoden zu erreichen. Doch durfte man immerhin eine Genauigkeit erwarten, die für praktische Bedürfnisse, etwa für die Construction und Verification einer Normalstimmgabel weitaus genügend erscheint. In der That scheinen die bisher angestellten Versuche dies zu bestätigen.

Digitized by Google

Mit Rücksicht auf den berührten praktischen Zweck wurden die Versuche gleich mit einer $\bar{a}$ Stimmgabel angestellt. Dieselbe war vor mehreren Jahren durch die Herren Lenoir und Forster von König in Paris bezogen worden, hat die gewöhnliche Form und ist la_3 870 v. s. bezeichnet.

Natürlich musste die Feder des Chronoskopes geändert werden. Um die alte Feder benutzen zn können, wurde das Messingstück, in welches sie eingeklemmt ist, weiter weg vom Steigrade gesetzt, sie selbst aber herausgezogen, bis sie nahe einen Ton von 432 Schwingungen gab.

Da die Auslösung und Arretirung des Uhrwerkes natürlich durch das Secundenpendel einer Uhr bewerkstelligt werden sollte, so musste der Anker zwischen den beiden Elektromagneten des Chronoskops durch ein Stahlstück ersetzt und der Strom durch beide Elektromagnete geleitet werden. Wurde nun der Strom geschlossen, so wurde der Zeiger ausgelöst; um ihn dann zu arretiren, musste vor der betreffenden Secunde der Strom umgekehrt werden.

Die Stimmgabel, deren Schwebungen mit der Feder des Chronoskops gezählt werden sollten, war an das Ende eines langen Holzstabes geschraubt, dessen vorderes Ende eine kleine Holzscheibe trug. Der Stab war an zwei Schnüren aufgehängt und war noch mit zwei Hebeln versehen, durch welche die Stimmgabel vom andern Ende des Stabes aus angeschlagen werden konnte.

Diese Art der Befestigung empfiehlt sich überhaupt bei Aufbewahrung einer Normalstimmgabel. Auf diese Weise ist es nämlich leicht, ihre Schwebungen mit einer andern Stimmgabel, die etwa auf den Holzstab aufgesetzt wird, bis zu drei Minuten lang zu zählen, indem man das Ohr hierbei an die Holzscheibe anlegt. Dies wird ja immer die Aufgabe einer Normalstimmgabel sein und nicht etwa die, einen starken Ton zu geben.

Beim Zählen der Schwebungen befand sich der Kopf des Beobachters zwischen dem Chronoskop und der erwähnten Holzscheibe, an welche das Ohr nach Bedürfnis ganz angelegt wurde. Addirt man die beobachtete Anzahl der Schwebungen zu der Angabe des Chronoskops, so erhält man die Anzahl der Schwingungen, welche die Stimmgabel in der gewählten Zeit ausgeführt hat. Nimmt man an, dass der Fehler des Uhrwerks 3 Einheiten bei einer einzelnen Beobachtung betragen könne und dass man sich beim Zählen der Schwebungen um zwei geirrt habe, so würde dies einen Fehler von 5 Schwingungen in 180 Secunden betragen: so lange wurde nämlich das Chronoskop

Digitized by Google

in Gang erhalten. In der That scheinen sorgfältig ausgeführte Versuche dieser Genauigkeit zu entsprechen, die wohl auf keine andere Weise so bequem zu erreichen ist.

Hierauf spricht Herr Dr. R. Benedikt „Ueber Glycerinbestimmungen".

Als neue Mitglieder wurden aufgenommen die Herren:

Hauptmann Perlizh, Dr. Etti und Dr. R. Flessa.

Der Secretär.

Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 8. December 1885.

Vorsitzender: Prof. H. Skraup.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt. Herr Prof. Sigmund Exner demonstrirt:

Zwei subjective Erscheinungen im Gebiete des Gesichtssinnes.

I. Ein Schirm aus mehrfachen Lagen paraffingetränkten Papiers von einigen Decimetern im Geviert wird von hinten her gleichmässig durch eine Gaslampe erhellt, der mittels eines Kautschukschlauches das Gas zugeleitet wird. In der Mitte des Schirmes ist eine Kreisscheibe aus undurchsichtiger weisser Pape von 2 bis 3^{cm} Durchmesser angeklebt. Diese ist von vorne beleuchtet; am einfachsten indem auf ihr mit Hilfe einer Linse das Bild eines kreisförmigen Ausschnittes im Blechschirm einer zweiten Gaslampe entworfen wird. Man macht nun die Beleuchtungen des Grundes und des kleinen Feldes, so gut sich das erreichen lässt, gleich stark. Blickt man nun, am besten durch ein weites Rohr, so nach dem Schirm, dass man nichts sieht, als diesen und die darauf angebrachte Kreisscheibe, drückt dabei mit den Fingern den Gasschlauch, der den Grund erhellt, rhytmisch zusammen, so dass die Flamme flackert, so hat man den Eindruck, dass nicht der Grund, wohl aber die kleine Kreisscheibe flackert. Ein scheinbares Aufleuchten letzterer entspricht einer thatsächlichen, aber nicht bemerkten Verdunkelung des Grundes und umgekehrt. Selbstverständlich hängt die Lebhaftigkeit der Täuschung von der richtigen Handhabung des Schlauches ab, comprimirt man zu stark, dann bemerkt man doch die Helligkeitsänderung des Grundes.


Digitized by Google

Es zeigt dieser Verbrauch, dass wir unbewusst die Neigung haben, die dominirende Helligkeit für die constante zu halten, dabei aber die wechselnden Differenzen zweier Helligkeiten richtig beurtheilen. Es hat das seine Analogie in der bekannten Thatsache, dass wir geneigt sind, die dominirende Farbe für weiss zu halten; auch da beurtheilen wir die Differenz der Farben richtig, wodurch dann die bekannten Farbentäuschungen zu Stande kommen. Es ist eben immer das Gewöhnlichste, was wir unbewusst voraussetzen.

Um die Erscheinung einem grösseren Publikum zu zeigen, kann man die Beleuchtung im Vorleseraum flackern lassen und das kleinere Feld dadurch herstellen, dass ein weisser Schirm, der die Thüröffnung oder die Oeffnung hinter dem Katheder abschliesst, mit einem Ausschnitt versehen wird, durch welchen ein zweites weisses Feld, das im anstossenden Zimmer angebracht ist und selbständige Beleuchtung hat, sichtbar wird. Soweit letzteres dem Publikum sichtbar ist, darf es kein Licht von der zum Flackern eingerichteten Lichtquelle durch den Ausschnitt hindurch erhalten. Man hüte sich vor Schatten, welche im Sehfehd des Beobachters sind und durch ihre Bewegungen den wahren Sachverhalt verrathen.

Die Täuschung kann unter günstigen Umständen so lebhaft werden, dass der Vortragende, einmal in einem Raum neben einem lebhaft flackernden offenen Heerdfeuer sitzend und durch das kleine Fenster nach dem heiteren Nachthimmel blickend, glaubte, es wetterleuchte.

Die Lebhaftigkeit der Täuschung nimmt zu, wenn man das kleine Feld nicht fixirt, sondern im indirecten Sehen beobachtet[1]).

II. Man bringe an einem Pendel von 1 — 2 Sec. Schwingungsdauer eine brennende Kerze an. Dieselbe pendle in einer Elongation von 2 — 10^{cm}. Stellt sich der Beobachter in die Entfernung von einigen Metern und fixirt einen Punkt, der so gelegen ist, dass ihm die Flamme ungefähr um 40 Winkelgrade ins indirecte Sehen gerückt ist, d. h., dass die Gesichtslinie mit der Richtungslinie der Flamme den genannten Winkel einschliesst, so erscheint ihm die Elongation der Flamme eine viel bedeutendere zu sein. Blickt man abwechselnd nach der Flamme und dem Fixationsobject, so scheint sich die Elongation der Flamme mit der neuen Blickrichtung zu ändern. Will man sich von dem Grad der Täuschung überzeugen, so bitte man ein Individuum, das von dem Versuche nichts weiss, durch Handstellung oder in Centimetern die geschätzte Elongation anzugeben, setze das Pendel aber ert in Bewegung, nachdem der Beobachter seinen Blick fixirt

1) Vergl. „Ueber eine neue Urtheilstäuschung im Gebiete des Gesichtssinnes“. Pflüger's Arch. f. d. ges. Physiologie 1885.


Digitized by Google

hat. Man findet durchschnittlich, dass die Elongation um das 2 bis 3fache überschätzt wird. Es zeigt dieser Versuch neuerdings[1]), dass die Netzhautperipherie, bei ihrer Unvollkommenheit des räumlichen Sehens, doch in hohem Grade empfindlich für die Wahrnehmung von Bewegungen ist. Sie scheint die Aufgabe zu haben, auf die Vorkommnisse im Sehfeld aufmerksam zu machen, damit dieselben dann bei der fast unwillkürlich eintretenden Fixation mit dem Centrum der Netzhaut einer genaueren Prüfung unterzogen werden.

Hierauf hält Herr Dr. G. Goldschmiedt einen Vortrag über „Das Papaverin".

Der Secretär.

1) Vergl. Sigm. Exner „Das Sehen von Bewegungen und die Theorie des zusammengesetzten Auges". Wiener Akad. Sitzb. Bd. 72 (1875).

Berichtigung:

Im ersten Hefte dieses Jahrganges Seite 7 in der 20. Zeile von oben soll es heissen: „entsprechend grösser" statt: „fünfmal grösser" und überall auf dieser und der folgenden Seite ist statt „30000° C" zu lesen „10000° C".

Dr. G. M. Pernter.

Digitized by Google

HERDER'sche Verlagsbuchhandlung in Freiburg (Baden).

Soeben ist erschienen und durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

Münch, Dr. P., LEHRBUCH DER PHYSIK. Mit einem Anhange: **Die Grundlehren der Chemie und der mathematischen Geographie.** Mit 326 in den Text gedruckten Abbildungen und einer Spektraltafel in Farbendruck. **Achte Auflage.** gr. 8°. (XV u. 443 S.) **M. 4**; in Original-Einband, Halbleder mit Goldtitel **M. 4,50.**

Der Preis dieser Auflage wurde für das broschirte Exemplar von **M. 4,20**, auf **M. 4**, für das gebundene von **M. 4,80** auf **M. 4,50** ermässigt (6/2)

Das Mechanische Atelier

von **F. MILLER** in **Innsbruck**

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.

Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (5a/2)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

Hilfstafeln

für

Messungen elektrischer Leitungswiderstände

vermittelst der

Kirchhoff-Wheatstone'schen Drahtcombination

berechnet von

Dr. Eugen Obach.

Lex.-8. 16 Seiten, 40 Tabellen und 2 lithogr. Tafeln.

Separat-Abdruck aus der Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre

Preis M. 2. 40.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Etwas für Jedermann.

Auskunftsbuch

zum Gebrauche im öffentlichen Leben und Verkehr.

Eleg. cart. Preis 60 Pf. | **Allerlei Informationen über:** | **Eleg. cart. Preis 60 Pf.**

- Münzen, Mafse, Gewichte und Geldumlauf in den wichtigsten Ländern.
- Bestimmungen über den Verkehr mit der Reichsbank.
- Vorschriften der deutschen Wechselordnung und des Börsensteuergesetzes.
- Zinsen-, Zinseszinsen-, Diskonto- und Amortisationstabellen.
- Zolltarif für das Deutsche Reich.
- Eisenbahnsignale und Eisenbahnfahrzeiten zwischen grossen Städten.
- Regelmässiger Dampfschiff-Verkehr von europäischen Häfen.
- Allerlei Tarife für den Post- u. Telegraphen-Verkehr.
- Übersicht über politische Richtung und Verbreitung hervorragender Zeitungen.
- Stand der Handels- und Kriegs-Marinen und der Heeresstärke der wichtigsten Länder.
- Allerlei Übersichten über Produktion und Konsum auf der Erde und über den Welthandel.
- Astronomische u. geographisch-statistische Notizen.
- Statistische Mitteilungen über die Bevölkerung und über die öffentliche Verwaltung.
- Übersicht der Reichstagsmitglieder und der politischen Parteien.
- Verzeichniss der Universitäten, Hochschulen und höheren Lehranstalten Deutschlands.
- Übersicht der bis jetzt gebildeten Berufsgenossenschaften.
- Tarife für Entschädigungen nach dem Unfallversicherungsgesetz.

Verlag von **R. Oldenbourg** in München und Leipzig.

Zu beziehen durch alle Buchhandlungen.

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (4/2)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/2)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für Lehranstalten.

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (3 2)

Wer sich auf dem Laufenden erhalten will,
auf den interessanten Gebieten der angewandten Naturwissenschaft und technischen Praxis, der abonnire auf die

Naturwissenschaftlich-Technische Umschau.

Illustrirte populäre Halbmonatsschrift
über die Fortschritte auf den Gebieten der angewandten
Naturwissenschaft und technischen Praxis.

Herausgeber: **Th. Schwartze,** Ingenieur in Leipzig.
Preis pro Quartal, durch Post oder Buchhandlung bezogen
nur 3 Mark.
Jährlich 24 reich illustrirte Hefte.
Von der gesammten Presse als zeitgemäss begrüsst und auf's Günstigste beurtheilt.

Probehefte sind durch jede Buchhandlung, sowie vom Verleger gratis zu beziehen. 5/2

JENA. FR. MAUKE's Verlag.

Digitized by Google

XXII. Band. 3. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 3. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 2).

Jahrgang 1886 Nr. 4 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 5 enthält:

Jahrgang 1886 No. 6 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Digitized by Google

Ueber einige Fälle, wo die lebendige Kraft nicht integrirender Nenner des Differentials der zugeführten Energie ist[1]).

Von

Ludwig Boltzmann.

Wenn ich im folgenden einige specielle mechanische Beispiele etwas ausführlicher behandle, so geschieht dies hauptsächlich deshalb, weil ich glaube, dass diese Beispiele im Stande sind, einiges Licht auf die mechanischen Analogien des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie zu werfen. Die Beispiele sind natürlich ganz willkürlich, lediglich zu dem Zwecke erfunden, dass sie eine möglichst gute Uebersicht gestatten und die Rechnung sich einfach gestaltet. Sie dürften aber doch als die einfachsten Fälle, wo lebendige Kraft in ähnlicher Weise wie in der Wärmetheorie in Arbeit verwandelt wird, dazu beitragen, die allgemeinen Gesetze dieser Verwandlung zu erläutern. Namentlich scheint mir aus denselben hervorzugehen, dass auch der von Helmholtz in dessen neuerer Mittheilung (Berl. Akad. 18. Dec. 1884) aufgestellte Lehrsatz nicht in voller Allgemeinheit richtig sein kann.

An Stelle der in Wärmebewegung begriffenen Moleküle oder Atome setze ich sehr viele materielle Punkte, jeden von der Masse m, welche sämmtlich in derselben Ebene eine Centralbewegung um einen Punkt O ausführen. Die Centralkraft, welche die materiellen Punkte nach O hinzieht, soll in der folgenden Weise hervorgerufen sein: jeder Punkt m sei an dem einen Ende je eines vollkommen biegsamen, massenlosen, undehnbaren Fadens befestigt, an dessen anderem, in eine geradlinige, unendlich enge vollkommen glatte Röhre R hineinragendem Ende je ein massenloser Punkt p befestigt sei.

An einer Stelle der Röhre befinde sich ein fixer materieller Punkt P, welcher den Punkt p mit einer mit der Entfernung direct proportionirten Kraft anzieht. An derselben Stelle befinde sich ausserdem ein unendlich kurzer Magnet Q vom Momente h, und p sei mit

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 92 S. 853 (1885).

Digitized by Google

Nordmagnetismus geladen. Die Entfernung r zwischen m und der vom Faden durchsetzten Röhrenmündung O sei immer gleich der Entfernung zwischen p und P. Bei passender Anfangsgeschwindigkeit wird dann jede Masse m die Röhrenmündung O nach den Gesetzen der Centralbewegung in einer im allgemeinen nicht in sich geschlossenen Bahn umlaufen, deren Ebene wir uns durch O senkrecht zur Mittellinie der Röhre R gelegt denken wollen. Die Anfangslagen und Anfangsgeschwindigkeiten der Massen m sollen so gewählt sein, dass die ganze Bahncurve continuirlich mit Massen besetzt ist, und die Massendichtigkeit im Verlaufe der Zeit in jedem Längenelemente der Bahncurve constant bleibt. Sei σds die auf dem Längenelemente $ds = vdt$ befindliche Masse, so ist die Bedingung hiefür

$$\sigma v = c \tag{1}$$

wobei c eine Constante ist und die in der Zeiteinheit durch jeden Punkt der Bahncurve hindurchgehende Masse darstellt. Bezeichnen wir mit $\int$ eine Integration über eine Bahnstrecke von einem Minimum bis zu einem Maximum von r, oder umgekehrt, und sei die gesammte vorhandene Masse M auf N solchen Bahnstrecken vertheilt, so ist

$$N\int \sigma v\, dt = M \tag{2}$$

daher

$$c = \sigma v = M / N\int dt. \tag{3}$$

N sei unendlich gross.

Alle N Bahnstücke bedecken im allgemeinen continuirlich eine von zwei concentrischen Kreisen begrenzte Fläche. Jeder innerhalb dieser Fläche liegende Kreisbogen vom Centrum O und Centriwinkel φ wird also $N\varphi/4\pi$ centripetal und ebensoviele centrifugal gerichtete Bahnstücke durchschneiden. In einem Kreisringe mit den äussersten Radien r und $r + dr$ liegen $N/_2$ centripetal und $N/_2$ centrifugal gerichtete Bahnelemente, auf deren jedem sich die Masse

$$\sigma ds = \sigma v dr / \dot{r} \tag{4}$$

befindet, wobei $\dot{r}$ die Componente der Geschwindigkeit v in der Richtung r darstellt. Die gesammte, auf dem Kreisringe vorhandene Masse ist

$$N\sigma v dr / \dot{r} = M dr / \dot{r} \int dt. \tag{5}$$

Wird sie durch die Fläche $2\pi r dr$ des Kreisringes dividirt, so ergibt sich die Flächendichtigkeit

$$\varrho = M / 2\pi r \dot{r} \int dt. \tag{6}$$

Die zuletzt entwickelten Formeln gelten immer, wenn der Winkel, welchen der Radiusvector beim Wachsthume von einem Minimum zu

Digitized by Google

einem Maximum durchläuft, in einem irrationalen Verhältnisse zu π steht, für geschlossene Bahnen aber nur, wenn deren unendlich viele vorhanden und ihre Apsidenrichtungen gleichmässig in der Ebene vertheilt sind.

Der mit der Masse m verbundene Punkt p enthalte die Menge Nordmagnetismus n, die von P gegen die Röhrenmündung O gezogene Gerade bilde mit der magnetischen Axe des Magnetes Q (letztere vom Südpol gegen den Nordpol hin gezogen) den Winkel ε, dann wird die Magnetismusmenge n mit der Kraft $2hn \cos \varepsilon / r^3 = m\nu_0^2/r^3$ abgestossen, während das Moment $nh \sin \varepsilon / r^2 = - m\nu_0 \delta\nu_0 / r^2 \delta\varepsilon$ den Magnet im Sinne wachsender ε zu drehen sucht, was durch gleiche, aber entgegengesetzte Aussenkräfte verhindert werden muss. (Hier wurde Kürze halber ν_0^2 für $2hn \cos \varepsilon / m$ geschrieben.) Wächst ε um $\delta\varepsilon$, so verliert die Masse m an die Aussenkräfte die Arbeit

$$nh \sin \varepsilon \delta\varepsilon / r^2 = - m\nu_0 \delta\nu_0 / r^2,$$

gerade so wie ein Gas Wärme verliert, wenn es sein Volumen dem darauf lastenden Drucke entgegenwirkend vergrössert. Die auf dem Längenelemente ds befindliche Masse $\sigma v dt$ verliert daher die Arbeit $- \sigma v dt \nu_0 \delta\nu_0 / r^2$; daher verliert die Gesammtmasse M die Arbeit

$$a = - \sigma v N \nu_0 \delta\nu_0 \int dt/r^2 = - M\nu_0 \delta\nu_0 \frac{\int dt/r^2}{\int dt}. \tag{7}$$

Die vom Fixpunkte P auf jede der Massen m ausgeübte beschleunigende Kraft sei $-\mu^2 r$, die vom Magnete Q ausgeübte ist ν_0^2/r^3. Die Centralbewegung irgend einer der Massen m ist also durch die Gleichungen bestimmt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\mu^2 x + \nu_0^2 x/r^4 \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\mu^2 y + \nu_0^2 y/r^4 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

x und y sind rechtwinklige Coordinanten, deren Ursprung in O liegt.

Führt man die Polarcoordinanten $x = r \cos \vartheta$, $y = r \sin \vartheta$ ein, so ist bekanntlich

$$r^2 d\vartheta = a\,dt, \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 2b - \mu^2 r^2 - \frac{\nu_0^2 + a^2}{r^2} \tag{9}$$

$$\frac{a^2}{r^4}\left(\frac{dr}{d\vartheta}\right)^2 = 2b - \mu^2 r^2 - \frac{\nu_0^2 + a^2}{r^2} \tag{10}$$

$$\mu^2 r^2 = b + \sqrt{b^2 - \mu^2 \nu^2} \cos(2\mu t + g) \tag{11}$$

$$\frac{\nu^2}{r^2} = b - \sqrt{b^2 - \mu^2 \nu^2} \cos \frac{2\nu}{a}(\vartheta - \vartheta_0) \tag{12}$$

Digitized by Google

$$\vartheta = \frac{a}{\nu} \operatorname{arctg}\left[\sqrt{\frac{b - \sqrt{b^2 - \mu^2\nu^2}}{b + \sqrt{b^2 - \mu^2\nu^2}}} \operatorname{tg}\left(\mu t + \frac{g}{2}\right)\right] + \vartheta_0. \tag{13}$$

Die Zeit $\int dt$, welche von einem Minimum bis zu einem Maximum von r vergeht, ist $\pi/2\mu$. Die mittlere lebendige Kraft der Masseneinheit ist

$$\int\left(\frac{\dot{r}^2}{2} + \frac{a^2}{2r^2}\right) dt / \int dt = b/2 - \nu_0^2 \mu / 2\nu.$$

Die gesammte lebende Kraft der Masse M ist also

$$L = Mb/2 - M\mu\nu_0^2/2\nu. \tag{14}$$

Hierbei sind a, b, g, ϑ_0 Integrationsconstante; $\nu^2 = \nu_0^2 + a^2$; a ist die doppelte Flächengeschwindigkeit; M multiplicirt mit dem Zuwachse von b gibt den Zuwachs der gesammten in der Masse M enthaltenen Energie (lebendigen Kraft und Arbeit), da

$$\frac{1}{2}\frac{dr^2}{dt^2} + \frac{a^2}{2r^2}$$

das halbe Geschwindigkeitsquadrat,

$$\frac{\mu^2 r^2}{2} \quad \frac{\nu_0^2}{2r^2}$$

aber die Kraftfunction ist, d. h. diejenige Function, deren Zuwachs gleich ist der Arbeit, welche der Masseneinheit von aussen zugeführt werden muss, damit r um dr wachse.

r und ϑ sind diejenigen Grössen, welche Helmholtz als die „rasch veränderlichen" bezeichnet; a und b haben für alle Punkte m denselben Werth, da sie die Gestalt der Bahn bestimmen, welche für alle Punkte dieselbe ist. Ebenso hat ϑ_0, welches die Lage der Bahn bestimmt, für alle Punkte denselben Werth; nur die Integrationsconstante g ändert ihren Werth von Punkt zu Punkt continuirlich.

Alle Grössen sind Functionen von $2\mu t + g$, so dass ein Punkt, für welchen g um einen bestimmten Betrag G grösser ist, als für einen zweiten Punkt genau dieselben Phasen durchläuft, wie jener zweite Punkt, nur um die Zeit $\frac{G}{2\mu}$ früher.

Betrachten wir zwei materielle Punkte, welche wir m_1 und m_2 nennen wollen, und für welche diese Integrationsconstante den Werth g, resp. $g + dg$ besitzt, so können wir die gesammte Masse, welche zwischen diesen beiden Punkten liegt, in folgender Weise berechnen: für den ersteren habe r den durch die Gleichung 11 gegebenen Werth; für den zweiten sei r zur selben Zeit um dr grösser; so ist

$$2\mu^2 r\,dr = -\sqrt{b^2 - \mu^2\nu^2} \sin(2\mu t + g) \cdot dg,$$

Digitized by Google

da dr durch Differentiation der Gleichung 11 nach g gefunden wird. Die zwischen beiden Punkten liegende Masse ist also nach Formel 3 und 4

$$\frac{cdr}{r}=\frac{cdg}{2\mu}=\frac{Mdg}{2\mu N\int dt}+\frac{Mdg}{\pi N}. \tag{15}$$

Wir wollen nun erstens die gesammte in der Masse M enthaltene Energie (lebende Kraft und Arbeit), welche, abgesehen von einer Constanten, den Werth b hat, als eine langsam veränderlicher Grösse einführen. Ausserdem wollen wir niemals mehr als eine zweite langsam veränderliche Grösse einführen. Wir haben da eine dreifache Wahl: entweder können wir die doppelte Flächengeschwindigkeit a als die zweite langsam veränderliche Grösse wählen (Fall A); oder den Winkel ε, wodurch also in den obigen Gleichungen μ langsam veränderlich wird (Fall B). Der dritte Fall (Fall C) besteht darin, dass wir anstatt μ in ähnlicher Weise die Grösse ν_0 als veränderlich betrachten. Dies kann folgendermaassen bewerkstelligt werden. Wir denken uns statt des einen Punktes P ein Punktepaar P_1 und P_2, welche sich genau wie die Pole des unendlich kleinen Magnets Q in der unendlich kleinen Distanz ζ befinden und fest miteinander verbunden sind. P_1 soll den Punkt p mit einer dem Quadrate der Distanz proportionalen Kraft kr^2 abstossen, P_2 ihn mit einer das gleiche Gesetz befolgenden Kraft anziehen.

Dieses Wirkungsgesetz kommt unter den bisher bekannten zwar nicht vor, da es sich hier aber lediglich um ganz allgemeine mechanische Sätze handelt, welche für alle mechanisch denkbaren Fälle in vollständig gleicher Weise gelten müssen, so thut dies offenbar hier nichts zur Sache. Die von P_2 nach P_1 gezogene Gerade heisse die Axe des Punktepaares, ihr Winkel mit der Geraden P_2O heisse η; dann ist die gesammte Abstossungskraft, welche das Punktepaar auf p in der Röhrenrichtung ausübt, gleich $-2kr\zeta\cos\eta$.

Die beschleunigende Kraft, welche von p durch den Faden auf die Masse m übertragen wird, ist also $\frac{-2k\zeta r\cos\eta}{m}=-\mu^2 r$, wobei $\mu^2=\frac{2k\zeta\cos\eta}{m}$ ist. Dadurch, dass der Winkel η einen sehr kleinen Zuwachs $\delta\eta$ erfährt, kann auch der Werth von μ einen kleinen Zuwachs $\delta\mu$ erhalten.

Das Moment, welches das Punktepaar im Sinne wachsender η zu drehen sucht, ist

$$kr^2\zeta\sin\eta=-m\mu r^2\delta\mu/\delta\eta$$

diese Drehung muss wieder durch Aussenkräfte verhindert werden, an welche die Masse m die Arbeit

$$kr^2\zeta\sin\eta\delta\eta=-m\mu r^2\delta\mu$$

Digitized by Google

verliert, wenn η um $\delta\eta$ wächst. Die Gesammtmasse M verliert die Arbeit

$$\alpha' = - M\mu\delta\mu\int r^2 dt / \int dt. \tag{16}$$

Den Fall A realisiren wir am einfachsten dadurch, dass wir, ohne dass der Magnet Q oder das Punktepaar $P_1 P_2$ ihre Lage irgendwie verändern, an einer bestimmten Stelle der Bahn die Geschwindigkeit jedes, in einer bestimmten Richtung passirenden Massenpunktes m in Grösse und Richtung in gleicher Weise um unendlich wenig verändern, bis alle Massenpunkte diese Bahnstelle in der verlangten Richtung passirt haben. Dann wiederholen wir denselben Process nochmals, u. s. f., bis sich allmählig a und b unendlich langsam um endliche Grössen verändert haben.

Aus dem späteren geht übrigens hervor, dass sowohl die Zufuhr der lebendigen Kraft als auch die Veränderung von a in beliebiger anderer Weise geschehen kann, wenn sie nur erstens gleichmässig im Verlaufe der Zeit, und zweitens so langsam geschieht, dass während der Zeit $\int dt$ nur unendlich kleine Zuwächse entstehen.

Wird nur die Grösse der Geschwindigkeit geändert, ohne Aenderung der Flächengeschwindigkeit, so variirt nur b; wird dagegen bloss die Richtung der Geschwindigkeit verändert, ohne Aenderung ihrer Grösse, so variirt nur a. Bei der ersteren Veränderung wird dem Massensysteme die Energie $\delta Q = M\delta b$ zugeführt; bei der zweiten Veränderung ist $\delta Q = o$; äussere Arbeit wird nicht geleistet. Es ist jetzt natürlich δQ selbst ein vollständiges Differentiale, $\delta Q / L$ dagegen ist kein vollständiges Differentiale, da in dem Ausdrucke

$$L = Mb/_2 - M\mu\nu_0^2 / 2\sqrt{\nu_0^2 + a^2}$$

die beiden Grössen a und b die Rolle der independent Veränderlichen spielen, während M, μ und ν_0 constant sind.

Wir gehen nun zur Betrachtung des Falles B über. Die Aenderung von b erfolge in derselben Weise wie füher. Die Aenderung der zweiten independenten Variablen ν_0 aber geschehe durch eine sehr langsame Veränderung des Winkels ε; a und μ bleiben constant. Es muss nun dem Massensysteme M erstens die zum Wachsthume der inneren Energie b nothwendige Energie $M\delta b$ mitgetheilt werden, zweitens aber noch diejenige, die es auf äussere Arbeitsleistung verliert. Die Drehung des Magnetes Q, auf welchen das System ein Drehmoment ausübt, spielt hier genau dieselbe Rolle, wie das Zurückweichen des Stempels bei der Bestimmung der Wärmecapacität eines Gases bei constantem Drucke. Da wir selbstverständlich lebendige Kraft und Arbeit in demselben Maasse messen, so ist die von dem

Digitized by Google

Massensysteme auf Arbeitsleistung verlorene Energie durch die Gleichung 7 bestimmt, und besitzt den Werth

$$-M\nu_0\delta\nu_0(\int dt/r^2)/\int dt$$

was nach Ausführung der Integrationen mit Hilfe der Formeln 9 und 10 in

$$-M\mu\nu_0\delta\nu_0/\nu$$

übergeht. Es ist also

$$\delta Q = M(\delta b - \mu\nu_0\delta\nu_0/\nu) \tag{17}$$

$$\frac{\delta Q}{L} = \frac{2\delta(b-\mu\nu)}{b-\mu\nu+\mu a^2/\nu}.$$

Die gesammte lebendige Kraft L ist wieder nicht integrirender Nenner von δQ. Diesen und den folgenden Werth von δQ erhält man übrigens auch aus den Formeln des dritten Abschnittes meiner Abhandlung: „Bemerkungen über einige Probleme der mechanischen Wärmetheorie" (Sitzungsber. d. Wiener Akad. vom 11. Januar 1877 Bd. 75), indem man den dortigen Werth von δQ mit M multiplicirt und dann für die dort angewandten Buchstaben $-2a$, b, α, β, m substituirt: μ^2, ν_0^2, b, a^2, 1. Dass dort die die äussere Arbeitsleistung darstellenden Glieder von δQ irrthümlicherweise mit verkehrtem Zeichen versehen sind, habe ich schon in meiner ersten Abhandlung „Ueber monocyklische Systeme" bemerkt. Gegen Schluss des dritten Abschnittes, wo die reine Centralbewegung behandelt wird, ist übrigens die Grösse a identisch mit derjenigen, welche hier mit μ^2 bezeichnet wurde.

Im Falle C hat die äussere Arbeitsleistung nach Gleichung 16 den Werth

$$-M\mu\delta\mu\int r^2 dt/\int dt = -bM\delta\mu/\mu;$$

es ist also

$$\delta Q = M\delta b - bM\delta\mu/\mu. \tag{18}$$

Da hier der Winkel zweier sich folgender Apsidenlinien constant ist, so ist L integrirender Nenner; allein L hört wieder auf, es zu sein, wenn die Kraftfunction statt $\mu^2 r^2/2 + \nu_0^2/2r^2$ lautet: $\mu^2/r + \nu_0^2/2r^2$ und b und ν_0 die langsam Veränderlichen sind. Da das letzte System und das, worauf sich die Gleichung 17 bezieht, isokinetisch sind, und so weit ich übersehe, auch alle anderen Bedingungen erfüllt sind, so scheint sich hier das von Helmholtz am Ende seiner Mittheilung an die Berliner Akademie vom 18. December 1884 aufgestellte Theorem nicht zu bestätigen. Die Schlüsse, vermöge welcher Helmholtz zu seinem Theoreme gelangt, sind von ihm leider mit sehr geringer Ausführlichkeit dargestellt; doch scheint mir, dass daselbst der Umstand, welchen ich auf der 4. und 5. Seite des III. Abschnittes meiner so-

Digitized by Google

eben citirten „Bemerkungen über einige Probleme der mechanischen Wärmetheorie“ auseinandergesetzt und durch die Fig. 2 erläutert habe, keine genügende Berücksichtigung gefunden hat. Wie in der von mir daselbst auf der 2. Seite des III. Abschnittes entwickelten Gleichung $dQ = 2T_1\delta \log \int Tdt$ scheint mir auch in der Helmholtz-schen Gleichung $dQ = 2Ld \log (Lt)$ die Grösse unter dem Logarithmen-zeichen nicht bloss vom augenblicklichen Zustande, sondern auch von der Art und Weise abzuhängen, wie das System in diesen Zustand gerieth, weshalb aus dieser Gleichung nicht geschlossen werden kann, dass L integrirender Nenner von dQ ist.

Der Untersuchung bedarf nur noch die Frage, ob das Massen-system während der langsamen Veränderung der Winkel ε und η auch isokinetisch bleibt. Wir wollen da mit dem Falle C beginnen, welcher der einfachere ist. Für negative t sei die Bewegung jedes Massen-punktes m durch die Gleichungen 9—13 bestimmt. Im Momente $t = 0$ beginne μ^2 sehr langsam zu wachsen, welches Wachsthum bis zur Zeit $t = T$ andauern soll. Das Gesetz, nach welchem μ^2 wächst, ist vollkommen gleichgiltig, wenn Schwankungen von der Periode $\int dt = \pi/2\mu$ ausgeschlossen sind, und wir wollen deshalb das einfachste der Rechnung zu Grunde legen, nämlich dass der Zuwachs von μ^2 der Zeit proportional ist, so dass von $t = 0$ bis $t = T$ der Ausdruck $\mu^2 + \lambda t$ an die Stelle von μ^2 tritt.

Für $t > T$ tritt an die Stelle vou μ^2 wieder der constante Werth $\mu^2 + \lambda T$. λT soll noch immer eine sehr kleine Grösse sein. Der Be-dingung, dass das Wachsthum sehr langsam geschieht, wird durch die Annahme entsprochen, dass der Zuwachs $\lambda\pi/2\mu$, welchen die Grösse μ^2 während der Zeit $\frac{\pi}{2\mu}$ erfährt, unendlichmal kleiner ist, als der Gesammt-zuwachs λT dieser Grösse. a und ν_0 sollen dabei immer constant bleiben. Von $t = 0$ bis $t = T$ gelten daher jetzt die Gleichungen

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu^2 x + \frac{\nu_0^2 x}{r^4} - \lambda t x, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\mu^2 y + \frac{\nu_0^2 y}{r^4} - \lambda t y,$$

aus denen leicht die folgenden abgeleitet werden:

$$r^2 d\vartheta = a dt; \quad r\frac{d^2r}{dt^2} = -\mu^2 r^2 + \frac{\nu^2}{r^2} - \lambda t r^2. \tag{19}$$

Wir wollen diese Gleichungen nach der Methode der Variation der Constanten integriren, indem wir setzen:

$$\mu^2 r^2 = b + \beta + \sqrt{(b+\beta)^2 - \mu^2\nu^2}\cos(2\mu t + g + \gamma)$$
$$= b + w\cos(2\mu t + g) + \frac{\beta}{w}(w + b\cos[2\mu t + g]) - w\gamma\sin(2\mu t + g). \tag{20}$$

Digitized by Google

Hierbei ist $w = \sqrt{b^2 - \mu^2 \nu^2}$; μ^2 ist immer der constante Werth, welcher dieser Grösse für negative t zukommt, wogegen ihr Werth für positive t mit $\mu^2 + \lambda t$ bezeichnet wird. Eine andere Methode bestünde darin, dass man in Gleichung 20 dem μ die letztere Bedeutung beilegte. Aus Gleichung 20 folgt, wenn man setzt

$$\frac{w + b\cos(2\mu t + g)}{w} \cdot \frac{d\beta}{dt} - w\sin(2\mu t + g)\frac{d\gamma}{dt} = 0 \tag{21}$$

$$\mu r\frac{dr}{dt} = -\sqrt{(b+\beta)^2 - \mu^2\nu^2}\sin(2\mu t + g + \gamma)$$

$$r\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{dr^2}{dt^2} = -2\sqrt{(b+\beta)^2 - \mu^2\nu^2}\cdot\cos(2\mu t + g + \gamma) -$$

$$- \frac{b}{\mu w}\frac{d\beta}{dt}\sin(2\mu t + g) - \frac{w}{\mu}\frac{d\gamma}{dt}\cos(2\mu t + g).$$

Da diese Werthe, wenn β und γ constant sind, die zweite der Gleichung 19 ohne das mit λ behaftete Glied erfüllen, so folgt

$$\frac{b}{\mu w}\frac{d\beta}{dt}\sin(2\mu t + g) + \frac{w}{\mu}\frac{d\gamma}{dt}\cos(2\mu t + g) = \lambda t r^2 =$$

$$= \frac{\lambda t}{\mu^2}[b + w\cos(2\mu t + g)]. \tag{22}$$

Bestimmt man β und γ aus dieser und der Gleichung 21, so dass sie für $t = 0$ verschwinden, so ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned}\beta &= -\frac{w\lambda}{2\mu^2}t\cos(2\mu t + g) + \frac{w\lambda}{4\mu^3}(\sin[2\mu t + g] - \sin g)\\ \gamma &= \frac{\lambda t^2}{2\mu} + \frac{b\lambda}{2\mu^2 w}t\sin(2\mu t + g) + \frac{b\lambda}{4\mu^3 w}(\cos[2\mu t + g] - \cos g)\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Es ergibt sich also

$$\mu^2 r^2 = \left(1 - \frac{\lambda t}{2\mu^2}\right)(b + w\cos(2\mu t + g) - w\frac{\lambda t^2}{2\mu}\sin(2\mu t + g) + \tag{24}$$

$$+ \frac{w\lambda}{4\mu^3}\sin(2\mu t + g) - \frac{\lambda}{4\mu^3}(w + b\cos[2\mu t + g])\sin g +$$

$$+ \frac{b\lambda}{4\mu^3}\sin(2\mu t + g)\cos g.$$

Da jetzt die Werthe von r und $\frac{dr}{dt}$, welche aus Gleichung 24 folgen, für $t = 0$ mit denen übereinstimmen, welche sich aus Gleichung 11 ergeben, so sind die Integrationsconstanten richtig bestimmt, da für

Digitized by Google

$t=0$ sowohl Grösse als auch Richtung der Geschwindigkeit, daher auch r und $\frac{dr}{dt}$ sich nur continuirlich ändern können. ϑ wird am einfachsten aus der Gleichung

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{\mu^2 a}\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{\mu^2 r^2} = \frac{1}{b+w\cos(2\mu t+g)} + \frac{\lambda}{2\mu^2}\cdot\frac{t}{b+w\cos(2\mu t+g)} + \\ + \frac{w\lambda t^2 \sin(2\mu t+g)}{2\mu(b+w\cos[2\mu t+g])^2} - \frac{w\lambda\sin(2\mu t+g)}{4\mu^3(b+w\cos[2\mu t+g])^2} + \\ + \frac{\lambda\sin g}{4\mu^3}\frac{w+b\cos(2\mu t+g)}{(b+w\cos[2\mu t+g])} - \frac{b\lambda\cos g\sin(2\mu t+g)}{4\mu^3(b+w\cos[2\mu t+g])^2}\end{aligned}\right\} (25$$

gefunden, woraus folgt:

$$\left.\begin{aligned}\vartheta = \frac{a}{\nu}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{b-w}{b+w}}\operatorname{tg}\left(\mu t+\frac{g}{2}\right) + \vartheta_0 + \frac{a\lambda t^2}{4(b+w\cos[2\mu t+g])} - \\ - \frac{a\lambda}{8\mu^2}\left[\frac{1}{b+w\cos(2\mu t+g)} - \frac{1}{b+w\cos g}\right] + \\ + \frac{a\lambda\sin g}{8\mu^2}\left[\frac{\sin(2\mu t+g}{b+w\cos(2\mu t+g)} - \frac{\sin g}{b+w\cos g}\right] - \frac{ab\lambda\cos g}{8\mu^2 w} \\ \left[\frac{1}{b+w\cos(2\mu t+g)} - \frac{1}{b+w\cos g}\right].\end{aligned}\right\} (26$$

Man kann schon aus diesen Gleichungen den Beweis liefern, dass das Massensystem fortwährend isokinetisch bleibt, wenn die Veränderung des μ^2 sehr langsam geschieht. Bezeichnen wir nämlich die Differentialquotienten von r und ϑ, welche aus den Gleichungen 24 und 26 folgen, wenn darin bloss g als veränderlich betrachtet wird, mit $\frac{d\vartheta}{dg}$ und $\frac{dr}{dg}$, so ergeben sich, wenn man die Grösse $\frac{\lambda}{\mu}$ gegenüber λt vernachlässigt, mit Ausnahme des einzigen Falles, dass $w=0$ ist, die Gleichungen:

$$2\mu\frac{d\vartheta}{dg} = \frac{d\vartheta}{dt}\cdot\left(1-\frac{\lambda t}{2\mu^2}\right)$$

und ebenso

$$2\mu\frac{dr}{dg} = \frac{dr}{dt}\left(1-\frac{\lambda t}{2\mu^2}\right).$$

Wir wollen im folgenden immer annehmen, dass die Bewegung den Fall $w=0$, d. h. den der Bewegung im Kreise niemals erreicht und ihm auch niemals unendlich nahe kommt.

Betrachten wir daher das Theilchen m_1, für welches g den Werth $g+dg$ hat, zur Zeit t, und das Theilchen m_2, für welches diese

Digitized by Google

Variable den Werth g hat, zur Zeit $t + \frac{dg}{2\mu}\left(1 - \frac{\lambda t}{2\mu^2}\right)$, so haben für beide r und ϑ genau dieselben Werthe. Und weil dies für jedes t gilt, so müssen auch $\frac{dr}{dt}$ und $\frac{d\vartheta}{dt}$ dieselben Werthe haben, wovon man sich übrigens auch leicht durch directe Berechnung von $\frac{d^2 r}{dt^2}$, $\frac{d^2 r}{dt \cdot dg}$, dann $\frac{d^2\vartheta}{dt^2}$ und $\frac{d^2\vartheta}{dt \cdot dg}$ überzeugt. Es wechseln also nur die beiden Massentheilchen m_1 und m_2 die Rolle, und da dasselbe von allen anderen Massentheilchen gilt, so bleibt der Zustand stationär. Die Masse, welche zwischen m_1 und m_2 liegt, geht dabei durch den Punkt mit den Coordinaten r und ϑ hindurch. Da nun nach Gleichung 15 zwischen zwei beliebigen Massentheilchen, für welche sich die Werthe der Grösse g um denselben Werth dg unterscheiden, genau gleichviel Masse liegt, so geht zu allen Zeiten durch alle Punkte der Bahn gleichviel Masse hindurch. Wenn nun zur Zeit T wieder μ constant geworden ist, so gelten doch die Werthe der Coordinaten und Geschwindigkeiten, welche dem variablen μ für $t = T$ entsprachen, auch wieder für den neuen Zustand als Anfangswerthe; daher gehen im ersten Momente durch jeden Punkt gleichviel Massen; der Zustand bleibt also wiederum stationär. Doch ist hier zu bemerken, dass eine Grösse von der Ordnung $\frac{\lambda}{\mu}$, wie z. B. $\frac{\lambda}{\mu}\cos^2(2\mu t)$ nach t von Null bis T integrirt, die Grössenordnung λT annehmen kann, deshalb scheint der Schluss von den Differentialen auf die Integrale hier nicht einwurfsfrei und wir wollen zur Controle dieser Schlüsse auch die Gleichungen berechnen, welche für $t > T$ gelten. Sie folgen unmittelbar aus den Gleichungen 9—13, indem wir daselbst statt μ^2 den constanten Werth $\mu^2 + \lambda T$ substituiren. Die Werthe der Constanten b und g sollen dabei in $b + \beta_1$ und $g + \gamma_1$ übergehen. Für die spätere Rechnung ist wieder die Reihenentwicklung angezeigt, welche für $t > T$ liefert:

$$\mu^2 r^2 = b + w\cos(2\mu t + g) - \frac{\lambda T}{\mu^2}[b + w\cos(2\mu t + g)] +$$

$$+ \frac{\beta_1}{w}[w + b\cos(2\mu t + g)] - \gamma_1 w \sin(2\mu t + g) -$$

$$- \frac{\lambda T v^2}{2w}\cos(2\mu t + g) - \frac{w\lambda T t}{\mu}\sin(2\mu t + g), \qquad (27$$

deren Differentiation nach t liefert

Digitized by Google

$$\mu r \frac{dr}{dt} = - w \sin(2\mu t + g) + \frac{w\lambda T}{2\mu^2} \sin(2\mu t + g) -$$

$$- \frac{\beta_1 b}{w} \sin(2\mu t + g) - \gamma_1 w \cos(2\mu t + g) +$$

$$+ \frac{\lambda T \nu^2}{2w} \sin(2\mu t + g) - \frac{w\lambda Tt}{\mu} \cos(2\mu t + g).$$

Die Constanten β_1 und γ_1 sind so zu bestimmen, dass diese Werthe für $t = T$ übereinstimmen mit den aus der Gleichung 24 folgenden Werthen von r und $\frac{dr}{dt}$. Vernachlässigen wir wieder $\frac{\lambda}{\mu}$ gegen λT, so folgen also die Gleichungen:

$$\frac{\beta_1}{w}[w + b\cos(2\mu T + g)] - \gamma_1 w \sin(2\mu T + g) = \frac{\lambda T}{2\mu^2}[b + w\cos(2\mu T + g)] +$$

$$+ \frac{w\lambda T^2}{2\mu} \sin(2\mu T + g) + \frac{\nu^2 \lambda T}{2w} \cos(2\mu T + g)$$

$$\frac{\beta_1 b}{w} \sin(2\mu T + g) + \gamma_1 w \cos(2\mu T + g) = \frac{w\lambda T}{2\mu^2} \sin(2\mu T + g) -$$

$$- \frac{w\lambda T^2}{2\mu} \cos(2\mu T + g) + \frac{\nu^2 \lambda T}{2w} \sin(2\mu T + g),$$

woraus folgt:

$$\beta_1 = \frac{b\lambda T}{2\mu^2}, \quad \gamma_1 = - \frac{\lambda T^2}{2\mu}. \qquad (28$$

Die Gleichung 27 unterscheidet sich von der Gleichung 11 also bloss darin, dass die drei Constanten μ^2, b und g um die drei constanten von g unabhängigen Werthe λT, $\frac{b\lambda T}{2\mu^2}$ und $-\frac{\lambda T^2}{2\mu}$ vermehrt erscheinen. Auch die Gleichung, welche ϑ für $t > T$ liefert, wird durch genau dieselben Substitutionen aus Gl. 12 oder 13 gebildet, wobei ϑ_0 sich gar nicht ändert. Am besten sieht man dies aus der aus Gl. 11 und 12 folgenden Gleichung

$$\mu^2 \nu^2 = [b + w\cos(2\mu t + g)] \cdot [b - w \cos\frac{2\nu}{a}(\vartheta - \vartheta_0)]. \qquad (28a$$

Dies ist das letzte Integral der Bewegungsgleichungen für negative t; das entsprechende für $t > T$ ergibt sich wieder, indem man den Constanten obige Zuwächse ertheilt; dadurch wächst w um $w\lambda T/2\mu^2$, $2\mu T + g$ um $\lambda T^2/2\mu$.

An Stelle von ϑ_0 könnte eine andere Integrationsconstante treten, welche so zu wählen wäre, dass die aus Gl. 28a durch Ertheilung der

Digitized by Google

obigen Zuwächse entstandene Gleichung für $t = T$ denselben Werth von ϑ wie die Gleichung 26, also wenn wieder $\frac{\lambda}{\mu}$ gegen λT vernachlässigt wird

$$\vartheta = \frac{a}{\nu} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b-w}{b+w}} \operatorname{tg}\left(\mu T + \frac{g}{2}\right) + \vartheta_0 + \frac{a \lambda T^2}{4[b + w \cos(2T + g)]}$$

liefert. Man sieht aber, dass ϑ_0 selbst diese Bedingung erfüllt. Da die endlichen Glieder für sich die Gleichung erfüllen, so handelt es sich nur noch um die Zuwächse. Der Zuwachs der linken Seite $\mu^2 \nu^2$ ist $\lambda T \nu^2$. Nach Division mit

$$[b - w \cos \frac{2\nu}{a}(\vartheta' - \vartheta_0)] \cdot [b + w \cos(2\mu T + g)] = \mu^2 \nu^2,$$

wobei

$$\vartheta' = \frac{a}{\nu} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{b-w}{b+w}} \operatorname{tg}\left(\mu T + \frac{g}{2}\right) + \vartheta_0$$

der Werth ist, welchen ϑ zur Zeit T hätte, wenn sich μ^2 nicht ändern würde, ist der Zuwachs der rechten Seite

$$\frac{\lambda T}{\mu^2} - \frac{w \lambda T^2 \sin(2\mu T + g)}{2\mu[b + w \cos(2\mu T + g)]} + \frac{w \lambda T^2}{2\mu^2 \nu} \sin \frac{2\nu}{a}(\vartheta' - \vartheta_0).$$

Nun liefert aber die Gleichung 12 für jedes negative t

$$\cos \frac{2\nu}{a}(\vartheta - \vartheta_0) = \frac{w + b \cos(2\mu t + g)}{b + w \cos(2\mu t + g)}, \quad \sin \frac{2\nu}{a}(\vartheta - \vartheta_0) = \\ = \frac{\mu\nu \sin(2\mu t + g)}{b + w \cos(2\mu t + g)} \qquad (29$$

welche Gleichungen also auch gelten, wenn man $t = T$, $\vartheta = \vartheta'$ setzt. Daher ist der Zuwachs der rechten gleich dem der linken Seite und die Constante ϑ_0 behält ihren Werth auch für $t > T$. Wir könnten daher das Resultat unserer Rechnungen dahin zusammenfassen, dass für $t > T$ genau dieselben Gleichungen gelten, wie für negative t nur mit geänderten Werthen der Constanten und die Bedingung, dass der Zustand stationär ist, ist wiederum erfüllt, da gleichviel Masse zwischen Punkten liegt, für welche das neue g um gleichviel verschieden ist, denn das neue g ist für je zwei Punkte genau um ebensoviel verschieden wie das alte. Genau in derselben Weise kann dann μ^2 abermals einen sehr kleinen Zuwachs erfahren und sofort bis ins Unendliche.

Wir gehen nun zu dem Falle über, dass a und μ constant bleiben und der Winkel ε langsam verändert wird, und zwar soll wiederum

Digitized by Google

für negative t die Grösse ν_0^2 constant sein, für $o < t < T$ soll sie gleich $\nu_0^2 - \lambda t$, und für $t > T$ wieder constant gleich $\nu_0^2 \lambda T$ sein. Die entsprechenden Gleichungen sind dann:

$$r^2 d\vartheta = a dt, \quad r \frac{d^2 r}{dt^2} = -\mu^2 r^2 + \frac{\nu^2}{r^2} - \frac{\lambda t}{r^2}. \tag{30}$$

Wählt man wieder für r die Form 20, so folgt jetzt:

$$\beta = \frac{\mu^2 \lambda t}{2b + 2w \cos(2\mu t + g)} - \frac{\lambda}{2\nu}\left[\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{b-w}{b+w}}\operatorname{tg}\left(\mu t + \frac{g}{2}\right) - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{b-w}{b+w}}\operatorname{tg}\frac{g}{2}\right] = \frac{\mu^2 \lambda t}{2[b + w\cos(2\mu t + g)]} - \frac{\lambda(\vartheta - \vartheta_1)}{2a}$$

$$\gamma = \frac{\mu^2 \lambda t \sin(2\mu t + g)}{2w[b + w\cos(2\mu t + g)]} + \frac{\mu\lambda}{4w^2} L, \tag{31}$$

wobei

$$L = \log\operatorname{nat}\frac{b + w\cos(2\mu t + g)}{b + w\cos g}, \quad \vartheta_1 = \vartheta_0 + \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{b-w}{b+w}}\operatorname{tg}\frac{g}{2}$$

daher

$$\mu^2 r^2 = b + w\cos(2\mu t + g) + \frac{\mu^2 \lambda t}{2w}\cos(2\mu t + g) -$$

$$- \frac{\lambda}{2a}(\vartheta - \vartheta_1)\frac{w + b\cos(2\mu t + g)}{w} - L\frac{\mu\lambda}{4w}\sin(2\mu t + g) \tag{32}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mu r \dfrac{dr}{dt} = -w\sin(2\mu t + g) - \dfrac{\mu^2 \lambda t}{2w}\sin(2\mu t + g) + \\ \dfrac{\lambda}{2aw}(\vartheta - \vartheta_1)\, b\sin(2\mu t + g) - \dfrac{\mu\lambda}{4w} L\cos(2\mu t + g). \end{array}\right\} \tag{33}$$

Setzt man anderseits in den Ausdruck 11 $\nu^2 - \lambda T$, $b + \beta_1$, $g + \gamma_1$ für ν^2, b, g, so erhält man für $t > T$

$$\left.\begin{array}{l} \mu^2 r^2 = b + w\cos(2\mu t + g) + \dfrac{\mu^2 \lambda T}{2w}\cos(2\mu t + g) \\ + \beta_1 \dfrac{w + b\cos(2\mu t + g)}{w} - \gamma_1 w \sin(2\mu t + g). \end{array}\right\} \tag{34}$$

Ebenso verwandelt sich die für negative t giltige Gleichung.

$$\mu r \frac{dr}{dt} = -w\sin(2\mu t + g) \text{ in}$$

$$\mu r \frac{dr}{dt} = -w\sin(2\mu t + g) - \frac{\mu^2 \lambda T}{2w}\sin(2\mu t + g) -$$

$$- \frac{b\beta_1}{w}\sin(2\mu t + g) - \gamma_1 w\cos(2\mu t + g).$$

Digitized by Google

Die Gleichsetzung dieser beiden Werthe mit den vorhergehenden für $t = T$ liefert

$$\beta_1 = -\frac{\lambda}{2a}(\vartheta' - \vartheta_1),\ \gamma_1 = 0, \tag{35}$$

wobei ϑ' der Werth des ϑ für $t = T$, also gleich

$$\frac{a}{\nu}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{b-w}{b+w}}\,\mathrm{tg}\left(\mu T + \frac{g}{2}\right) + \vartheta_0,$$

ist. Da λT gross gegen $\frac{\lambda}{\mu}$ ist, so muss μT gross gegen eins sein. Der Ausdruck

$$\vartheta - \vartheta_1 = \frac{a}{\nu}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{b-w}{b+w}}\,\mathrm{tg}\left(\mu t + \frac{g}{2}\right) - \frac{a}{\nu}\,\mathrm{arctg}\sqrt{\frac{b-w}{b+w}}\,\mathrm{tg}\frac{g}{2}$$

wächst jedesmal um $\frac{a}{\nu}\frac{\pi}{2}$, wenn t von einem bis zum nächsten ganzen Vielfachen von $\frac{1}{\mu}\cdot\frac{\pi}{2}$ wächst; abgesehen von Grössen, welche gegen μT verschwinden, ist also $\frac{\nu}{a}(\vartheta' - \vartheta_1) = \mu T$, daher

$$\beta_1 = -\frac{\lambda\mu T}{1\nu}, \tag{36}$$

also constant. Der Werth von $\frac{d\vartheta}{dt}$ wird aus der ersten der Gleichungen 30 gefunden, und zwar für $0 \leqq t < T$, indem man den Werth 32, für $t \geqq T$, indem man den Werth 34 substituirt.

Beide Werthe fallen für $t = T$ zusammen. Die Geschwindigkeitscomponente senkrecht zum Radiusvector wird daher ebenfalls aus derjenigen für negative t durch die obigen drei Vertauschungen gefunden. Dagegen wächst der Absolutwerth des Winkels ϑ für die verschiedenen Massen m um Verschiedenes und sind die Unterschiede der Zuwächse von der Ordnung λT. Doch kann natürlich auch hierdurch keine Ungleichmässigkeit in der Vertheilung bewirkt werden, wenn zu Anfang N sehr gross war. — In der That liefert die Substitution des Werthes 32 für $0 < t < T$

$$\begin{aligned}\frac{d\vartheta}{\mu^2 a} = \frac{dt}{\mu^2 r^2} = \frac{dt}{b + w\cos(2\mu t + g)} - \frac{\mu^2\lambda t\cos(2\mu t + g)\,dt}{2w[b + w\cos(2\mu t + g)]^2} + \\ + \frac{\lambda(\vartheta - \vartheta_1)[w + b\cos(2\mu t + g)]}{2aw[b + w\cos(2\mu t + g)]^2} + \frac{\mu\lambda L\sin(2\mu t + g)\,dt}{4w[b + w\cos(2\mu t + g)]^2},\end{aligned} \tag{37}$$

wofür man schreiben kann:

Digitized by Google

$$\frac{d\vartheta}{\mu^2 a} = \frac{dt}{b + w\cos(2\mu t + g)}\left(1 + \frac{\lambda t}{2\nu^2}\right) +$$
$$+ d\left[\left(\lambda\frac{\vartheta - \vartheta_1}{4aw\mu} - \frac{\lambda b t}{4\mu\nu^2 w}\right)\frac{\sin(2\mu t + g)}{b + w\cos(2\mu t + g)}\right] +$$
$$+ \frac{\lambda b}{4\mu\nu^2 w}\frac{\sin(2\mu t + g)\,dt}{b + w\cos(2\mu t + g)} + d\left[\frac{\lambda}{8w^2}\cdot\frac{L}{b + w\cos(2\mu t + g)}\right] \quad (38$$

Man sieht hier leicht, dass wenn λ/μ gegen λT vernachlässigt wird, $\frac{\partial(\nu\vartheta)}{\partial t} \doteq 2\mu\frac{\partial(\nu\vartheta)}{\partial g}$ ist. Würde man aber hieraus schliessen, dass mit derselben Vernachlässigung auch $\nu\vartheta$ gleich einer Function von $2\mu t + g$ vermehrt um ein nur t und ein nur g enthaltendes Glied sei, so würde man irren, da in der That durch die Integration nach t ein neues Glied von der Grössenordnung λT hineinkommt. Denn es ist

$$J = \int_0^T \frac{t\,dt}{b + w\cos(2\mu t + g)} = \frac{1}{4\mu^2}\int_g^{2\mu T + g}\frac{x\,dx}{b + w\cos x}.$$

Vernachlässigen wir nun

$$\int_g^\pi \frac{x\,dx}{b + w\cos x}$$

und setzen $2\mu T + g = (2n+1)\pi + \tau$, wobei τ zwischen O und 2π liegt, so erhalten wir

$$4\mu^2 J = \int_\pi^{3\pi} + \int_{3\pi}^{5\pi} \cdot \cdot \cdot \cdot \int_{(2n-1)\pi}^{(2n+1)\pi} + \int_{(2n+1)\pi}^{(2n+1)\pi+\tau} =$$
$$= \int_{-\pi}^{+\pi}\frac{(2\pi + y)dy}{b + w\cos y} + \int_{-\pi}^{+\pi}\frac{(4\pi + y)dy}{b + w\cos y} + \cdot \cdot \cdot \int_{-\pi}^{+\pi}\frac{(2n\pi + y)\,dy}{b + w\cos y} +$$
$$+ \int_0^T \frac{[(2n+1)\pi + y]\,dy}{b - w\cos y} = n(n+1)\pi\cdot\frac{2\pi}{\mu\nu} +$$
$$+ (2n+1)\pi\cdot\frac{2}{\mu\nu}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{b+w}{b-w}}\operatorname{tang}\frac{\tau}{2} = \frac{2\mu T^2}{\nu} + \zeta, \qquad (39$$

wobei ζ mit blosser Beibehaltung der Glieder von der Ordnung λT den Werth

Digitized by Google

$$2T\frac{g-\tau}{\nu}+\frac{4T}{\nu}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{b+w}{b-w}}\operatorname{tg}\frac{\tau}{2}$$

hat. Es folgt also mit denselben Vernachlässigungen, wobei $\vartheta'-\vartheta_1 = \mu a T/\nu$ wird, für $t=T$

$$\frac{\vartheta''-\vartheta'}{\mu^2 a}=\frac{\lambda T^2}{4\mu\nu^3}+\frac{\lambda\zeta}{8\mu^2\nu^2}+\left(\frac{\lambda T}{4w\nu}-\frac{\lambda b T}{4\mu\nu^2 w}\right)\frac{\sin(2\mu T+g)}{b+w\cos(2\mu T+g)}, \quad (40$$

wobei wieder ϑ' der Werth des ϑ für $t=T$ wäre, wenn die Formel 13 auch für positive t gelten würde. ϑ'' ist der wahre Werth des ϑ für $t=T$. Für $t>T$ werden wieder die Formeln 9 bis 13 gelten, nur wird ν um $-\frac{\lambda T}{2\nu}$, b um $\beta_1=-\lambda\mu T/2\nu$ grösser sein, daher w um $-b\lambda\mu T/2w\nu+\mu^2\lambda T/2w$. Gibt man der Constanten ϑ_0 einen passenden Zuwachs ξ, so muss also Formel 28a für $t+T$ gelten, wenn darin auch ϑ den Zuwachs $\vartheta''-\vartheta'$ enthält. Dadurch wächst die linke Seite dieser Gleichung um $-\mu^2\lambda T$, die rechte aber um:

$$\left[b-w\cos\left(\frac{2\nu}{a}(\vartheta'-\vartheta_0)\right)\right]\cdot\left[-\frac{\lambda\mu T}{2\nu}\,\frac{w+b\cos(2\mu T+g)}{w}+\right.$$

$$\left.+\frac{\mu^2\lambda T\cos(2\mu T+g)}{2w}\right]+\Big[b+w\cos(2\mu T+g)\Big]\cdot$$

$$\left[-\frac{\lambda\mu T}{2\nu}\,\frac{w-b\cos\frac{2\nu}{a}(\vartheta'-\vartheta_0)}{w}-\frac{\mu^2\lambda T\cos\frac{2\nu}{a}(\vartheta'-\vartheta_0)}{2w}\right]+$$

$$+[b+w\cos(2\mu T+g)]\cdot w\sin\frac{2\nu}{a}(\vartheta'-\vartheta_0)\cdot\left[-\frac{\lambda\mu T^2}{2\nu^2}-\frac{2\nu\xi}{a}+\right.$$

$$\left.+\frac{\lambda\zeta}{4\nu}+\left(\frac{\lambda\mu^2 T}{2w}-\frac{\lambda b\mu T}{2\nu w}\right)\frac{\sin(2\mu T+g)}{b+w\cos(2\mu T+g)}\right] \quad (41$$

die Gleichsetzung beider Zuwächse unter Berücksichtigung der Gleichungen 29 liefert:

$$\xi=\frac{a\lambda\zeta}{8\nu^2}-\frac{\lambda\mu a T^2}{4\nu^3}=\frac{a\lambda\mu^2}{2\nu^2}\int_0^T\frac{t\,dt}{b+w\cos(2\mu t+g)}-\frac{\lambda\mu a T^2}{2\nu^3}. \quad (42$$

Verhältnisse von derselben Einfachheit wie im Falle C würden wir erhalten in folgender Weise. Wir denken uns die Coordinatenaxen, auf welche der Winkel ϑ bezogen wird, auch um den Coordinatenanfangspunkt in Drehung begriffen, und zwar mit einer Geschwindigkeit, welche sowohl mit der Zeit als auch von Masse zu Masse variirt. Während der Zeit dt sollen sich für das Massentheilchen, für welches die zu $2\mu t$ hinzutretende Integrationsconstante den

Digitized by Google

Werth g hat, die Coordinatenaxen um den Winkel $d\Theta = \lambda t d\vartheta / 2\nu^2$ drehen. Bezeichnen wir dann mit ϑ^2 den Polarwinkel bezüglich des neuen beweglichen Coordinatensystems, so wird ϑ_2 und der Zuwachs seiner Integrationsconstante ξ_2 durch dieselben Formeln gegeben; nur fehlen die Glieder:

$$\frac{\mu^2 a\lambda}{2\nu^2}\int \frac{tdt}{b + w\cos(2\mu t + g)} = \frac{a\lambda\mu T^2}{4\nu^3} + \frac{a\lambda\zeta}{8\nu^2}. \tag{43}$$

Es wird also ξ_2 constant $= - a\lambda\mu T^2 / 2\nu^3$.

Es ist übrigens klar, dass nicht bloss die Veränderung der Kraftfunction, sondern auch die Zufuhr der lebendigen Kraft in jeder beliebigen Weise geschehen kann, wenn sie nur 1. sehr langsam, 2. gleichmässig über die ganze Bewegungszeit vertheilt geschieht.

Einige Worte sollen hier noch über die Definition der dem Systeme von aussen zugeführten Energie gesagt werden. Es bewege sich ursprünglich ein materieller Punkt in der durch die Gleichungen 9 bis 13 bestimmten Weise.

Zuvörderst sollen b, μ^2 und ν_0^2 bloss in einem einzigen Zeitmomente, während sich der materielle Punkt also an einer bestimmten Stelle seiner Bahn befindet, unendlich kleine Zuwächse erfahren, so dass er sich in einer unendlich wenig veränderten Bahn bewegt. Wurde der materielle Punkt im Momente der Aenderung von b, μ^2 und ν_0^2 nicht verschoben, so stellt der Zuwachs der lebendigen Kraft

$$\delta\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \left(\delta b - \frac{r^2}{2}\delta(\mu^2) - \frac{1}{2r^2}\delta(\nu_0^2)\right)m$$

die von aussen zugeführte Energie dar.

Erfuhr der materielle Punkt auch noch eine unendlich kleine Verschiebung, so muss man von $\delta\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ den Zuwachs abziehen, welchen die lebendige Kraft auch ohne äussere Energiezufuhr durch die bei Ueberführung des materiellen Punktes aus der ursprünglichen in die variirte Lage geleistete Arbeit erhalten hätte, und für deren Berechnung wir, wenn wir unendlich Kleines zweiter Ordnung vernachlässigen, die unvariirte Kraftfunction zu Grunde legen können, sobald die alte und die variirte Lage des materiellen Punktes unendlich wenig verschieden sind. Die von aussen zugeführte Energie ist also

$$\delta Q = \delta\left(\frac{mv^2}{2}\right) + \frac{m\mu^2}{2}\delta(r^2) + \frac{m\nu_0^2}{2}\delta\left(\frac{1}{r^2}\right)$$

Da nun die Definition der Constanten b darin besteht, dass

$$\left[b - \frac{\mu^2}{2}r^2 - \frac{\nu_0}{2r^2}\right]m$$

die momentane lebendige Kraft ist, so hat man

Digitized by Google

$$\delta\left(\frac{mv^2}{2}\right)=\left[\delta b-\delta\left(\frac{\mu^2 r^2}{2}\right)-\delta\left(\frac{\nu_0^2}{2r^2}\right)\right]m \tag{44}$$

daher ist die von aussen zugeführte Energie, wie oben

$$\delta Q=\delta\left(\frac{mv^2}{2}\right)+\frac{m\mu^2}{2}\,\delta\,(r^2)+m\nu_0^2\,\delta\left(\frac{1}{2r^2}\right)=\left[\delta(b)-\frac{r^2}{2}\,\delta\,(\mu^2)-\frac{1}{2r^2}\delta\,(\nu_0^2)\right]m.$$

Geschieht die Aenderung der Kraftfunction zu verschiedenen Malen, für welche r die Werthe r_1, r_2 . . . hat, so sollen $\delta_1(\mu^2)$, $\delta_1(\nu_0^2)$ die Aenderungen bedeuten, welche die Constanten μ^2 und ν_0^2 das erste Mal erfahren. $\delta_1 Q$ soll die das erste Mal zugeführte Energie sein. Analoge Bedeutungen sollen dieIndices 2, 3 . . . haben, während δ ohne Index den Gesammtzuwachs einer Grösse darstellt. Dann ist die gesammte äussere Energiezufuhr

$$\delta Q=\Sigma_k\delta_k Q=m\,\Sigma_k\left[\delta_k b-\frac{r_k^2}{2}\,\delta_k\,(\mu^2)-\frac{1}{2r_k^2}\,\delta_k\,(\nu_0^2)\right]=$$

$$=m\,\delta\,b-\frac{m}{2}\,\Sigma_k r_k^2\,\delta_k\,(\mu^2)-m\,\Sigma_k\,\frac{1}{2r_k^2}\,\delta_k\,(\nu_0^2). \tag{45}$$

Wenn die Aenderung der Kraftfunction in allen möglichen Phasen gleichmässig, d. h. proportional der Zeit, während welcher die betreffende Phase andauert, geschieht, so kann man

$$\delta_k\,(\mu^2)=\frac{\delta\,(\mu^2)\,dt}{\int dt}$$

setzen, und erhält somit

$$\delta Q=m\delta b-\frac{m}{2}\,\delta\,(\mu^2)\int r^2\,dt/\int dt-\frac{m}{2}\,\delta\,(\nu_0^2)\cdot\int\frac{1}{r^2}\,dt/\int dt \tag{46}$$

dasselbe gilt auch, wenn die ganze Bahn continuirlich und stationär mit Masse belegt ist; nur für die Veränderung der Kraftfunction ist es nicht gleichgiltig, wann sie vor sich geht. Die Energiezufuhr selbst kann natürlich wann und wie immer geschehen, da bei constanten μ und ν

$$\frac{mv^2}{2}-\left[b-\frac{\mu^2 r^2}{2}-\frac{\nu_0^2}{2r^2}\right]m$$

nicht von der Zeit abhängt.

Aehnliche Probleme hat Clausius (Sitzungsber. d. Niederrhein. Ges. für Natur- und Heilkunde vom 7. Nov. 1870, Pogg. Ann. Bd. 142, S. 433) behandelt. Vergleiche auch meine „Bemerkungen über einige Probleme der mechanischen Wärmetheorie“ (Wiener Akad. Bd. 75 S. 3 des II. Abschn. [1877]), wo übrigens die Position, welche bei der als noch einfacher bezeichneten Definition von V und $V+\delta_2 V$ erwähnt wird, unendlich benachbart derjenigen Position sein muss, bei

Digitized by Google

welcher die Veränderung der Kraftfunction vor sich geht. In den Gleichungen 45 und 46 ist natürlich $\delta Q = 0$ zu setzen, wenn die Aenderung der Kraftfunction ohne äussere Energiezufuhr geschieht, und sie dienen dann zur Bestimmung von δb; denn b ändert sich in verschiedener Weise, wenn die gleiche Veränderung von μ^2 oder ν_0^2 ohne äussere Energiezufuhr für verschiedene r stattfindet. Wären langsam veränderliche, verallgemeinerte Coordinaten s vorhanden, so kämen zu den durch die Kraftfunction dargestellten Kräften auch noch die Lagrange'schen Kräfte hiezu, welche die Constanterhaltung der s besorgen.

Erstere Kräfte leisten sowohl infolge der Veränderung der rasch als auch der langsam veränderlichen Coordinaten, letztere bloss infolge der Veränderung der letzteren Coordinaten-Arbeit und es wäre die durch sämmtliche aufgezählte Arbeitsleistungen erzeugte lebendige Kraft von $\delta \frac{mv^2}{2}$ abzuziehen. Die Arbeit infolge der Aenderung der rasch veränderlichen Grössen verschwindet, wenn diese der Variation nicht fähig gedacht werden.

Zu bemerken ist noch, dass die geleistete äussere Arbeit nicht mit der von aussen zugeführten Energie verwechselt werden darf. Wenn z. B. der materielle Punkt festgehalten wird, also ruht, und der kleine Magnet Q oder das Punktepaar P sich drehen, so wird dem materiellen Punkt keine Energie von aussen zugeführt, trotzdem wird äussere Arbeit geleistet, aber bloss auf Kosten der inneren, potentiellen Energie b, da die von dem Punkte p auf den Magnet oder das Punktepaar ausgeübten Kräfte eine gleich grosse innere Arbeit leisten. Letztere Kräfte zählen aber zu den inneren des Systems, wahrend jene Kräfte, welche, ihnen entgegenwirkend die Drehung des Magnets verhindern, äussere Kräfte sind. b ändert sich, $b - \mu^2 r^2/2 - \nu_0^2/2r^2$ aber bleibt constant gleich Null.

Digitized by Google

Ein neues Luftthermometer zur Messung sehr kleiner Temperaturschwankungen[1].

Von

Prof. **G. Grassi.**

In dieser Notiz will ich das Princip auseinandersetzen, welches mich beim Entwurfe des neuen Thermometers leitete, und die Formeln aufstellen, welche zur Feststellung der allgemeinen Regeln der Berechnung dienen.

Ich bemerke vor allem, dass Gase in verschiedenen bekannten Instrumenten als thermometrische Substanz benutzt werden, wie z. B. im Thermoskope von Rumford, im Differentialthermometer von Leslie, und im gewöhnlichen Luftthermometer. Für jeden dieser Apparate pflegt man eine eigene Formel aufzustellen, mittels welcher man die Temperaturänderungen berechnen kann.

Ich bemerke aber, dass man eine allgemeine Formel aufstellen kann, die sich auf alle diese Instrumente anwenden lässt, und ich machte es mir gerade mit Hilfe dieser Formel zur Aufgabe, zu untersuchen, ob man nicht ein Luftthermometer so einrichten könne, dass es ein sehr empfindliches Instrument abgebe.

Deshalb will ich Luftthermometer im allgemeinen einen Apparat nennen, in welchem eine Gasmenge, welche als thermometrische Substanz dient, in einem Gefässe A eingeschlossen, ihre eigenen Schwankungen der Expansivkraft einer andern Gasmenge in einem äusseren Raume B mittels einer Röhre oder beliebiger Leitung, die wie immer angebracht sein mag, mittheilt. Eine Flüssigkeit wird einen Theil der Leitungsröhre einnehmen müssen, um die thermometrische Substanz zu begrenzen und mittels ihrer Verschiebungen die Volumsänderungen des Gases anzuzeigen.

Sei t_0 die absolute Anfangstemperatur im Gefässe A;
V_0 das Volum des in A eingeschlossenen Gases;
V das Volum des Gases, welches den äussern Raum B einnimmt;
p der Anfangsdruck im Raume B;
$p + p_1$ der Anfangsdruck in A.

1) Uebers. aus Rend. dell' Accad. di Napoli Bd. 24 (1885).

Digitized by Google

Diese Anfangsdrucke werden durch die Höhen der Flüssigkeit gemessen, welche in dem Verbindungsrohre sich befindet.

Wenn in A die Temperatur t_1 wird, so verschiebt sich die Flüssigkeit. Nennen wir s_0 den senkrechten Querschnitt des Verbindungsrohres im Punkte, an welchem sich die Oberfläche der Flüssigkeit gegen A befindet, und s den entsprechenden Querschnitt gegen B. Wir wollen voraussetzen, dass der Querschnitt des Verbindungsrohres auf der ganzen Strecke, innerhalb welcher die Oberfläche der Flüssigkeit sich verschiebt, constant bleibe.

Die Verschiebungen seien bezw. l_0 und l in absolutem Werthe; wir setzen

$$t_0 > t \text{ und } t_1 - t_0 = \theta.$$

Vernachlässigen wir die Aenderungen der Capacität der Gefässe; diese Correction wird leicht zu berechnen sein, wenn sich in einem praktischen Falle die Nothwendigkeit derselben ergibt; sie ändert die allgemeine Formel nicht wesentlich.

Nach diesen Bemerkungen haben wir als neues Volum des thermometrischen Gases

$$V_0 + s_0 l_0 \text{ bei der Temperatur } t_1.$$

Im äusseren Raume wird die Temperatur constant bleiben und wir haben als neues Volum

$$V - sl \text{ bei der Temperatur } t_0.$$

Der Druck im äusseren Raume wird

$$p \frac{V}{V - sl}.$$

Bezeichnen wir mit α_0 und α die Winkel, welche die Theile der Röhre, in welchen die Verschiebungen der Flüssigkeit erfolgen, mit der Verticalen bilden. Die durch die Verschiebung hervorgebrachten Niveau-Unterschiede der Flüssigkeit in s_0 und s werden bezw. sein

$$l_0 \cos \alpha_0, \; l \cos \alpha.$$

Wir haben schliesslich den Druck in A gegeben durch

$$p \frac{V}{V - sl} + p_1 - l_0 \cos \alpha + l \cos \alpha.$$

Vernachlässigt man die in der That bedeutungslose Aenderung der Dichte der Flüssigkeit, so hat man $sl = s_0 l_0$ und folglich den Druck in A

$$p \frac{1}{1 - \frac{sl}{V}} + p_1 + l \cos \alpha - l \frac{s}{s_0} \cos \alpha_0,$$

und das Volum

$$V_0 + sl \text{ bei der Temperatur } t_1.$$


Digitized by Google

Setzt man hiernach an, dass die absoluten Temperaturen sich verhalten wie die Producte aus Druck und Volum, so erhält man

$$\frac{t_1}{t_0} = \frac{(V_0 + sl)\left(p\,\frac{1}{1 - \frac{sl}{V}} + p_1 + l\cos\alpha - l\,\frac{s}{s_0}\cos\alpha_0\right)}{(p + p_1)\,V_0}.$$

Diese Gleichung gestattet uns die Empfindlichkeit des Apparates zu berechnen, die um so grösser sein wird, je kleiner $t_1 - t_0$ für einen gegebenen Werth für l ist.

Man kann aber auch die Grössenverhältnisse des Apparates und die Werthe für α und α_0 für einen gegebenen Grad der Empfindlichkeit berechnen.

Ich bemerke indessen, dass es zur praktischen Verwendung nothwendig ist, dass der Querschnitt s sehr klein sei, damit die freie Oberfläche der Flüssigkeit sich nach allen Richtungen bewegen könne, welches immer die Neigung der Röhre sei. Mit anderen Worten: das Verhältnis $\frac{sl}{V}$ muss immer klein sein, und wir werden es so klein annehmen, dass man das Quadrat desselben vernachlässigen kann. Dann kann man obige Formel folgendermaassen schreiben:

$$\theta = \frac{t_0 l}{p + p_1}\left(\frac{s}{V_0}(p + p_1) + \frac{s}{V}p + \cos\alpha - \frac{s}{s_0}\cos\alpha_0 + \right.$$
$$\left. + \frac{sl}{V_0}\left[\frac{s}{V} + \cos\alpha - \frac{s}{s_0}\cos\alpha_0\right]\right)$$

und diese Formel dient zur Berechnung der Temperaturzunahme θ, die eine Verschiebung l der Flüssigkeitssäule gegen den äussern Raum hin hervorbringt.

Es ist gut, zu bemerken, dass die eben gefundene Formel die schon bekannten und oben erwähnten Fälle in sich schliesst, das ist:

Das Thermoskop von Rumford. — Man hat in diesem Falle

$$V = V_0; \quad p_1 = 0.$$

Die Röhre hat einen sehr kleinen Querschnitt und ist horizontal; deshalb ist

$$s = s_0$$

$$\cos\alpha = \cos\alpha_0 = 0$$

und daher, indem man das Glied, welches $(sl)^2$ enthält, vernachlässigt

$$\theta = 2t_0\,\frac{sl}{V_0}.$$

Digitized by Google

Das Differentialthermometer von Leslie. — Wir haben hier ebenfalls

$$V = V_0; \quad p_1 = 0$$
$$s = s_0 \text{ und sehr klein;}$$

aber die Röhren stehen vertical, so dass die Flüssigkeit bei steigender Temperatur in s_0 sinkt und in s steigt. Dann ist

$$\cos\alpha_0 = -1; \quad \cos\alpha = 1.$$

Daher, indem man wieder $(sl)^2$ vernachlässigt,

$$\theta = 2t_0 l\left(\frac{s}{V_0} + \frac{1}{p}\right).$$

Das mit der äussern Luft communicirende Thermometer. — Ist kein zweites geschlossenes Gefäss B vorhanden, sondern öffnet sich die Röhre in die freie Luft, dann kann man V als unendlich ansehen. Machen wir V_0 genügend gross, um $\frac{sl}{V_0}$ zu einem kleinen Bruche herabzudrücken, so vereinfacht sich die Formel folgendermaassen:

$$\theta = \frac{t_0 l}{p + p_1}\left(\frac{s}{V_0}(p + p_1) + \cos\alpha - \frac{s}{s_0}\cos\alpha_0\right).$$

Für horizontale Röhren

$$\theta = t_0 \frac{sl}{V_0},$$

und man hat die doppelte Empfindlichkeit gegenüber dem Thermoskope von Rumford; man kann dieselbe aber nur dadurch vergrössern, indem man das Verhältnis $s : V_0$ verkleinert.

Geben wir aber den Röhren verschiedene Neigungen, so können wir das Trinom in der Klammer sehr klein machen.

Von den verschiedenen Lösungen dieser Aufgabe ist die einfachste die Verkleinerung des Bruches $\frac{s}{s_0}$, indem man s_0 gegen s sehr gross macht. Man berechne dann $\cos\alpha$ so, dass man das Trinom einem kleinen Bruche η, der kleiner als $\frac{s}{V_0}(p + p_1)$ sein muss, gleich setzt. Man hat dann die Gleichung aufzulösen

$$\eta = \frac{s}{V_0}(p + p_1) + \cos\alpha.$$

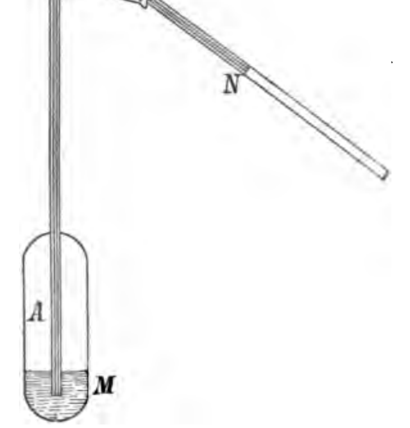
Es ist klar, dass $\cos\alpha$ negativ ausfallen wird, d. h. die Röhre wird nach unten geneigt sein. Man bemerke, dass die Werthe von s, V_0 und $p + p_1$ nicht willkürlich sind, da der Ausdruck $\frac{s}{V_0}(p + p_1)$ nur sehr wenig grösser als die Einheit sein kann, weil ja $\cos\alpha$ nie grösser als 1 werden kann.

Digitized by Google

Um den Apparat den Druckänderungen der Atmosphäre zu entziehen, setzt man die Röhre mit einem geschlossenen Raume B von constanter Temperatur in Verbindung, der so gross sein muss, dass man $\frac{s}{V}$ vernachlässigen kann, was in der Wirklichkeit keiner Schwierigkeit unterliegt.

Der numerische Werth von p hängt dann von der Dichte der Flüssigkeit ab. Je weniger dicht die Flüssigkeit, desto grösser wird p und um so kleiner das Verhältnis $s : V_0$ sein müssen. Diese Bedingung ist auch deshalb vor Augen zu halten, weil die vereinfachte Formel um so genauer ist, je kleiner s und je grösser V ist. Man wird daher eine wenig dichte Flüssigkeit anwenden.

Da es mir schien, dass diese Lösung die praktischste sei, dachte ich daran, einen Versuch zu machen. Ich liess das Thermometer so construiren, wie es in nebenstehender Figur dargestellt ist.



Ein kleines cylindrisches Gefäss A ist an eine Röhre angeschmolzen, welche am oberen Ende eintritt und bis auf wenige Millimeter vom Boden hinabreicht.

Man bringt nach A soviel Flüssigkeit als hinreicht, damit das Ende der Röhre bei verticaler Lage 4 bis 5^{mm} tief eintauche. Am oberen Ende ist die Röhre unter einem rechten Winkel gebogen und mit Hilfe eines kleinen Kautschuk-Schlauches mit einer geraden Röhre von kleiner Lichte verbunden; letztere ist mit einer Millimetertheilung versehen.

Das Gefäss A bringt man in den Raum, dessen kleinste Temperaturschwankungen man untersuchen will. Dann regulirt man das Instrument so, dass bei der Anfangstemperatur t_0 die Flüssigkeit die ganze verticale und einen Theil der geneigten Röhre anfüllt. Bei einer anderen Gelegenheit werde ich den einfachen Vorgang, den man hierbei einzuhalten hat, beschreiben.

Die Neigung α der Röhre darf nicht grösser sein als jene, welche $\eta = 0$ macht, da in diesem Falle die Empfindlichkeit unendlich wäre und die ganze Flüssigkeit aus dem Thermometer ausfliessen würde. Dieser Werth von α, den wir mit α' bezeichnen wollen, können wir den G r e n z w i n k e l nennen; er ist gegeben durch:

Digitized by Google

$$\cos\alpha' = -\frac{s}{V_0}(p + p_1)$$

und muss berechnet werden, um der Röhre eine Neigung nahe gleich derjenigen zu geben, welche sie schliesslich erhalten soll.

Um den Werth von α zu haben, der eine bestimmte Empfindlichkeit gibt, wird man folgende Gleichung auflösen:

$$\theta = \frac{t_0 l}{p + p_1}\left(\frac{s}{V_0}(p + p_1) + \cos\alpha + \frac{s}{s_0}\right)$$

aus welcher man hat

$$\cos\alpha = \cos\alpha' + \frac{p + p_1}{t_0} - \frac{s}{s_0}.$$

Es ist nicht überflüssig zu bemerken, dass man zur Erreichung der vollen Genauigkeit die Aenderungen der Capacität des Gefässes A, sowie den Einfluss, den etwa der der Luft beigemischte Dampf der Flüssigkeit haben könnte, in Rechnung ziehen muss. Von diesen Correctionen will ich bei einer anderen Gelegenheit sprechen, wenn ich nämlich eine Anwendung des neuen Thermometers auseinandersetzen werde. Sie bieten keine Schwierigkeit.

Ich will nur bemerken, dass es mir bei den bisher mit einigen Thermometern verschiedener Grösse und gefüllt mit verschiedener Flüssigkeit gemachten Versuchen gelungen ist, in der That und mit voller Deutlichkeit Temperaturschwankungen zu erkennen, die man in Wahrheit unendlich klein nennen könnte.

Zuletzt machte ich einen Versuch mit einem Calorimeter, in welches ich ein Quecksilberthermometer, welches fünfzigstel Grade ergibt, und mein Luftthermometer mit Wasser gefüllt hineinbrachte; ich überzeugte mich durch wiederholte Versuche, dass mein Thermometer nicht nur die kleinsten Temperaturschwankungen bis zu einem zehntausendstel Grad, sondern auch mit genügender Genauigkeit den absoluten Werth der Temperatur angibt.

Die Grössenverhältnisse des Thermometer waren beiläufig:

$$V_0 = 25000^{\text{cmm}}$$
$$s = 1{,}5^{\text{qmm}}$$
$$p + p_1 = 10900^{\text{mm}}$$

und hieraus der genäherte „Grenzwinkel"

$$\alpha' = 130^0\,50'.$$

Bei einer Neigung von

$$\alpha = 129^0$$

d. h. also bei einer vom Grenzwinkel nur wenig verschiedenen Neigung musste man erhalten

$$\theta = 0{,}2064\, t_0 l,$$


Digitized by Google

und da $t_0 = 300^0$ ca. war, so hatte man für eine Verschiebung von einem Millimeter

$$\theta = 0{,}000688,$$

was einer Verschiebung von fast anderthalb Meter per Grad entspricht.

Es ist nothwendig, zu bemerken, dass die Neigung α mit Genauigkeit gemessen werden muss, wenn man eine Messung von θ erhalten will, und nicht eine Anzeige einer Temperaturschwankung. In der Ausführung wird es nicht schwer sein diesen Winkel zu messen, so dass man mit genügender Genauigkeit die Werthe der kleinsten Temperaturschwankungen berechnen kann; vorausgesetzt, dass der Winkel α dem „Grenzwinkel" α' nicht gar zu nahe komme. Die Messung von α kann man mit dem Kathetometer machen, indem man die Niveau-Differenz zweier Scalatheile der Röhre, die um 30 bis 40^{cm} voneinander entfernt sind, bestimmt.

Diese letzte Erwägung gestattet uns auch zu beurtheilen, in welchen Fällen das neue Thermometer nützliche Anwendung finden kann und welche Vortheile es gegenüber den andern Mitteln zu Temperaturuntersuchungen bietet.

Der erste Vortheil wäre, dass man eine unbegrenzte Empfindlichkeit erreichen kann. In diesem Falle wird es unmöglich, den Werth der Temperaturänderungen zu bestimmen, es werden sich aber die allerkleinsten Schwankungen nach auf- und abwärts verrathen.

Ein anderer hauptsächlicher Vortheil besteht darin, dass das Instrument, selbst bei einer so grossen Empfindlichkeit, dass es zehntausendstel Grade anzeigt, noch gestattet, die absoluten Werthe der Temperaturschwankungen mit grosser Annäherung zu berechnen, ohne dass man zu einem Vergleichsmittel seine Zuflucht nehmen muss, indem man einfach die verschiedenen Grössenverhältnisse des Instrumentes misst, also die Grössen von V_0, s, s_0, den Druck p und p_1 und den Winkel α.

Digitized by Google

Ueber das Arago'sche Verfahren zur Bestimmung der Constanten etwaiger im geschlossenen Schenkel eines Barometers befindlichen Luft.

Von

Dr. **Paul Schreiber.**

Das von Arago angegebene Verfahren zur Bestimmung der Spannung von Luft, welche sich in dem sog. Vacuum eines Barometers befinden kann, ist in den meisten Lehr- und Handbüchern, in welchen überhaupt genauere Messungen des Luftdruckes behandelt werden, dargestellt, es scheint aber, als ob die Methode in der Praxis recht ernstlich und viel kaum angewandt worden sei.

In meinem Handbuch der barometrischen Höhenmessungen, welches 1877 bei M. Fr. Voigt in Weimar erschienen ist (1884 wurde eine zweite wohlfeile Ausgabe veranstaltet), habe ich von S. 82 an dem betreffenden Verfahren einen grösseren Abschnitt gewidmet, mich aber damals schon etwas reservirt über dasselbe ausgesprochen. Trotzdem glaubte ich die Methode in Anwendung bringen zu müssen, als ich im Mai und Juni des kürzlich vergangenen Jahres (1885) eine Anzahl der Barometer auf den sächsischen meteorologischen Stationen einer gründlichen Untersuchung unterwarf. Es erschien mir dies nothwendig, da ich durch diese Messungen wenigstens mich stets von dem unveränderlichen Zustand des Vacuums des Normalbarometers überzeugen zu können hoffte, wenn auch der eigentliche Zweck sich als unerreichbar herausstellen sollte. Hierzu kam noch, dass das von mir beschaffte Reisebarometer, welches als Nr. 163 von Fuess in Berlin nach dem System Wild-Turrettini gebaut worden ist und dessen Construction als bekannt vorausgesetzt werden kann, ja besonders für diese Untersuchungen eingerichtet ist.

Die Resultate der Vergleichungen mit 12 verschiedenen Barometern sind der Art, dass sich meine Vermuthungen bestätigt zu haben scheinen. Ich glaube, dass das Verfahren zur Bestimmung der Luftconstanten kaum brauchbar sein wird und sogar als Prüfungsmittel für den unveränderten Zustand des Vacuums nicht ohne Einwand erscheint. Hierbei muss ich allerdings ausdrücklich erwähnen, dass die Untersuchung noch nicht abgeschlossen ist. Wenn ich trotzdem schon mit den Resultaten hervortrete, so geschieht dies, weil ich glaube,

Digitized by Google

alle die Mittel, mit welchen der Constructeur das Instrument zur Untersuchung der Fehlerquellen an sich selbst ausgestattet hat, erschöpft zu haben. Die noch folgenden Untersuchungen müssen mit dem Kathetometer geschehen und werden voraussichtlich viel Zeit in Anspruch nehmen. Einmal sind Messungen, bei denen es sich um Constatirung von Differenzen handelt, die nur wenig Zehntel eines Millimeters betragen, nicht einfach; dann aber können dieselben, da sie weniger in das Gebiet der Meteorologie als der Physik oder Metronomie gehören, nur nebenbei gemacht werden. Durch Publication der bisherigen Resultate hoffe ich zur Klarlegung der Frage, welche für die Barometermessungen doch nicht so ohne Wichtigkeit ist, berufene Kreise anregen zu können.

Zu den Revisionen der Barometerstationen habe ich mir ein Gestell vorgerichtet, welches ich in 1/20 d. n. G. in Fig. 1 abbilde. Zwei Rahmen aus Holz sind durch Charniere verbunden und bilden, wenn sie rechtwinklig gestellt und durch Eisenstäbe in ihrer Stellung gehalten werden, ein festes Gestell. Durch zwei Stellschrauben (*a*) lässt sich das Gestell einigermaassen vertical stellen. An der vorderen Seite wird das Normalbarometer von Fuess so aufgehängt, dass das Licht auf zwei Papierblätter (*b*) fällt, welche hinter den Schlitzen, in denen die Kuppen sichtbar werden, angesteckt sind. An der anderen Wand des Gestelles sind Vorrichtungen zur Befestigung von zwei der Barometer mit Mikroskopeinstellung und verschiebbarer Messingscala, welche wohl die Firma Greiner jr. in Berlin eingeführt hat und die in Sachsen auf den meisten Stationen in Gebrauch sind, angebracht. Lothe an Gelenkstäben sind zur genauen Verticalstellung vorhanden. Die Eisentheile sind durch Schlitze und Löcher gesteckt, werden durch Schrauben mit Contremuttern befestigt und können vor dem Transport abgenommen und im Kasten verwahrt werden. Das Gestell wird zusammengeklappt und verschlossen. Das Aufstellen und Einpacken lässt sich in kurzer Zeit vollführen. Platz zur Aufstellung habe ich überall gefunden. In der Kiste *K* befinden sich ausser den kleinen Theilen des Gestelles eine Bank und das zur Reinigung, wie zu kleineren Reparaturen der Barometer nöthige Werkzeug.

Bei den Vergleichungen wurde folgendermassen verfahren. Wenn es nicht thunlich war, das Barometer der Station an seinem gewöhnlichen Ort zu lassen, wurde dasselbe an das Reisegestell genommen. Befand sich das Barometer in einigermaassen gutem Zustand, der eine sichere Einstellung zuliess, so wurden zunächst die ausführlichen Vergleichungen ausgeführt. Zuerst wurde das untere Visir des Reisebarometers auf 0 gestellt und fünf Paare von Ablesungen vorgenommen. Dann wurde das untere Visir so hoch als möglich gerückt, genau auf einen ganzen

Digitized by Google

oder halben Centimeter eingestellt und wieder zehn Ablesungen gemacht. Diesen folgten zehn Bestimmungen, bei denen das untere Visir in der Mitte zwischen der höchsten Stellung und 0 sich befand, worauf dann eine letzte Serie von Beobachtungen bei der Nullstellung vorgenommen wurde. — Vor jeder Ablesung wurde bei dem Reisebarometer das

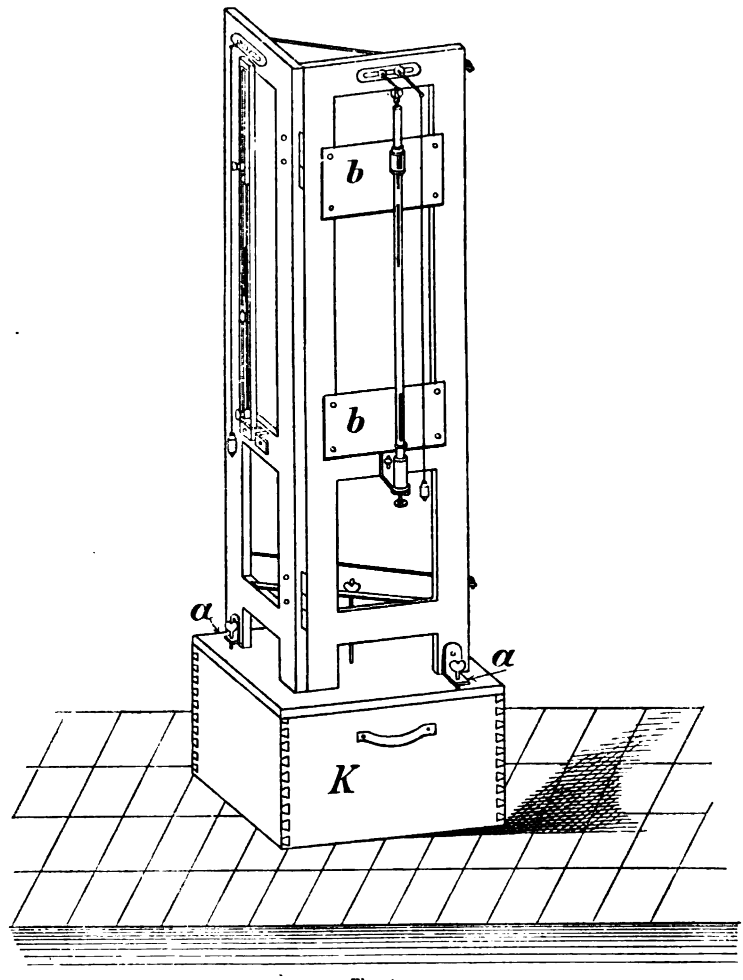


Fig. 1.

Quecksilber zurück und wieder in die Höhe geschraubt. Die Stationsbarometer wurden geneigt und geklopft, event. bei den dreischenkligen der Stab herausgezogen und wieder eingesenkt.

Die Messungen erfolgten so, dass, wenn zwei Beobachter fungirten, sie, jeder an seinem Instrument, gleichzeitig einstellten. Meist besorgte ich die Messungen allein und beobachtete dann in der Reihenfolge

N. — St. — St. — N. — N. — St. — St. — N. — N. — St.

Digitized by Google

Besonderer Werth wurde darauf gelegt, dass die Temperaturen der Instrumente sich möglichst ausgleichen konnten und kann man hierin nicht vorsichtig genug sein. Bei dem Barometer Fuess scheint es auch ganz wesentlich zu sein, dass zur Erzielung übereinstimmender Ablesungen das Quecksilber möglichst weit herab und dann langsam angeschraubt werde.

Nach den obligatorischen vier Sätzen von Vergleichungen wurde dann das Stationsbarometer, soweit es nöthig schien, in Ordnung gebracht. Meist musste es zur Reinigung des offenen Schenkels ganz auseinander genommen werden. Das Putzen desselben gelang namentlich mit Vaselin sehr gut und wurden dadurch ziemlich undurchsichtig gewordene Röhren fast blank gebracht.

Nach der Neuaufstellung wurde eine, nach Befinden zwei, Beobachtungsreihe zur Bestimmung der neuen Correction des Stationsbarometers bei der Stellung 0 des unteren Visirs vorgenommen.

Alle Ablesungen sind nach derselben Formel

$$b_0 = b\frac{1 + 0{,}0000161398\,t}{1 + 0{,}00018018\,t},$$

welche durch Bruhns eingeführt worden ist, auf den Eispunkt reducirt. Das Thermometer des Reisebarometers ist in Eis untersucht worden, und erwies sich der Nullpunkt richtig.

Bei jeder Serie wurden die Differenzen der nächstliegenden reducirten Beobachtungen an den beiden Instrumenten im Sinne N — St gebildet und sind diese als „Correctionen des Stationsinstrumentes" bezeichnet. Bringt man diese Zahlen mit ihrem Vorzeichen an den Ablesungen am Stationsinstrument an, so erhält man zunächst die entsprechenden Angaben des Reisebarometers. Ich gebe hier als Beispiel die Serie Nr. 3 Reitzenhain.

Unteres Visir des Reisebarometers auf 80mm.

	Temperaturen	Nonius	Reducirt auf 0°	Correction	v
Normalbarometer .	11,4	775,45	774,18 = 694,18		
Stationsbarometer .	12,2	696,45	695,09	— 0,91	— 4
Stationsbarometer .	12,2	696,42	695,06	— 0,85	+ 2
Normalbarometer .	11,2	775,46	774,21 = 694,21		
Normalbarometer .	11,2	775,42	774,17 = 694,17		
Stationsbarometer .	12,2	696,37	695,01	— 0,84	+ 3
Stationsbarometer .	12,2	696,37	695,01	— 0,91	— 4
Normalbarometer .	11,2	775,35	774,10 = 694,10		
Normalbarometer .	11,2	775,28	774,03 = 694,03		
Stationsbarometer .	12,2	696,25	694.89	— 0,86	+ 1
	Mittel		695,01 694,14	— 0,87	+ 6
					— 8

Resultat: — 0,87 ± 0,012. $\Sigma v = 14$

Auf diese Weise sind 74 Serien berechnet worden. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 1.

Datum	lauf No.	Stationen	Kuppenstellungen bei Fuess No. 163		Correction des Stationsinstrumentes		
			oben	unten	Mittel	Wahrsch. Fehler	
1885			Millimeter		Hundertstelmillimeter		
12/V.	1	**Reitzenhain**	696,0	0	— 58	± 1,9	Das Stationsbarometer ist ein zweischenkliges Instrument mit Mikroskopeinstellung und Messingscala. — Wegen böigen Wetters war eine fortwährende Schwankung im Luftdruck wahrnehmbar
	2	I. Etage des	765,6	70	— 81	1,8	
	3	Forsthauses	775,4	80	— 87	1,2	
	4		695,5	0	— 75	1,8	
	5		695,4	0	— 71	1,0	
	6		694,6	0	— 68	1,3	Nach dem Reinigen des Instrumentes.
15/V.	7	**Dresden-Altstadt.**	744,5	0	— 49	± 1,9	Stationsbarometer wie in Reitzenhain.
	8	Parterre im	784,5	40	— 61	0.7	
	9	Polytechnikum	814,6	70	— 65	1,4	
	10		745,1	0	— 45	2,2	von hier an hängt das Stationsinstrument um 47 cm höher.
16/V.	11		747,7	0	— 51	0,9	
17/V.	12		747,4	0	— 41	1,5	
17/V.	13		747,5	0	— 37	1,4	
18/V.	16	**Dresden-Neust.**	748,6	0	+ 59	± 0,7	Das Barometer war dreischenklig. Der dritte offene Schenkel für den Reisestab ist abgebrochen und ist zugebunden worden. — Die sämmtlichen Einstellungen erfolgten gleichzeitig durch Neubert am Stationsinstrumente und Schreiber am Normalbarometer.
	17	Forststrasse	813,7	65	+ 36	1,8	
	18	25 II.	784,0	35	+ 38	0,5	
	19		749,2	0	+ 50	1,0	
	20		748,9	0	+ 56	2,4	
	21		788,7	40	+ 40	0,3	
	22		813,6	65	+ 37	0,5	
	23		748,9	0	+ 65	0,6	
21/V.	24	**Bautzen.**	739,3	0	— 55	± 1,8	Stationsinstrument dreischenklig. Die untere Kuppe ist schwer einstellbar.
	25	Albertstrasse	809,0	70	— 80	2,8	
	26	10 Part.	769,0	30	— 67	2,0	
	27		738,8	0	— 60	2,0	
	28		738,9	0	— 47	2,8	Beobacht.: Frenzel jr. und Schreiber. Nach gründlicher Reinigung.
22/V.	29		739,7	0	— 36	1,4	
	30		739,7	0	— 34	1,0	
	31		739,8	0	— 33	1,1	Beobacht.: Frenzel jr. und Schreiber.
28/V.	32	**Zittau.**	745,6	0	— 14	± 1,8	Beobacht.: Schreiber.
	33	Georgstrasse 7	815,5	70	— 41	2,7	Beobachter für diese und die folgenden Reihen: Schiller u. Schreiber bei gleichz. Einstellung.
	34	I. Etage.	745,7	0	— 19	0,9	
29/V.	35		745,3	0	+ 19	1,0	Nach dem Reinigen.
	36		745,4	0	+ 15	1,1	
1/VI.	37	**Freiberg.**	729,4	0	— 25	± 0,7	Baromet. dreischenklig.
	38	Bergakademie	809,7	80	— 36	1,6	
	39	Part.	799,7	70	— 43	1,2	
	40		809,6	80	— 41	0,8	
	41		729,8	0	— 17	1,5	
2/VI.	42		733,6	0	— 54	2,4	nach den Kathetometermessungen (s. Anm. 1).

Digitized by Google

Datum. Lauf. No.	Stationen	Kuppenstellungen bei Fuess No. 163		Correction des Stationsinstrumentes		
		oben	unten	Mittel	Wahrsch. Fehler	
1885		Millimeter		Hundertstelmillimeter		
5/VI. 43	**Döbeln.**	749,6	0	— 58	± 0,6	Barometer zweischenklig.
44	Zwingerstrasse	814,3	65	— 90	0,3	
45	II. Etage.	789,2	40	— 78	1,9	
46		749,3	0	— 59	1.4	
47		749,2	0	— 58	0,6	Nach dem Reinigen.
9/VI. 48	**Zwickau.**	735,8	0	— 29	± 2,0	Vor dem Reinigen — Barometer zweischenklig.
10/VI 49	Albertstr. 10	742,1	0	— 77	2,1	
50	I. Etage.	817,1	75	—105	1,9	
51		782,1	40	— 99	1,0	
52		742,4	0	— 81	1,6	
53		742,4	0	— 77	1,7	
13 VI. 54	**Plauen i. V.**	738,2	0	+ 42	± 2,1	Barometer zweischenklig.
55		738,1	0	+ 34	2,0	
56		735,7	0	+ 19	1,4	Nach dem Reinigen.
57		815,4	80	— 1	0,9	
58		775,5	40	+ 13	0,3	
59		735,7	0	+ 25	1,0	
19/VI. 60	**Elster.**	720,1	0	— 30	± 0,6	Barometer zweischenklig, ist ein neu reparirtes Instrument, welches zum Ersatz des beim Reinigen zerbrochenen früheren Instrumentes in Anwendung kommt. Das alte hatte viel Luft.
61	Haus Olymp.	799,8	80	— 48	0,6	
62	Parterre.	759,8	40	— 43	0,9	
63		720,0	0	— 24	1,0	
24/VI. 64	**Annaberg.**	716,8	0	— 44	±11,6	Wegen dieser Vergleichung siehe Anmerkung 2.
65	Münzgasse	716,8	0	— 27	0,9	Barometer zweischenklig.
66	I. Etage.	796,6	80	— 44	1,2	
67		756,4	40	— 48	1,9	
68		716,4	0	— 36	2,2	
5/VII. 69	**Leipzig.**	756,3	0	+ 15	± 1,1	Barometer dreischenklig.
70	Sternwarte.	756,0	0	+ 4	0,9	
71		785,6	30	— 4	0,9	
72		755,6	0	+ 10	1,0	
73		814,5	60	— 11	1,6	
74		754,8	0	+ 13	1,8	

Anmerkung 1: Während der Controlmessungen mit dem Kathetometer kamen beim Stationsbarometer Theile der in dem dritten Schenkel mit der Zeit sich bildenden grauen pulvrigen Massen in den zweiten offenen Schenkel und bedeckten eine Zeit lang die Quecksilberkuppe derart, dass sie ganz schwarz aussah. Es gelang nun zwar, durch Bewegung diese staubigen Massen an die Wandung zu bannen und die Kuppe rein zu erhalten, das Instrument hatte aber eine plötzliche Aenderung in der Correction erfahren, derart dass es höher stand. Wie man sieht beträgt die

Digitized by Google

Differenz ungefähr 0,4^{mm}. Anfangs war dieselbe noch grösser, schien sich aber im Verlauf der letzten Serie nach und nach zu verlieren und scheint bald darauf völlig wieder verschwunden zu sein. Es passen wenigstens die Ablesungen in Freiberg mit der alten Correction besser in den Rahmen derjenigen an den anderen (auf gleiche Höhe reducirten) Stationen. Dabei kann constatirt werden, dass ausser der gewöhnlichen Behandlung absolut keine Manipulation vorgenommen worden ist, welche eine derartige Standänderung hätte bedingen können.

Anmerkung 2: Die erste Ablesung wurde am Stationsbarometer vorgenommen, während es sich an seinem gewöhnlichen Ort befand und stand es gerade einen Millimeter höher als das Reiseinstrument. Dieser Umstand war Ursache, dass die Ablesungen nochmals (ohne vorherige Einstellung) controlirt wurden. Da die Einstellung selbst aber sehr beschwerlich war, nahm ich das Instrument an mein Reisegestell, wobei dasselbe natürlich geneigt werden musste, was wesentlich erscheint, da der Herr Beobachter sonst das Instrument ruhig in verticaler Lage lässt. Bei dem Wechsel der Aufhängung war eine Aenderung eingetreten, derart dass es nahe 0,6^{mm} tiefer als vorher sich einstellte. Luft ist entschieden nicht hinein gekommen, das würde auch eine ganz andere Aenderung bewirkt haben.

Auch diese Aenderung, welche ich den plötzlichen Aenderungen in der Beschaffenheit der Oberfläche des Quecksilbers und der anstehenden Glaswandung zuschreibe, scheint sich verloren zu haben, da bei Reduction aller Stationen auf gleiches Niveau, auch nach Anbringung der Correction — 0,3^{mm} Annaberg stets den relativ höchsten Druck hat.

Wir finden in der vorstehenden Tabelle zunächst Datum und laufende Nummer der Reihe, dann die Station. Weiter ist die auf Zehntelmillimeter abgerundete mittlere Stellung der oberen Kuppe, wie diejenige der unteren Kuppe beim Reisebarometer gegeben. Die Differenz beider gibt natürlich den beobachteten und nicht den reducirten Barometerstand.

Es folgen in der Tabelle die sich aus der betreffenden Serie ergebenden Correctionen der Stationsbarometer in Hunderttheilen eines Millimeters, sowie der wahrscheinliche Fehler dieser Correctionen in derselben Maasseinheit.

Fig. 2 zeigt das Reisebarometer in seinen wesentlichsten Zügen. Der lange und der kurze offene Schenkel des Barometers ragen in ein Gefäss hinein, welches einen Ledersack darstellt, gegen dessen Boden eine Schraube drückt. Durch diese Schraube kann der Quecksilberstand in beiden Schenkeln beliebig regulirt werden. Wir nehmen an, bei der ersten Vergleichungsreihe werde die untere Kuppe genau auf 0 gestellt, bei der zweiten um σ höher. Dann wird die obere Kuppe erst bei s_1, dann aber bei s_2 stehen, welches von s_1 in den meisten Fällen nahe um die Grösse σ abstehen wird. Falls sich im geschlossenen Schenkel über dem Quecksilber Luft befindet, wird dieselbe eine gewisse Spannung besitzen, welche eine Function ihrer

Digitized by Google

Temperatur und ihres Volumens ist. Wir wollen die in Millimetern Quecksilbersäule ausgedrückten Spannungen dieser Luftmenge bei s_1 und s_2 entsprechend mit H_1 und H_2 bezeichnen. Auf die Temperatur wird man bei den Manipulationen zur Bestimmung der H nur dann Werth zu legen brauchen, wenn die Luftmenge von Bedeutung ist, oder das Instrument bedeutenden Temperaturschwankungen ausgesetzt werden muss. Wenn die Versuche bei den in unseren Wohn- und Arbeitsräumen gewöhnlichen Temperaturen von etwa $+20^0$ angestellt werden, so bringt eine Aenderung der Temperatur um 1^0 C bekanntlich in der bei constantem Volumen erhaltenen Luft eine Spannungsänderung $\Delta H = H:(273+20)$ hervor. Es muss dann $H = 2{,}93^{mm}$ sein, wenn ΔH den Werth $\pm 0{,}01^{mm}$ erreichen soll. Ein Barometer mit einem derartigen Luftgehalt wird man aber schon aus anderen Gründen nicht als brauchbar bezeichnen können, am allerwenigsten aber als Normalbarometer. Es erscheint demnach leicht, die Versuche so einzurichten, dass bei der Ermittelung von H die Temperaturänderungen vernachlässigt werden können. — Wir werden so H bloss als Function des Volumens betrachten und soll dann, wenn die zu H_1 und H_2 gehörigen Volumina mit s_1 und s_2 bezeichnet werden, nach dem Mariott'schen Gesetz die Gleichung gelten:

$$s_1 H_1 = s_2 H_2 = C. \qquad (1$$

Wenn man die Barometerröhre als genügend cylindrisch voraussetzen kann, kann man die Volumina s durch ihre Längen ausdrücken und hat demnach einfach die Mittel aus den direct an dem Maassstab abgelesenen Stellungen der Kuppe bei jeder Reihe von dem Theilstrich abzuziehen, bei welchem die Röhre endigt. Die Endfläche bei dem vorliegenden Barometer liegt in der Höhe des Striches 840^{mm}. Bezeichnen wir mit N' und N'' die Mittel der Noniusablesungen an diesem Reisebarometer, wo also N' für die Stellung des unteren Visirs bei 0, N'' dagegen in der Höhe σ gilt, so werden

$$s_1 = 840 - N' \quad s_2 = 840 - N''. \qquad (2$$

840 s_2 H_2 Δs s_1 H_1 b_2 σ b_1 0

Fig. 2

Zur Bestimmung der H brauchen wir zu den Gleichungen 1 und 2 nun noch eine vierte.

Ich bezeichne mit b_1 und b_2 die mittleren Barometerstände während der beiden Versuchsreihen. N'_0 und $(N'' - \sigma)_0$ sollen die Mittel aus den Werthen sein, welche man nach Anbringung der sämmtlichen bekannten Correctionen, namentlich die Temperaturcorrection, aus den

Digitized by Google

Ablesungen am Reisebarometer erhalten hat. S_0' und S_0'' werden die Mittel aus den auf den Eispunkt reducirten Ablesungen am Stationsbarometer darstellen. Die Summen der noch übrig bleibenden Correctionen für das Stationsbarometer mögen x_1 und x_2 sein. Dann hat man

$$\begin{cases} b_1 = N_0' + H_1 = S_0' + x_1 \\ b_2 = (N'' - \sigma)_0 + H_2 = S_0'' + x_2 \end{cases}$$

oder

$$\begin{cases} N_0' - S_0' = -H_1 + x_1 = \Delta_1 \\ (N'' - \sigma)_0 - S_0'' = -H_2 + x_2 = \Delta_2. \end{cases}$$

Die Werthe Δ stellen die Grössen dar, welche ich als „Correctionen des Stationsbarometers" in Tabelle 1 aufgeführt habe. Man bekommt nun weiter

$$H_2 - H_1 = \Delta_1 - \Delta_2 - (x_1 - x_2).$$

Wenn die Versuche rasch hintereinander angestellt werden, dann werden im Stationsbarometer so geringe Aenderungen eintreten, dass man unbedenklich $x_1 - x_2 = 0$ setzen kann, wodurch man in

$$H_2 - H_1 = \Delta_1 - \Delta_2 = \Delta H \tag{3}$$

eine Gleichung erhält, welche die Differenz der Spannungen ergibt. Die Gleichung 1 lässt sich aber dadurch, dass man sie als Quotientengleichung darstellt und beiderseitig 1 abzieht, leicht in die Form $(s_1 - s_2) : s_2 = (H_2 - H_1) : H_1$ bringen, so dass, wenn man noch

$$\Delta s = s_1 - s_2 = N'' - N' \tag{4}$$

setzt, sich zur Bestimmung von H_1 die Gleichung

$$H_1 = s_2 \frac{\Delta H}{\Delta s} \tag{I}$$

ergibt. Es empfiehlt sich aber mehr, die Gleichung I beiderseitig mit s_1 zu multipliciren, wodurch man

$$C = H_1 s_1 = s_1 s_2 \frac{\Delta H}{\Delta s} \tag{II}$$

erhält. — Man wird nun die Beobachtungen der Tabelle 1 wohl am besten derart weiter behandeln, dass man je zwei Reihen combinirt und aus jeder Combination einen Werth von C berechnet, worauf man das Mittel aus den einzelnen Werthen von C, als den wahrscheinlichsten Werth dieser Constanten, wird herleiten müssen. Dividirt man dann diesen Mittelwerth von C durch die Grösse $s = 840 - N$, so erhält man den für die betreffende Beobachtung wahrscheinlichsten Werth für H und damit den wahren Barometerstand $b = N_0 + H$.

Wenn allerdings C einigermaassen bedeutend ist, so wird man die Temperaturen in Rücksicht ziehen müssen und wird dadurch die Rechnung wesentlich complicirter.

Digitized by Google

Bei meinen Versuchen schwankten nun zwar die Temperaturen um nahe 15° C, es ergibt aber eine einfache Calculation, dass durch diese Aenderung die Spannung der eingeschlossenen Luft im Kleinsten der angewendeten Volumina nur um höchstens 0,03^{mm} hat geändert werden können, so dass ihr Einfluss vernachlässigt worden ist.

Man erhält nun nach den Beobachtungen der Tabelle 1 die folgenden Werthe der Luftconstanten C.

Tabelle 2.

Stationen	Combinirte Reihen lauf. No.	$s_1 = 840 - N'$	$s_2 = 840 - N''$	$\Delta H = H_2 - H_1 = \Delta_1 - \Delta_2$	$\Delta s = N'' - N'$	C	v
Reitzenhain .	1. 2.	144	74	0,23	70	35,0	+ 19,3
	3. 5.	144	65	0,15	80	17,6	+ 1,9
Dresden-Altstadt . . .	7. 8.	95	55	0,12	40	15,7	0,0
	9. 10.	95	25	0,20	70	6,8	— 8,9
Dresden-Neustadt . . .	16. 17.	91	26	0,23	65	8,4	— 7,3
	18. 19.	91	56	0,12	35	17,5	+ 1,8
	20. 21.	91	51	0,16	40	18,6	+ 2,9
	22. 23.	91	26	0,28	65	10,2	— 5,5
Bautzen . .	24. 25.	101	31	0,25	70	11,2	— 4,5
Zittau . . .	26. 27.	101	71	0,07	30	16,7	+ 1,0
	33. 34.	94	24	0,22	70	7,1	— 8,6
Freiberg . .	37. 38.	110	30	0,11	80	4,5	— 11,2
	40. 41.	110	30	0,24	80	9,9	— 5,8
Döbeln. . .	43. 44.	91	26	0,32	65	11,7	— 4,0
	45. 46.	91	51	0,19	40	22,1	+ 6,4
Zwickau . .	49. 50.	98	23	0,28	75	8,4	— 7,3
	51. 52.	98	58	0,18	40	25,6	+ 9,9
Plauen. . .	56. 57.	105	25	0,20	80	6,6	— 9,1
	58. 59.	104	64	0,12	40	20,0	+ 4,3
Elster . . .	60. 61.	120	40	0,18	80	10,8	— 4,9
	62. 63.	120	80	0,19	40	45,6	+ 29,9
Annaberg. .	65. 66.	123	43	0,17	80	11,2	— 4,5
	67. 68.	124	84	0,12	40	31,3	+ 15,6
Leipzig . .	70. 71.	84	54	0,08	30	12,1	— 3,6
	72. 73.	84	25	0,21	59	7,5	— 8,2
					Mittel:	15,7	
				Wahrscheinlicher	Fehler:	± 1,3	

Darnach würde sich die durch die Spannung der eingeschlossenen Luft bedingte Correction nach der Formel

$$H = + \frac{15,7}{840 - N}$$

ergeben und an den tieferen Stationen doch einen Werth von 0,2^{mm} erreichen können.

Digitized by Google

Wenn nun auch der wahrscheinliche Fehler des Mittels aus den 25 Einzelbestimmungen von C ziemlich gering ist, so stimmen doch diese einzelnen Werthe so schlecht zusammen, dass man sich bei dem Resultat nicht beruhigen darf. Es fällt bei dem ersten Blick auf, dass der Werth C, also das Product aus Druck und Volumen, eine Abhängigkeit von der Grösse der Compression zu haben scheint. Bei allen Stationen ergibt sich mit grosser Uebereinstimmung C bei starker Verminderung des Volumens des Vacuums wesentlich kleiner, als bei der schwachen Compression. Die Differenzen sind so bedeutend, dass mehreremale bei geringer Compression C drei- bis viermal so gross gefunden wurde, als bei der unmittelbar vor- oder nachher stattgefundenen starken Compression. Bei diesen Umständen erscheint es geboten, zunächst die gefundenen C nach den Verhältnissen $s_1 : s_2$ zu ordnen, wodurch man erhält:

Grenze von $\frac{s_1}{s_2}$:	1,4 bis 2,2			3,0 bis 3,5			3,7 bis 4,8		
	$s_1 : s_2$	C	v	$s_1 : s_2$	C	v	$s_1 : s_2$	C	v
	1,4	16,7	− 6,5	3,0	10,8	+ 0,7	3,7	4,5	− 2,7
	1,5	31,3	+ 8,1	3,0	11,2	+ 1,1	3,7	9,9	+ 2,7
	1,5	45,6	+ 22,4	3,3	11,2	+ 1,1	3,8	6,8	− 0,4
	1,6	12,1	− 11,1	3,4	7,5	− 2,6	3,9	7,1	− 0,1
	1,6	17,5	− 5,7	3,5	8,4	− 1,7	4,2	6,6	− 0,6
	1,6	20,0	− 3,2	3,5	10,2	+ 0,1	4,3	8,4	+ 1,2
	1,7	15,7	− 7,5	3,5	11,7	+ 1,6			
	1,7	25,6	+ 2,4						
	1,8	18,6	− 4,6						
	1,8	22,1	− 1,1						
	1,9	35,0	+ 11,8						
	2,2	17,6	− 5,6						
Anzahl d. Beob.:	12			7			6		
Mittel von C:	23,2			10,1			7,2		
Mittel von $s_1 : s_2$:	1,7			3,3			3,9		
Wahrsch. Fehler der Mittel v. C:	± 1,9			± 0,44			± 0,49		

Das Resultat ist nicht erfreulich. Hätte man nach demselben das Vacuum nicht weiter als auf das halbe Volumen zusammengedrückt, so würde bei 740^{mm} Barometerstand, wo $s = 100$ ist, als Correction sich der Werth $+ 0{,}23^{mm}$ ergeben haben. Man hätte sogar sich zu der Annahme berechtigt fühlen können, dass dieser Werth innerhalb der Grenzen $\pm 0{,}05^{mm}$ sicher sei. Würde man dagegen die Compression stets auf ein Viertel des Anfangsvolumens getrieben haben, so würde

Digitized by Google

man dieselbe Correction, mit einem sehr geringen wahrscheinlichen Fehler und verschwindend kleinen Abweichungen der Einzelbestimmungen vom Mittel zu nur $+ 0{,}07^{mm}$, also genau nur ein Drittel des ersten Werthes, gefunden haben.

Die Ursache dieser bedeutenden Unterschiede kann man zunächst in den Beobachtungsfehlern suchen und spricht hierfür der Umstand, dass bei geringer Zusammendrückung der wahrscheinliche Fehler von C viermal so gross ist als bei den Versuchen mit stärkerer Volumenverminderung. Da $C = s_1 s_2 \frac{\Delta H}{\Delta s}$ sich ergab, werden wir drei Fehlerquellen zu untersuchen haben. Zunächst wird es nicht leicht sein, die Volumina s_1 und s_2 genau zu bestimmen, da einmal die Röhre mehr oder weniger von der Cylindergestalt abweichen wird und die Endflächen der Luftsäule entschieden keine Ebenen sind. Keinesfalls kann aber die Bestimmung als unmöglich bezeichnet werden, wenn nur der Mechaniker vor Füllung der Röhre einige Calibrirungen vornehmen und entsprechende Marken anbringen wollte.

Nimmt man zunächst an, die Röhre sei cylindrisch, man habe aber in der Taxation der Lage der idealen ebenen Endflächen einen gewissen Fehler begangen, so werden diese Irrthümer auf Δs nicht einwirken und wird man weiter für s_1 und s_2 denselben Fehler ds anzunehmen haben. Die Grösse der Einwirkung von ds auf die Bestimmung von C wird dann durch den Differentialquotienten

$$\frac{dC}{ds} = (s_1 + s_2) \frac{\Delta H}{\Delta s} = \frac{C(s_1 + s_2)}{s_1 s_2}$$

bestimmt und erkennt man, dass derselbe namentlich von dem Werth $(s_1 + s_2) : s_1 s_2$ abhängig ist. Setzt man $s_1 = 100$, $C = 16$ und für s_2 successive die Werthe 20, 50 und 80, so ergeben sich für $dC : ds$ die entsprechenden Werthe: 0,96 — 0,18 — 0,36, so dass man den Maximalwerth zu 1 annehmen kann.

Der Irrthum um 1^{mm} in der Bestimmung der Längen der Luftsäulen wird demnach C um 1 Einheit, oder auch die bei 740^{mm} herrschende Spannung um $0{,}01^{mm}$ falsch ergeben.

Da ich bei dem vorliegenden Instrument das Rohrende bloss von der einen Seite sehen kann, ist ein Irrthum von 1^{mm} recht wohl möglich und kann derselbe sogar noch grösser sein, so dass also ein dadurch bedingter Fehler in der gesuchten Correction um 2 bis 3 Hundertstel eines Millimeters (bei 740^{mm} Barometerstand, $s = 100$) nicht undenkbar ist.

Die auffälligen Differenzen in den Werthen von C können aber dadurch nicht erklärt werden, es wirkt im Gegentheil ein solcher

Digitized by Google

Fehler mit denselben Vorzeichen und nahe mit gleicher Grösse auf die Werthe von C ein.

Der Einfluss der Abweichung der Röhre von der Cylinderform wird natürlich ganz von der Art dieser Abweichungen abhängen. Um nur einen Begriff von der Ordnung dieses Einflusses zu bekommen, will ich eine Röhre voraussetzen, die sich vom geschlossenen Ende an nach unten zu gleichmässig erweitert.

Wenn man dann für s_1 einen bestimmten Werth annimmt, so wird es sich darum handeln für das kleinere Volumen s_2 eine Länge zu finden, welche dem mittleren Radius der Säule s_1 entspricht. Bezeichnet man diesen Radius mit r und mit x seine Abnahme nach dem oberen Ende hin, so findet man, dass die Säule s_2 bei gleichem Volumen aber einem Querschnitt vom Radius r, die Länge

$$s_2 - \frac{(s_1 - s_2)\, s_2}{s_1} \frac{2x}{r}$$

gehabt haben würde.

Den Fehler, welchen man dadurch begeht, dass man in die Gleichung von C statt des obigen Ausdruckes nur s_2 einsetzt, wird erhalten durch Differentiirung der Gleichung von C nach s_2 wodurch man bekommt:

$$dC = + \frac{s_1^2 \Delta H}{(s_1 - s_2)^2} ds_2 = \frac{C s_1}{(s_1 - s_2) s_2} ds_2.$$

Setzt man hier ein

$$ds_2 = - \frac{(s_1 - s_2)\, s_2}{s_1} \cdot \frac{2x}{r}$$

so liefert dies den auffallend einfachen Werth

$$dC = - \frac{C}{r} \cdot 2x.$$

$2x$ wird hier die Aenderung des Durchmessers der Röhre auf die ganze Länge s_1 bedeuten. Da C im Mittel ca. 16^{mm} gefunden ist, der Durchmesser des Barometerrohres 8^{mm} betragen soll, so wird eine Aenderung der Rohrweite um 1^{mm} auf 100^{mm} Länge den sehr geringen Einfluss

$$dC = -2$$

haben, also gleichbedeutend sein mit dem Fehler von 2^{mm} in der Taxirung der Länge beider Volumina. Nach diesem Resultat wird man die Abweichungen der Barometerröhren von der Cylinderform einfach vernachlässigen können. Den Einfluss der Fehler, welche bei Messung der Kuppenstellungen begangen werden, können wir in zwei Theile zerlegen, da dieselben auf die s als auch auf ΔH ein-

Digitized by Google

wirken. Der erste Theil dieses Einflusses auf die s wird bestimmt werden durch die Gleichung

$$dC = \frac{s_1^2 ds_2 - s_2^2 ds_1}{s_1 s_2 (s_1 - s_2)} C.$$

Da in diese Fehler auch etwaige Aenderungen in der Form der Kuppen einbezogen werden müssen, werden wir sie etwas grösser zu taxiren haben, als die Fehler bei den Ablesungeu des Barometers. Die letzteren wird man innerhalb der Grenzen $\pm$ 0,1^mm^ halten können, die ersteren hat man nicht in der Gewalt. Natürlich wird der Einfluss auf C am grössten sein, wenn ds_1 und ds_2 verschiedene Vorzeichen haben, Setzen wir

$$ds = ds_2 = - ds_1$$

so wird

$$dC = \frac{s_1^2 + s_2^2}{s_1 s_2 (s_1 - s_2)} C ds$$

es ergeben aber durch Einsetzen von Zahlenwerthen sich so kleine Fehler für dC, dass dieser Einfluss vernachlässigt werden kann.

Den grössten Einfluss hat unzweifelhaft ein Fehler in ΔH, auf welchen nicht nur die Messungen am Reisebarometer, sondern auch diejenigen am Stationsinstrument einwirken. Die Differentiation der Gleichung für C in Bezug auf ΔH ergibt aber

$$dC = \frac{s_1 s_2}{\Delta s} d\Delta H$$

und zwar liefert diese Gleichung

für $s_1 = 100$	$s_2 = 20$	$dC = 25\, d\Delta H$
100	50	$100\, d\Delta H$
100	80	$400\, d\Delta H.$

Da eine Durchsicht der Tabelle I es wahrscheinlich macht, dass beim Zusammentreffen besonders ungünstiger Fälle der Fehler im ΔH recht gut einen Werth von $\pm$ 0,2^mm^ wird erreichen können, so werden wir bei den schwächeren Zusammendrückungen auch Abweichungen der Werthe von C von dem Gesammtmittel bis über 100% dieses Mittels erwarten können.

Es kommt hier sehr störend in Betracht, dass man an hoch gelegenen Stationen wegen zu geringer Länge des unteren Schenkels keine grossen Werthe des Quotienten $s_1 : s_2$ erreichen kann. Wenn einmal als Vorzug für ein Instrument die Bestimmbarkeit eines Fehlers vom Verfertiger hervorgehoben wird, dann sollten auch alle die Bedingungen erfüllt werden, die eine möglichste Genauigkeit in dieser Bestimmung zu erreichen gestatten.

Digitized by Google

Jedoch scheinen die Resultate zu ergeben, dass die Abweichung in den C durch die zufälligen Beobachtungsfehler nicht erklärt werden können, dieselben müssten dann ganz anderer Art sein.

Es bleibt nur anzunehmen, dass gewisse Fehler in ΔH vorgekommen sind, die von der Grösse der Compression abhängen.

Als solche kann man sich Aenderungen in der Kuppenform denken und ist es durchaus möglich, dass bei der immerhin noch engen Röhre durch die Veränderungen in der Oberflächenspannung Einwirkungen auf ΔH hervorgebracht worden sind.

Ferner lässt sich vermuthen, dass die Theilung der Scala nicht ganz gleichmässig ist. Auch ist nicht undenkbar, dass die Visire sich nicht parallel verschieben, wodurch Aenderungen in den Neigungen der durch die abgeschliffenen Umfassungsringe bestimmten Visirebenen entstehen können. Sollten derartige Ursachen wirken, so werden dieselben an die Kuppenstellungen gebunden sein und werden bei gleichen Stellungen der unteren oder oberen Kuppe gleichmässig wiederkehren müssen.

Ueber diese Fragen wird man wohl am einfachsten Auskunft erlangen, wenn man aus den beobachteten s unter Annahme bestimmter Werthe für C die zugehörigen ΔH berechnet und diese mit den beobachteten ΔH vergleicht; wie dies in Tabelle 3 geschehen ist.

(Siehe Tabelle 3 Seite 177.)

Der Rechnung in der nachstehenden Tabelle sind die Werthe

$$C = 10, \quad C = 15, \quad C = 20$$

zu Grunde gelegt.

Geht man von der Voraussetzung aus, das Mariotte'sche Gesetz gelte streng für so minimale Spannungen und die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten ΔH seien auf Beobachtungsfehler zurückzuführen, so erkennt man aus Tabelle 3, dass die Werthe $C = 20$ und $C = 15$ sehr unwahrscheinlich sein werden, trotzdem, dass das Mittel aus allen $C = 15,7$, dasjenige aus den C, abgeleitet aus den 12 Versuchen mit geringer Zusammendrückung, sogar 23 betrug. Ein um 10 herumliegender Werth von C dürfte darnach der wahrscheinlichste sein und gelangt man auch zu einem solchen, wenn man die 25 Werthe von C in zwei Gruppen theilt. Nimmt man die Werthe, bei denen $s_1 : s_2$ bis zu 2,2 reicht für sich, so ergaben dieselben, wie wir früher (S. 172) sahen, das Mittel $C = 23,2 \pm 1,9$, während aus den anderen 13 Beobachtungen mit starker Zusammendrückung $C = 8,7 \pm 0,46$ folgt.

Berücksichtigt man die Verschiedenheit der wahrscheinlichen Fehler beider aus einer nahe gleichen Zahl von Beobachtungen her-

Digitized by Google

geleiteten Mittel, so wird man bei Bildung des Gesammtmittels den letzteren Werth mit vierfachem Gewicht einführen müssen, wodurch man

$$C = \frac{23.2 + 4 \times 8{,}7}{5} = \frac{58{,}0}{5} = 12$$

erhält. In der That sieht man, dass das Mittel aus den Differenzen der beob. $\varDelta H$ — berechn. $\varDelta H$ bei $C = 10$ den Werth $+1{,}5$, bei $C = 15$ dagegen $-6{,}9$ hat, so dass dieses Mittel zu Null sich bei einem etwas über 10 liegenden Werthe von C ergeben würde. Die Differenzen selbst, welche dann Fehler in der Bestimmung der $\varDelta H$ darstellen würden, könnten bei dem Umstand, dass jedes $\varDelta H$ aus 4 Beobachtungsserien gebildet wird, als möglich erscheinen.

Tabelle 3.

Station	Combinirte Reihen	Beobachtungen					Berechnete $\varDelta H$ für			Differenzen der berechn. und beobachteten $\varDelta H$		
		s_1	s_2	s_1-s_2	$s_1:s_2$	$\varDelta H$	$C=10$	$C=15$	$C=20$	$C=10$	$C=15$	$C=20$
Reitzen-	1. 2.	144	74	70	1,9	0,23	0,07	0,10	0,13	+16	+13	+10
hain . . .	3. 5.	144	65	79	2,2	0,15	0,08	0,12	0,16	+ 7	+ 3	— 1
Dresden-	7. 8.	95	55	40	1,7	0,12	0,08	0,11	0,15	+ 4	+ 1	— 3
Altstadt.	9. 10.	95	25	70	3,8	0,20	0,29	0,44	0,59	— 9	—24	—39
	16. 17.	91	26	65	3,5	0,23	0,28	0,41	0,55	— 5	—18	—32
Dresden-	18. 19.	91	56	35	1,6	0,12	0,07	0,10	0,14	+ 5	+ 2	— 2
Neustadt	20. 21.	91	51	40	1,8	0,16	0,09	0,13	0,17	+ 7	+ 3	— 1
	22. 23.	91	26	65	3,5	0,28	0,28	0,41	0,55	0	—13	—27
Bautzen .	24. 25.	101	31	70	3,3	0,25	0,22	0,34	0,45	+ 3	— 9	—20
	26 27.	101	71	30	1,4	0,07	0,04	0,06	0,08	+ 3	+ 1	— 1
Zittau . .	33. 34.	94	24	70	3,9	0,22	0,31	0,47	0,62	— 9	—25	—40
Freiberg .	37. 38.	110	30	80	3,7	0,11	0,24	0,36	0,48	—13	—25	—37
	40. 41.	110	30	80	3,7	0,24	0,24	0,36	0,48	0	—12	—24
Döbeln . .	43. 44.	91	26	65	3,5	0,32	0,28	0,41	0,55	+ 4	— 9	—23
	45. 46.	91	51	40	1,8	0,19	0,09	0,13	0,17	+10	+ 6	+ 2
Zwickau .	49. 50.	98	23	75	4,3	0,28	0,33	0,50	0,67	— 5	—22	—39
	51. 52.	98	58	40	1,7	0,18	0,07	0,11	0,14	+11	+ 7	+ 4
Plauen . .	56. 57.	105	25	80	4,2	0,20	0,31	0,46	0,61	—11	—26	—41
	58. 59.	104	64	40	1,6	0,12	0,06	0,09	0,12	+ 6	+ 3	0
Elster . .	60. 61.	120	40	80	3,0	0,18	0,17	0,25	0,33	+ 1	— 7	—15
	62. 63.	120	80	40	1,5	0,19	0,04	0,06	0,08	+15	+13	+11
Annaberg	65. 66.	123	43	80	3,0	0,17	0,15	0,23	0,30	+ 2	— 6	—13
	67. 68.	124	84	40	1,5	0,12	0,04	0,06	0,08	+ 8	+ 6	+ 4
Leipzig . .	70. 71.	84	54	30	1,6	0,08	0,07	0,10	0,13	+ 1	— 2	— 5
	72. 73.	84	25	59	3,4	0,21	0,35	0,53	0,71	—14	—32	—50
									Mittel:	+1,5	—6,9	

Es tritt aber schon bei $C = 10$ die Abhängigkeit der Differenzen von dem Quotienten $s_1 : s_2$ so deutlich hervor, dass es schwer hält, dieselben als zufällige Beobachtungsfehler zu erklären, so dass die Frage

Digitized by Google

ob nicht constante, an gewisse Kuppenstellungen gebundene, Fehler anzunehmen sind, noch zu untersuchen bleibt.

Wir haben 7 Bestimmungen von C, bei denen das untere Visir bei 40^{mm} eingestellt worden war, ferner 6 mit der Stellung des unteren Visires bei 80^{mm}, und 4 bei 70^{mm}. Die obere Kuppe stand in 8 Fällen zwischen 814 und 817^{mm}, 3mal bei 810, 2mal bei 789 und 3mal zwischen 784 und 786. Wir finden

1. Unteres Visir bei 40^{mm}.

$s_1 : s_2$	Beobachtet — Berechnet ΔH für $C = 10$	$C = 15$	$C = 20$
1,7	+ 4	+ 1	— 3
1,8	+ 7	+ 3	— 1
1,8	+ 10	+ 6	+ 2
1,7	+ 11	+ 7	+ 4
1,6	+ 6	+ 3	0
1,5	+ 15	+ 13	+ 11
1,5	+ 8	+ 6	+ 4
Mittel:	+ 9	+ 6	+ 2

2. Unteres Visir bei 70^{mm}.

$s_1 : s_2$	$C = 10$	$C = 15$	$C = 20$
1,9	+ 16	+ 13	+ 10
3,8	— 9	— 24	— 39
3,3	+ 3	— 9	— 20
3,9	— 9	— 25	— 40
Mittel:	0	— 11	— 22

3. Unteres Visir bei 80^{mm}.

$s_1 : s_2$	$C = 10$	$C = 15$	$C = 20$
2,2	+ 7	+ 3	— 1
3,7	— 13	— 23	— 37
3,7	0	— 12	— 24
4,2	— 11	— 26	— 41
3,0	+ 1	— 17	— 15
3,0	+ 2	— 6	— 13
Mittel:	— 2	— 13	— 22

4. Obere Kuppe zwischen 814 und 817^{mm}.

$s_1 : s_2$	$C = 10$	$C = 15$	$C = 20$
3,8	— 9	— 22	— 39
3,5	— 5	— 18	— 32
3,5	0	— 13	— 27
3,9	— 9	— 25	— 40
3,5	+ 4	— 9	— 23
4,3	— 5	— 22	— 39
4,2	— 11	— 26	— 41
3,4	— 14	— 22	— 50
Mittel:	— 6	— 20	— 36

Digitized by Google

5. Obere Kuppe bei 810mm.

$s_1 : s_2$	Beobachtet — Berechnet ΔH für $C = 10$	$C = 15$	$C = 20$.
3,3	+ 3	— 9	— 20
3,7	— 13	— 25	— 37
3,7	0	— 12	— 24
Mittel:	— 3	— 15	— 27

6. Obere Kuppe bei 789mm.

1,8	+ 7	+ 3	— 1
1,8	+ 10	+ 6	+ 2
Mittel:	+ 8	+ 5	+ 1

7. Obere Kuppe zwischen 784 und 786mm.

1,7	+ 4	+ 1	— 3
1,6	+ 5	+ 2	— 2
1,6	+ 1	— 2	— 5
Mittel:	+ 3	+ 0	— 3

Auch aus diesen Zusammenstellungen geht hervor, dass die Annahme $C = 12$ die grösste Wahrscheinlichkeit haben dürfte.

In diesem Fall müsste man annehmen, dass bei der Stellung des unteren Visires bei 40mm, bei welcher die obere Kuppe je nach der Höhenlage der Station in der Nähe der Striche 784 bis 789 lag, eine Ursache vorhanden war, welche den Werth von ΔH durchschnittlich um mehr als 0,05mm zu gross ergab.

Bei der Stellung des unteren Visires bei 80mm, welcher die oberen Kuppenstellungen um 810mm entsprechen, muss aber eine ähnliche Ursache dieselbe Grösse um etwa ebensoviel zu klein ergeben haben.

Es ist wohl klar, dass solche Fehler leicht entstehen können, dass kleine Aenderungen in den Kuppenformen, kleine Fehler in der Theilung, der Visirstellung etc., solche hervorbringen können, ohne dass das Instrument geradezu als schlecht zu bezeichnen ist. Namentlich die Einstellung des unteren Visirs, welche übrigens stets mit einer sechsfach vergrössernden Loupe bewirkt wurde, hat sein Bedenkliches.

Würde es ganz sicher sein, dass derartige Fehler vorliegen, so könnte man sich beruhigen, da dann der Werth

$$C = 12$$

als so hinlänglich sicher bestimmt anzusehen sein würde, dass man behaupten kann, er könne nicht kleiner als 10 und noch nicht $= 15$ sein. In diesen Grenzen eingeschlossen, wird er die Spannung der eingeschlossenen Luft auch bei sehr hohem Barometerstand in den tiefsten Theilen des Beobachtungsgebietes zwischen den Grenzen 10:70 und 15:70, also 0,14 und 0,21 ergeben, so dass der grösste denkbare Fehler in der dadurch bedingten Correction nur 0,03mm sein würde.

Digitized by Google

Ich halte aber die Annahme als durchaus nicht sicher. Dafür spricht der Umstand, dass auch bei den letzteren Zusammenstellungen der Werth $s_1:s_2$ eine Rolle spielt. Ueberall wo dieser Quotient klein ist, weisen die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten ΔH darauf hin, dass die Fehler um so kleiner sind, je grösser man C annimmt, während bei grossen $s_1:s_2$ das umgekehrte der Fall ist.

Es drängt sich so als andere Frage auf, ob das Mariotte'sche Gesetz in der Form

$$pv = \text{Constant}$$

für so kleine Spannungen giltig sei.

Soviel mir bekannt ist, ergeben die jetzt als maassgebend anerkannten theoretischen Betrachtungen, dass die Gase um so mehr diesem Gesetz folgen sollten, je kleiner die Spannung wird.

Experimentelle Bestimmungen hierüber lagen zu der Zeit, als ich mein Handbuch der barometrischen Höhenmessungen bearbeitete, im Jahre 1874, nicht vor, wenigstens habe ich in der mir zugänglichen Literatur nichts finden können und hat bekanntlich Regnault seine Untersuchungen auf Spannungen, welche wesentlich unter dem Atmosphärendruck liegen, nicht ausgedehnt. Erst nachher sind Arbeiten hierüber erschienen. Wüllner macht auf S. 432 der vierten Auflage seines Lehrbuches, welches die Jahreszahl 1883 trägt, drei Arbeiten, von Siljeström, Mendelejeff und Amagat, namhaft. Von 1881 an bis zum Jahr 1884 scheinen ausschlaggebende Arbeiten nun nicht weiter erschienen zu sein. Ich selbt habe nirgends eine Notiz darüber finden können und bringt auch Sprung in seinem seit kurzem erschienenen Lehrbuch der Meteorologie keinerlei Angaben. Da in dem letzteren Werk der Arago'schen Methode ein besonderer Abschnitt gewidmet ist, kann man doch wohl voraussetzen, dass die vorhandene Literatur benutzt worden sei. Allerdings muss hierbei bemerkt werden, dass der Herr Dr. Sprung in diesem Abschnitt, in welchem er ausserdem auch die hauptsächlichsten Resultate meiner Arbeiten über das System des Wagebarometers ausführlich darstellt, alle Quellen- und Literaturangaben, abweichend von den anderen Abschnitten seines Buches, weggelassen hat.

Die drei Arbeiten, welche Wüllner anführt, widersprechen sich vollständig. Nach Siljeström nimmt das Product pv mit abnehmender Spannung zu, nach Mendelejeff nimmt es dagegen ziemlich bedeutend ab und nach Amagat bleibt es constant.

Jedenfalls ist man nach diesen Resultaten berechtigt, das Mariotte-sche Gesetz als Grundlage zu derartigen Rechnungen zu verwenden.

Sollten die für C hervorgetretenen Differenzen nicht auf Beobachtungsfehlern beruhen, so würden meine Messungen mit den Resultaten

Digitized by Google

Siljeström's übereinstimmen, wonach das Product mit der fortschreitenden Vermehrung des Volumens wächst, also der Druck grösser ist, als er bei der gegebenen Luftmenge und dem gegebenen Volumen sein sollte.

Es erscheint aber nun nicht undenkbar, dass das Mariotte'sche Gesetz richtig sei, die scheinbaren Abweichungen davon aber dadurch bedingt werden, dass die Menge des eingeschlossenen Gases nicht constant bleibt.

Wie weit dieser Gedanke schon ausgesprochen ist, muss ich dahingestellt sein lassen, ich habe weder bei Wüllner noch Siljeström, noch Mendelejeff (Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft Bd. 7) eine Andeutung darüber gefunden.

Es kann möglich sein, dass die Luft in dem Maasse, als sich die Spannung vermehrt, von der Oberfläche des Glases oder des Quecksilbers absorbirt wird. Bis zu einem gewissen Grad wird dann die Spannung bei der Zusammendrückung zunehmen, es wird aber bald die Absorption beginnen und so die Zunahme der Spannung geringer werden, da sich die Luftmenge selbst vermindert. Sollte sich dies bestätigen, so würde daraus folgen, dass die Kaltfüllung der Barometer sehr bedenklich ist, da man durch das Auspumpen ohne Erwärmung die adhärirende Schicht von Luft und Wasserdampf vom Glas nur schwer wird vollständig herausbekommen können. Im Vacuum löst sich nach und nach eine gewisse Menge los, verdichtet sich bei Verminderung des Volumens wieder und bringt die störenden Erscheinungen hervor, die im Vorhergehenden besprochen worden sind. Wie weit dies hier zutrifft, ob Herr Fuess die Barometer kalt füllt, ist mir nicht bekannt. Ich kann mir aber schwer erklären, wie die minimale Luftmenge in das Vacuum meines Instrumentes hineingekommen sein sollte. Als Luftblase durch ein Versehen kann dies nicht geschehen sein. Ich habe das Instrument nie aus den Händen gegeben. Durch einen derartigen Zufall würde auch eine ganz andere Luftmenge eingedrungen sein.

Sollte sich die obige Annahme bestätigen, so wäre damit auch die Unanwendbarkeit des Arago'schen Verfahrens nachgewiesen.

Man kann dann nie sagen, welche Luftmenge eigentlich losgelöst ist. Man weiss nicht, welchen Werth man für pv nehmen soll. Die bei starker Zusammendrückung gefundenen C geben zweifellos zu kleine Luftmengen an, also zu kleine Correctionen. Dagegen sind die Bestimmungen bei geringer Zusammendrückung wegen des Einflusses der Beobachtungsfehler unzuverlässig.

Aus meinen Versuchen würde sich dann ergeben, dass der Werth $C = 24$ mehr Anspruch auf Anwendung zu machen hat. Die grossen Abweichungen davon würden auch nicht ohne weiteres als Fehler zu

Digitized by Google

bezeichnen sein, da es ganz gut möglich ist, dass auf der einen Station eine andere Luftmenge als an der anderen abgelöst hat, wodurch auch bei demselben Volumen die Spannung sehr verschieden ausfallen kann.

Würden diese Gesichtspunkte sich bestätigen, so würde die scheinbar sehr genau bestimmte Constante um 100 % falsch sein können.

Unterstützt werden diese Ansichten durch einige Messungen mit dem Kathetometer in Freiberg. Aus letzteren folgte $C = 18$ bei den Versuchen mit geringer Zusammendrückung $s_1 : s_2 = 108 : 68 = 1{,}6$, während nach den Versuchen mit stärkerer Zusammendrückung $s_1 : s_2 = 108 : 28 = 3{,}8$ das Product pv nur gleich 10 sein würde.

Bei den weiteren Erörterungen wird es sich darum handeln, mit Hilfe des Kathetometers das Barometer gründlich auf etwaige Fehler der Theilung, der Visirbewegungen etc. zu untersuchen und muss dies auf alle Fälle geschehen. Anders ist es mit den weiteren Fragen bezüglich einer eventuellen Ungiltigkeit des Mariotte'schen Gesetzes bei sehr geringen Spannungen oder auch der Veränderlichkeit der im gasförmigen Zustand im Vacuum befindlichen Luft. Letztere sind mehr Aufgaben der Physiker und ist zu wünschen, dass dieselben baldigst eine eingehende experimentelle Behandlung erfahren möchten.

Chemnitz, am 6. Januar 1886.

Digitized by Google

Experimentaluntersuchungen über den Stoss elastischer Körper[1].

Von

H. Schneebeli.

Herr Herz hat in den Annalen von Crelle tom. 92 eine hervorragende Arbeit veröffentlicht über den Stoss fester, elastischer Körper. In dieser Arbeit beschäftigt er sich unter anderem auch mit dem Zusammenstoss zweier elastischer Kugeln und beantwortet die verschiedenen, dieses Phänomen betreffenden Fragen.

Er erhält z. B. als Dauer eines Stosses zweier Stahlkugeln von einem Radius R bei einer relativen Geschwindigkeit v:

$$T = 0{,}000024\, R v^{-\frac{1}{5}}$$

wobei als Einheiten Millimeter und Sekunde angenommen sind.

Im Jahre 1870 habe ich auf experimentellem Wege die Frage der Dauer eines Stosses elastischer Körper zu lösen gesucht; der oben angeführte Fall war damals noch nicht gründlichen Untersuchungen unterworfen worden. Ich habe neue diesbezügliche Beobachtungsreihen ausgeführt und verschiedene andere, sich daran knüpfende Probleme zu lösen versucht. Ich hatte vier gleiche Paare von harten Stahlkugeln zu meiner Verfügung, deren Dimensionen hier folgen:

	Durchmesser
$N(1)$	$70{,}0^{\mathrm{mm}}$
$N(2)$	37,7
$N(3)$	29,9
$N(4)$	19,9

Um einen centralen Stoss der Kugeln zu erreichen, waren dieselben in der Weise wie bei Apparaten, die zur Demonstration des elastischen Stosses dienen, aufgehängt.

Ein mit Theilstrichen und einem Index versehener Kreis gestattet die genaue Bestimmung der Abweichung der Kugeln. Die eine der

[1] Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Arch. de Genève (3) Bd. 14 S. 435 (1885)

Digitized by Google

letzteren ist am Index mittels eines Fadens befestigt, den man im Augenblick des Versuches abbrennt und die andere ist frei aufgehängt. Wie früher beobachtete ich die Dauer der Berührung der Kugeln mit Hülfe eines Galvanometers.

Es ist bekannt, dass die Intensität eines Stromes nicht augenblicklich seinen endgiltigen Werth erreicht, sondern seine Intensität kann vielmehr durch folgende Formel dargestellt werden:

$$i = \frac{E}{W}\left(1 - e^{-\frac{W}{P}z}\right).$$

E ist die elektromotorische Kraft der Säule, W der totale Widerstand des Stromkreises, P der Coefficient der Selbstinduction des Stromkreises und Z die seit Schliessung des Stromes verflossene Zeit. Damit die Abweichung der Nadel des Galvanometers der Zeit während der Dauer des Stromes entspreche, ist es nöthig, dass der zweite Ausdruck in der Klammer im Verhältnis zu 1 sehr klein sei. Die Anordnung, die ich angenommen, entspricht dieser Bedingung.

Der Stromkreis war derart eingerichtet, dass sein Coefficient der Selbstinduction so klein als möglich wurde; zu diesem Zwecke besteht der Multiplicator des Galvanometers nur aus acht Drahtwindungen, die sich sehr nahe an der Magnetnadel befinden. Der Widerstand W beträgt mehrere Ohm. Nach dem eben Gesagten ist leicht einzusehen, und besonders in Bezug auf die absotute Zahl der Dauer des Stosses, dass die zum guten Gelingen des Versuches nothwendigen Bedingungen erfüllt sind, wenn man die Proportionalität zwischen der Dauer des Contactes und der Abweichung der Nadel annimmt.

Um die Geschwindigkeit, mit welcher die Kugeln aneinander stossen, verändern zu können, wurde eine derselben zu verschiedenen Höhen gehoben und gegen die anderen, ruhenden, fallen gelassen.

Nachfolgende Tabelle gibt die Resultate einer Reihe von Versuchen mit den Kugeln von 70,0m Durchmesser:

I.

Abweichung der Nadel.

v	A	$Av^{\frac{1}{5}}$
156mm	59,0	162
259	53,5	162
388	47,0	155
1032	39,5	158

In der zweiten Tabelle ist das Verhältnis dargestellt, welches zwischen der Dauer der Berührung und dem Radius der Kugeln bei gleicher Geschwindigkeit derselben besteht.

Digitized by Google

II.

D	A	$\frac{D}{A}$
70,0^{m}	74,6	107
37,7	38,7	103
29,9	30,5	102
19,9	21,5	107

Aus diesen beiden Tabellen geht hervor, dass die Dauer der Berührung dem Radius der Kugeln proportional ist, und umgekehrt proportional zu $v^{\frac{1}{5}}$, wie die Theorie verlangt.

Zum Schluss bestimmte ich den absoluten Werth der Dauer des Contactes; aber da mir kein Apparat zur Verfügung stand, um einen Strom während einer genau bestimmten Zeit zu schliessen, so darf man das Resultat nur als angenäherten Werth betrachten. Schliesst man den Strom mittels eines Pendels, welches in seiner Gleichgewichtsstellung über einen Strahlstreifen während 0,00082 Secunden gleitet, so erhält man eine Abweichung von 230^{mm}. Der Stoss der zwei Kugeln von 70,0^{mm} Durchmesser, die mit einer relativen Geschwindigkeit von 776^{mm} zusammenstossen, gibt eine Abweichung von 52,0, was einer Contactdauer von 0,000185 Secunden entsprechen würde. Der berechnete Werth beträgt 0,000222 Secunden.

Ich habe auch Versuche in einer anderen Richtung gemacht. Herz gibt für die Dimensionen der Abplattung, die aus dem Stoss zweier Stahlkugeln (mit dem Radius R) hervorgeht, welche mit der relativen Geschwindigkeit v aufeinanderstossen, als Radius der Abplattungsebene

$$v = 0{,}0020\, R\, v^{\frac{2}{5}\,\mathrm{mm}}.$$

Man kann die Form der Oberfläche der Abplattung bei Stahlkugeln mit polirter glänzender Oberfläche leicht sichtbar machen, indem man die Stelle der Oberfläche der Kugeln, die den Stoss erleidet, ein wenig mit Paraffin einreibt. Nach dem Stoss bemerkt man auf jeder der beiden Kugeln eine kreisförmige Figur mit ganz bestimmten Conturen; der Durchmesser dieser Kreise kann also mit grosser Genauigkeit mit Hilfe eines Mikrometers gemessen werden. Die Versuche wurden nur mit den grössten Kugeln von 70,0^{mm} Durchmesser ausgeführt.

III.

v	r beobachtet	r berechnet
259^{mm}	0,66^{mm}	0,65^{mm}
518	0,83	0,85
1042	1,10	1,12
1535	1,31	1,27

Daraus sieht man, dass eine bemerkenswerthe Uebereinstimmung zwischen den Resultaten der Versuche und der Theorie herrscht.

Digitized by Google

Diese ist um so merkwürdiger, da bei den grösseren Geschwindigkeiten, die wir bei unseren Versuchen anwandten, der Druck in der Oberfläche der Abplattung die Elasticitätsgrenze bei weitem übersteigt, während bei der Berechnung Kräfte angenommen werden, die nicht über diese Grenze gehen. Denn der ganze Druck auf die Oberfläche der Abplattung beträgt im Augenblick der grössten Deformation

$$p_m = 0{,}00025\, R^2 v^{\frac{6}{5}\,\mathrm{kg}}.$$

Bei einer Geschwindigkeit $v = 1536^{\mathrm{mm}}$ und für einen Radius $R = 35{,}0^{\mathrm{mm}}$ hätte man also als ganzen Druck:

$$p_m = 2040^{\mathrm{kg}}.$$

Man hätte also als Maximum des Druckes im Centrum der Abplattungsebene auf eine Einheit der Oberfläche:

$$p'_m = 29{,}1\, v^{\frac{2}{5}} \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$p'_m = 530^{\mathrm{kg}}$$

also ein Druck, welcher viel grösser ist, als die Grenze der Elasticität für gewöhnlich angenommen wird.

Mir schien infolge dieser Resultate die Frage interessant, ob ein fortgesetzter Druck dieselben Wirkungen hervorbringen könne, wie ein kurzer, vom Zusammenstossen der Kugeln herbeigeführter.

Herz[1]) hat diese Frage schon für eine andere Substanz, für das Glas, gelöst und ich selbst liess in unserem Laboratorium gründliche Untersuchungen in derselben Richtung an Kautschukkugeln vornehmen. Die Resultate will ich nächstens veröffentlichen, jedoch kann ich hier schon sagen, dass der Versuch die theoretischen Resultate vollständig bestätigt.

Der Radius der Oberfläche der Abplattung zweier Kugeln mit dem gleichen Radius R^{mm}, welche mit einer Kraft von p^{kg} aneinander gepresst werden, ist

$$r = \sqrt[3]{\tfrac{3}{16}\, p\, \vartheta R}.$$

In dieser Formel ist

$$\vartheta = \frac{2(1+\theta)}{K(1+\theta)}$$

ϑ kann für jede Substanz mit Hilfe folgender Formeln berechnet werden:

$$E = 2K \frac{1+3\theta}{1+2\theta};$$

$$\mu = \frac{\theta}{1+2\theta}$$

1) Verhandlungen des Vereins zur Förderung des Gewerbefleisses (1882).

Digitized by Google

E ist der Coefficient der Elasticität in seiner gewöhnlichen Bedeutung und μ das Verhältnis der Quercontraction zur Längendilatation des festen, elastischen Körpers.

Nimmt man für den Stahl $E = 20000$ und $\mu = 0{,}30$ an, so erhält man:

$$\vartheta = 0{,}000182,$$

so dass für unsere Kugeln von 70,0^{mm} Durchmesser

$$r = 0{,}106 \sqrt[3]{p^{\text{mm}}} \text{ ist.}$$

Die beiden Kugeln wurden in passender Weise in eine hydraulische Presse gebracht; die eine derselben wurde theilweise mit Platinchlorür gefärbt und beide wurden sodann mit einer Kraft von ungefähr 2000^{kg} während fünf Minuten gegeneinander gepresst; es war nicht möglich, geringere Kräfte bei der Presse genau zu messen.

Der Radius der Oberfläche der Abplattung betrug

$$r = 1{,}42^{\text{mm}},$$

während die obige Formel

$$r = 1{,}34^{\text{mm}}$$

gibt.

Der beobachtete Werth ist also grösser als der theoretische; die Uebereinstimmung ist jedoch genügend, wenn man die ungenaue Bestimmung des Druckes in Betracht zieht.

Bei noch grösserem Druck ($p = 4000^{\text{kg}}$ und $p = 6000^{\text{kg}}$) werden die Differenzen noch beträchtlicher; aber bei so starkem Druck kann man leicht grosse permanente Deformationen nachweisen. Für den Druck von 6000^{kg} wäre die auf eine Einheit der Oberfläche im Centrum der Abplattung ausgeübte Kraft

$$Z = \frac{3p}{2\pi r^2} = 770^{\text{kg}}.$$

Digitized by Google

Ueber das Absorptionsspectrum des Sauerstoffes[1].

Von

N. Egoroff.

Die Untersuchungen der tellurischen Gruppen des Sonnenspectrums, die ich seit 1879 verfolge, haben meine Aufmerksamkeit besonders auf die Gruppen *A* und *B* gelenkt, welche durch ihre Intensität und Beschaffenheit auffallen und deren Ursprung bis in die letzten Jahre zu den widersprechendsten Ansichten Veranlassung gab.

Zuerst wiederholte ich den Versuch von Janssen[2]) mit Wasserdampf, bloss um festzustellen, dass die Gruppen *A* und *B* zu den Fundamentalgruppen des Wasserdampfes gehören, welche sogar während grosser Fröste nicht verschwinden. Ich hatte eine mit Wasserdampf unter veränderlichem Druck (Maximum 4 Atmosphären) gefüllte, 20^m lange Röhre zu meiner Verfügung und fand, dass *a* die fundamentale Gruppe sei.

Meine Versuche mit derselben Röhre, mit Kohlensäure gefüllt, und meine Untersuchungen des Ozon- und Ammoniakspectrums, gaben mir ein negatives Resultat.

1881[3]) gestattete mir der Director des Pariser Observatoriums mit Hilfe des grossen Aequatorials (14 Zoll) Beobachtungen über das Spectrum der Atmosphäre zu machen. In einer Schicht von 10^{km} Dicke, soviel beträgt die Entfernung des Mont Valérien vom Observatorium, war die Gruppe *B* mit einem Chapman'schen Gitter vollkommen sichtbar.

Im Jahre 1882[4]) wiederholte ich diese Versuche gemeinschaftlich mit Herrn Thollon. Wenn man zwei Thollon'sche Prismen am Spectroskop befestigte, konnte man leicht die Gruppen *A* und *B* und noch viele andere unterscheiden.

---

1) Uebers. aus C. R. vol. CI p. 1143 (1885).

2) C. R. vol. XCIII p. 385 (1881).

3) C. R. vol. XCIII p. 788 (1881).

4) C. R. vol. XCV p. 447 (1882).

Digitized by Google

Als ich zur Untersuchung atmosphärischer Schichten von geringerer Dicke, z. B. von 1600^m, 240^m und 80^m schritt, erkannte ich, dass die Spuren von *A* bei einer atmosphärischen Schicht von 80^m noch sichtbar blieben.

Nach einem solchen Resultat musste ich zu directen Versuchen mit atmosphärischer Luft und ihren fundamentalen Elementen, dem Sauerstoff und dem Stickstoff übergehen. Ich musste von 100^m zu 200^m die Luft durch gleichwerthige Schichten von comprimirter Luft oder von reinem Sauerstoff ersetzen. Zu diesem Zweck wurden zum ersten Mal in Gemeinschaft mit Herrn Khamantoff im physicalischen Cabinet der Petersburger Universität Versuche über das Absorptionsspectrum des Sauerstoffs[1]) unternommen.

Wenn Sauerstoff bis zu 8 Atmosphären comprimirt wurde, so fand ich, dass *A* und *B* dem Sauerstoff angehören; aber ich wollte fesstellen, dass alle Linien der Gruppen *A* und *B* und selbst die von *α* ebenfalls diesem Gas angehören.

Im April dieses Jahres beobachtete ich von neuem das Absorptionsspectrum einer atmosphärischen Schicht von 3^{km} Dicke, zwischen dem astrophysischen Pavillon der Petersburger Universität und dem physicalischen Cabinet der Akademie der Aerzte ebendaselbst. Das Licht eines grossen Mangin'schen Reflectors von 0,90^m wurde vermittelst eines Foucault'schen Spiegels von 0,30^m, auf die Spalten der beiden Spectroskope concentrirt; von den beiden Spectroskopen war das erste ein grosses von Kirchhoff mit vier Prismen von Steinheil, und das zweite eines mit einem Gitter von Chapmann. Mit Hilfe einer Oculartheilung bestimmte ich die Stellung der Gruppen *A*, *a* und *B*; die Gruppe *α* war nicht sichtbar[2]).

Die Intensität der ganzen Gruppen *A* und *B* war eine ziemlich starke; ich zweifelte keineswegs an der Möglichkeit, sie im Spectrum einer Sauerstoffschicht von 60^m bei mässigerem Druck wieder zu finden. In einem Zimmer der Universität wurden zwei Röhren von 30^m Länge aufgestellt, und mittels eines ebenen Spiegels wurden die Strahlen eines Regulators von Serrin durch diese Röhren geleitet und durch eine Linse auf das grosse Kirchhoff'sche Spectroskop concentrirt.

Unter einem Druck von 6 Atmosphären war im Spectrum dieser Schicht von 60^m Dicke, die einer Schicht von 1800^m atmosphärischer Luft entspräche, die Gruppe *A* deutlich sichtbar (das vorhergehende Band und die Verdoppelungen), ebenso der vorhergehende Streifen und

1) C. R. vol. XCVII. p. 555 (1883).

2) Die Gruppe *α* entspricht offenbar einer dickeren Schicht.

Digitized by Google

die sieben Wiederholungen in der Gruppe *B*. Keine der Linien zwischen *A* und *B*, die dem Wasserdampf angehören, erschien, weil der Sauerstoff getrocknet war.

Mir scheint es vollkommen erwiesen zu sein, dass alle Linien der Gruppen *A*, *B* und *α* dem Sauerstoff angehören, und ich lege auf diesen Punkt besonderen Werth in Bezug auf zwei Berichte von Herrn Janssen über Untersuchungen, welche in Meudon[1]) mit den Gasen, die die irdische Atmosphäre bilden, in 20^{m} und 60^{m} langen Röhren bei sehr hohem Druck ausgeführt wurden.

Die Resultate meiner spectroskopischen Untersuchungen zusammen mit den hervorragenden Arbeiten Herrn L. Thollon's[2]) erklären vollkommen den Ursprung der tellurischen Linien in der Partie *A*-*b* im Sonnenspectrum; 126 Linien, die gleichmässig und identisch in den Gruppen *A*, *B* und *α* vertheilt sind, hängen ausschliesslich vom Sauerstoff ab, während die anderen dem Wasserdampf angehören[3]).

---

1) C. R. (1885).

2) C. R. (1885).

3) Meine letzteren, eben angeführten Versuche verdanke ich der materiellen Hilfe der russischen, chemisch- physikalischen Gesellschaft. Ebenso bin ich meinen Mitarbeitern, Herrn Khamantoff und Louboslawsky zu grösstem Danke verpflichtet.

Digitized by Google

Ueber das Gesetz des Elektromagneten und das Gesetz der Dynamomaschine [1]).

Von

Silvanus P. Thompson, D. Sc., B. A.

Es ist mit Hinsicht auf die riesige Anzahl von einschlägigen Untersuchungen merkwürdig, welch geringe Uebereinstimmung bezüglich des Gesetzes des Elektromagneten unter den Physikern herrscht. Ueber diesen für den Elektrotechniker so wichtigen Punkt schweigt die Physik ganz, oder aber, sie gibt mathematische Regeln, welche von den beobachteten Thatsachen hoffnungslos weit abstehen und in den meisten Fällen auch jeder theoretischen Grundlage entbehren. Die Ausdrücke, welche Weber [2]) für die Beziehung zwischen der magnetischen Kraft und dem inducirten Magnetismus gab, bilden eine Ausnahme; sie sind aber sehr complicirt und haben auch zu keinerlei nützlichen Resultaten geführt. Ebenso beruht der von Lamont [3]) gegebene Ausdruck auf einer sicheren theoretischen Grundlage, nur blieb dieser Ausdruck, vergraben in den Tiefen der Lamont'schen Abhandlung, sowohl Physikern als auch Technikern unbekannt. In physikalischen Büchern werden über die Beziehung zwischen dem inducirenden Strome und dem inducirten Magnetismus des Elektromagneten gewöhnlich folgende Formeln angeführt:

Formel von Lenz und Jacobi.

Nach den alten Versuchen dieser Forscher (1839) ist der Magnetismus eines Elektromagneten einfach proportional der Stromstärke und der Anzahl der Spulenwindungen. Man schreibt

$$m = kSi,$$

wo i die Stromstärke, S die Anzahl der Windungen, k ein von Form und Qualität des Eisens abhängiger Factor, und m die Stärke der Pole ist. Joule (139) zeigte, dass diese Regel incorrect sei, denn wenn das Eisen gesättigt wird, hört m auf, dem Si proportional zu sein.

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Phil. Mag. (5) Bd. 21 S. 7 (1886).

2) Weber, „Elektrodynamische Maassbestimmungen" S. 752. Siehe auch Maxwell „Elektricity and Magnetism" (2. Aufl.) vol. II p. 78.

3) Lamont, „Magnetismus" S. 41.

Digitized by Google

Müller's Formel.

Müller gab einen Ausdruck von der Form:

$$m = b \operatorname{tg}^{-1} \frac{Si}{a}$$

wo b und a Constante sind, welche von der Form, Grösse und Beschaffenheit des Kernes und der Form und Einrichtung der Windungen abhängen. Ganz ähnliche Formeln gebrauchte von Waltenhofen, Dub, Lazin und Breguet. Dieselben sind rein empirischer Natur, entsprechen nicht genau der Wirklichkeit und haben überdies den Nachtheil, dass sie sich nicht bequem in die Gleichungen der elektromagnetischen Motoren, der dynamoelektrischen oder anderer elektrischer Maschinen einführen lassen.

In neuerer Zeit kam eine Formel in Gebrauch, welche — aus bald erkenntlichen Gründen — die Formel von Fröhlich heisst, nämlich

$$m = \frac{i}{a + bi}$$

wo a und b wiederum Constante, b hingegen der reciproke Werth des Maximums von m ist. Diese Formel ist gleich der vorhergehenden eine rein empirische, welche an und für sich auf keiner physikalischen Theorie basirt und die mit den beobachteten Erscheinungen am Elektromagneten besser übereinstimmt als irgend eine der früheren Formeln. Fröhlich, der im Jahre 1878 nur die Formeln von Lenz und Jacobi gebraucht[1]) scheint diesen Ausdruck im Jahre 1880 angenommen zu haben[2]) in Uebereinstimmung mit Versuchen, welche er an dynamoelektrischen Maschinen anstellte. Eine ähnliche Formel wurde 25 Jahre vorher von Robinson[3]) gebraucht, um die Tragkraft eines Elektromagneten anzugeben und ähnliche Formeln wurden ferner benutzt von Oberbeck[4]), Fromme[5]), Clausius[6]), Ayrton und Perry[7]) und Rücker[8]).

Da nun alle Elektrotechnik mit dem Elektromagneten und dessen Anwendungen zu thun hat, so ist die Kenntnis des wahren Gesetzes

---

1) Fröhlich „Die Lehre von der Elektricität und dem Magnetismus" S. 237.

2) Fröhlich, Berl. Berichte, 18. Nov. 1880, S. 973, ebenso Elektrotechnische Zeitschrift, April, S. 139 (1881).

3) Robinson, Trans. Roy. Irish. Academy, vol. XXII. p. 1 (1855).

4) Oberbeck, Pogg. Ann. Bd. 155 S. 74—98 (1868).

5) Fromme, Pogg. Ann. Bd. 155 S. 305 (1878)

6) Clausius, Wied. Ann. Bd. 20 S. 367 (1883).

7) Ayrton und Perry, Journ. Soc. Telegr. Eng. and Electr. vol. XII p. 317 (1883).

8) Rücker, Phil. Mag. 5e série vol. XIX p. 463 (Juni 1885).

Digitized by Google

des Elektromagneten von grösster Bedeutung. Wenn der Techniker auf den Physiker sich verlässt, so kann er wählen zwischen Formeln, welche auf physikalischen Voraussetzungen beruhen und für seinen Zweck ganz unbrauchbar sind und solchen, welche rein empirische Ausdrücke sind und jeder logischen Begründung entbehren.

Das Studium jedoch der modernen dynamoelektrischen Maschinen brachte uns zu einem Punkte, wo die Entscheidung erfolgen muss. Die ganze Wirkung einer Dynamo beruht auf der magnetisirenden Wirkung des elektrischen Stromes und es ist der Natur der Dinge entsprechend das wahre Gesetz der Dynamo nur im Gesetze des Elektromagneten zu entdecken. Es ist in der That merkwürdig, dass so fähige Physiker wie Mascart und Angot, Mayer und Auerbach, Schwendler und Herwig vergeblich nach dem wahren Gesetze suchten, welches eine Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Geschwindigkeit, dem Widerstande und den Constructionsconstanten einer Dynamomaschine enthält. Hopkinson kam diesem Ziele 1879 noch am nächsten, als er die Eigenschaften einer Dynamo in einer Curve darstellte, die wir jetzt die charakteristische Curve einer Dynamo nennen; er stellte aber kein algebraisches Gesetz der Dynamo auf und acceptirte ersichtlich die Giltigkeit des Weber'schen Gesetzes für den Elektromagneten.

Nun aber ist das Gesetz der Dynamo bekannt, und es sind bereits Ausdrücke aufgestellt, welche mit grösster Genauigkeit die beobachteten Erscheinungen decken. Wir verdanken diese Entdeckung ganz Dr. Fröhlich[1]), dessen Arbeiten, 1880—1885, in ihrer Art klassisch sind. Die von Fröhlich zuerst erhaltenen Resultate beziehen sich ausschliesslich auf jene Form der Dynamo, in welcher Rolle und Aussenmagnet in demselben Stromkreise hintereinander geschalten sind, auf die sog. Seriendynamo, gleichwohl wurden sie später vom Verf. vorliegender Abhandlung und Anderen, auch von Fröhlich selbst auf andere Formen der Maschine ausgedehnt. Ein ganz kurzes Resume der Fröhlich'schen Versuche wird die Methode klarlegen, wie er zu seinem Gesetze gelangte.

Seine Theorie gründet sich 1. auf Faraday's Gesetz der Induction, 2. auf Ohm's Gesetz, 3. auf eine Curve, welche er selbst die Stromcurve nennt und welche gewisse mittels einer Seriendynamo gewonnene Versuchsresultate graphisch darstellt.

Entsprechend den Principien von Faraday wird die inducirte elektromotorische Kraft E der Geschwindigkeit der Maschine n und

1) Fröhlich's hauptsächlichsten Arbeiten sind folgende: Berl. Berichte S. 978 (1880); Elektrotechnische Zeitschrift Bd. 2 S. 134 (1881); das. Bd. 3 S. 693, 113 (1882); das. Bd. 4 S. 60, 67 und 71 (1883); das. Bd. 6 S. 128, 139, 227 (1885).

Digitized by Google

der Quantität M proportional sein, welche Fröhlich den „effectiven Magnetismus" nennt, der selbst wieder der wirklichen Fläche der Armaturen und der Intensität des magnetischen Feldes proportional ist. In einer Gleichung ist

$$E = nM$$

und nach Ohm's Gesetz

$$E = i/R$$

was uns für den Strom i gibt

$$i = \frac{n}{R} M$$

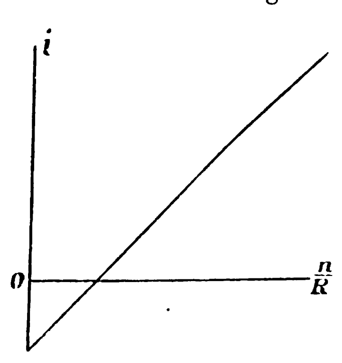
oder

$$\frac{i}{M} = \frac{n}{R}$$

Da M eine Function von i und nicht unmittelbar von n oder R ist, so ist klar, dass i selbst eine Function von n/R ist; wir können also sagen

$$\varphi(i) = \frac{n}{R}.$$

Diese Function suchte Fröhlich mittels eines reinen Experimentes ohne Zuhilfenahme irgend einer Hypothese aufzufinden. Er bestimmte die Werthe von i bei verschiedenen Geschwindigkeiten und bei verschiedenen Widerständen und stellte die Resultate in einer Curve dar, wobei er die Werthe von i als Ordinaten und die von n/R als Abscissen darstellte. Diese Curve (siehe Figur) nannte er die „Stromcurve". Dieselbe ist ziemlich genau eine gerade Linie, welche indes nicht durch den Anfangspunkt hindurchgeht. Wo diese Linie sich krümmt, dieser Theil ist sehr schwer zu beobachten, weil hier entweder n sehr klein oder R sehr gross sein muss, d. h. wenn die Dynamo kaum im Stande ist, ihre Magnete zu erregen. Wenn wir diese unsichere Partie ausser Acht lassen und nur jenen Theil der Maschine berücksichtigen, welcher sich auf eine wirklich arbeitende Maschine bezieht, so ist klar, dass die Beziehung zwischen den beiden Variabeln durch



$$b\,i = \frac{n}{R} - a$$

ausgedrückt werden kann, wo b und a Constante sind; als Gleichung einer Seriendynamo haben wir dann:

Digitized by Google

$$i = \frac{1}{b}\left(\frac{n}{R} - a\right).$$

Indem Fröhlich für n/R dessen Aequivalent i/M setzt, erhält er aus dem Gesetze der Dynamb den folgenden Ausdruck für den „effectiven Magnetismus“:

$$M = \frac{i}{a + bi}$$

einen Ausdruck, welchen er in seiner Originalabhandlung selbst als eine blosse Interpolationsformel anzusehen scheint. Gleichwohl wird dieser Ausdruck gewöhnlich als Fröhlich'sche Formel für den Elektromagnet angeführt.

Als der Verf. vorliegender Abhandlung im Jahre 1883 an diesem Probleme der Dynamo arbeitete, gelangte er zu ebendiesem Resultate Fröhlich's.

Er gebrauchte als Fundamentalgesetz

$$E = 4nAH$$

um den mittleren Werth jener elektromotorischen Kraft auszudrücken, welche in einem uniformen magnetischen Felde von der Intensität H entwickelt wird, wenn darin eine Armatur von der effectiven Fläche A rotirte; er suchte eine Formel, um H mit dem erregenden Strome in Beziehung zu bringen und nachdem er die verschiedenen Gleichungen von Müller, Weber und anderen durchstudirte, fand er, dass Fröhlich's Ausdruck Alles liefert, was man braucht. Im Falle einer Compoundmaschine zeigte es sich, um die Erregung auszudrücken, vortheilhafter statt Ampèrs Ampère-Turns anzuwenden und somit schrieb er die Formel in folgender Weise:

$$H = GSi \frac{k}{1 + 6Si}$$

wo, wie früher, Si die Anzahl der Ampère-Turns, G ein geometrischer Coefficient, k der Coefficient der magnetischen Permeabilität im Anfangszustande und 6 ein kleiner Sättigungscoefficient ist, welcher von Grösse, Beschaffenheit und Form des Eisenkernes abhängt.

Schreiben wir in ähnlicher Weise Zi_s für die Ampère-Turns einer Shunt-Windung, so wird der Ausdruck für H

$$H = GZi_s \frac{k}{1 + 6Zi_s}$$

für eine Shunt-Maschine, und

$$H = G(Si \pm Zi_s) \frac{k}{1 + 6(Si \pm Zi_s)}$$

für eine Compound-Maschine.

Digitized by Google

Setzen wir diese Werthe in die Fundamentalgleichung ein, so erhalten wir folgende Ausdrücke.

Serien-Dynamo.

$$E = \frac{1}{6}\left(4nAGk - \frac{\Sigma R}{S}\right)$$

$$i = \frac{1}{1}\left(\frac{4nAGk}{\Sigma R} - \frac{1}{S}\right).$$

Shunt-Dynamo.

$$E = \frac{1}{6}\left(4nAGk - \frac{r_a r_s + R r_s + R r_a}{ZR}\right).$$

Compound-Dynamo. (Bei der kritischen Geschwindigkeit für die Regulierung.)

$$e = \frac{1}{6}\left(\frac{r_s(r_a + r)}{S(r_s + r_a)} - \frac{r_s}{Z}\right) \text{(kurzer Shunt)}$$

oder

$$e = \frac{1}{6}\left(\frac{r_s(r_a + r_m)}{S(r_s + r_a + r_m)} - \frac{r_s}{Z + S}\right) \text{(langer Shunt)}$$

wo r_a, r_m, r_s und R die Widerstände der Armatur, der Mittelstromspule, der Shunt-Spule und der äusseren Leitung, e die Potentialdifferenz an den Enden der Maschine bedeutet. Diese Resultate wurden vom Autor dem „Montreal-meeting of the British Association" vorgelegt, und wurden ferner in dessen Buch über dynamoelektrische Maschinen veröffentlicht, ebenso der wichtige Vorschlag, dass der Factor $\frac{1}{6}$ (welcher die Derminante der Arbeitsleistung der Maschine genannt werden könnte, da er in jeder der Gleichung, sowohl des Stromes als auch der elektromotorischen Kraft vorkommt) jene Anzahl Ampére-Turns sei, welche die wirkliche Permeabilität des Elektromagneten oder besser der magnetischen Kette, auf den halben Anfangswerth herabsetzen. Es wird sich zeigen, dass alle diese synthetischen Resultate neu sind, ausgenommen für den Strom der Seriendynamo; hier stimmt es mit Fröhlich überein, welcher seine experimentell gewonnene Stromcurve benutzte.

Seit der Veröffentlichung von des Verfassers Arbeit hat Fröhlich die Gleichungen der Compound-Maschine weiter ausgearbeitet; Prof. Rücker hat ferner in einer meisterhaften Abhandlung, welche er der „Physical-Society" im März überreichte eine allgemeinere Form abgeleitet, jedoch schreibt er (ich weiss nicht aus welchem Grunde) Fröhlich die allgemeine Gleichung für die elektromotorische Kraft aller Arten von Dynamomaschinen zu. Fröhlich verglich dann die praktischen Resultate einer Compound-Maschine mit den aus der

Digitized by Google

Formel gerechneten. Ein Exempel wird genügen um zu zeigen, wie sie sich decken.

n	R	e beob.	e gerechn.	i beob.	i gerechn.
850	0,841	127	127	151,0	151,0
853	1,22	133	133	109,0	109,0
855	2,34	139	140	59,9	59,4
850	4,52	138	139	30,3	30,5
850	9,25	136	138	14,7	14,7
850	22,1	137	136	6,2	6,2
845	222,0	133	134	0,6	0,6

Eine solche Versuchsreihe beweist die vollkommene Richtigkeit des Gesetzes der Dynamo. Wenn aber das Gesetz der Dynamo, wie wir es aus Fröhlich's empirischem Ausdrucke für den Elektromagneten ableiten richtig ist, dann muss auch bis zu einem gleichen Grade der Genauigkeit, das Gesetz des Elektromagneten selbst wahr sein.

Fröhlich's Formel ist aber keineswegs der Ausdruck irgend eines physikalischen Gesetzes: es ist vielmehr eine blosse Interpolationsformel, ohne irgend welche innere Begründung. Welches ist aber dann das richtige Gesetz des inducirten Magnetismus. Und wie kommt es, dass ein Ausdruck, dem jede physikalische Begründung mangelt, ein physikalisches Gesetz so nahe ausdrückt?

Diese Frage glaubt der Autor bereits durch eine vergessene Untersuchung von Lamont gelöst zu haben, welche er fast ohne Note oder Anmerkung in seinem „Handbuch von dem Magnetismus 1867" veröffentlichte. Auf S. 41 dieses Werkes gibt er folgende Gleichung:

$$m = \frac{aMx}{M + ax}$$

als eine bequeme erste Annäherung an eine andere Gleichung, welche auf einer neuen Theorie des inducirten Magnetismus beruht. In der obigen Gleichung steht x für die magnetisirende Kraft, m für den inducirten Magnetismus und M für den Maximalwerth des letzteren. Schreibt man Gk für a, Si für x und 6 für $\frac{a}{M}$, so hat man

$$m = \frac{GkSi}{1 + 6Si}$$

in welcher Weise Verf. die Fröhlich'sche Gleichung schreibt.

Die physikalische Theorie, welche Lamont zu diesem Resultate führt, ist von grossem Interesse und zwar umsomehr, als sie im laufenden

Digitized by Google

Jahre in einer ausgearbeiteteren Weise von Bosanquet[1]) erneuert wurde, der dazu gewiss in einer ganz selbständigen Gedankenreihe geführt wurde und der viel weiter ging als Lamont, indem er die Kräfte mit in Rechnung zog, welche der Orientirung der Moleküle widerstehen. Lamont's Theorie ist kurz die, dass die Permeabilität des Eisens um so kleiner wird, je grösser die Permeation ist, wobei sie auf jeder Stufe der Magnetisation dem Deficit der Sättigung proportional ist. Er nimmt an, dass es für jeden Stab ein bestimmtes Maximum der Magnetisirung gibt, bis zu welcher er eine unter dem Einflusse einer unendlich grossen magnetisirenden Kraft gebracht werden kann, und dass die Permeabilität des Stabes in jedem Momente der Magnetisirung der Differenz zwischen der wirklichen und der möglichen Magnetisirung proportional sei. Es ist mit anderen Worten so, als ob in jedem Stab nur Raum für eine bestimmte begrenzte Anzahl von Kraftlinien vorhanden wäre und dass, wenn irgend eine kleinere Anzahl in demselben inducirt ist, die Aufnahmsfähigkeit des Stabes für neue Linien dem noch freigelassenen Raume entspräche. Lamont's Theorie ist in folgender Weise ausgedrückt: Es sei der in irgend einem Momente vorhandene Magnetismus m, während der grösstmögliche Werth M sei. Dann ist der Betrag, den der Stab noch aufnehmen kann $M - m$; und dann ist die Permeabilität $\frac{dm}{dx}$ proportional. Hier kann x selbst als proportional der Anzahl der Ampère-Turns der erregenden Windung angesehen werden und wir können schreiben

$$\frac{dm}{dx} = k(M - m)$$

wo k eine von den angewendeten Einheiten abhängige Constante ist; sie ist auch abhängig von dem anfänglichen Werthe der Permeabilität der magnetischen Kette, wenn $m = 0$ ist. Durch Integriren erhalten wir

$$M - m = A e^{-kx}$$

wo A die Integrationsconstante bedeutet. Wenn aber $x = 0$ ist, so ist auch $m = 0$; setzen wir also $A = m$, so erhalten wir

$$m = M(1 - e^{-kx})$$

als Formel Lamont's.

Lamont entwickelt nun diesen Ausdruck nach steigenden Potenzen von kx

$$m = Mkx\left(1 - \frac{kx}{1 \cdot 2} + \frac{k^2 x^2}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \cdots\right)$$

1) Bosanquet, Phil. Mag. 5e série vol. XIX p. 85 (Februar 1885).

Digitized by Google

und macht dann die Bemerkung, dass wir dann auch die einfachere aber empirische Formel

$$m = \frac{aMx}{M + ax}$$

nehmen können, welche identisch ist mit der unter dem Namen Fröhlich bekannten. Schreiben wir nun k statt $\frac{a}{M}$ so ist

$$m = \frac{Mkx}{1 + kx}$$

und ordnen wir hier nach steigenden Potenzen, so haben wir

$$m = Mkx(1 - kx + k^2x^2 - \cdots).$$

Vernachlässigen wir die vierten und weiteren Ausdrücke, so sieht man, dass die Formeln sehr nahe gleich sind für alle kleinen Werthe von x, und dass sie identisch sind für

$$kx = \frac{3}{5}$$

oder wenn der wirkliche Magnetismus etwa 0,456 des Werthes ist, welchen er unter einer unendlichen magnetisirenden Kraft haben würde. Für grössere Werthe der magnetisirenden Kraft, die durch die empirische Formel berechneten Werthe um ein wenig grösser als die durch die Experimentalformel gerechneten.

Keine dieser Formeln nimmt aber von einer Erscheinung Notiz, welche man bei Magnetirung mit allmählich steigenden Kräften wahrnimmt, nämlich, dass die Anfangspartie der Magnetisirungscurve concav gekrümmt ist, dass, wenn ein bestimmter Grad der Magnetisirung erreicht ist, die Permeabilität grösser ist. Die Untersuchungen von Chwolson und Siemens scheinen zu zeigen, dass dieses ersichtliche Anwachsen der Permeabilität (welches man bei absteigenden magnetischen Kräften nicht wahrnimmt) eine Folge der Nicht-Homogenität und des Widerstandes einiger der Moleküle gegen die Magnetisirung ist. Bosanquet's Theorie kann man in Zusammenhang bringen mit den neuen Beobachtungen von Rowland, Warburg, Ewing und Hopkinson, welche jedoch von keiner grossen Bedeutung sind, da ja das Maximum der Magnetisirung sichtlich bei einem viel geringeren Grade der Magnetisirung erreicht wird, als bei welchem eine Dynamo factisch arbeitet.

Die sehr genaue Uebereinstimmung zwischen den beobachteten Werthen des Stromes und Potentials der Dynamo und denen, welche mittels der aus Fröhlich's Formel folgenden Gleichung berechnet sind, beweisen, dass nirgends innerhalb des Wirkungsumfanges die

Digitized by Google

wirklichen Werthe der Magnetisirung merklich von den aus Fröhlich's Formel berechneten differiren. Das heisst, wir können diese Formel als etwas mehr als eine bloss erste Annäherung nehmen an das wirkliche Gesetz der Magnetisation eines Elektromagneten für alle Fälle wie sie in der Praxis vorkommen.

Es wäre daher mit Rücksicht auf diese Thatsachen überaus wünschenswerth, dass die unvollkommene Formel von Lenz und Jacobi, und ebenso die von Müller von nun an aus den Lehrbüchern verschwinden mögen und dass hierfür das wirkliche Gesetz des Elektromagneten gegeben würde, entweder in der Experimentalformel oder in der einfachen Form, welche innerhalb des Umfanges der gewöhnlich erreichten Sättigungen ebenso richtig ist.

Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 12. Januar 1886.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt. Hierauf hält Herr Prof. Basch seinen von zahlreichen Demonstrationen begleiteten Vortrag über „Hämodynamische Versuche".

Der Secretär.

Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 26. Januar 1886.

Das Protokoll der letzten Sitzung wurde verlesen und genehmigt.

Herr Dr. Wächter berichtet über seine Untersuchungen der elektrischen Artunterschiede unter gleichzeitiger Vorführung diesbezüglicher Experimente und Herr Prof. Lippmann über eine neue Modification der organischen Elementaranalyse.

Der Secretär.

Digitized by Google

⁕Meyers Konversations-Lexikon.⁕

Vierte, vollständig umgearbeitete Auflage. In 16 Bänden gebunden à 10 Mark = 256 Lieferungen à 50 Pf. Leipzig, Bibliographisches Institut, 1886.

Im Streit über den Wert der verschiedenen Konversations-Lexika ist das **Meyersche** oft und von den verschiedensten Seiten als die inhaltreichste und zuverlässigste aller Encyklopädien, die wir besitzen, bezeichnet worden. Wir wollen nur hinzufügen, dafs es jedenfalls auch die neueste ist, denn soeben ist von der im Erscheinen begriffenen vierten Auflage der dritte Band, von »Blattkäfer« bis »Chimbote« reichend, zur Ausgabe gelangt, in dem wir die Daten und Ereignisse bis auf die allerjüngste Zeit herab registriert finden. Auch dieser Band zeigt die ebenso elegante als gediegene Ausstattung wie die vorhergehenden beiden Bände. Der Einband ist dauerhaft und geschmackvoll, der Druck scharf, das Papier fest und holzfrei, und die zahlreichen Abbildungen im Text (245) sowie die Karten, Tafeln und Pläne (25) zeigen eine ebenso sorgfältige und geschickte Auswahl wie musterhafte Ausführung. Das dem Artikel »Buchdruckerkunst« beigegebene Faksimile eines Blattes der 42zeiligen Gutenberg-Bibel von 1455, des schönsten je gedruckten Werkes, ist z. B. von einer Vollendung, an welche die Versuche gleicher Art in ähnlichen Werken nicht heranreichen. Wichtiger ist aber schliefslich immer der innere Gehalt einer solchen Encyklopädie, die Art der Bearbeitung des Textes durch die 160 Mitarbeiter und die über diesen stehenden 6 Fachredaktionen. Wie einsichtsvoll, schreibt die **Weserzeitung**, die Verlagshandlung in der Wahl dieser Fachmänner gewesen ist, das zeigen uns die bereits vorliegenden Bände der neuen Auflage noch deutlicher als die entsprechenden Bände der dritten Auflage. Auch hierin wie in der Behandlung der Artikel wird der Fachmann die vollständige Sachkenntnis erblicken. Eben die vollkommen sachgemäfse Verteilung des Stoffs ist unsers Erachtens ein wesentliches Moment, worin die in der That bewundernswerte räumliche Abrundung jedes einzelnen Faches und ebendamit auch die vollkommene Gleichmäfsigkeit in der Organisation des ganzen Werkes besteht. Es bringt kein Wort zu wenig, kein Wort zu viel und jedes Wort am rechten Ort, aber nicht nur in lexikalischer Nüchternheit und Trockenheit, sonderen da, wo es sich um die Schilderung grofser Charaktere von nationaler Bedeutung handelt, mit einer wohlthuenden Wärme und Begeisterung, z. B. in den Artikeln der Komponisten Sebastian Bach, Beethoven und andrer. Das Gesagte möge für heute genügen, um auf die Trefflichkeit des umfassendsten literarischen Muster- und Meisterwerkes der deutschen Nation hinzuweisen. Seinem weitern raschen Fortschreiten sehen wir mit der besten Zuversicht entgegen. (7/3)



Etwas für Jedermann.

Auskunftsbuch

zum Gebrauche im öffentlichen Leben und Verkehr.

Eleg. cart. Preis 60 Pf. — **Allerlei Informationen über:** — Eleg. cart. Preis 60 Pf.

- Münzen, Mafse, Gewichte und Geldumlauf in den wichtigsten Ländern.
- Bestimmungen über den Verkehr mit der Reichsbank.
- Vorschriften der deutschen Wechselordnung und des Börsensteuergesetzes.
- Zinsen-, Zinseszinsen-, Diskonto- und Amortisa' us-tabellen.
- Zolltarif für das Deutsche Reich.
- Eisenbahnsignale und Eisenbahnfahrzeiten zwischen grossen Städten.
- Regelmässiger Dampfschiff-Verkehr von europäischen Häfen.
- Allerlei Tarife für den Post- u. Telegraphen-Verkehr.
- Übersicht über politische Richtung und Verbreitung hervorragender Zeitungen.
- Stand der Handels- und Kriegs-Marinen und der Heeresstärke der wichtigsten Länder.
- Allerlei Übersichten über Produktion und Konsum auf der Erde und über den Welthandel.
- Astronomische u. geographisch-statistische Notizen.
- Statistische Mitteilungen über die Bevölkerung und über die öffentliche Verwaltung.
- Übersicht der Reichstagsmitglieder und der politischen Parteien.
- Verzeichniss der Universitäten, Hochschulen und höheren Lehranstalten Deutschlands.
- Übersicht der bis jetzt gebildeten Berufsgenossenschaften.
- Tarife für Entschädigungen nach dem Unfallversicherungsgesetz.

Verlag von **R. Oldenbourg** in München und Leipzig.
Zu beziehen durch alle Buchhandlungen.


Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (4/3)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/3)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (3 3)

Verlag von **R. Oldenbourg** in München und Leipzig.
Soeben erschien:

Taschenbuch

für

Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von

Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

klein Octav. VIII und 79 Seiten. *Preis gebunden 1 M. 60 Pf.*

Das Mechanische Atelier

von **F. MILLER** in **Innsbruck**

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.
Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (5a/3)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

Digitized by Google

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 4. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 3).

Jahrgang 1886 Nr. 7 enthält:

Rundschau. — Correspondenz. — Bericht über die Inventions Exhibition in London. — Neue Voltmeter und Ampèremeter zur Betriebscentrole aus dem physikalisch-mechanischen Institut von Dr. M. Th. Edelmann in München. — Die elektrische Beleuchtung der grossen Oper in Paris. — Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente. — Briefkasten der Redaction.

Jahrgang 1886 Nr. 8 enthält:

Rundschau. — Einige praktische Formeln zur Berechnung von Elektromagneten. Von Dr. A. v. Waltenhofen in Wien. — **Telephonbrücke,** ein Apparat in Taschenformat zum Messen von Erdleitungswiderständen. Von Dr. W. A. Nippoldt in Frankfurt a. M. — **Kritische Bemerkungen über die neuesten Entdeckungen von Hughes über die Selbstinduction in metallischen Leitern.** Von H. F. Weber in Zürich. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente. — Briefkasten der Redaction.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Verlag von **R. Oldenbourg** in München und Leipzig.

Hülfstafeln für barometrische Höhenmessungen

berechnet und herausgegeben

von

Ludwig Neumeyer,

Hauptmann und Sectionschef im Topographischen Bureau des kgl. bayer. Generalstabes.

Supplement zu Carl's Repertorium für Experimental-Physik Bd. 13. *Preis M. 4. 50.*

Digitized by Google

Kritisches über die auf arktischen Stationen für magnetische Messungen, insbesondere für Variationsbeobachtungen zu benutzenden Apparate.

Von

W. Giese.

Im Folgenden beabsichtige ich diejenigen Erfahrungen und Betrachtungen mitzutheilen, die sich mir bei Anstellung der magnetischen Beobachtungen auf der deutschen Polarstation zu Kingawa, Cumberlandsund im Jahre 1882/83 aufgedrängt haben. Da zu hoffen ist, dass den in jenem Jahre ausgesandten Expeditionen zu geeigneter Zeit andere folgen werden, um das begonnene Werk fortzusetzen, so erscheint es nöthig, die gemachten Erfahrungen der Oeffentlichkeit zu übergeben, damit sie unseren Nachfolgern zu Gute kommen und diese mit ihrer Hilfe Schwierigkeiten vermeiden können, deren Bekämpfung uns viel Zeit und Mühe gekostet hat.

Digitized by Google

Es war ursprünglich meine Absicht, mit der Besprechung dieser Dinge zu warten, bis die Publicationen sämmtlicher Expeditionen vorlägen, um dann die an anderen Orten gemachten Erfahrungen gleichfalls berücksichtigen zu können. Nachdem aber über die einschlägigen Fragen schon mehrere der Betheiligten sich geäussert haben, und nachdem neuerdings eine Arbeit erschienen ist, welche zum Theil durch die Bearbeitung der auf unserer Station gemachten Beobachtungen veranlasst worden ist[1]), glaubte ich nicht länger zurückhalten zu sollen.

1. Die unserer Expedition mitgegebenen Variationsapparate waren wesentlich die von Lamont in seinem Handbuch des Erdmagnetismus beschriebenen. Wir hatten je zwei Apparate gleicher Construction zur Bestimmung der Variationen der Declination, der Horizontal- und der Verticalintensität, ausserdem noch eine Lloyd'sche Wage für die Verticalvariationen.

Die Nadeln sämmtlicher Apparate Lamont'scher Construction waren kleine hufeisenförmige Magnete, die nach Art Siemens'scher Glockenmagnete von verticalen Kupfercylindern als Dämpfern umgeben waren, eine Anordnung, die sich vollkommen bewährt hat. Dank der starken Dämpfung der Nadeln konnten die Ablenkungsbeobachtungen, welche für die Constantenbestimmungen der Intensitätsvariometer ausgeführt werden müssen, ausserordentlich schnell erledigt werden, und diese Beobachtungsreihen wurden dadurch besser und zahlreicher, als es bei ungedämpften Nadeln möglich gewesen wäre.

2. Die beiden Declinationsvariometer zeigten nicht diejenige Uebereinstimmung, welche man bei zwei so einfachen Apparaten hätte erwarten sollen. Beide Apparate hatten genau gleiche Abstände von den Scalen, die Ablesungen an ihnen hätten also stets die gleiche Differenz zeigen müssen, es kamen aber zuweilen in verhältnismässig kurzer Zeit Aenderungen von mehreren Scalentheilen vor. Bei genauerer Untersuchung stellte sich heraus, dass die Grösse der Differenz von der Luftfeuchtigkeit abhing. Alles, was den Feuchtigkeitsgehalt änderte, so das Brennern zahlreicherer Lampen, die dauernde Anwesenheit mehrerer Beobachter im Observatorium, wie sie besonders an den Termintagen vorkam, wirkte beträchtlich auf die Differenz der Ablesungen an den beiden Apparaten ein: Während des Termins vom 15. März änderte sie sich um fünf Scalentheile.

Aehnliche Wahrnehmungen sind auch anderwärts gemacht worden: In Bossekop stimmten von Mitte August bis Mitte October zwar die beiden Declinationsvariometer recht gut mit einander überein, der Werth ihrer Normalpunkte aber änderte sich, und zwar recht unregel-

1) Börgen, Ann. d. Hydrogr. Bd. 13 S. 249—260, 311—320 (1885).

Digitized by Google

mässig in derselben Zeit um den bedeutenden Betrag von 38′, der nicht den Fehlern der Declinationsbestimmungen zugeschrieben werden kann[1]). Vielleicht lagen auch hier hygroskopische Wirkungen zu Grunde.

Nach solchen Erfahrungen erscheint es geboten, künftig entweder nach Wild's[2]) Vorgang die Luft im Innern der Apparate künstlich zu trocknen, oder die hygroskopischen Coconfäden, denen wir diese Aenderungen zuschrieben, durch feine Drähte oder Glasfäden zu ersetzen, um so mehr, als die überwiegende Mehrzahl jener Fälle, in denen die Nadeln unserer Apparate festsassen, gleichfalls den hygroskopischen Eigenschaften der Fäden zur Last gelegt werden muss. Mag auch die Torsionskraft feiner Drähte beträchtlich grösser, als die von Coconfäden sein, Unsicherheiten von fünf Scalentheilen werden durch sie nicht verursacht werden.

3. Ich komme zur Besprechung der Intensitätsapparate. Die Variationen der Horizotalintensität werden nach Lamont bestimmt aus den Bewegungen einer Nadel, welche um einen Winkel von etwa 50° aus ihrer Meridianrichtung durch zwei Magnete abgelenkt ist. Die Axen und Verbindungslinie der letzteren sollen senkrecht zur Axe der abgelenkten Nadel in ihrer Normalstellung sein. Diesen Apparat werde ich im Folgenden kurz als Horizontalvariometer bezeichnen. Die Bewegungen der Nadel werden, solange sie nur wenig von der Normalstellung abweicht, durch die Gleichung

$$K = X \sin(\varphi - \delta) \tag{1}$$

bestimmt, in der K die von den Deflectoren herrührende Kraft am Orte der Nadel, X die Horizontalintensität, φ den Winkel der Nadelachse, δ den der erdmagnetischen Kraft mit irgend einer festen Richtung bedeutet. Danach macht die Nadel des Horizontalvariometers alle Bewegungen der Declinationsnadel mit, man muss die letzteren erst von den am Horizontalvariometer beobachteten subtrahiren, um die Anzahl von Scalentheilen zu erhalten, die der Intensitätsvariation entsprechen. Man bedarf also zweier Apparate, um die Intensitätsvariationen zu erhalten; diese Apparate müssten streng genommen gleichzeitig abgelesen werden, um die gesuchte Grösse für einen bestimmten Augenblick zu erhalten. Wird durch irgend welche Einflüsse das Declinationsvariometer ausser Thätigkeit gesetzt, so können auch keine Intensitätsvariationen mehr bestimmt werden.

Denkt man sich die ablenkenden Magnete des Horizontalvariometers durch zwei verticale Eisenstäbe ersetzt, in denen durch die Verticalcomponente des Erdmagnetismus unten ein Nordpol, oben ein

1) Mohn nach Steen's Bericht, Mittheilungen d intern. Polar-Comm. S. 150 (1883).
2) Wild, Ann. phys. Centr.-Obs. 1878 Th. I S. LVI.

Digitized by Google

Südpol inducirt wird, und von denen der eine mit seinem Nordpol, der andere mit seinem Südpol etwa in der Höhe der Nadel steht, so hat man Lamont's Apparat zur Bestimmung der Inclinations- oder Verticalvariationen. Ich werde ihn kurz als Verticalvariometer bezeichnen. Die Bewegungen der Nadel werden auch hier durch Gl. 1 bestimmt, nur dass jetzt K eine Function der Verticalintensität ist und man daher auf deren Variationen aus den Bewegungen der Nadel zurückschliessen kann, aber erst, nachdem man den Antheil, welchen die Variationen der Declination und Horizontalintensität an diesen Bewegungen haben, in Abzug gebracht hat. Hier bedarf es also simultaner Ablesungen von drei Apparaten, ein Unfall, der das Declinations- oder Horizontalvariometer betrifft, macht auch das Verticalvariometer nutzlos.

Trotz der hieraus gegen diese Anordnung entspringenden Bedenken haben Lamont's Apparate eine gewisse Verbreitung gefunden, weil in niedrigen und mittleren geographischen Breiten die magnetischen Variationen im allgemeinen so klein sind und so langsam verlaufen, dass man ohne Bedenken nicht streng gleichzeitige Ablesungen der drei Apparate combiniren darf, und weil in stationären und solide construirten magnetischen Observatorien die Ausserdienststellung einzelner Apparate nur selten vorkommen wird.

Bei arktischen Stationen aber werden die Unzuträglichkeiten, welche sich an die Abhängigkeit der Intensitätsapparate von der Declination u. s. w. knüpfen, so schwer, dass die Lamont'sche Apparatcombination für solche Verwendung ganz ungeeignet erscheint.

Naturgemäss wird nämlich die Aufstellung der Apparate auf Stationen, die nur für ein Jahr oder wenige Jahre in Thätigkeit sind, nie den Grad von Stabilität erreichen können, wie in stehenden Observatorien: Die Pfeiler senken sich, die Temperatur und Feuchtigkeit der Luft schwankt, und man wird öfters den Fall haben, dass die Nadeln festsitzen, d. h. ein oder infolge ihrer gegenseitigen Abhängigkeit mehrere Apparate ausser Gebrauch sind. Da erfahrungsmässig das Festsitzen einer Nadel erst erkannt wird, nachdem es schon eine Zeit lang die Ablesungen beeinflusst hat, so gehen auf diese Art zahlreiche Ablesungen verloren, und jedenfalls bei den Lamont'schen Apparaten weit mehr, als bei anderen, deren Angaben selbständig sind.

Wenn ausserdem Einflüsse thätig sind, wie die oben für unsere Declinationsapparate geschilderten, welche den Werth der Normalpunkte in unregelmässiger Weise beeinflussen, so ergibt sich für die Intensitätsapparate daraus eine gesteigerte Unsicherheit, weil ihre Angaben nicht nur durch die hygroskopischen Einwirkungen auf sie selbst, sondern

Digitized by Google

in gleicher Höhe auch durch die Werthverschiebungen am Declinationsapparat beeinflusst werden, und bei den Verticalvariometern haben wir es vollends mit drei derartigen Fehlerquellen zu thun.

4. Aber immerhin sind diese Unzuträglichkeiten gering gegen diejenigen, welche sich bei Anwendung des Lamont'schen Apparatsystemes aus dem eigenartigen Charakter der Variationen und Störungen im arktischen Gebiete, aus ihrer grossen Amplitude, ihrem rapiden und regellosen Verlauf ergeben: bei all unseren Variationsapparaten, die Lloyd'sche Wage allein ausgenommen, haben sich die 800^{mm} langen Scalen als zu kurz erwiesen, doch ist ein Ueberschreiten derselben bei den Declinationsapparaten nur selten, wenn ich mich recht erinnere überhaupt nur zwei Mal vorgekommen, während es bei den Intensitätsapparaten bei jeder einigermaassen beträchtlichen Störung eintrat. Das Ueberschreiten der Scalen bei diesen Apparaten war aber in den wenigsten Fällen durch die Grösse der Intensitätsvariationen, sondern meistens nur durch den Umstand bedingt, dass die Nadeln ausser den Bewegungen, welche den Intensitätsänderungen entsprachen auch noch die volle Bewegung der Declinationsnadel mitmachen mussten. Für eine Intensitätsvariation, die die Nadel um 200 Scalentheile nach West ablenkte, waren ja unsere Scalen vollkommen lang genug, fand sie aber gleichzeitig mit einer Declinationsvariation statt, die auch um 200 Scalentheile nach West ablenkte, so sahen wir uns am Ende der Scala. Ich habe mich bei einer Durchsicht unserer Beobachtungstagebücher überzeugt, dass die überwältigende Mehrzahl aller Fälle, in denen die Scalen der Intensitätsapparate überschritten wurden, zu solchen Zeiten stattfand, wo die Declinationsvariationen die Ablenkungen der Intensitätsnadeln von der Mitte der Scale vergrösserten, dass also diese häufigen und für die Continuität der Beobachtungen ausserordentlich störenden Fälle überwiegend durch die unzweckmässige Eigenthümlichkeit des Lamont'schen Apparatsystems, welche die Intensitätsapparate von den Declinationsvariationen abhängig macht, bedingt worden sind.

Soweit mir bis jetzt Publicationen von anderen arktischen Stationen bekannt geworden sind, bestätigen sie das eben Gesagte: Nach Berichten von Steen theilt Mohn Ende Februar 1883 mit[1]), dass während des Termins vom 1. August 1882 zu Bossekop das Scalenbild der Intensitätsapparate häufig ganz aus dem Gesichtsfelde verschwand und weiter[2]) dass die 1^{m} langen Scalen der Intensitätsapparate auch bei den Störungen vom November nicht ausreichten, so dass

1) Mittheil. d. intern. Polar-Comm. S. 145 (1883).
2) a. a. O. S. 151.

Digitized by Google

Steen sich genöthigt sah, Hilfsscalen anzubringen. Von den Declinationsapparaten wird etwas Aehnliches nicht berichtet. Auf der schwedischen Station[1]) im Eisfjord, Spitzbergen, mussten die Scalen der Intensitätsapparate nach beiden Seiten verlängert werden, und selbst diese 500^{mm} betragenden Verlängerungen genügten beim Verticalvariometer noch nicht. Auch hier war für die Declinationsapparate nichts derartiges nöthig. Paulsen[2]) (Godthaab) bedauert, dass er die Scalen nicht habe verlängern können. Er zählt aus der Störungsperiode des November fünf Fälle auf, in denen bei den stündlichen Ablesungen die Nadel des Horizontalvariometers die Scala überschritt und nur zwei, in denen dies beim Declinationsapparat der Fall war. Wir finden also überall dieselben ungünstigen Verhältnisse bei Anwendung des Lamont'schen Systems.

5. Das ist aber noch nicht Alles: Oft bewegten sich die Nadeln zur Zeit von Störungen mit solcher Geschwindigkeit, dass die Beobachter keine Zehntel-Scalentheile mehr schätzen ja selbst einzelne Scalentheile nicht mehr ablesen konnten[3]), so dass also die Nadeln in der Zeit zwischen der Ablesung beispielsweise des Declinations- und Horizontalvariometers eine beträchtliche Anzahl von Scalentheilen durchlaufen konnten. Diese ungleichzeitigen Ablesungen sind wir aber gezwungen, bei Reduction der Beobachtungen wie gleichzeitige zu benutzen und gelangen dadurch zu Werthen für die Horizontalintensität, die durchaus keine Sicherheit mehr gewähren.

Selbst für relativ ruhige Tage können ähnliche Fälle vorkommen. Die Nadeln befanden sich nämlich häufig, ohne gerade stark abgelenkt zu sein, in andauernden Oscillationen von kurzer Periode und mehreren Scalentheilen Amplitude, so dass bei der Combination der nach einander vorgenommenen Ablesungen die herausgerechneten Werthe der Horizontalintensität um einen Betrag von mehreren Scalentheilen falsch sein können. Ueberhaupt muss bemerkt werden, dass in der Regel die Bewegungen der magnetischen Elemente in der Polarzone so ungleichmässig verlaufen, dass ein Interpoliren von Werthen selbst für kurze Zeitintervalle unzulässig ist.

Fassen wir das über die Lamont'schen Intensitätsapparate Gesagte zusammen, so hat sich ergeben, dass bei ihnen durch Ausserdienststellen einzelner Apparate, durch Unsicherheit über die Werthe

1) Ekholm, l'expédition suédoise au Spetsberg p 14 (1884).

2) Paulsen, Résumé des travaux de l'expéd. polaire danoise internationale p. 11 Anm. (1884).

3) s. hierüber auch Mohn nach Steen's Bericht a. a. O. S. 145 und Paulsen a. a. O. p. 13: l'aiguille de déclinaison était tellement agitée, que tout relevé un peu exact était impraticable.


Digitized by Google

der Normalpunkte und durch Ueberschreitung der Scalen weit mehr Ablesungen verloren gehen oder unsicher werden, als bei anderen Apparaten für die betreffenden magnetischen Elemente der Fall sein würde, und dass, weil die geforderte Gleichzeitigkeit der Ablesungen an allen drei Apparaten in Wirklichkeit nicht erreicht werden kann, die Rechnung in vielen Fällen zu Werthen für die Variationen führt, die der Wahrheit nicht mehr entsprechen. All dies gilt gleichmässig für die Horizontal- und Verticalvariometer Lamont'scher Construction.

6. Die Verticalvariometer bedürfen noch einer besonderen Betrachtung betreffs der Empfindlichkeit, welche bei ihnen erreichbar ist. Dem Sprachgebrauche nach characterisirt man die Empfindlichkeit eines Apparates durch diejenige Aenderung der gesuchten Grösse, welche einer Ablesungsdifferenz von einem Scalentheil entspricht, wobei stillschweigend angenommen wird, dass wenn zur Ermittelung der gesuchten Grösse verschiedene Scalen abgelesen werden müssen, es doch nur die Ablesung an einer derselben ist, welche die Genauigkeit des erhaltenen Resultats bestimmt, während die anderen nur die etwa vorkommenden Correctionsglieder beeinflussen, d. h. in der Gleichung für die zu bestimmende Grösse mit viel kleineren Coefficienten multiplicirt sind, als die Ablesungen der Hauptscala. Man bestimmt die Empfindlichkeit dann nach Scalentheilen dieser Hauptscala. Bei den Lamont'schen Verticalvariometern gibt es aber keine solche Hauptscala, da die Ablesungen an allen drei Apparaten in der Formel für die Variationen der Verticalintensität mit Coefficienten von der gleichen Grössenordnung vorkommen. Man kann also hier von einer Empfindlichkeit im gewöhnlichen Sinne[1]) nicht mehr sprechen, will man es

1) Was wir zur Beurtheilung eines Apparates oder Apparatsystems brauchen, ist der wahrscheinliche Fehler der einzelnen mit ihm ausgeführten Bestimmung: Insofern eine Hauptscala vorhanden ist, können wir uns über diesen aus der Empfindlichkeit ein Urtheil bilden, wenn wir den wahrscheinlichen Ablesungsfehler kennen. Gehen in die Formel für die gesuchte Grösse ΔV aber die Ablesungen n, n', n'' an mehreren Scalen je mit dem wahrscheinlichen Fehler $\pm \mu$ ein, ist z. B.

$$\Delta V = an + bn' + cn'',$$

so wird der wahrscheinliche Fehler von ΔV

$$\pm \mu \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

sein. Wollte man den Ausdruck Empfindlichkeit für einen solchen Fall verallgemeinern, so hätte man darauf zu achten, dass dabei die richtige Vorstellung über den wahrscheinlichen Fehler, auf den es ja gerade ankommt, entsteht, und müsste daher sagen: Die Empfindlichkeit ist dieselbe, wie die eines Apparats mit einer Hauptscala, deren Ablesungen n''' mit demselben wahrscheinlichen Fehler wie n, n', n'' behaftet und mit ΔV durch die Relation

$$\Delta V = n''' \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Digitized by Google

dennoch thun, so muss man diejenige Scala als Hauptscala wählen, deren Ablesungen in der Formel für die Variationen $\varDelta V$ der Verticalintensität mit dem grössten Coefficienten multiplicirt sind.

Nun lässt es sich leicht zeigen, dass der grösste Coefficient nicht unter einen bestimmten Betrag sinken kann, welcher lediglich von dem Ablenkungswinkel des Horizontalvariometers abhängt, und dass man nichts mehr an Empfindlichkeit gewinnt, wenn man den Ablenkungswinkel des Verticalvariometers über den des Horizontalvariometers hinaus vergrössert.

Wir haben nämlich für die Einstellungen der beiden Apparate nach Gl. 1

$$K = X \sin(\varphi - \delta) \quad \text{(1a}$$

$$K' = X \sin(\varphi' - \delta). \quad \text{(1b}$$

Die erste dieser Gleichungen soll sich auf das Horizontal-, die zweite auf das Verticalvariometer beziehen. Durch den Index Null sollen die Werthe bezeichnet werden, welche die Grössen in den Gleichungen annehmen, falls sämmtliche magnetische Elemente ihre Normalwerthe besitzen. Durch $\varDelta X$, $\varDelta\varphi$ u. s. w. bezeichne ich die jeweiligen Abweichungen von diesen Normalwerthen. K' ist von V abhängig, wir setzen

$$K' = K_0' + a\varDelta V.$$

Differenziren wir jetzt 1a und 1b nach V, X, φ und φ', wobei wir von Declinationsänderungen absehen, und eliminiren $\varDelta X$, so finden wir

$$a\varDelta V = X_0(\cos[\varphi_0' - \delta_0] \cdot \varDelta\varphi' - \operatorname{ctg}[\varphi_0 - \delta_0] \sin[\varphi_0' - \delta_0] \varDelta\varphi). \quad \text{(2}$$

Hierin stellen $\varphi_0 - \delta_0$ und $\varphi_0' - \delta_0$ die sog. Ablenkungswinkel der beiden Apparate dar. Hat man nun das Verticalvariometer aufzustellen, so muss man um die gewünschte Empfindlichkeit zu erreichen dessen Ablenkungswinkel reguliren, indem man die Eisenstäbe der Nadel mehr oder weniger nähert, oder ihre Mitten mehr oder weniger von der Horizontalebene der Nadel entfernt. Macht man die jedenfalls sehr nahe zutreffende Annahme, dass mit der Lage der Stäbe gegen die Nadel die Grösse a sich in derselben Weise wie K' selbst ändere[1]), dass also a proportional $\sin(\varphi_0' - \delta_0)$ sei, so hat man

---

verbunden sind. In diesem Sinne, definirt müsste die Empfindlichkeit Lamont'scher Horizontalvariometer in dem Verhältnis 1 : 1,42 geringer angegeben werden, als gewöhnlich geschieht, weil die Grösse $\varphi - \delta$ (Gl. 1) von zwei Scalenablesungen abhängt. An Stelle der sogleich im Text zu erweisenden Behauptung, dass die Empfindlichkeit des Apparatsystems für Verticalvariationen eine durch den Ablenkungswinkel des Horizontalvariometers bedingte Grenze nicht überschreiten könne, träte dann der Satz, dass sie diese Grenze nicht erreichen könne.

1) Wild, Mitthlg. intern. Polar-Comm. S. 66 (1882).


Digitized by Google

$$a = A \sin(\varphi_0' - \delta_0),$$

und wenn man das in Gleichung 2 einsetzt, so kommt

$$\Delta V = \frac{X_0}{A} (\operatorname{ctg}[\varphi_0' - \delta_0] \cdot \Delta\varphi' - \operatorname{ctg}[\varphi_0 - \delta_0] \cdot \Delta\varphi), \qquad (2a$$

wo jetzt A eine vom Ablenkungswinkel des Verticalvariometers unabhängige Constante ist. Man sieht, dass der Coefficient von $\Delta\varphi$ nur von dem Ablenkungswinkel des Horizontalvariometers und von A abhängt, und dass man daher in dem oben definirten Sinne nicht über die durch diesen Coefficienten bestimmte Empfindlichkeit hinauskann. Denn wenn man auch den Ablenkungswinkel des Verticalvariometers grösser als den des Horizontalvariometers macht, so bleibt doch $\operatorname{ctg}(\varphi_0 - \delta_0)$ als der grössere Factor bestimmend für die Empfindlichkeit des Apparatsystems.

7. Weiter hängt die Empfindlichkeit von der Grösse A ab, und mit Bezug auf diese würde der günstigste Fall der sein, dass die in den Stäben inducirten Momente proportional den inducirenden Kräften wären, die Stäbe also vollkommene Inductionsfähigkeit[1]) besässen. Dann hätte man, wenn von dem geringen permanenten Magnetismus der Stäbe abgesehen wird

$$K_0' = a V_0 = X_0 \sin(\varphi_0' - \delta_0),$$

$$A = \frac{X_0}{V_0},$$

und wenn man dies in Gl. 2a einsetzt

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \operatorname{ctg}(\varphi_0' - \delta_0) \cdot \Delta\varphi' - \operatorname{ctg}(\varphi_0 - \delta_0) \cdot \Delta\varphi. \qquad (2b$$

Andrerseits ergibt sich aus Gl. 1a dass

$$\frac{\Delta X}{X_0} = -\operatorname{ctg}(\varphi_0 - \delta_0) \cdot \Delta\varphi$$

ist, wir sehen also, dass im äussersten Falle, wenn man den Ablenkungswinkel des Verticalvariometers jenem des Horizontalvariometers gleich machte, die Empfindlichkeit für Verticalvariationen nur denselben Bruchtheil von V_0 betragen würde, wie die Empfindlichkeit des Horizontalvariometers von X_0. Nun war in den Vorschlägen von Wild[2]) und Wijkander für Regulirung der Empfindlichkeit der Variationsapparate auf den Polarstationen, welche allgemein angenommen worden sind, festgesetzt, dass die Empfindlichkeit für die Horizontalvariometer

$$\delta X = 0{,}001 \cos i$$

und für die Verticalvariometer

1) Lamont, Pogg. Ann. Bd. 112 S. 614 (1861).

2) Wild, Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 59 (1882).

Digitized by Google

$$\partial V = 0{,}001$$

in Gauss'schen Einheiten gemacht werden sollte. Das hätte

$$\frac{\partial X}{X_0} = \frac{0{,}001}{X_0} \cos i \text{ und } \frac{\partial V}{V_0} = \frac{0{,}001}{X_0} \operatorname{ctg} i$$

ergeben, Forderungen, die sich nach dem Vorausgehenden bei vollkommener Inductionsfähigkeit der Eisenstäbe hätten vereinigen lassen. Weil aber die Inductionscoefficienten a in Wirklichkeit beträchtlich hinter den bei vollkommener Inductionsfähigkeit möglichen zurückbleiben[1]), so liess sich die verlangte Empfindlichkeit für die Verticalvariationen nicht ohne Ueberschreitung der für die Horizontalvariometer festgesetzten herstellen. Dies spricht sich in dem Umstande aus, dass auf allen Stationen für die Verticalvariometer grössere Ablenkungswinkel als für die Horizontalvariometer hergestellt wurden: Die Berechnung der Winkel wurde nämlich nach der von Wild[2]) für die Regulirung der Apparate gegebenen Formel, welche nur den Coefficienten von $\Delta\varphi'$ in Gl. 2 als für die Empfindlichkeit maassgebend in Betracht zieht, ausgeführt, und danach sind die folgenden Ablenkungswinkel berechnet, resp. hergestellt worden:

Station	Horizontal-variometer	Vertical-variometer
Bossekop[3])	59° 44′	61° 17′
	58° 42′	57° 34′
Eisfjord[4])	56° 41′	64° 40′
Kingawa	60° 19′	65° 19′

Also wurden überall, soweit wir bis jetzt Nachrichten haben, und soweit die Vorschläge von Wild und Wijkander wirklich erfüllt worden sind, für die Verticalvariometer grössere Ablenkungswinkel berechnet, als für die Horizontalvariometer. Da die vorausgehenden Betrachtungen gezeigt haben, dass die dadurch angestrebte Genauigkeit nur hätte erreicht werden können, wenn auch die Ablenkungswinkel der Horizontalvariometer bis zu diesen Beträgen vergrössert worden wären, so sehen wir, dass es mit den Lamont'schen Apparaten nur dann möglich gewesen wäre, die allgemein angenommene, übrigens

1) Lamont (a. a. O.) fand, dass in München für gehörig ausgeglühte Eisenstäbe der Coefficient a nur 0,78 von dem bei vollkommener Inductionsfähigkeit erreichbaren betrug, und in arktischen Regionen gestaltet sich das Verhältnis noch ungünstiger, da V grösser ist.

2) Wild, Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 64 (1882).

3) Mohn nach Steen's Bericht, Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 150, 151 (1883). Der mit dem kleinen Ablenkungswinkel 57° 34′ aufgestellte Apparat blieb um 10% hinter der verlangten Empfindlichkeit zurück.

4) Ekholm, a. a. O. S. 14.


Digitized by Google

ziemlich geringe Empfindlichkeit für Verticalvariationen zu erreichen, wenn man mit den Horizontalvariometern die Empfindlichkeitsgrenze überschritten hätte, welche man aus den für die Horizontalvariationen maassgebenden inneren Gründen einzuhalten wünschte.

8. Das ist ein weiteres Bedenken gegen die Lamont'sche Apparatanordnung, welches noch bedeutend verstärkt wird, wenn man sich an der Hand der vorliegenden Beobachtungen Rechenschaft davon gibt, wie gross der relative Antheil ist, den an den Bewegungen von Verticalvariometern mit so grossen Ablenkungswinkeln die Variationen der drei erdmagnetischen Elemente haben. Auf unserer Station zu Kingawa betrug die mittlere tägliche Amplitude der Declinationsvariation 54 Scalentheile, der Horizontalvariation über 100 Scalentheile, was mehr als 122 Scalentheile für ein Verticalvariometer mit dem Ablenkungswinkel von 65° 19′ ergibt. Diesen Bewegungen für die Variationen der Declination und Horizontalintensität standen nach den Angaben der Lloyd'schen Wage nur zwischen 10 und 20 Scalentheile mittlerer täglicher Amplitude für die Verticalvariationen gegenüber[1]). Um diese gesuchten Verticalvariationen zu erhalten, hat man also erst die dreimal so grossen Variationen der Declination und die sechsmal so grossen der Horizontalintensität aus den Ablesungen herauszucorrigiren.

Auf anderen Observatorien liegt die Sache ebenso: K. Schering[2]) theilt einen Fall mit, wo das Verticalvariometer zu Göttingen sich durch 170 Scalentheile bewegte, während die der Verticalvariation entsprechende Bewegung nur 15 Scalentheile betragen haben würde, es waren also 155 Scalentheile fortzucorrigiren, und Solander[3]) hat, in der richtigen Erkenntnis, dass die Bewegungen der Verticalvariometer ja doch überwiegend durch die Variationen der Horizontalintensität (und Declination) bestimmt werden, geradezu die Ablesungen am Verticalvariometer benutzt, um in Correctionsrechnungen die Variationen der Horizontalintensität auszudrücken. Man kann sich kaum eine schärfere Verurtheilung der Lamont'schen Verticalvariometer denken, als sie in dem, übrigens ganz berechtigten Vorgehen Solander's liegt.

Am grellsten trat das Missverhältnis zwischen der Grösse der Nadelbewegungen und dem Betrage der Verticalvariationen auf unserer

---

1) Die Angabe über die Amplitude der Verticalintensität ist sehr unsicher, aber jedenfalls nicht zu klein. Sie ist eine Schätzung nach der Erinnerung. Die Lloyd-sche Wage hatte nämlich einen sehr beträchtlichen Temperaturcoefficienten, der noch nicht ermittelt worden war, solange sich die Tagebücher in meinen Händen befanden.

2) K. Schering, Wied. Ann. Bd. 23 S. 691 (1884).

3) Ekholm a. a. O. Anhang p. 7.


Digitized by Google

Station zur Zeit von Störungen hervor, wenn die Nadeln der Verticalvariometer alle Augenblicke die Scalen überschritten, während die ebenso empfindliche Lloyd'sche Wage nur ganz unbedeutende Bewegungen ausführte: die Störungen haben nach meiner Erinnerung bei der Verticalintensität höchstens einmal in der ganzen Zeit vom April bis September 1883 den Betrag von 100 Scalentheilen überschritten, während uns gerade die Verticalvariometer durch Hinausgehen über die Scalen die meiste Sorge machten.

Ruft man sich nun in's Gedächtnis zurück, was sub 5 über die Grösse der Fehler gesagt wurde, welche durch Mangel an Gleichzeitigkeit in den Ablesungen der Apparate bei lebhafter Bewegung der Nadeln verursacht werden, so kann man sich leicht vorstellen, dass unter Umständen diese Fehler weit grösser sein können, als der ganze Betrag der Variationen in Verticalintensität überhaupt, dass z. B. allein durch den Umstand, ob man die Apparate in der Reihenfolge: Horizontal-, Declinations-, Verticalvariometer, oder umgekehrt abliest, grössere Unterschiede in den berechneten Werthen von V entstehen können, als die sind, die während eines ganzen Störungstages in den wirklichen Werthen von V vorkamen.

9. Die unserer Expedition mitgegebene sehr ausführliche Instruction für die magnetischen Arbeiten wies uns an, die Reduction der Ablesungen an den Verticalvariometern nach der in Lamont's Handbuch des Erdmagnetismus gegebenen Theorie vorzunehmen. Diese Theorie ist unvollständig, weil sie nur den von der Verticalintensität inducirten Longitudinalmagnetismus der Eisenstäbe, aber nicht den von den horizontal wirkenden Kräften inducirten Transversalmagnetismus in Betracht zieht. Lamont hat das später erkannt und seine Theorie insofern erweitert, als er die Berücksichtigung der magnetischen Momente einführte, welche durch die Nadel selbst in den Stäben inducirt werden[1]). Diese wichtige Vervollständigung der Theorie muss aber zu der Zeit als die Expeditionen ausgesandt wurden, nicht bekannt gewesen sein, jedenfalls war sie es nicht in Wilhelmshaven, denn während ich mich vier Wochen dort aufhielt, um die Handhabung, Regulirung u. s. w. der Lamont'schen Apparate unter Herrn Börgen's Leitung kennen zu lernen, war von den eben citirten Aufsätzen und den aus ihnen sich als nothwendig ergebenden Constantenbestimmungen über den Einfluss der Transversalinduction nicht die Rede, ebenso wenig that ihrer unsere von Herrn Börgen verfasste Instruction für die magnetischen Arbeiten Erwähnung, welche sich sonst sehr ausführlich über die

1) Pogg. Ann. Bd. 109 S. 79 (1860) und Ann. d. Sternwart bei München, Supplbd. 4 S. 124 (1863).


Digitized by Google

Constantenbestimmungen an den Variationsapparaten verbreitete. Auch in den Mittheilungen der internationalen Polarcommission werden nirgends die beiden Lamont'schen Aufsätze aus den Jahren 1860 und 1863 erwähnt, obgleich sonst die Theorie und Aufstellung der Apparate nach den verschiedensten Seiten erörtert wird. Vielmehr wird überall nur auf Lamont's Handbuch des Erdmagnetismus Bezug genommen. In der Instruction der russischen Expedition nach der Lenamündung[1]) z. B. heisst es § 19 nur, bei der Aufstellung und Justirung der Lamont'schen Apparate seien die von Lamont in seinem Handbuch des Erdmagnetismus mitgetheilten Methoden, bei der Reduction der Beobachtungen die dort gegebenen Formeln (§ 36) zu benutzen, und in keiner der mir zu Gesicht gekommenen vorläufigen Veröffentlichungen findet sich unter den für die Verticalvariometer aufgeführten Constanten die, welche hätte bestimmt werden müssen, wenn Lamont's Ergänzung seiner Theorie berücksichtigt worden wäre.

10. Nachdem ich nun während des Aufenthalts auf der Station mit Hilfe der in einer grossen Kreisleitung inducirten Ströme erkannt hatte[2]), dass die Variationen der Verticalintensität durch unsere Lloyd'sche Wage richtig, durch die Verticalvariometer aber bei Anwendung der in Lamont's Erdmagnetismus entwickelten Formeln grundfalsch dargestellt wurden, entstand die Frage, wo denn der Grund für die fehlerhaften Angaben der Verticalvariometer liege, und es ergab sich, dass der in den Eisenstäben inducirte Transversalmagnetismus die Schuld daran trage. Diese Thatsache stellte ich genau in derselben Weise wie Lamont mehr als 20 Jahre vorher fest, indem ich nämlich die Eisenstäbe entfernte und die Nadel durch zwei permanente Magnete bis zu dem früheren Betrage ablenkte. Wurde dann ein Hilfsmagnet in der zweiten Lamont'schen Hauptlage zur Nadel angebracht, so verursachte er eine beträchtlich kleinere Drehung der Nadel, als vorher bei Anwesenheit der Eisenstäbe.

Nach Rückkehr der Expedition machte ich der deutschen Polarcommission in ihrer Sitzung vom 13. Nov. 1883, in der auch Herr Börgen anwesend war, von dieser Wahrnehmung Mittheilung, da ich sie, wie ich nach der geschilderten Sachlage nicht anders konnte, für etwas Neues und Wichtiges hielt. Auch damals scheinen die Arbeiten, in denen Lamont den Transversalmagnetismus der Stäbe berücksichtigt hat, noch unbekannt gewesen zu sein, denn ich wurde nur durch Herrn Börgen, und zwar schon einige Wochen vor der eben erwähnten Sitzung, darauf aufmerksam gemacht, dass Lamont in

---

1) Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 35, 38 (1882).

2) Giese, elektrot. Zeitschr. Bd. 6 S. 48 (1885).

Digitized by Google

einem Zusatz zu seinem Handbuch des Erdmagnetismus (S. 264) empfehle, für die Bestimmung des Inductionscoefficienten ausser den Beobachtungen an dem mit Eisenstäben armirten Apparat noch entsprechende an dem mit permanenten Magneten armirten zu machen. Er hat aber an dieser Stelle den Zweck im Auge, den etwa vom inducirenden Magneten bei verticaler Lage auf die Nadel direct geübten Einfluss zu eliminiren. Ueber die Beobachtungen bei horizontaler Lage des Hilfsmagneten sagt er nur, dass die Bestimmung für die Ablenkung in dieser Lage bei dem mit permanenten Magneten versehenen Apparat „aus leicht begreiflichen Gründen“ sicherer sei. Vermuthlich hatte Lamont zu der Zeit, als er dem Handbuch des Erdmagnetismus diesen Zusatz anfügte, noch keine derartige Messung bei horizontaler Lage des ablenkenden Magneten wirklich ausgeführt, er würde sonst die bedeutenden Wirkungen des Transversalmagnetismus sofort erkannt und in dem Zusatz berücksichtigt haben, wie er es denn später auch wirklich gethan hat.

Nach jener Sitzung der deutschen Polarcommission vom November 1883, in welcher die Feststellung der transversalmagnetischen Induction in den Eisenstäben von mir und Anderen als etwas Neues angesehen wurde, hat sich dann herausgestellt, dass Lamont sie schon gefunden und berücksichtigt hatte. Wir haben also ein neues Beispiel dass an allgemein zugänglicher Stelle publicirte Thatsachen in Vergessenheit gerathen können, und dass ihnen erst infolge erneuten Auffindens die gebührende Berücksichtigung zu Theil wird.

Ich bin auf diese Sachlage hier so ausführlich eingegangen, weil Herr Börgen in einer jüngst erschienenen Arbeit[1]) über die Theorie der Lamont'schen Variationsapparate, in der er auch die Transversalinduction berücksichtigt, direct an die Lamont'schen Aufsätze anknüpft, ohne zu erwähnen, dass diese vergessen worden sind und dass er selbst die erste Kenntnis von der Einwirkung der Transversalinduction nicht aus Lamont's Veröffentlichungen, sondern aus meinen Mittheilungen und der Polarcommission erstatteten Berichten entnommen hat.

11. Lamont hat den Transversalmagnetismus der Eisenstäbe nur insoweit berücksichtigt, als er durch die Nadel des Apparates inducirt wird. Diese Beschränkung hat auch Börgen in seiner bereits erwähnten Arbeit aufrecht erhalten. Es ist aber klar, dass auch die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus in den Stäben Transversalmagnetismus erzeugen wird, der durch seine den Variationen entsprechenden Aenderungen gleichfalls auf die Nadelbewegungen einwirken kann. Untersucht man, welcher Art der Einfluss dieses von den

1) Ann. d. Hydrogr. Bd. 13 S. 249, 311 (1885).

Digitized by Google

Variationen der Horizontalintensität abhängigen Theiles des Transversalmagnetismus ist, so ergibt sich, dass er, solange die Bewegungen der Nadel klein bleiben und der Winkel zwischen magnetischer Achse der Nadel und Verbindungslinie der Eisenstäbe nicht viel von 90° abweicht, genau so wie der durch die Nadel selbst inducirte wirkt, dass er nämlich die Nadelbewegungen in einem constanten Verhältnis vergrössert. Die Lamont'sche nnd die Börgen'sche Theorie sind daher, so lange die angeführten Beschränkungen gelten, richtig, obgleich sie nur einen Theil des Transversalmagnetismus berücksichtigen, weil dieser Theil denselben Formeln gehorcht, wie das Ganze. Sobald aber der Winkel zwischen Nadelachse und Ebne der Stäbe merklich von 90° abweicht, ist es nöthig auch die Transversalinduction durch die Horizontalintensität mit in Betracht zu ziehen. Dies soll im folgenden gezeigt werden.

Ich werde mich, was Bezeichnungen und Formeln anbetrifft, möglichst der Börgen'schen Arbeit anschliessen, weil in ihr die Theorie der Transversalinduction ausführlicher behandelt worden ist, als in den Lamont'schen Abhandlungen. Herr Börgen nimmt über den in jedem der Stäbe durch die Nadel inducirten Magnetismus an, dass er auf die Nadel zurückwirke wie ein im Schnittpunkt der Horizontalebne der Nadel mit der Stabachse liegender Magnet, dessen Moment proportional der an dieser Stelle durch die Nadel erregten magnetischen Kraft ist. Offenbar würde diese Annahme weit mehr dem Fall einer kreisförmigen, in der Horizontalebene durch die Nadel liegenden Scheibe, als dem eines senkrecht zur Ebne stehenden Stabes entsprechen, für den sich die inducirende Kraft der Nadel von Querschnitt zu Querschnitt nach Richtung und Grösse ändert, in dem sogar im allgemeinen vertical inducirende Kraftcomponenten durch die Nadel hervorgerufen werden. Es kommt noch weiter hinzu, dass die Grösse der inducirten Momente bei Stäben mit rechteckigem Querschnitt, wie sie z. B. Lamont anwendete, auch von dem Azimuth der inducirenden Kraft abhängig wird[1]). In Wirklichkeit ist also das hier entstehende Problem sehr complicirt, die Zerlegung in Longitudinal- und Transversalinduction ist nicht recht aufrecht zu erhalten, und eine befriedigende Lösung würde nur durch vollständige Integration der aus Poissons Theorie für das System der beiden Stäbe resultirenden Gleichungen zu erhalten sein.

---

1) So hat Lamont, nachdem er 1860 die Wirkung der Transversalinduction erkannt und berücksichtigt hatte, dieselbe später wieder ausser Betracht gelassen, da „bei flachen Stäben von zwei bis drei Linien Dicke, wenn die schmale Seite gegen die Nadel steht", eine solche Wirkung nicht vorkomme. Pogg. Ann. Bd. 112 S. 612, Anmerk. (1861).

Digitized by Google

Da ich aber hier nur den Zweck verfolge zu zeigen, dass der von der Horizontalintensität herrührende Transversalmagnetismus gegen den von der Nadel herrührenden nicht vernachlässigt werden darf, und da der letztere, wenn man den Stäben für diese Betrachtungen in der Höhe der Nadel liegende Eisenscheiben substituirt denkt, relativ zu stark in Rechnung gebracht wird, so kann ich mich in dieser Beziehung dem Verfahren von Herrn Börgen anschliessen. Denn wenn sich unter dieser Annahme ein merklicher Einfluss der Transversalinduction durch die Horizontalintensität ergibt, so wird er in Wirklichkeit um so mehr bestehen.

Unter der Voraussetzung, dass man die Wirkung des Transversalmagnetismus der Stäbe ersetzen kann, indem man in den Punkten B und C, wo ihre Axen die Horizontalebene durch die Nadel schneiden, kleine Magnete substituirt, deren Momente der dort herrschenden inducirenden Kraft proportional, und deren Axen ihr parallel sind, lässt sich leicht beweisen, dass man beim Vorhandensein mehrerer inducirender Kräfte für jede den entsprechenden kleinen Magnet substituiren kann; zusammen wirken diese Magnete dann so, wie der der Resultante aller Kräfte entsprechende.

12. Wir denken uns die Nadel im Nullpunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems, der Winkel ihrer magnetischen Axe mit der X-Axe sei φ, der Winkel der Verbindungslinie der beiden Eisenstäbe B und C, welche je den Abstand e vom Nullpunkte haben, mit der X-Axe sei α.

Auf den Apparat wirke eine in allen seinen Punkten gleiche und gleich gerichtete magnetische Kraft, deren Componenten X und Y seien: Unter dieser Bezeichnung sind zusammengefasst die Horizontalintensität und die Wirkungen etwa benutzter, hinreichend weit entfernter Hilfsmagnete. Ferner werde die Kraft, welche durch den Verticalmagnetismus der Eisenstäbe im Nullpunkt erzeugt wird, mit K bezeichnet. Ausser K, X und Y wirkt auf die Nadel noch der Transversalmagnetismus der Eisenstäbe, der erregt wird durch die Nadel selbst, durch die Kräfte X und Y und durch die magnetische Wirkung des einen Stabes auf den anderen.

Wirken im Punkte C parallel den beiden Coordinatenaxen die Kräfte Ξ und H, so induciren diese nach der gemachten Annahme zwei kleine Magnete von den Momenten $c \cdot \Xi$ und $c \cdot H$, und die Componenten der von diesen Magneten im Nullpunkt ausgeübten Kräfte senkrecht zur Nadelaxe sind[1])

---

1) Börgen, a. a. O. S. 251, Gl. 2a.

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}\mu_x &= \frac{c\,\Xi}{e^3}(3\cos\alpha\sin[\alpha-\varphi]+\sin\varphi)\\ \mu_y &= \frac{c\cdot H}{e^3}(3\sin\alpha\sin[\alpha-\varphi]-\cos\varphi)\end{aligned}\right\} \quad (3$$

Für die Induction durch die Nadel, deren magnetisches Moment durch M' bezeichnet werde, findet man hieraus, wenn für Ξ und H die Componenten der von der Nadel ausgeübten Kraft eingesetzt werden

$$\mu_1 = \frac{3}{2}\cdot\frac{cM'}{e^6}\sin 2(\alpha-\varphi). \quad (3a$$

Herr Börgen hat in seiner entsprechenden Formel[1]) für $\frac{3}{2}$ den Coefficienten 4. Er substituirt dem von der Nadel inducirten Transversalmagnetismus zwei kleine Magnete, deren Axen nach den Polen der Nadel gerichtet sind. Projicirt man die magnetische Kraft, welche die Nadel im Punkte C ausübt auf die Axen dieser kleinen Magnete, indem man jedesmal den Abstand zwischen Nadel und C (Stab) so gross wie den Abstand zwischen dem entsprechenden Pol und C annimmt, so erhält man die Kräfte, denen Herr Börgen die Momente der kleinen Magnete proportional gesetzt hat. Durch welche Erwägungen Herr Börgen zu diesem Verfahren geführt worden ist, lässt sich aus seinen Aeusserungen nicht entnehmen. Setzt man die Momente der von Herrn Börgen eingeführten kleinen Magnete proportional den in Richtung ihrer Axen wirkenden Componenten der magnetischen Kraft, d. h. in diesem Falle je proportional der von dem entsprechenden Pol der Nadel in C ausgeübten Kraft, so kommt man auf Gl 3a.

Für die Induction durch den Longitudinalmagnetismus der Stäbe will ich der Einfachheit wegen die Annahme machen, dass die Stäbe wirken wie zwei in den Punkten B und C gelegene magnetische Pole. Da beide zusammen im Nullpunkt die Kraft K erzeugen, so erzeugt B in C die Kraft $\frac{1}{8}K$, und wenn wir deren Componenten für Ξ und H setzen, so kommt

$$\mu_2 = \frac{c}{4\cdot e^3}K\sin(\alpha-\varphi).$$

Berücksichtigt man endlich noch die Kraft μ_3, welche von der Wirkung der Componenten X und Y auf die Stäbe herrührt, und weiter, dass alle μ doppelt genommen werden müssen, weil zwei Stäbe vorhanden sind, so ergibt sich die folgende Gleichung für die Stellung der Nadel:

1) Börgen, l. c. S. 315.

Digitized by Google

$$-X\left(\sin\varphi-\frac{2c}{e^3}(\sin\varphi+3\cos\alpha\sin[\alpha-\varphi])\right)+$$

$$+Y\left(\cos\varphi-\frac{2c}{e^3}(\cos\varphi-3\sin\alpha\sin[\alpha-\varphi])\right)+$$

$$+K\sin(\alpha-\varphi)\left(1+\frac{c}{2e^3}\right)+\frac{3cM'}{e^6}\sin 2(\alpha-\varphi)=0, \qquad (4$$

und durch Differentiation nach X, Y, K und φ, wenn K mit Hilfe von Gl. 4 eliminirt wird

$$-\varDelta X\sin\varphi\left(1-\frac{2c}{e^3}\left[1+\frac{3\cos\alpha\sin(\alpha-\varphi)}{\sin\varphi}\right]\right)+$$

$$+\varDelta Y\cos\varphi\left(1-\frac{2c}{e^3}\left[1-\frac{3\sin\alpha\sin(\alpha-\varphi)}{\cos\varphi}\right]\right)+$$

$$+\varDelta K\sin(\alpha-\varphi)\left(1+\frac{c}{2e^3}\right)-\varDelta\varphi\left(X\left[1-\frac{2c}{e^3}\right]\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha-\varphi)}\right)-$$

$$-Y\left(1-\frac{2c}{e^3}\right)\frac{\cos\alpha}{\sin(\alpha-\varphi)}-\frac{6cM'}{e^6}\sin(\alpha-\varphi)^2=0. \qquad (5$$

Wenn die Verbindungslinie der Eisenstäbe senkrecht zur Nadelachse steht, d. h. $\alpha-\varphi=\frac{\pi}{2}$ ist, so werden die Coefficienten von $-\varDelta X\sin\varphi$ und $\varDelta Y\cos\varphi$ gleich, es werden also in diesem Fall die Bewegungen $\varDelta\varphi$ gegen jene, welche die Nadel an einem gleichen nicht von der Transversalinduction beeinflussten Apparat machen würde, so weit sie von $\varDelta X$ und $\varDelta Y$, d. h. von Aenderungen der Declination und Horizontalintensität abhängen, in einem constanten Verhältnis vergrössert, und in einem anderen Verhältnis, soweit sie von $\varDelta K$, d. h. von Aenderungen der Verticalintensität herrühren.

Für den allgemeinen Fall, wo $\alpha-\varphi$ einen beliebigen Werth hat, werden wir Gl. 5 nur unter den zwei Specialannahmen brauchen, dass die kleine Kraft k, deren Componenten $\varDelta X$ und $\varDelta Y$ sind, senkrecht oder parallel zur Achse der Nadel sei. Wenn dabei $Y=0$ gesetzt, d. h. die X-Axe mit dem magnetischen Meridian zusammenfallend gedacht wird, so geht Gl. 5, wenn k senkrecht zur Nadelaxe, also

$$\varDelta X=-k\sin\varphi;\quad \text{und}\quad \varDelta Y=k\cos\varphi$$

ist, über in

$$k\left(1-\frac{2c}{e^3}+\frac{6c}{e^3}\sin(\alpha-\varphi)^2\right)+\varDelta K\sin(\alpha-\varphi)\left(1+\frac{c}{2e^3}\right)-$$

$$-\varDelta\varphi\left(X\left[1-\frac{2c}{e^3}\right]\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha-\varphi)}-\frac{6cM'}{e^6}\sin(\alpha-\varphi)^2\right)=0. \qquad (6$$

Digitized by Google

Wenn k parallel der Nadelaxe wirkt, so wird

$$k \cdot \frac{3c}{e^3} \sin 2(\alpha - \varphi) + \Delta K \sin(\alpha - \varphi)\left(1 + \frac{c}{2e^3}\right) -$$

$$- \Delta\varphi\left(X\left[1 - \frac{2c}{c^3}\right]\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - \varphi)} - \frac{2c}{c^3} \cdot \frac{3M'}{e^3} \sin(\alpha - \varphi)^2\right) = 0. \quad (7$$

Lenkt man die Nadel durch einen Magneten ab, der sich in der zweiten Hauptlage zu ihr befindet, und am Ort der Nadel die Kraft k ausübt, so wird die entsprechende Ablenkung $\Delta\varphi$ durch Gl. 6 bestimmt, wenn man darin $\Delta K = 0$ setzt, und die entsprechende Ablenkung, welche man erhält, nachdem die Eisenstäbe durch permanente Magnete ersetzt sind, durch dieselbe Gleichung, wenn man in ihr auch noch $c = 0$ setzt. Durch Subtraction ergibt sich

$$(\Delta\varphi - \Delta\varphi')\, X \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - \varphi)} =$$

$$\frac{2c}{e^3}\left(k(3\sin[\alpha - \varphi]^2 - 1) + \Delta\varphi\left[X\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - \varphi)} + \frac{3M'}{e^3}\sin(\alpha - \varphi)^2\right]\right). \quad (8$$

Daraus lässt sich $\frac{2c}{e^3}$ berechnen, wenn man ausser den Ablenkungen e, k, M' und die Winkel α und φ kennt.

13. Bei dem einen unserer Verticalvariometer wurde beobachtet $\Delta\varphi = 0{,}0458$; $\Delta\varphi' = 0{,}0424$; $\Delta\varphi - \Delta\varphi' = 0{,}00340$, bei einer ablenkenden Kraft $k = 0{,}00138^{\text{cm}-\frac{1}{2}\text{g}\frac{1}{2}\text{sec.}-1}$, X war $= 0{,}0639$, und für die Winkel dürfte etwa zu setzen sein $\alpha = 149^0\,20'$, $\varphi = 65^0\,20'$. Für die entsprechenden Apparate der russischen Lenaexpedition, die den unserigen ganz gleich gewesen sein dürften, gibt Wild[1]) $e = 12{,}66^{\text{cm}}$ und 5^{g} als Gewicht der Nadel sammt Spiegel und Fassung, 13^{mm} als Polabstand der Nadel. Das magnetische Moment der Nadel ist nicht bestimmt worden, es lässt sich aber mit Hilfe der eben angeführten Daten eine obere Grenze für dasselbe angeben: F. Kohlrausch[2]) fand nämlich bei seiner Arbeit über den Polabstand als höchsten specifischen Magnetismus bei zahlreichen untersuchten Magnetstäben $42^{\text{cm-g}}$-Einheiten, bei Stahlstäben von 5^{g} Gewicht und 50^{mm} Länge sogar nur bis zu 24 Einheiten. Nehmen wir für unsere mit Spiegel und Fassung 5^{g} schwere Nadel die Zahl 40, so legen wir also ihrem specifischen Magnetismus einen sehr hohen Werth bei. Dann ergäbe sich für die Nadel, wenn sie zu einem geraden Stabe gestreckt wäre, das Moment 200. Der Polabstand würde dabei 0,83[3]) ihrer Länge, die ich nach der Erinnerung auf etwa 60^{mm} schätze, betragen, d. h. $49{,}8^{\text{mm}}$.

1) Wild, Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 67 (1882).
2) F. Kohlrausch, Wied. Ann. Bd. 22 S. 413, 419 (1884).
3) F. Kohlrausch, a. a. O. S. 414.

Digitized by Google

Durch die Biegung zur Hufeisenform ist aber der Polabstand bis auf 13mm und in demselben Verhältnis auch das Moment vermindert, wir haben daher als obere Grenze $M' = 52{,}2$.

Setzen wir diesen Werth für M' in Gl. 8 ein, so erhalten wir einen unteren Grenzwerth für $\frac{2c}{e^3}$, nämlich

$$\frac{2c}{e^3} = 0{,}0146.$$

Hiermit lässt sich die Aenderung berechnen, welche die von der Transversalinduction durch die Nadel herrührende und auf diese zurückwirkende Kraft μ_1, (Gl. 3a) bei den eben benutzten Ablenkungsbeobachtungen erfuhr, und desgleichen die Aenderung der von der Induction durch X und Y herrührenden Kraft. Die erstere ist 0,000050, die letztere 0,000069, wir sehen also, dass die Induction durch Horizontalcomponente des Erdmagnetismus und Hilfsmagneten bei Vergrösserung der Nadelbewegung stärker betheiligt ist, als die durch die Nadel, zumal das Moment der letzteren wahrscheinlich noch viel zu gross in Rechnung gebracht ist. Durch die sehr kleinen Momente der Nadeln in unseren Variationsapparaten hatte ich mich verleiten lassen, die beobachtete Vergrösserung der Nadelbewegungen lediglich der Inductionswirkung der Horizontalintensität und des Hilfsmagneten zuzuschreiben und mich in diesem Sinne auch in meinem Bericht an die Polarcommission ausgesprochen: Immerhin kommt aber, wie das Vorstehende zeigt, diese Auffassung für die auf unserer Station benutzten Apparate der Wahrheit näher, als diejenige, welche die Erscheinung lediglich dem von der Nadel inducirten Magnetismus zuschreibt.

Setzt man den Werth für $\frac{2c}{e^3}$ in Gl. 7 ein, so erhält diese Gleichung die Form

$$k \cdot 0{,}00456 + \varDelta K \sin(\alpha - \varphi)\left(1 + \frac{c}{2e^3}\right) - \varDelta\varphi \cdot 0{,}0312 = 0. \qquad (9$$

Nehmen wir an, es seien die Variationen der Declination und Horizontalintensität solche, dass sie durch Hinzufügen der kleinen Kraft k in Gl. 9 zu X dargestellt werden, so ändern diese die Lage der Nadel durch ihre directe Einwirkung nicht, da ja k der Nadelachse parallel ist. Wird ausserdem $\varDelta\varphi = 0$ durch die Beobachtung gefunden, so würden wir nach der Auffassung von Lamont und Börgen, dass der Transversalmagnetismus lediglich von der Nadel selbst herrühre, schliessen müssen, dass auch $\varDelta K = 0$ sei, die Verticalintensität also ihren Normalwerth habe. Gl. 9 zeigt aber, dass wir damit einen Fehler begehen, da in Wirklichkeit für $\varDelta\varphi = 0$

Digitized by Google

$$\Delta K \cdot \sin(\alpha - \varphi)\left(1 + \frac{c}{2e^3}\right) = -k \cdot 0{,}00456$$

ist. Der Fehler ist derselbe, als wenn die Stellung der Nadel um den Betrag

$$k \cdot \frac{0{,}00456}{0{,}0312}$$

falsch abgelesen worden wäre. Damit dieser Fehler einer Bogenminute entspreche, müsste $k = 0{,}00199^{\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}} \mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \mathrm{sec}^{-1}}$ sein oder die Intensitätsvariation 0,00086, die Declinationsvariation 96′ betragen. Variationen von dieser Grösse waren auf unserer Station nichts ungewöhnliches. Mithin macht sich der Einfluss des durch die Horizontalintensität erregten Transversalmagnetismus der Eisenstäbe bereits fühlbar, wenn $\alpha - \varphi$ nur um 6^0 von einem rechten Winkel abweicht, und eine Theorie, die wie insbesondere die Börgen'sche den Anspruch erhebt, für einen beliebigen Werth von $\alpha - \varphi$ gültig zu sein, darf sich daher nicht auf den durch die Nadel allein inducirten Transversalmagnetismus beschränken.

14. Uebrigens muss erwähnt werden, dass die Bemerkung, welche Herr Börgen seinem Aufsatz vorausschickt, Lamont habe die Theorie seiner Apparate stets nur unter der Voraussetzung entwickelt, dass die Nadeln genau senkrecht auf der Verbindungslinie der ablenkenden Magnete und Eisenstäbe seien[1]), irrig ist. Vielmehr gibt Lamont gerade in zweien von den Aufsätzen[2]), welche Herr Börgen an jener Stelle citirt, Reductionsformeln, die von der in Rede stehenden Voraussetzung unabhängig sind, und betont dies ausdrücklich, indem er sagt[3]):

„Auf solche Weise erhält man den Werth von δi unabhängig von Localeinfluss, von Torsion und von der Aenderung der Directionskraft, welche eintreten würde, wenn die Eisenstäbe nicht genau in der auf der Nadel senkrechten Verticalebene sich befänden."

Speciell die Formeln vom Jahre 1863 stimmen denn auch für einen eisenfreien Ort und kleine Variationen absolut mit denen von Herrn Börgen überein. Ferner sind sie mit ihnen bei kleinen Variationen identisch auch für ein Observatorium mit Localeinflüssen, wenn man Lamont's Coefficient $p = 1$ setzt, unter der einen Einschränkung, dass die Declinationsnadel durch die Localeinflüsse nicht abgelenkt sein darf, oder doch nur sehr wenig. Diese Einschränkung ist nöthig, weil Lamont den Einfluss der Ablenkung der Declinationsnadel nicht richtig

1) Börgen, a. a. O. S. 249.

2) Lamont, Pogg. Ann. Bd. 112 S. 606 (1861), Annal. Sternw. München, Suppl. 4 S. 121 ff. (1863).

3) Lamont, Pogg. Ann. Bd. 112 S. 614 (1861).

Digitized by Google

in Rechnung gezogen hat, und dies Versehen auch auf die Reductionsformeln für Horizontal- und Verticalintensität einwirkt. Führt man aber den richtigen Werth für die Declinationsvariationen ein, wie ihn für ein Observatorium mit Localeinflüssen Herr Börgen gegeben hat, so stimmen die Lamont'schen Formeln ohne jede andere Einschränkung als die, dass die Variationen klein sein müssen, mit den Formeln II und III der Börgen'schen Arbeit überein.

Ich bemerke ausdrücklich, dass es im Vorstehenden nicht meine Absicht gewesen ist, eine Vervollständigung der Theorie für die Verticalvariometer zu geben, um so weniger, als die in Rede stehenden Schwierigkeiten mit Rücksicht auf die weiter oben hervorgehobenen fundamentalen Missstände der Lamont'schen Apparatanordnung meiner Ueberzeugung nach nicht durch Verbesserung der Theorie, sondern durch Entfernung der Lamont'schen Verticalvariometer aus den magnetischen Observatorien[1]), zum mindesten den arktischen, gelöst werden müssen. Hier kam es mir nur darauf an, nachzuweisen, welche Rolle die Transversalinduction durch den Erdmagnetismus selbst und durch Hilfsmagnete spielt, und dass man diesen Theil der Transversalinduction nicht unbedingt vernachlässigen darf.

15. Ich schliesse hieran noch zwei weitere Bemerkungen, die sich mir beim Durchlesen der Börgen'schen Arbeit aufgedrängt haben.

Da für arktische Stationen die Variationen gross sind, so muss man die Constanten mit entsprechend grösserer Genauigkeit, als auf europäischen Stationen zu bestimmen suchen. Darum ist es nicht zulässig, wie es z. B. in den Formeln 16a und 16b der Börgen'schen Arbeit geschieht, sich für die Einwirkung des Hilfsmagneten auf die Nadel mit der ersten Annäherung (Formel 2a der Börgen'schen Arbeit) zu begnügen: Setzt man die Kraft, welche ein Magnet in der ersten Lamont'schen Hauptlage übt, doppelt so gross, wie die, welche er aus gleicher Entfernung in der zweiten ausübt, so wird der Quotient beider, der in Gl. 17 eingeht, beispielsweise um 1% falsch, falls der Polabstand des Hilfsmagneten $^1/_{10}$ seiner Entfernung von der Nadel beträgt. So grosse Fehler sind aber bei den Constantenbestimmungen

1) Der Vollständigkeit und Unparteilichkeit halber muss hier erwähnt werden, dass Carpmael sich Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 291 zu Gunsten der Inductionsinclinometer ausspricht: „For the vertical force, we have besides the ordinary balance magnetometers, a Lloyd's induction inclinometer, and I have found this instrument taken in conjunction with the standard bifilar to give the best results for the vertical force, and intend to use these instruments as a check upon the readings of the trace of the vertical force magnetometer, . . .“. Nähere Angaben sind nicht gemacht, es werden also weitere Publicationen abzuwarten sein, ehe discutirt werden kann, wie weit die günstigen Erfahrungen zu Toronto die oben vorgebrachten Bedenken gegen die Verticalvariometer zu entkräften geeignet sind.

Digitized by Google

auf arktischen Stationen unzulässig. Man wird also die höheren Glieder berücksichtigen oder, was wohl besser ist, den Quotienten direct durch geeignete Ablenkungen am Declinationsapparat bestimmen müssen.

Um sich davon zu überzeugen, dass die von den Deflectoren des Horizontalvariometers auf die Nadel ausgeübte Kraft senkrecht zur Axe der letzteren sei, hat Solander[1]) die Schiene, welche die Deflectoren trägt, um die Axe des Apparates gedreht und ihr die Stellung gegeben, in welcher sie die Nadel am stärksten ablenkt. Da Ekholm in seinem Bericht hierüber nicht ausdrücklich sagt, dass Solander die Schiene gedreht habe, sondern nur vom Bestimmen der Stellung spricht, in der sie die Maximalablenkung hervorbringt, so hat Herr Börgen[2]) dies durch Drehen der Schiene erreichte Maximum mit dem durch Verschieben der Schiene in ihrer eigenen Richtung herstellbaren Minimum der Ablenkung verwechselt, von dem er ganz richtig bemerkt, dass es zur Ermittelung der perpendiculären Stellung zwischen der ablenkenden Kraft und der Nadelaxe nicht dienen könne. Darum kann auch Solander nicht versucht haben, es dazu zu benutzen. Ich habe diesen Punkt hervorgehoben, weil ich das Verfahren von Solander für recht brauchbar halte, zum mindesten für die nachträgliche Controle, ob die gewünschte gegenseitige Lage von Nadel und Schiene der Deflectoren erreicht sei.

16. Ich habe im Vorstehenden ausführlich die Uebelstände geschildert, welche sich auf unserer Station bei dem Lamont'schen Apparatsystem herausgestellt haben, und inwiefern die Theorie der Verticalvariometer noch unvollständig und schwierig ist. Vielleicht wird mancher Leser die Darstellung allzu ausführlich für so einfache Dinge finden. Wenn er sich indessen vergegenwärtigt, dass von der Wahl geeigneter Instrumente doch hauptsächlich der Erfolg jahrelanger Arbeit und grossen Aufwandes an materiellen Mitteln abhängt, dass für die Wahl der Instrumente aber die praktischen Erfahrungen ausschlaggebend sein müssen, so wird er verstehen, warum ich bei der Schilderung der letzteren so in's Einzelne gegangen bin. Nach meiner Meinung, die ich mir auf Grund der mitgetheilten Erfahrungen und Betrachtungen gebildet habe, sollten Variationapparate Lamont'scher Construction wenigstens auf arktischen Stationen nie wieder angewendet werden, vielmehr nur solche, welche das magnetische Element, zu dessen Ermittelung sie bestimmt sind, soweit unabhängig von den anderen Elementen angeben, dass die letzteren nur in correctiven Gliedern vorkommen.

---

1) Ekholm, a. a. O. Anhang S. 5.
2) Börgen, a. a. O. S. 260 Anm. 9.

Digitized by Google

Wir haben unter den Apparaten, welche dieser Bedingung genügen, die Auswahl. Zunächst für die Horizontalintensität besitzen wir das Bifilar und das Intensitätsvariometer mit Deflectoren von F. Kohlrausch[1]), dessen Nadel um 90° abgelenkt ist. Bei beiden kommen die Correctionen für die Declination erst dann in Betracht, wenn die Variationen sehr gross sind und bleiben selbst dann unbedeutend. Der Apparat von Kohlrausch scheint mir für arktische Stationen den Vorzug zu verdienen, weil sich sein Temperaturcoefficient unter Anwendung compensirter Deflectoren sehr gering machen lässt, und weil sein Einfluss auf die benachbarten Apparate, Dank der Anwendung von zwei gleich starken aber entgegengesetzt gerichteten Deflectorenpaaren ganz besonders klein ist. Dies ist von Wichtigkeit, weil auf Stationen, die nur für kürzere Zeit errichtet werden, und für die die Observatorien fertig mitgebracht werden müssen, der Raum für Aufstellung der Apparate stets ein knapp zugemessener sein wird[2]).

Will man aber ein Bifilar anwenden, so wird man jedenfalls auf Benutzung des Temperaturmagneten verzichten müssen, denn durch den letzteren würde man in noch bedenklicherer Weise wie beim Lamont'schen Horizontalvariometer von der Declination abhängig werden.

17. Um die Variationen der Verticalintensität unabhängig von denen der beiden anderen Elemente zu bekommen, muss man ihre Wirkung auf einen Magneten mit horizontaler magnetischer Axe beobachten, dessen Drehungsaxe gleichfalls horizontal und parallel dem magnetischen Meridian ist. Die Lloyd'sche Wage ist der Grundtypus eines derartigen Apparates. Neuerdings hat K. Schering[3]) im Quadrifilarmagnetometer ein Instrument beschrieben, bei dem die Drehungsaxe der Nadel durch eine Suspensionsvorrichtung, statt durch eine Schneide bedingt und die Kraft, welche die Nadel horizontal hält, durch die Art der Suspension, statt direct durch die Schwere erzeugt wird. Dieser Apparat dürfte in seiner jetzigen Gestalt nur für stehende Observatorien anwendbar sein, da er zwei seitlich von der Nadel liegende Suspensionspunkte verlangt, die 10^m von einander entfernt sind. Ferner hat Wild[4]) Versuche mit einem Apparat angestellt, bei

---

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. Bd. 15 S. 540 (1882).

2) Auf der schwedischen Station zu Spitzbergen hat man die Controlapparate für Horizontalintensität mit um 90° abgelenkten Nadeln aufgestellt. Dieser Versuch würde einen wichtigen Beitrag zur Erkenntnis der Vortheile liefern, welche man sich von Kohlrausch's Apparat versprechen darf, wenn nicht leider die unsichere Aufstellung der Apparate auf Holzpfeilern ihre Brauchbarkeit beeinträchtigt hätte. Ekholm, a. a. O. S. 16.

3) K. Schering, Wied. Ann. Bd. 23 S. 686 (1884).

4) Wild, Bull. St. Pétersbourg vol. 17 p. 456—465 (1872).

Digitized by Google

dem die Nadel ihre Drehungen um einen horizontal gespannten Draht ausführte, er erhielt aber keine befriedigenden Resultate. Somit würde vorläufig nur die Lloyd'sche Wage als Apparat für die Verticalvariationen übrig bleiben. Die auf unserer Station benutzte hat sich in der That recht gut bewährt, nur hatte sie einen so grossen Temperaturcoefficienten, dass 1° Temperaturänderung mehreren Scalentheilen in Ablesung entsprach. Der Temperaturcoefficient hängt hier, wie beim Bifilar hauptsächlich von den Aenderungen des magnetischen Moments der Nadel ab.

Nun bietet sich aber, wie bei den Apparaten für Horizontalintensität die Möglichkeit, die richtende und ablenkende Kraft, welche auf die Nadel wirkt, durch compensirte Deflectoren herzustellen, dadurch könnte man sich auch hier vom Einfluss der Temperatur unabhängiger machen, man könnte ferner dann die Nadel beliebig klein und leicht wählen und vielleicht mit besserem Erfolg den oben erwähnten Versuch von Wild wiederholen. Für einen ersten Versuch könnte man jedes gute Inclinatorium, sofern es nur schwer genug ist, um die nöthigen Garantien für Stabilität zu bieten, benutzen, wenn man die Drehungsaxe der Nadel dem magnetischen Meridian parallel macht, und die Nadel durch passende, womöglich compensirte Magnete soweit ablenkt, dass sie horizontal liegt. Leider fehlt es mir selbst an Gelegenheit, Versuche im Sinne dieses Vorschlages zu machen, die füglich nur in einem grösseren magnetischen Observatorium angestellt werden können.

18. Wenn man Apparate anwendet, deren jeder in der Hauptsache nur von dem Element abhängt, zu dessen Bestimmung er dienen soll, so werden die Klagen wegen Ueberschreitens der Scalen fortfallen, vorausgesetzt, dass die Empfindlichkeit passend regulirt wird. Es scheint mir, dass für die arktischen Stationen die Empfindlichkeit der Horizontalvariometer, welche nach den Vorschlägen von Wild und Wijkander[1]) regulirt wurde, diesmal etwas zu gross gewählt war.

Wild ist bei seinen Vorschlägen von der Forderung ausgegangen, dass die Gesammtintensität K bis auf 0,001 Gauss'sche Einheiten genau bestimmt werden solle. Es ist aus Wild's Ausführungen[2]) nicht mit Sicherheit zu entnehmen, ob er dabei die absolute Bestimmung von K oder nur die der Variationen dieser Grösse im Auge hatte. Ich nehme das letztere an, weil die absolute Bestimmung von K auf arktischen Stationen wegen der Grösse der Inclination und der Unsicherheit der absoluten Inclinationsbestimmung beim jetzigen Stand

1) Wild, Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 56 ff. (1882).

2) Wild, a. a. O. und Bull. St. Pétersbourg vol. 28 p. 30 (1883), C. Rep. Bd. 18 S. 705 (1882).

Digitized by Google

unserer Methoden doch nicht mit der geforderten Genauigkeit ausgeführt werden kann.

Sofern es sich nur um Bestimmung der Variationen ΔK der Gesammtintensität handelt, wäre es ausreichend, die Variationen der beiden Componenten ΔX und ΔV gleichfalls bis auf 0,001 Gauss'sche Einheiten zu bestimmen, wie auch Wild selbst hervorhebt. Dagegen ergab die von Wild und Wijkander vorgeschlagene Gleichung[1])

$$\partial X = 0{,}001 \cdot \cos i$$

für unsere Station eine Empfindlichkeit von 0,00011 Gauss'sche Einheiten. Wenn ich die von Wild seinem Vorschlage beigefügte Motivirung recht verstehe, so wurde diese um das Zehnfache gesteigerte Empfindlichkeit mit Rücksicht auf die Abhängigkeit der Lamont'schen Verticalvariometer von den Ablesungen der Horizontalvariometer als nöthig erkannt. Dass selbst diese übergrosse Empfindlichkeit der Horizontalvariometer nur dann den Anforderungen genügen würde, wenn die Eisenstäbe der Verticalvariometer vollkommenere Inductionsfähigkeit besässen, als thatsächlich der Fall ist, wurde schon § 7 nachgewiesen. Die grosse Empfindlichkeit der Horizontalvariometer würde entbehrlich werden, sobald man sich entschlösse, die unglücklichen Lamont'schen Verticalvariometer zu beseitigen. Dann könnte man sich mit einer Empfindlichkeit von 0,001 Gauss'schen Einheiten begnügen, sofern für ΔK diese Genauigkeitsgrenze angenommen würde.

19. Es scheint mir aber, dass die Bedingung, ΔK solle bis auf 0,001 Gauss'sche Einheiten oder irgend eine andere für passend erachtete Grösse genau bestimmt werden, die Anforderungen, welche man an die Empfindlichkeit der Variationsapparate zu stellen hat, nicht erschöpft, vielmehr werden noch die folgenden Forderungen hinzukommen:

1. Dass die Empfindlichkeit der Variationsapparate ausreichend sei um die Ausführung der absoluten Bestimmungen mit der Genauigkeit zu gewährleisten, deren sie nach Maassgabe der angewandten Methoden an sich fähig sind.

2. Dass die Empfindlichkeit gross genug sei, um die charkteristischen Eigenthümlichkeiten im täglichen Verlauf der einzelnen Elemente deutlich erkennen zu lassen.

3. Dass sie dagegen nicht so gross werde, dass eine häufigere Unterbrechung der Aufzeichnungen durch Ueberschreiten der Scala zu befürchten steht.

Sofern die unter 3 aufgeführte Bedingung nicht im Wege steht, würde man die Empfindlichkeit so zu reguliren haben, dass sie die

1) Wild, Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 59 (1882).


Digitized by Google

weitest gehende der übrigen Anforderungen erfüllt. Für die Horizontalintensität auf arktischen Stationen ist dies die unter 1 aufgeführte, dass die Empfindlichkeit der Horizontalvariometer der bei der absoluten Bestimmung erreichbaren Genauigkeit, nach Wild[1]) ± 0,000074 des ganzen Betrages, entsprechen soll. Bemisst man den Fehler der einzelnen Scalenablesungen am Variationsapparat etwas reichlich zu ± 0,2 Scalentheilen, so müsste dann die Empfindlichkeit gleich 0,00037 des Betrages von X gemacht werden, was für die Stationen, von denen mir Daten vorliegen, die folgenden Empfindlichkeiten δX geben würde:

Station	X	i	δX	$0{,}001 \cdot \cos i$
Bossekop . .	1,212	76° 21′	0,000448	0,000236
Godthaab .	0,968	80 15	358	169
Eisfjord . .	893		330	170
Kingawa . .	639	83°40	236	110

Zum Vergleich habe ich neben δX, wie es nach dem vorstehenden Vorschlag berechnet ist, überall die nach dem Vorschlage von Wild und Wijkander berechneten Grössen $0{,}001 \cdot \cos i$ gesetzt[2]), die durchschnittlich auf allen Stationen halb so gross ausfallen. Speciell in Kingawa würde bei einer Empfindlichkeit von 0,000236 Gauss'schen Einheiten die mittlere tägliche Amplitude etwa 50 Scalentheile betragen haben und damit derjenigen der Declination ungefähr gleich gewesen sein, so dass vermuthlich Kohlrausch's Apparat bei dieser Empfindlichkeit die Scala nicht häufiger überschritten haben würde, wie die Declinationsapparate. Vielleicht empfiehlt es sich, dort, wo zwei Apparate für Horizontalintensität vorhanden sind, den zweiten zur Controle dienenden etwa nur halb so empfindlich zu machen, wie oben vorgeschlagen ist, dann dürfte man wohl auch den heftigsten Störungen unter allen Umständen folgen können. Die Brauchbarkeit des zweiten Apparates zur Controle würde dadurch nicht wesentlich vermindert, für Störungstage würde er aber dem empfindlicheren bedeutend vorzuziehen sein, weil er keine so heftigen Bewegungen zeigen und darum trotz der geringeren Empfindlichkeit sicherere Ablesungen geben würde.

20. Bei dem Apparat für Verticalintensität, also bei der Lloyd-schen Wage, würde die Bedingung unter 1 nur sehr geringe Empfindlichkeit ergeben. Nehmen wir nämlich bei der Inclinationsbestimmung einen Fehler von ± 0,31′[3]) an, so würde dem auf unserer Station

1) Wild, Bull. St. Pétersbourg vol. 28 p. 39 (1883), C. Rep. Bd. 18 S. 713 (1882).

2) Für Eisfjord habe ich, da i in Herrn Ekholm's Bericht nicht gegeben wird die wirklich erreichte Empfindlichkeit eingesetzt.

3) Wild, a. a. O.

Digitized by Google

ein Fehler der Verticalintensität von ± 0,0048 Gauss'schen Einheiten entsprochen haben, und daher, bei der Ablesung wieder einen Fehler von 0,2 Scalentheilen vorausgesetzt, nur eine Empfindlichkeit der Lloyd'schen Wage von ± 0,024 Gauss'schen Einheiten erforderlich gewesen sein. Bei so geringer Empfindlichkeit hätte sich aber die mittlere tägliche Variation in dem Bereiche eines Scalentheiles abgespielt, d. h. man hätte von ihr überhaupt nichts sehen können. Hier tritt also die Bedingung unter 2 in den Vordergrund. Da bei der auf unserer Station wirklich hergestellten Empfindlichkeit von 0,001 Gauss'schen Einheiten die Lloyd'sche Wage nur bei einer einzigen Störung sich durch 100 Scalentheile bewegt hat, die mittlere tägliche Amplitude aber nicht 20 Scalentheile erreicht haben dürfte, so scheint mir nichts im Wege zu stehen[1]), diesem Apparat auf arktischen Stationen dieselbe Empfindlichkeit zu geben, wie in Europa, d. h. 0,0005 Gauss'sche Einheiten. Dadurch kann man von den Einzelnheiten der Curven, nach denen die Verticalintensität verläuft, mehr wahrnehmen, die Amplitude wird dann wenigstens annähernd so gross wie bei den Declinations- und Horizontalintensitätscurven, und dies hat immerhin einigen Werth, auch wenn man den absoluten Werth des Normalstandes der Wage nicht mit entsprechender Genauigkeit bestimmen kann.

21. Da die erdmagnetischen Elemente in den arktischen Regionen auch an solchen Tagen, die wir ruhige nennen, fast stets in merklicher Bewegung begriffen sind, so ist es für magnetische Messungen jeder Art, besonders aber für die absoluten Bestimmungen, von grosser Wichtigkeit, dass sie mit möglichster Geschwindigkeit ausgeführt werden. Es werden an den absoluten Messungen desto kleinere Correctionen für Aenderung der Stände der Variationsapparate anzubringen sein, je mehr die einzelnen Operationen zeitlich zusammengedrängt werden, die etwa vorhandenen Unsicherheiten in den Correctionsgliedern

1) Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 57, in dem wiederholt citirten Aufsatze von Wild heisst es: „Die geringe Empfindlichkeit des Instrumentes für Verticalintensität, d. h. $\delta V = 0{,}001$ Gauss'sche Einheiten muss aufrecht erhalten werden, da sonst bei der Grösse der Variationen dieses Elementes in diesen Regionen die Scala, selbst wenn sie $\pm 5^0$ umfasst, . . . zu oft überschritten würde". Wie zahlreich die Scalenüberschreitungen gerade bei den Vertialvariometern auf allen Stationen waren, ist sub 4 hervorgehoben worden, die Angaben der Lloyd'schen Wage haben uns aber gezeigt, dass hieran nicht die Grösse der Verticalvariationen, sondern die ungünstige Anordnung der Apparate Schuld war. Daher vermuthe ich fast, dass der angeführten Aeusserung nur Erfahrungen an Lamont'schen Verticalvariometern zu Grunde liegen, aus deren Angaben bei Reductionsformeln, welche die Transversalinduction nicht berücksichtigen, viel zu grosse Verticalvariationen berechnet werden müssen.


Digitized by Google

werden also in demselben Verhältnis geringeren Einfluss haben. Dann wird im Winter bei den niedrigen, im absoluten Observatorium kaum zu vermeidenden Temperaturen[1]) die Leistungsfähigkeit des Beobachters merklich beeinträchtigt, wenn er sich gar zu lange hinter einander der Kälte aussetzen muss. Endlich, und diesen Punkt halte ich für den wichtigsten, gibt es Perioden, in denen für langwierige Bestimmungen die nöthige magnetische Ruhe mehrere Wochen hindurch nicht zu finden ist, während sich für schnell ausführbare Messungen selbst zur Zeit der lebhaftesten Störungen bei der nöthigen Aufmerksamkeit immer noch ein verhältnismässig ruhiges Stündchen finden lässt. Die Fälle waren zahlreich, wo ich wegen beginnender Unruhe der Nadeln halbvollendete absolute Bestimmungen abbrechen musste, die bei einem schnelleren Verfahren wahrscheinlich glücklich zu Ende geführt worden wären. Wenn aber die absoluten Bestimmungen wochenlang vereitelt werden und damit jede Controle der Normalstände bei den Variationsapparaten aufhört, so verlieren die magnetischen Messungen den sicheren Boden.

Auch andere Messungen, wie beispielsweise Constantenbestimmungen an den Variationsapparaten, können zuweilen zu einem bestimmten Zeitpunkt dringend nöthig werden, wenn z. B. ein Apparat in Unordnung gekommen ist und constatirt werden muss, ob sich seine Constanten geändert haben. Dann ist es wichtig, auch an weniger ruhigen Tagen mit den Messungen vorgehen zu können. Welche grossen Dienste uns in dieser Beziehung die starke Dämpfung der Nadeln bei den Variationsapparaten geleistet hat, ist schon hervorgehoben worden.

Es erscheint daher geboten unter sonst gleich guten Methoden diejenigen für arktische Forschung zu bevorzugen, die am schnellsten zum Ziele führen, und diejenigen, welche in dieser Richtung noch zu wünschen lassen, entsprechend auszubilden. Das Letztere kann oft durch ganz geringfügige Modificationen geschehen.

22. Beim magnetischen Theodoliten sollten die Nadeln stark gedämpft sein, wie es bei dem unserigen der Fall war. Trägt man Bedenken, kupferne Dämpfer anzuwenden, so bietet sich ja in der Luftdämpfung bequemer Ersatz.

Da die Nadel fast nie ganz ruhig war, so ging ich nicht mit dem Fernrohr der Nadel nach, bis das Fadenkreuz sich mit seinem Spiegelbild deckte, sondern stellte beide nur nahe neben einander, indem ich auf die Richtung der gerade herrschenden Bewegung Rücksicht nahm, und wartete, bis die Coincidenz durch die Bewegung der Nadel herbeigeführt wurde. In diesem Augenblick gab ich nach dem Variations-

1) Wir hatten bei den Beobachtungen bis zu — 30°C im absoluten Observatorium.



observatorium das Signal zum Ablesen der Apparate. Dies Verfahren empfahl sich bei der starken Dämpfung der Nadel auch deshalb, weil beim Verstellen des Fernrohres die Nadel jedesmal wieder in kleine Schwingungen versetzt wurde. Nun kamen aber auch Tage vor[1]), an denen die Nadel, ohne doch besonders unruhig zu sein, ihre Bewegungsrichtung so oft änderte, dass die erwartete Coincidenz in vielen Fällen nicht eintrat, und das Spiegelbild, weil die Nadel umkehrte, auf die andere Seite des Fadenkreuzes gebracht werden musste. Ja, solche Umstellungen mussten auch wohl infolge mehrmaliger Umkehr der Nadelbewegung mehrere Male wiederholt werden, bis es endlich zur Coincidenz kam, und das verzögerte natürlich den Fortgang der Bestimmung beträchtlich. Es würde sich deshalb empfehlen, das Fadenkreuz durch eine auf Glas geritzte etwa 5′ umfassende Theilung zu ersetzen, deren Mittelstrich so lang ausgezogen ist, dass sein oberer Theil vor das Beleuchtungsprisma tritt, während die Theilung selbst in dem direct sichtbaren Theile der Focalebne liegt[2]). Man brauchte dann nicht zu warten, bis das Spiegelbild des Mittelstriches mit diesem zusammenfällt, sondern könnte die Stellung des Spiegelbildes gegen die Scala ablesen, sobald die Nadel zur Ruhe gekommen ist und den so ermittelten kleinen Winkel, der zur Zeit der Ablesung noch zwischen Fernrohraxe und Spiegelnormale bestand, als Correction an den Mikroskopablesungen anbringen. Es wird leicht erreichbar sein, die Theile der kleinen Ocularscala mit denen der Trommeln an den Mikroskopen gleichwerthig zu machen. Mit Hilfe einer solchen Vorrichtung hätte ich mindestens die Hälfte aller auf die Declinationsbestimmungen und Ablenkungsbeobachtungen am Theodoliten verwendeten Zeit sparen können.

Die Winkelablesung am Theodoliten sollte, wiederum im Interesse der Zeitersparnis; nicht empfindlicher sein, als die am Declinationsvariometer, weil ja jede Ablesung für Declinationsvariation corrigirt werden muss, und daher die Genauigkeit aller Winkelablesungen mit dem Theodoliten doch nicht über die am Declinationsapparat erreichbaren hinaus kann.

23. Was die absoluten Inclinationsbestimmungen betrifft, so kommt es bei ihnen nicht so sehr auf schnelle Ausführung an, weil sich die Inclination im Laufe des ganzen Tages nur um wenige Minuten ändert, und die Bestimmung selbst an recht unruhigen Tagen noch mit ziemlicher Sicherheit durchführbar ist. Man kann also immerhin das Nadelinclinatorium benutzen, doch wähle man ein schweres und grosses

---

1) Vergl. das sub 5 über die gelegentlichen Oscilationen der Nadeln Gesagte.

1) Eine Ocularscala dieser Art beschreibt A. Weinhold im neuesten Heft der elektrot. Zeitschr. Bd. 6 S. 513 (1885).


Digitized by Google

Instrument, weil bei der Handhabung eines leichten Inclinatoriums mit kleinen Schrauben zum Klemmen und Feineinstellen der Alhidade im Winter gar zu oft der Fall eintreten wird, dass der Beobachter mit seinen behandschuhten, froststarren, durch die Kälte tauben Fingern beim Benutzen der Schrauben das ganze Instrument verschiebt.

Die Anwendung des Weber'schen Erdinductors mit einem Galvanometer von grosser Schwingungsdauer unter Benutzung des Multiplications- und Zurückwerfungsverfahrens empfiehlt sich nicht; weil man durch das Galvanometer von den während der Schwingungen der Nadel auftretenden Variationen der Declination und selbst der Horizontalintensität abhängig werden würde. Dagegen lässt sich nach der Schering'schen Nullmethode[1]) sehr schnell und sicher arbeiten, wenn man ein Galvanometer von kleinerer Schwingungsdauer anwendet, welches so empfindlich ist, dass man durch einen einmaligen Inductionsstoss hinreichend grosse Ausschläge bekommt[2]). Ich habe in der zweiten Hälfte des Beobachtungsjahres die Inclination in dieser Weise bestimmt mit einem Galvanometer von solcher Empfindlichkeit, dass nach einmaligem Inductionsstoss auf 1′ Abweichung der Inductoraxe von der Inclinationsrichtung etwa 1 Scalentheil Ausschlag kam. Auf diese Art konnte ich in einer Stunde vier der Hauptsache nach von einander unabhängige Inclinationsbestimmungen machen, während beim Nadelinclinatorium in derselben Zeit nur eine Bestimmung möglich war.

Bei dem auf unserer Station benutzten Erdinductor[3]) führte die den Inductionsströmen angewiesene Strombahn von der Inductoraxe zu ihrem Lager, d. h. durch die zwischen beiden befindliche Oelschicht hindurch. Es zeigte sich, dass die Oelschicht elektromotorisch wirksam war, und zwar in den beiden Lagen der Rolle in verschiedener Weise, so dass die Galvanometernadel beim Umlegen auch dann einen Stoss erhielt, wenn keine Inductionsströme zu Stande kamen. Daraus ergibt sich eine Fehlerquelle, die sich übrigens bei der Construction der Apparate leicht vermeiden, und wo sie einmal vorhanden ist, beseitigen lässt. Weil man sie aber beim Arbeiten mit starken Strömen nach der Multiplications- oder Zurückwerfungsmethode leicht übersehen kann, so benutze ich die Gelegenheit, auf sie hinzuweisen.

24. Ich habe bisher ausschliesslich von den Schwierigkeiten sprechen müssen, die aus der Grösse der Variationen auf arktischen Stationen

1) Schering, Göttinger Nachrichten S. 345 (1882).

2) Man vermeidet durch Anwendung je nur eines Stosses auch die Fehler, welche durch Verspätung der Inductionsstösse beim Multiplications- oder Zurückwerfungsverfahren entstehen können; s. Chwolson, Bull. St. Pétersbourg vol. 27 S. 265 (1881).

3) Die Beschreibung findet man bei Edelmann, die erdmagnetischen Apparate S. 21 ff. (1882).

Digitized by Google

entspringen, und von den Mitteln, ihnen zu begegnen. Ich will nun noch über einen Punkt berichten, in dem die Grösse der Variationen unseren Arbeiten in ganz unerwarteter Weise zum Vortheil gereichte. Es traten öfters starke Variationen der Horizontalintensität ein, die einer Aenderung von 100 und mehr Scalentheilen im Verlauf von zwei bis drei Stunden entsprachen, dabei aber so gleichmässig verliefen, dass während dieser Zeit Ablenkungsbeobachtungen am Theodoliten mit voller Sicherheit ausgeführt werden konnten. Solche ruhig ablaufende und doch starke Intensitätsänderungen haben wir wiederholt durch Ablesungen an den Variationsapparaten und simultane Ablenkungsbeobachtungen am Theodoliten verfolgt. Die letzteren wurden so angestellt, dass zuerst die Meridianlage der Nadel bestimmt, dann der Ablenkungsmagnet aufgelegt, und nun mit dem für die ganze Dauer der Beobachtungsreihe unverändert liegen bleibenden Magneten die Ablenkungswinkel in passenden Zeitintervallen bestimmt wurden. Nach Schluss der Reihe wurde dann nochmals die Meridianlage bestimmt. Der Theodolit functionirte hier also gewissermassen als ein dritter Variationsapparat, aus dessen Angaben man die Empfindlichkeit der Horizontalvariometer bestimmen kann, und zwar in einer Weise, die viel directer und einwurfsfreier, als die anderen Bestimmungsweisen ist, weil sie alle Unvollkommenheiten der Aufstellung und die Localeinflüsse im Variationsobservatorium mit umfasst. Es dürften sich gelegentliche Beobachtungen dieser Art dort, wo die Variationen gross genug sind, empfehlen, um die auf anderem Wege erhaltenen Constantenbestimmungen zu verificiren.

25. Es ist zu erwarten, dass man sich auch auf den anderen während des Beobachtungsjahres 1882/83 in Thätigkeit gewesenen Polarstationen bei analogen Erfahrungen mit der Frage, wie den besprochenen Schwierigkeiten zu begegnen sei, beschäftigt haben wird, und dass die betheiligten Beobachter in den officiellen Publicationen über die Ergebnisse ihrer magnetischen Arbeiten Gelegenheit finden werden, ihre bezüglichen Anschauungen niederzulegen. Die Sichtung der vielen und gewiss recht weit auseinandergehenden Vorschläge, denen man hiernach entgegensehen darf, wird nur zum kleineren Theil durch Discussion oder Versuche in europäischen Observatorien bewirkt werden können: In Bezug auf Alles, was durch den eigenartigen Charakter der magnetischen Arbeiten in der Polarzone bedingt wird, bedarf es der Prüfung auf einer arktischen Station.

Bereits in dem Programme für die vierte internationale Polarconferenz[1]) (Wien 1884) haben die Herrn Wild und Wohlgemuth

1) Mitth. d. intern. Polar-Comm. S. 213 (1884).


Digitized by Google

den Vorschlag gemacht, auf Spitzbergen oder in Godthaab ein Observatorium dauernd zu erhalten; leider kam die Angelegenheit auf der Conferenz nicht zur Besprechung. Es wäre dringend zu wünschen, dass eine solche Station errichtet und als Versuchsstation beauftragt würde, die vorhandenen oder neu zu schaffenden Apparatformen auf ihre Brauchbarkeit unter arktischen Verhältnissen zu prüfen.

Wollte man diese Prüfung bis zu jener Zeit vertagen, wo es möglich sein wird, die Pole von neuem mit einem Gürtel von Stationen zu umgeben, und dann den auszusendenden Expeditionen selbst übertragen, so würde man ihnen damit eine Aufgabe stellen, die nur schwer mit der Beschaffung von continuirlichen Beobachtungsreihen vereinbar ist. Denn Variationsapparate, welche die letzteren liefern sollen, hat man nach einmaliger, gut vorbereiteter und sorgfältiger Aufstellung möglichst vor weiteren Eingriffen zu schützen, wenn man sich nicht in eine endlose Reihe von Constantenbestimmungen verwickeln will, an Apparaten aber, die geprüft werden sollen, muss man die einzelnen Theile, die Aufstellung u. s. w. jeden Augenblick nach dem Gange der Untersuchung ändern dürfen.

Es würde ferner ein sehr kostspieliges Verfahren sein, mit solcher Prüfung, die ganz befriedigend durch eine gut ausgerüstete Versuchsstation erledigt werden kann, eine ganze Anzahl von Observatorien zu beauftragen (im Jahre 1882/83 waren es elf), die nebeneinander, aber wegen der schwierigen Verkehrsverhältnisse im hohen Norden derartig isolirt zu arbeiten hätten, dass keine derselben die Erfahrungen der anderen bei ihren Untersuchungen benutzen könnte, mit anderen Worten, ein und dieselbe Arbeit zehnfach thun zu lassen. Endlich ist es selbstverständlich, dass die von künftigen Expeditionen zu erwartenden Beobachtungsreihen bedeutend an Werth gewinnen würden, wenn sie mit Apparaten ausgerüstet werden könnten, die sich bei vorheriger eingehender Untersuchung auf der Versuchsstation als den arktischen Verhältnissen angemessen schon bewährt hätten. Wie viel in dieser Richtung noch zu thun bleibt, hoffe ich durch Darlegung der auf unserer Station gemachten Erfahrungen gezeigt zu haben.

Einen weiteren und sehr wesentlichen Dienst würde die Versuchsstation durch Heranbildung von geschulten jüngeren Beobachtern leisten, die, aus eigener Erfahrung mit den Schwierigkeiten des Beobachtens in der arktischen Zone vertraut einen werthvollen Stamm für künftige Polarexpeditionen abgeben könnten.

Berlin, Ende Januar 1886.

Digitized by Google

Ueber das magnetische Verhalten des schmiedbaren Gusseisens.

Von

Albert von Obermayer.

Aus den Versuchen verschiedener Experimentatoren scheint hervorzugehen, dass der schmiedbare Guss erheblich schwerer magnetisirbar als gutes Schmiedeeisen sei; d. h. dass die Magnetisirungszahl k, welche das Verhältnis des in der Volumseinheit erregten, magnetischen Momentes zur magnetisirenden Kraft darstellt, erheblich kleiner als bei gutem Schmiedeeisen bleibe.

Da es nun Weichgusseisensorten gibt, welche bezüglich der Biegsamkeit und Weichheit sehr guten Schmiedeeisengattungen nahekommen, schien es mir wünschenswerth, das magnetische Verhalten einer solchen guten Weichgusssorte zu untersuchen und auch nachzusehen, ob ein durch Schmieden herbeigeführtes Verdichten und Strecken des Weichgusses die Magnetisirbarkeit des Eisens zu erhöhen vermag.

Es wurden zu diesem Zwecke mehrere Weichgussringe benutzt, welche aus der Fabrik des Herrn Georg Fischer in Hainfeld, dem Nachfolger des im Weichgusse sehr erfahrenen Berthold Fischer in Traisen bei Lilienfeld stammen.

Von den zwei Ringen I und III, auf welche sich die nachfolgende Mittheilung bezieht, war jener III vor dem Abdrehen durch Schmieden etwas gestreckt und dann in Asche erkalten gelassen worden.

Beide Ringe waren mit mehreren Lagen gut übersponnenen Drahtes umwunden, durch welche der magnetisirende Strom geleitet werden konnte oder welche auch als Inductionswindungen dienten. Für die starken magnetisirenden Kräfte waren über die äussersten Windungslagen noch einige einzelne Windungen als Inductionswindungen gelegt. Zwischen den äusseren Umfängen der Windungslagen waren Kartonstreifen eingelegt, um eine grössere Regelmässigkeit der Wickelung zu sichern.

Ebenso waren auf die obere und untere Ringfläche Cartonringe gelegt worden, damit die Ueberspinnung des Drahtes durch die scharfen Ringkanten nicht durchbrochen werde.

Digitized by Google

Die magnetisirenden Kräfte P der einzelnen Windungslagen wurden nach der Formel:

$$P = \frac{2n\int\frac{dF}{x}}{F}\, i$$

gerechnet. Hierin bedeutet n die Windungszahl der Lage und F den umsponnenen Querschnitt einer Windung; i die Stromstärke und das $\int\frac{dF}{x}$, die über den ganzen Querschnitt ausgedehnte Summe der Quotienten aller Flächenelemente eines Drahtringquerschnittes durch die Abstände derselben von der Ringachse.

Für einen rechteckigen Querschnitt ist $\int\frac{dF}{x} = h \operatorname{logn} \cdot \frac{D_a}{D_i}$, wobei D_a den äusseren, D_i den inneren Durchmesser und h die Höhe des Ringes bedeuten.

Da der zur Windung benutzte Draht ziemlich dick ist und ein Rechteck mit abgerundeten Ecken umspinnt, habe ich den Querschnitt in folgende Theile zerlegt:

1. in ein Rechteck von der Höhe des Eisenringes und der ganzen Breite der umwundenen Fläche,

2. vier Viertelkreissektoren je von einem Halbmesser gleich der halben Differenz der Höhe des Eisenringes und der Höhe der umsponnenen Fläche,

3. den noch übrig bleibenden zwei Rechtecken.

Für einen innerhalb gelegenen Viertelkreis ist das Integral:

$$\pi(R - \sqrt{R^2 - a^2}) + 2a - 2\sqrt{R^2 - a^2} \arcsin\frac{a}{R},$$

für einen ausserhalb gelegenen Viertelkreis ist dasselbe:

$$\pi(R - \sqrt{R^2 - a^2}) - 2a + 2\sqrt{R^2 - a^2} \arcsin\frac{a}{R},$$

worin a der Halbmesser des Viertelkreises und R der senkrechte Abstand des Viertelkreismittelpunktes von der Achse des Ringes ist.

Die zur Magnetisirung dienende Stromstärke wurde mittels Drahtkreisen gemessen, welche sich in verschiedenen Entfernungen central zum Mittelpunkte des Ringmagnetes eines Edelmann'schen absoluten Galvanometers aufsetzen liessen und für schwächere Ströme aus neun Windungen, für stärkere Ströme aus einer Windung bestanden. Für die stärksten Ströme wurde ein Compensationsverfahren angewendet[1]).

1) Rep. d. Phys. Bd. 21 S. 426.

Digitized by Google

Die Horizontalcomponente an Stelle dieses Galvanometers wurde zu 0,214 $g^{\frac{1}{2}} cm^{-\frac{1}{2}} sec^{-1}$ gefunden und ist in dem zur Verfügung stehenden Locale sonderbarerweise von einer Aufstellung zur nächsten sehr veränderlich.

Die Bestimmung der Horizontalcomponente am Aufstellungsorte eines Galvanometers, von der Form, wie ich es jüngst in dieser Zeitschrift beschrieb[1]), ist sehr gut ausführbar, wenn man eine Ablenkungsschiene anwendet, welche senkrecht zu der Röhre steht, von der die Rollen oder Drahtkreise getragen werden; wenn also ein Ablenkungsversuch N. S. oder aus der zweiten Hauptlage angestellt wird.

Den zugehörigen Schwingungsversuch kann man an einem Orte ausführen, an welchem locale Einflüsse nicht vorhanden sind, z. B. im Freien, und sich so das magnetische Moment des Magneten genügend genau verschaffen; ein Verfahren, welches übrigens mehrfach empfohlen wird.

Die durch das Wechseln des Hauptstromes und das damit verbundene Ummagnetisiren des Ringes, in den Inductionswindungen in Bewegung gesetzte Elektricitätsmenge $\int i\,dt$ wurde mittels eines Schwingungsgalvanometers aus dem ersten Ausschlage φ_1 gerechnet. Die Galvanometerconstante G dieses Instrumentes wurde durch Vergleichen mit den Rollen des Edelmann'schen Galvanometers von bekannten Constanten ermittelt und zu 1080 cm^{-1} gefunden. Der Magnet hatte eine Schwingungsdauer von $\tau = 3{,}66$ Secunden.

Die Berechnung von $\int i\,dt$ geschah nach der Formel:

$$\int i\,dt = \frac{H\tau}{\pi G} e^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arctang} \frac{\pi}{2{,}3026\,\lambda}} \cdot \varphi_1,$$

worin λ das logarithmische Decrement, φ_1 der erste Ausschlag und $H = 0{,}22\, g^{\frac{1}{2}} cm^{-\frac{1}{2}} sec^{-1}$ die Horizontalcomponente ist, welche sich an dem Aufstellungsorte dieses Galvanometers erheblich grösser erweist, als an jenem des in etwa 2^m Entfernung befindlichen Edelmann'schen Galvanometers.

Zur Berechnung der Magnetisirungszahl k dient die Formel:

$$k = \frac{\dfrac{W\int i\,dt}{2nn'i} - \dfrac{\sum n_j \int \dfrac{dF_j}{x_j}}{\sum n_j}}{4\pi \int \dfrac{dF}{x}},$$

worin n' die Anzahl der secundären Windungen bedeutet und $\int \frac{dF}{x}$

1) Rep. d. Phys. Bd. 21 S. 425.

Digitized by Google

über den Eisenquerschnitt genommen ist. W ist der Widerstand des gesammten secundären Schliessungskreises in Ohm. Um an dem Galvanometer entsprechende Ausschläge zu erzielen, war in den secundären Kreis ein Widerstandskasten geschaltet. Wird durch den Nenner dieses Bruches ausdividirt, so bildet, wie Haubner bemerkt hat, das zweite Glied des Ausdruckes für k eine sehr kleine Correction.

Versuche mit dem Weichgussringe I.

Das Gewicht des Ringes I ist $559{,}97^g$.

Das spec. Gewicht $s = 7{,}523$.

$D_a = 14{,}17^{cm}$, $D_i = 11{,}77^{cm}$, $h = 1{,}52^{cm}$ $\int \frac{dF}{x} = 0{,}2821$, für die Windungslagen ist, wenn $A_j = \int \frac{ds_j}{x_j}$ und $\frac{n_1 A_1 + n_2 A_2}{n_1 + n_2} = A_{12}$ u. s. w. gesetzt und durch P_1 die magnetisirenden Kräfte bezeichnet werden:

$n_1 = 257$, $F_1 = 3{,}212\ \mathrm{cm}^2$ $A_1 = 0{,}512$ $P_1 = 81{,}95\,i$

$n_2 = 238$, $F_2 = 4{,}652\ \mathrm{cm}^2$ $A_2 = 0{,}729$ $A_{12} = 0{,}616$ $P_{12} = 156{,}53\,i$

$n_3 = 238$, $F_3 = 6{,}066\ \mathrm{cm}^2$ $A_3 = 0{,}928$ $A_{123} = 0{,}718$ $P_{123} = 229{,}35\,i$

In der nachfolgenden Tabelle sind eingetragen die Versuchsnummer, n die Zahl der magnetisirenden Windungen, n' die Zahl der Induktionswindungen, i die Stromstärke in $g^{\frac{1}{2}}\,cm^{\frac{1}{2}}\,sec^{-1}$; die magnetisirenden Kräfte P in $g^{\frac{1}{2}}\,cm^{-\frac{1}{2}}\,sec^{-1}$ die Magnetisirungszahl k_τ für das temporäre Moment, μ_τ das temporäre magnetische Moment in der Volumseinheit in $g^{\frac{1}{2}}\,cm^{-\frac{1}{2}}\,sec^{-1}$; k_ϱ und μ_ϱ dieselben Grössen für den remanenten Magnetismus und schliesslich $\frac{\mu_\varrho}{\mu_\tau}$ d. i. der Bruchtheil des vom temporären Momente nach Aufhebung der Magnetisirung in der Volumseinheit zurückbleibenden remanenten Momentes.

(Tabelle siehe S. 240.)

Die Maximis der Zahlen k_τ und k_ϱ liegen bei einem μ_τ von 539,2 und einer magnetisirenden Kraft von 10,8. Das Maximum des Verhältnisses $\frac{\mu_\varrho}{\mu_\tau}$ ist sehr ausgesprochen und liegt sehr nahe beim Maximum der Zahlen k_τ und k_ϱ. Wo das Eisen am leichtesten magnetisirbar ist, bleibt somit auch der grösste Bruchtheil des temporären Momentes als remanent zurück.

Das rasche Abfallen von k_ϱ hängt vielleicht auch mit der steigenden Temperatur des Eisenringes zusammen.


Digitized by Google

Nr.	n	n'	i	P	k_τ	μ_τ	k_ϱ	μ_ϱ	$\frac{\mu_\varrho}{\mu_\tau}$
1	257	238	0,00976	0,800	13,52	10,8	1,47	1,18	0,109
2	495	238	0,00574	0,899	14,41	13,0	1,70	1,53	0,118
3	733	100	0,00575	0,318	17,06	22,5	3,59	4,73	0,210
4	733	70	0,00975	2,235	25,49	57,0	10,61	23,7	0,416
5	495	30	0,02447	3,831	35,71	136.8	19,51	74,8	0,546
6	733	50	0,02245	5,147	41,03	211,3	25.10	129,2	0,612
7	„	„	0,03110	7,132	45,88	327,2	31.44	224,2	0,685
8	„	„	0,02697	6,185	43.61	269,5	29,07	179,8	0,666
9	„	„	0,03503	8,03	47,43	381,1	33,20	266,7	0,700
10	„	„	0,04727	10,84	49,76	539,2	37,34	404,5	0,750
11	„	„	0,05904	13,54	48,41	655,4	36,35	492,0	0,751
12	„	„	0,07736	17,74	43.61	773,9	32,57	577,9	0,747
13	„	„	0,1389	31,85	31 05	999,0	22,01	701.2	0,702
14	„	„	0,2268	52.00	21,31	1108,2	13.78	716.6	0.647
15	„	„	0,3296	75,58	15,54	1174,7	9,58	723,5	0,616
16	„	„	0,4317	98,98	12,44	1231,0	7,54	746,2	0,606

Versuche mit dem nachgeschmiedeten Weichgussringe III.

Gewicht = 533,74 g.
Spec. Gewicht = 7,617.

$$D_a = 14{,}870^{\text{cm}},\ D_i = 12{,}133^{\text{cm}},\ h = 1{,}277^{\text{cm}};\ \int\frac{dF}{x} = 0{,}2596$$

$n_1 = 270$ $F_1 = 2{,}748\ \text{cm}^2$ $A_1 = 0{,}4134$
$n_2 = 265$ $F_2 = 3{,}716$ $A_2 = 0{,}5530$
$n_3 = 250$ $F_3 = 4{,}993$ $A_3 = 0{,}7475$ $A_{123} = 0{,}5669$ $P_{123} = 234{,}925$

Nr.	n	n'	i	P	k_τ	μ_τ	k_ϱ	μ_ϱ	$\frac{\mu_\varrho}{\mu_\iota}$
1	785	50	0,01167	2,74	8,45	23,2	1,08	2,95	0,128
2	„	„	0,01341	3,15	8,81	28,0	1,27	4,02	0,144
3	„	„	0,01730	4,06	10,41	42,3	2,25	9,15	0.216
4	„	„	0,02100	4.94	11,99	59,2	3,47	17,1	0,289
5	„	„	0,02713	6.37	16,51	105,2	7,48	47,6	0,453
6	„	„	0,03613	8,49	23,77	201,7	14.24	120,9	0,599
7	„	„	0,05440	12,78	31,37	401,1	23,16	296,1	0,738
8	„	„	0,09090	21,36	31,77	678,3	25,13	536,6	0,792
9	„	„	0,1286	30,21	27,40	828,0	20,95	632,9	0,764
10	„	„	0,1861	43,70	22,07	964,0	16,57	724,5	0,751

Auch hier fallen die Maximis der Zahlen k_τ und k_ϱ sowie des Verhältnisses $\frac{\mu_\varrho}{\mu_\tau}$ zusammen und liegen bei $\mu_\tau = 678{,}3$. Das Schmieden

Digitized by Google

des Weichgusses hat somit dessen Fähigkeit, Magnetismus anzunehmen, nicht vergrössert.

Das Maximum von k_τ bei anderen Eisensorten[1]) ist für norwegisches weiches Eisen 366 (Rowland), für Schmiedeeisen (Bur dens best, Rowland) 196 und 282, beim Eisen von Stoletow 174, beim Eisen, welches Haubner anwandte 150, Bessemer Stahl (Rowland) 101,1, Stubbsstahl (Rowland) 25,38.

Das Maximum von $\frac{\mu_\varrho}{\mu_\tau}$ ist bei Haubner[2]) nicht so ausgesprochen, sondern es ist dieses Verhältnis, nachdem k_τ das Maximum erreicht hat, mehr constant, um erst für stärkere magnetisirende Kräfte wieder abzunehmen.

Das Verhältnis $\frac{\mu_\varrho}{\mu_\tau}$ verläuft, wie von Ibraillan und Hairabeth[3] nachgewiesen worden ist, mit der steigenden Magnetisirung ganz ähnlich wie die Magnetisirungszahl.

1) Stefan, Sitzb. d. Wien. Akad. Bd. 49: Zur Theorie der magnetischen Kräfte.

2) Wiener Anz. 1884 S. 185—187.

Digitized by Google

Messung der Verdampfungswärme.

Von

A. Kurz.

Das im Müller-Pfaundler'schen Werke enthaltene Vorlesungsbeispiel (S. 219 u. 220 2. Teil des 2. Bandes) macht nicht den Eindruck einer wirklichen Messung, sondern einer blossen Einsetzung von passenden Ziffern in die allgemeine Formel. Ausführlicher handelt von diesem Gegenstande Wüllner, S. 575 ff. im 3. Bande seiner 3. Auflage; aber dies ist hinwiederum für den allgemeinen Unterricht zu umständlich und der vorgeführte besondere Apparat von Brix kann für Lehrzwecke füglich entbehrt werden.

Ich bediene mich seit Jahren eines Paares Glaskolben von nicht ganz ½ l Inhalt. Der eine fungirt als Dampfkessel, und das gläserne Dampfleitungsrohr ist durch ein Zwischenstück von Kautschuk mit dem andern Kolben, dem Calorimeter, verbunden. Diese nachgiebige Verbindungsweise erlaubt es, dass man das Calorimeter wiederholt schütteln kann (statt eines Rührapparates). Bei den sogleich anzugebenden Quantitäten ging das Thermometer des Calorimeters anfangs um 5, dann um 4, zuletzt um 2 Grade beim Schütteln herunter, was sehr begreiflich ist, da das Thermometer neben dem (bis nahe an den Boden reichenden) Dampfeinleitungsrohre durch denselben Kork in das Calorimeter eingesteckt ist und die äusseren Theile des Wassers im Calorimeter sich ohne das Schütteln viel zu langsam erwärmen würden.

Das Wasser im Calorimeter wird vor und nach dem Versuche durch ein Calibergefäss gemessen; es befanden sich diesmal bezw. 0,250 und 0,262[1] darinnen; aber die erstere Zahl bei der Temperatur von 13,5, die zweite bei 36° C. Mit einer Tabelle über die Dichte des Wassers ergaben sich 6‰ nahezu für die Reduktion des Volums 0,262 auf die geringere der beiden genannten Temperaturen. Diese Correctur ist eine wesentliche; denn statt 12 ccm Dampfes, welche ohne sie als vom Dampfapparat ins Calorimeter übergegangen verrechnet worden wären, sind es nur 10,4, deren Verdampfungswärme q mittels der Gleichung

$$10{,}4\,(q + 98{,}5 - 36) = (250 + w)\,(36 - 13{,}5)$$

Digitized by Google

sich ergibt, in welcher w den „Wasserwerth" des Calorimeters bedeutet. 98,5 war der Siedepunkt bei dem heutigen Barometerstande. (Ohne jene Correctur und ohne w würde $q = 410$.)

Zur Bestimmung des Wasserwerthes w nahm ich wieder 250 ccm, die jetzt 15° C. hatten, ins Calorimeter und goss siedendes Wasser dazu, so dass die Mischungstemperatur jetzt 42° betrug. Aber von den 380 ccm, die schliesslich im Caliber gemessen wurden, sind jetzt 8‰ abzuziehen; also erhält man 377; davon 250 ab, bleiben 127 als übergeflossenes Wasserquantum. Somit

$$127\,(98{,}5 - 42) = (250 + w)\,(42 - 15) \text{ oder } w = 16.$$

(Ohne die Correctur, mit dem Factor 130 statt 127, wäre $w = 22$ geworden.) Setzt man diesen Werth von w in die vorige Gleichung ein, so ergibt sich

$$q = 510,$$

also mit einem Minus von nur mehr 5%, die auf das Dampfleitungsrohr zu rechnen sind. Denn der Verlust durch Wärmestrahlung ist wohl durch das w berücksichtigt, da die Wärmestrahlung in beiden Fällen der Mischung so ziemlich dieselbe ist.

Gelegentlich bemerkt sollte die Verdampfungswärme in den Büchern nicht bloss für den normalen Siedepunkt (100°) sondern allgemein für t^0 gegeben werden nach der Annäherungsformel

$$606{,}5 + 0{,}305\,t - t \text{ oder } 606{,}5 - 0{,}695\,t;$$

denn die grösseren Werthe von q als 537, für t kleiner als 100, werden auch von der Erklärung der inneren Arbeit, wofür die Verdampfungswärme aufgewendet wird, gefordert.

Digitized by Google

Die Ausdehnung des Quecksilbers.

Von

A. Kurz.

1. In der gewöhnlich benutzten Formel

$$v = v_0 (1 + at)$$

hat der Ausdehnungscoefficient den in maemotechnischer Beziehung bequemen Werth

$$a = \frac{1}{5555} = 0{,}000180.$$

Nebenbei bemerkt, wird derselbe aus zwei Beobachtungen mit $v v_1$ $t t_1$ theoretisch bestimmt nach der Formel

$$a = \frac{v_1 - v}{v t_1 - v_1 t}, \text{ weil da wirklich } \frac{v}{1 + at} = \frac{v_1}{1 + a t_1} = v_0 \text{ ist,}$$

wie ich zur Vergleichung von Seite 17, Zeile 1 und 10 von unten, anführe [1]).

2. Regnault leitete dagegen aus seinen Versuchen im Jahre 1847 für Temperaturen bis zu 300° ab die Formel

$$v = v_0 (1 + at + bt^2),$$

worin sein soll $a = 0{,}0001790066$ und $b = 0{,}00000002523$ [2]), welche Decimalstellen gewiss nicht mehr alle ernsthaft genommen werden dürfen.

3. Denn gleich daneben steht in der soeben citirten Quelle (aus jüngster Zeit) die Formel

$$v = v_0 (1 + at + bt^2 + ct^3)$$

nach Wüllner [3]) vom Jahre 1874, wo

1) Ueber Ausdehnungscoefficienten S. 16 ff.

2) S z. B. die physikalisch-chemischen Tabellen von Laudolt und Börnstein, Berlin 1883.

3) Poggendorff's Ann. Bd. 153 S. 440 ff. „Ueber die Ausdehnung des Quecksilbers nach den Versuchen von Regnault."

Digitized by Google

$a = 0{,}000181163$, $b = 0{,}00000001155$, $c = 0{,}000000000021187$
und nach Levy[4]), wo
$a = 0{,}00018129$, $b = 0{,}0000000032408$, $c = 0{,}000000000045923$

4. Endlich wird noch a. a. O. (Anm. 2) eingeführt die Formel von Bosscha[5])

$$v = v_0 e^{at},$$

worin $a = 0{,}00018077$ und e die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet.

Mit Recht rügt aber Wüllner (Anm. 3) die dabei vorgefasste Meinung Bosscha's, als ob der „wahre" (s. Anm. 1) Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers

$$\frac{dv}{v\,dt} = a,$$

also constant sein würde[6]). Entwickle man Bosscha's Formel in die Reihe

$$v = v_0 \left(1 + at + \frac{a^2}{2} t^2 + \frac{a^3}{6} t^3 + \cdots\right),$$

so werde das mit t^3 behaftete Glied zu klein, also diese Formel gleichbedeutend mit derjenigen in 2, von welcher schon Recknagel[7]) nachgewiesen habe, dass sie nicht ausreichend sei. „Recknagel stellte dann eine Tabelle der Ausdehnung des Quecksilbers auf, mit welcher die Versuche von Regnault besser in Uebereinstimmung seien als mit dessen eigener Tabelle." (S. S. 440 und 443 a. a. O. Anm. 3.)

Ich setze noch bei $\frac{a^2}{2} = 0{,}00000001634$ zur Vergleichung mit dem Werte von b in 2;

$\frac{a^3}{6}$ ist ungefähr ein Billiontel, was mit dem viel grösseren c in 3. verglichen werden muss, worin auch schon das b weniger als die Hälfte desjenigen in 2. ist (Wüllner) oder gar nur ein Achtel von demselben (Levy).

Für die Formel in 2. lautet der wahre Ausdehnungscoefficient bei irgend einer Temperatur t so, wie sich für $c = 0$ ergibt aus demjenigen gemäss 3:

---

4) Hierfür ist nur eine Doctordissertation angegeben, zu Halle vom Jahre 1881.

5) Poggendorff's Ann., Ergänzungsband 5, Jahrg. 1871, S. 276 ff. „Ueber die absolute Ausdehnung des Quecksilbers nach Versuchen von Regnault".

6) Auch hier wird beispielsweise die Temperaturerhöhung von 1° statt um dt angeführt, worüber sich Tait und ich ausgesprochen haben, s. Anm. 1.

7) Poggendorff's Ann., Bd. 123, Jahr 1864 S. 115 ff. „Thermometrische Versuche".

Digitized by Google

$$\frac{dv}{v\,dt} = \frac{v_0}{v}(a + 2bt + 3ct^2) = \frac{a + 2bt + 3ct^2}{1 + at + bt^2 + ct^3}.$$

Wir werden uns hinfür auch beim Quecksilber um so mehr, als beim Wasser[8]), mit der bloss bis einschlüssig t^2 reichenden Formel in 2. begnügen.

5. Recknagel führt in der Einleitung zu seiner Abhandlung Regnault's Worte an, wonach dessen Versuche zwischen 0° und 100° die älteren Beobachtungen von Gay-Lussac bestätigten. (Siehe 1. oben.) Es sei zwar hierbei das Luftthermometer gegen die Mitte seiner Scala beständig um etwa 0,2° hinter dem Quecksilberthermometer zurückgeblieben, welch kleiner Unterschied innerhalb der sonstigen Beobachtungsfehler zu liegen komme.

Die in 4. schon erwähnte Tabelle Recknagels beginnt mit 10° und schreitet in solchen Intervallen bis zu 200° fort; als erster „mittlerer" Ausdehnungscoefficient (von 0 bis 10°) steht darin

$$0{,}000\,180\,38,$$

und als letzter (von 0 bis 200°)

$$0{,}000\,184\,05;$$

eine Kolonne für die Differenzen dieser 20 Werthe weist die 19 Differenzen von 9 bis 29 durch hundert Billionen auf. Daneben gibt eine Kolonne die mittleren Ausdehnungscoefficienten des Glases β nach der Formel

$$100\,\beta = 0{,}002531 + 0{,}0000023\,t.$$

Nicht erwähnt wird in den Quellen der Anmerkungen 2 und 7 aber in Recknagel's Compendium der Experimentalphysik (vom Jahre 1876) und in Müller-Pfaundler's Lehrbuch die Formel wie in 3. oben, wobei

$$a = 0{,}000\,180\,18,\ b = 0{,}000\,000\,0094,\ c = 0{,}000\,000\,000\,05$$

sein soll, aber auch nur als genauerer Anschluss an die Wirklichkeit zwischen 0 und 200, während von 200 bis 350 die Formel und Werthe in 2. allerdings genügend seien.

6. In der 2. Auflage von Jamin's Physik, 2. Bd. v. J. 1868[9]) wird auch die Formel in 2. vorgeführt und der „mittlere Coefficient"

$$\frac{v - v_0}{v_0\,t} = a + bt$$

sowohl besprochen, als auch derjenige

8) Vgl. meine Formel im vorigen Bande S. 516.

9) Mittlerweile ist, glaube ich, eine dritte Auflage dieses dreibändigen Werkes erschienen, die ich aber noch nicht einsehen konnte.

Digitized by Google

$$\frac{dv}{v_0 dt} = a + 2bt,$$

welch letzterer dabei avec **Regnault** coefficient réel de dilatation à t degrès genannt wird. Dieser Name gebührt aber mit Recht nur dem letzten Ausdruck in 4., wobei mit Regnault $c = 0$ angenommen wird.

7. Tait hat in seiner „Wärmelehre"[10]), Seite 82 u. 83, dreierlei Coefficienten angeführt, den einen mit dem Zeichen K und den Zahlen, die er wohl auch nach Regnault genommen hat, nämlich

$$K = 0{,}0001791 + 0{,}00000005\, t,$$

das ist also, was ich am Schlusse von 6. soeben mit

$$\frac{dv}{v_0 dt} = a + 2\,bt$$

bezeichnet habe. Gemäss 2. müsste das a hierbei 0.0001790 oder 0,00017901 lauten, was aber ohne Belang ist.

Ferner führt Tait als „wahren" Coefficienten ein

$$k = 0{,}0001791 + 0{,}00000002\, t,$$

der sich aber mit obigem in 4. und 6., nämlich mit

$$\frac{dv}{vdt} = \frac{a + 2\,bt}{1 + at + bt^2}$$

nicht zur Deckung bringen lässt und mir unerklärlich scheint.

Drittens wird von diesem Autor in einer von 0° bis 350° ausgedehnten, um je 50° fortschreitenden Tabelle der K und k noch der „mittlere" Ausdehnungscoefficient (von 0 bis 50, 0 bis 100 u. s. f.) aufgeführt, der auch in 5. oben erwähnt wurde.

8. Statt dieses mittleren Coefficienten, der dann doch im gegebenen Falle noch mit t zu multipliciren und gemäss der Formel in 1. zu behandeln ist, empfiehlt sich für den praktischen Gebrauch besser und als Uebersicht mindestens ebenso gut eine Tabelle für v, in der v_0 gleich 1 angenommen ist. Aber auch der „wahre" Coefficient, der nur in der idealen Formel von Bosscha (s. 4.) eine ebensolche Rolle spielt, hat der Wirklichkeit in 1., 2. und 3. gegenüber keine brauchbare Bedeutung[11]). Und der allerdings wieder einfachere Ausdruck $(a + 2bt)$ oder $(a + 2bt + 3ct^2)$ verdient meines Erachtens nicht den

10) Von mir schon erwähnt in diesem Repertorium, Anm. 8 und 1.

11) In 1. ist a der „mittlere" Coefficient zwischen 0 und t^0, während der „wahre" $\frac{a}{1+at}$ mit steigender Temperatur abnehmend erscheint, was allerdings die theoretische Hinfälligkeit jener Annäherungsformel offenbart. Denn das geht ja noch über Bosscha's Formel in 4. hinaus.

Digitized by Google

Namen eines Coefficienten, da man statt der Differentialgleichung ja die besagte Integralgleichung

$$v = v_0(1 + at + \cdots)$$

vorzuziehen allen Grund hat.

Für a empfiehlt sich gemäss 1. 3. 5. statt des in 2. angegebenen Werthes

0,000180 (18 durch hunderttausend)

und hinsichtlich b mag gemäss 2. ausreichen

0,000000025 (25 durch 1 Milliarde oder 1 durch 40 Millionen)

für die Temperaturen von 0 bis 200°. Aber auch für diejenigen von 200 bis 350° wird man damit ausreichen müssen und können, wenn man bedenkt, dass es überhaupt bei so hohen Temperaturen auf 1° auf oder ab nicht ankommt. Indessen soll damit der Werth künftiger Messungen hierüber gewiss nicht im Voraus geschmälert werden.

Digitized by Google

Ueber Gestalt und Bewegung von Wasserwellen in stehenden und fliessenden Gewässern mit Berücksichtigung der Einwirkung des Windes.

Von

M. Möller.

Es wird zuweilen von Seefahrern mitgetheilt, dass Wasserwellen, die sich einer Strömung entgegen bewegen, anders aussehen, und zwar kürzer und verhältnismässig höher erscheinen (köpfen), als Wellen, welche in Richtung der Strömung fortschreiten.

Für die Untersuchung dieses Umstandes, welcher kürzlich in einer Sitzung des meteorologischen Zweigvereines zu Hamburg von Herrn Kapitän Seemann erwähnt wurde, ist es erforderlich, die mechanischen Beziehungen ins Auge zu fassen, denen die Wellenbewegung unterworfen ist. Alsdann soll aus diesen Elementen eine Beschreibung der Vorgänge entwickelt werden, von deren Einfluss eine Gestaltänderung der Welle abhängig ist. Eine eingehende mathematische Entwickelung des Stoffes wird hier aber nicht beabsichtigt.

Continuitäts- und Gleichgewichts-Bedingungen. Die Gestalt der fortschreitenden Wasserwelle ist das Resultat von elliptischen Schwingungen der einzelnen Wassertheilchen. Es ist beobachtet worden, dass ein im Wasser schwimmender kleiner Körper bei dem Vorübergang einer Welle nicht allein gehoben wird und sich wieder senkt, sondern sich auch horizontal hin und her bewegt. Soweit durch Beobachtung erkannt werden kann, ist die Bahn jedes Wassertheilchens ein Kreis oder eine Ellipse. Im höchsten Punkte der Welle bewegt sich das Wasser in Richtung der fortschreitenden Welle vorwärts, aber langsamer als die Welle selbst, gelangt so in den Rücken der Welle und möchte nun, dem schrägen Wasserabhang folgend, rückwärts fliessen, wodurch die Vorwärtsbewegung des Wasserelementes verzögert, ja vernichtet wird und nur eine fallende Bewegung verbleibt. Dies ist der Zeitpunkt, wann das Wassertheilchen ins Wellenthal übertritt; es erzeugt just eben durch seine erreichte abwärts gerichtete Bewegung das Wellenthal, empfindet Gegendruck von unten, Verzögerung der

Digitized by Google

sinkenden Bewegung und Vernichtung derselben. In diesem Augenblick hat das Wassertheilchen den tiefsten Punkt des Thales geschaffen und beginnt nun aufwärts zu steigen; aber so gross war vordem der Antrieb zur Rückwärtsbewegung, dass im tiefsten Punkt des Wellenthales das Wasser eine Rückwärtsbewegung besitzt und mit dieser rückläufigen Bewegung behaftet zu steigen beginnt. Während das Wassertheilchen den vorderen Hang der nachfolgenden Welle erklimmt, verliert es sowohl seine rückläufige und dann auch seine steigende Bewegung, so dass das Wasserelement im Wellenscheitel wieder horizontal vorwärts strebt.

Mathematische Festlegung der Bahn, Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Elementes. Wiewohl wir aus der Erfahrung erkannt haben, dass die Bahnbewegung eine Ellipse ist, sind wir dadurch über die Art der Bewegung noch nicht ganz orientirt, denn elliptische Bewegungen können auf verschiedene Weise entstehen. Es wird zunächst angenommen, dass die Geschwindigkeitsänderung, d. h. die Beschleunigung in jedem Augenblick der Abweichung von der Mittellage proportional sei. Die Mittellage für die verticalen Ausschläge ist der mittlere Wasserspiegel, hier J-Axe genannt. Die Mittellage für horizontale Ausschläge ist eine Verticallinie, hier Z-Axe genannt. Die horizontalen Abweichungen vom Mittel werden durch die Abscisse y, die verticalen durch die Ordinate z gemessen.

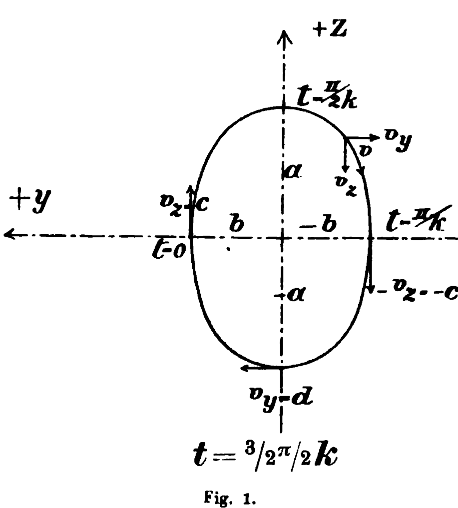


Fig. 1.

Nach der gemachten Voraussetzung beträgt alsdann die horizontale Beschleunigung (resp. Geschwindigkeitsänderung) den Werth $p_y = k^2 y$ (Fig. 1), worin k eine unbekannte zu ermittelnde Grösse ist. Es zeigt sich im Verlauf der Rechnung, dass $\frac{1}{k}$ diejenige Anzahl von Secunden bedeutet, welche verstreicht, während das Element eine Bogenlänge gleich dem Radius des Krümmungskreises der Bahn durcheilt.

Es ergibt sich:

$p_y = - k^2 y$ Ausdruck für die Horizontalbeschleunigung,

$v_y = - d \sin kt$ Horizontalgeschwindigkeit,

$y = d/k \cos kt$ Horizontalabscisse,

Digitized by Google

$b = d/k$ halbe Horizontalachse der elliptischen Bahn,
$-d$ ist die Horizontalgeschwindigkeit im Wellenscheitel, $+d$ im Wellenthal,
$p_z = -k^2 z$ Verticalbeschleunigung,
$v_z = c \cos kt$ Verticalgeschwindigkeit,
$z = c/k \sin kt$ Verticalordinate,
$a = c/k$ halbe Verticalachse der elliptischen Bahn,
$+c$ grösste Verticalgeschwindigkeit für die Ordinate Null. . . . (1

Die Zeitdauer einer vollen Schwingung beträgt $t = \frac{2\pi}{k}$ Secunden.

Bevor diese elliptische Bewegung als die richtige angesehen werden kann, muss man erkannt haben, dass eine mit Hilfe dieser Schwingungsart construirte Welle sowohl der Bedingung der Continuität (ungestörter Zusammenhang der Wassermassen) und den Bedingungen des hydrodynamischen Gleichgewichtes vollkommen Genüge leistet. Es kann vorweggeschickt werden, dass diese Uebereinstimmung statthat und dass wir daher obige Art der schwingenden Bewegung in der That als eine zutreffende bezeichnen können.

Die Continuitäts-Bedingung. Die Wellenbewegung ist an der Wasseroberfläche am grössten, in gewisser Tiefe gleich Null. Dieser Tiefgang der Welle sei mit h bezeichnet und möge vorausgesetzt werden, dass die Abnahme der horizontalen Schwingungen bis an diesen Ort h Meter unter dem mittleren Wasserspiegel linear proportional der Tiefe erfolge.

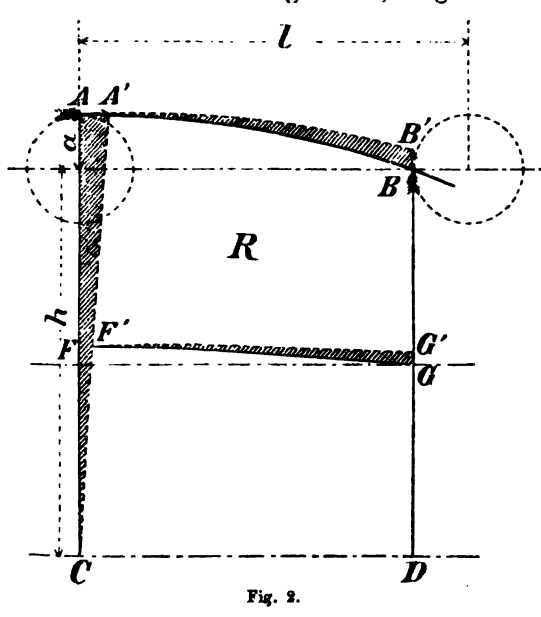


Fig. 2.

Senkrecht unter dem Wellenscheitel A schwingt das Wasser überall horizontal in den in der Figur 2 rechts gelegenen Raum R hinein. Senkrecht unter dem Punkte B dagegen schwingen alle Wassertheilchen senkrecht empor, so dass auf dieser Linie DB kein Wasser nach links in den Raum R übertritt. An der Basis, in der Linie CD findet gar keine Wasserbewegung statt. Es ist ein-

Digitized by Google

leuchtend, dass nun ebensoviel Wasser in jeder Secunde nach oben über die Linie AB bis $A'B'$ entweichen muss, als von links über die Linie AC bis $A'C$ vordringt. Hieraus ergibt sich als Continuitäts-Bedingung, dass die schraffirten Flächen $AA'C$ und ABB' gleichen Inhalt besitzen müssen, wenn AA' die horizontale Geschwindigkeit im Wellenscheitel bedeutet und Linie $A'B'$ resp. AB' aus der in gleicher Zeit sich vollziehenden Ortsveränderung von Wassertheilchen der Wellenoberfläche construirt ist. Durch Uebergang zum Differential und durch Integration erhält man die Gleichung für Continuität:

$$\frac{a+h}{2} \cdot d = \frac{2\,cl}{\pi} - \frac{cb}{2} \qquad (2$$

Da die beabsichtigten Schlussfolgerungen sich im wesentlichen aus dieser Continuitätsbedingung ableiten lassen und für das Verständnis schon der Hinweis auf die Bedingung genügt, dass die schraffirten Flächen $AA'C$ und ABB' einander gleich sein müssen, so wird auf eine durchgeführte Ableitung obiger Gleichung 2, wie der später nachfolgenden Gleichung 3 für den dynamischen Gleichgewichtszustand hierselbst verzichtet.

Bevor die Gleichung 3 angedeutet werden soll, möge zunächst aus der Continuitätsbedingung 2 ein Resultat gezogen werden.

Resultat 1. Vergleicht man zwei Wellen derselben Länge, in welchen aber die Wassertheile verschieden grosse Schwingungen ausführen, so können die horizontalen Schwingungen der einen Welle verglichen mit den horizontalen Schwingungen der anderen Welle nur dann sich ebenso verhalten wie das Verhältnis der verticalen Schwingungen beider Wellen, wenn der Tiefgang der Welle in beiden Fällen derselbe ist. Ist aber der Tiefgang einer Welle kleiner als bei der anderen, so wird die Fläche des Dreieckes ACA' klein ausfallen, es muss alsdann in der Figur ABB' die Linie BB', welche die Geschwindigkeit der Schwingung in verticaler Richtung andeutet, auch entsprechend kleiner ausfallen, anderenfalls die schraffirten Flächen einander nicht gleich werden können.

Es entspricht also einer grossen Wellenlänge ein grosser Tiefgang h, oder eine schwache verticale Schwingung, wenn der Tiefgang nicht ausreicht. Die Grössenausgleichung der bezeichneten Flächen wird bei kleinem Tiefgang h auch erreicht, wenn die horizontale Schwingung wächst.

Wellen, welche aus tiefem Wasser an den Strand laufen, besitzen gegebene Länge, dieselben verlieren an Tiefgang h im seichteren Wasser bei Annäherung an den Strand, weshalb alsdann die Wellen an Höhe

Digitized by Google

abnehmen, während zugleich die horizontale, hin und her gehende Bewegung des Wassers zunimmt, wodurch die Brandung entsteht.

Resultat 2. Es ist durch Versuche festgestellt worden, dass die horizontale Schwingung zwar auch mit der Tiefe abnimmt, dass aber die Grösse der verticalen Schwingungen sehr viel schneller sich verkleinert. Dieser Umstand ist auch auf die Continuitätsbedingung zurückzuführen.

Ist in halber Tiefe bei F (siehe Fig. 2) die horizontale Schwingung etwa halb so gross als bei A, so ist der Inhalt des Dreieckes CFF' etwa $1/4$ von dem Inhalt des Dreieckes CAA', infolge dessen kann die Figur FGG' auch nur $1/4$ der Fläche ABB' besitzen und da in beiden Fällen die horizontale Erstreckung dieser Flächen die nämliche ist, so muss die Verminderung der Grösse nur der verkleinerten verticalen Schwingung GG' gegenüber BB' zugeschrieben werden.

Wir finden also den Satz, dass in einer Tiefe unter der Wasseroberfläche, wo die horizontale Schwingung nur $\frac{1}{n}$ der Schwingungsgrösse misst, wie sie an der Oberfläche sich zu erkennen gibt, dort in derselben Tiefe die Verticalschwingung nur etwa $\left(\frac{1}{n}\right)^2$ von der Verticalschwingung zeigen kann, die an der Oberfläche auftritt.

Bei 1^{m} horizontalem und verticalem Schwingungsausschlag der Oberfläche möge in gewisser Tiefe der horizontale Ausschlag noch 10^{cm}, also $1/10$ des obigen Werthes messen; daselbst beträgt alsdann der Verticalausschlag $(1/10)^2$ das ist $1/100$ also nur 1^{cm}, so dass in gewisser Tiefe nur noch horizontale Schwingungen verspürt werden.

Gleichung 3. Eine Gleichung 3 für die Wellenbewegung fliesst aus den Gesetzen der Dynamik. Es müssen die zur Erzeugung der jeweiligen Geschwindigkeits- und Richtungsänderungen der Bewegung erforderlichen Kräfte, hier Druckunterschiede, in jedem Augenblick vorhanden sein.

In nebenstehender Figur deuten die Pfeile die Richtung derjenigen Beschleunigungen an, welche vorhanden sein müssen, falls die schwingende Bewegung der Wassertheilchen nach Art der unter 1 gemachten Annahmen zu Stande kommen soll. Der Druck in b berechnet sich aus der Druckhöhe ab, vermindert um denjenigen Theil des Druckes,

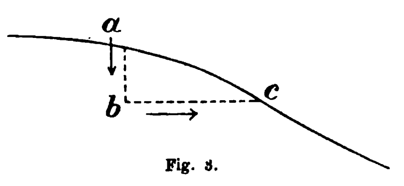


Fig. 3.

welcher zur Erzeugung der längs des Weges ab auftretenden abwärts gerichteten Beschleunigungen erforderlichen Kraft verloren geht. Der also gefundene wahre, sogenannte hydrodynamische Druck am Orte b

Digitized by Google

muss gerade ausreichen, um die zwischen b und c erforderlichen horizontalen Beschleunigungen zu liefern. Die zur Hervorrufung der nöthigen Beschleunigungen erforderlichen Kräfte sind Integrale aus Beschleunigung und Masse, wie sich dieselben aus den unter 1 gegebenen Beziehungen aufstellen lassen. Die Ausführung der Integration für ein Viertel Wellenlänge „l" liefert die Gleichung:

$$a(h+a) - \frac{k^2 a}{2g}(a^2 + 2ah) = (h+a)\frac{kd}{g}\left(\frac{l \cdot 2}{\pi} + \frac{d}{2k}\right) \qquad (3$$

Hierin bedeutet g Beschleunigung der Schwerkraft. Die Gleichungen 1, 2 und 3 legen die Welle fest. Es ist an Zahlenbeispielen versucht worden, ob die aus 1, 2 und 3 fliessenden Beziehungen zwischen Wellenlänge $L = 4l$ und Tiefgang h zu solchen Verhältnissen führen, die in jeder Position des Punktes b (Fig. 3) hydrodynamisches Gleichgewicht bedingen. Es hat sich gezeigt, dass dies thatsächlich zutrifft.

Beispiel für die Berechnung einer Welle:

Als Elemente der Schwingung sei gegeben

halbe verticale Achse	$a = 1^m$
„ horizontale „	$b = 1^m$
maximale Verticalgeschwindigkeit	$c = 1^m$
„ Horizontal „	$d = 1^m$

k berechnet sich zu $\frac{c}{a} = 1$

T Zeit einer ganzen Schwingung, d. h. Zeitdauer für den Vorübergang einer ganzen Welle von einem Wellenberge bis zum nächsten $T = \frac{2\pi}{k} = 6{,}28$ Sec.

Durch Einsetzung dieser Werthe findet man aus Gleichungen 2 und 3

h Tiefgang der Welle	$= 16{,}68^m$
l Viertel der Wellenlänge	$= 14{,}66^m$ resp.
ganze Wellenlänge	$= 58{,}64^m$

In $T = 6{,}28$ Sec. schreitet die Welle also $58{,}64^m$ fort, das macht eine Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung $u = \frac{58{,}64}{6{,}28} = 9{,}34^m$ pro Secunde.

Nach Gerstner Theorie der Wasserwellen, siehe Weber S. 344, ist die Zeit der Schwingung für eine Welle $T = \pi \cdot \sqrt{\frac{2L}{\pi g}}$ das macht bei $L = 58{,}64^m$ $T = 6{,}127$ Sec. Hiernach findet sich die Grösse der

Digitized by Google

fortschreitenden Geschwindigkeit der Welle zu $u = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{g}{2\pi}} \cdot \sqrt{L}$
$u = 1{,}25\ \sqrt{L}$.

---

3. Fernere Resultate. Aus den unter 1 und 2 gegebenen Resultaten der Continuitätsbedingung folgt noch, dass in flachen Gewässern, wo der Tiefgang der Welle ein kleiner ist, bei Wellen gegebener Schwingungsgrössen die Wellenlänge kleiner sein muss als in tiefen Gewässern, wo der Wellentiefgang h grösser ausfallen wird und hieraus ergibt sich ein neues 4. Resultat.

4. Weht parallel zur Erstreckung des Ufers ein Wind, welcher die Wellen nicht gegen das Ufer treibt, so findet dennoch regelmässig ein Auflaufen der Wellen auf den Strand statt. Diese Erscheinung rührt daher, dass die Wellen in Nähe des Strandes nur geringeren Tiefgang besitzen können, weil das Wasser daselbst seichter ist. Dem geringeren Tiefgang entspricht eine geringere Wellenlänge und dieser eine geringere Grösse der fortschreitenden Geschwindigkeit $u = 1{,}25\sqrt{L}$ Meter. Die ursprünglich normal zum Ufer in Richtung $a\,a'a''$ entstehende Welle muss sich also in der Ufernähe dem Strande zu beugen, da die Wellenpunkte a, a' und a'' nach einiger Zeit die Lagen g, g' und g'' einnehmen werden.

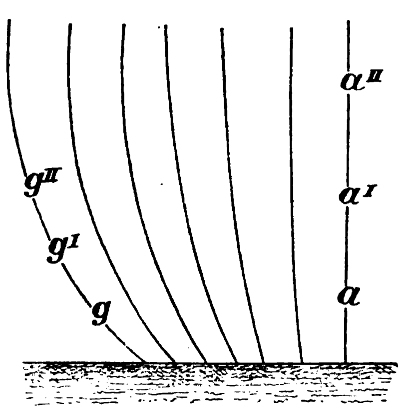
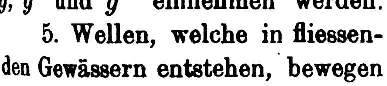


Fig. 4.



5. Wellen, welche in fliessenden Gewässern entstehen, bewegen sich in derselben Weise gegen das Wasser vorwärts als in stehenden Gewässern. Dem Beschauer am Ufer erscheint jedoch die gegen die Strömung sich bewegende Welle langsamer vorwärts zu wandern, da für ihn die Differenz aus $u = 1{,}25\sqrt{L}$ und f Geschwindigkeit der fliessenden Bewegung des Wassers in Frage kommt. Wellen, welche stromabwärts gleiten, erscheinen dem Beschauer am Ufer mit der grösseren Geschwindigkeit $u + f$ zu passiren. Hierbei bleiben jedoch die vorne besprochenen Beziehungen zwischen den Elementen der Schwingung, der Wellenlänge und dem Tiefgang genau dieselben wie bei Wellen in stehenden Gewässern.

Wellenformen beim Uebergang der Welle in anders fliessendes Wasser. Gelangen Wellen aus offener See in die Mündung eines Flusses, darin Ebbeströmung herrscht, so werden die

Digitized by Google

anfangs mit der Geschwindigkeit $u = 1{,}25 \sqrt{L}$ sich fortbewegenden Wellen alsbald nur die Geschwindigkeit $u - f$ gegen die Ufer des Stromes gemessen besitzen. Die nachfolgenden von aussen mit der Geschwindigkeit u ankommenden Wellen nähern sich also den voraufgegangenen langsamer im Flusse vordringenden Wellen und ergibt sich ein Zusammendrängen der Wellen, d. i. eine Verkürzung der Wellenlänge auf das Maass $(L - \triangle L)$; hieraus nunmehr im Ebbestrom eine Reduktion der relativ zum Wasser gemessenen Geschwindigkeit auf $u_1 = 1{,}25 \sqrt{L - \triangle L}$ und wiederum verstärktes Auflaufen der nachfolgenden Wellen. Dieser Wechselprocess bedingt im Ebbestrom eine erhebliche Verkürzung der Wellen gegen das offene Meer. Da nun jede von aussen kommende Welle lebendige Kraft der Wellenbewegung im Ebbestrom zuträgt und bestrebt ist hierselbst die horizontalen Schwingungen gleich denen im offenen Wasser zu machen, so ändert sich im Ebbestrom die Gestalt der Welle wesentlich gegen aussen. Zu kürzeren Wellen gehört bei gegebenem horizontalen Ausschlage eine verstärkte verticale Schwingung, damit die Fläche ABB' (vergl. Fig. 1 und Gleichung 2) gleich der Fläche CAA' bleibe, welch letztere ihren Werth nicht geändert hat, wogegen die Länge AB kleiner geworden ist.

6. Die von der offenen See in einen Fluss eindringenden Wellen werden bei Ebbestrom in der Mündung kürzer ausfallen und an Höhe zunehmen. In umgekehrter Weise werden die von aussen kommenden Wellen viel ruhiger verlaufen und ein gestreckteres Aussehen haben, wenn in den Fluss Fluthströmung eindringt. Bei Ebbeströmung müsste also ein Fahrzeug durch die Wellenbewegung in der Flussmündung mehr zu leiden haben als bei Fluthströmung.

Aehnliche Verhältnisse werden sich auch auf dem Meere dort einstellen, wo an Küsten ein ziemlich plötzlicher Wechsel der Strömung statt hat.

Einwirkung des Windes. Der Wind bläst über die Wellenköpfe dahin und trifft, wenn die Welle in Richtung des Windes sich

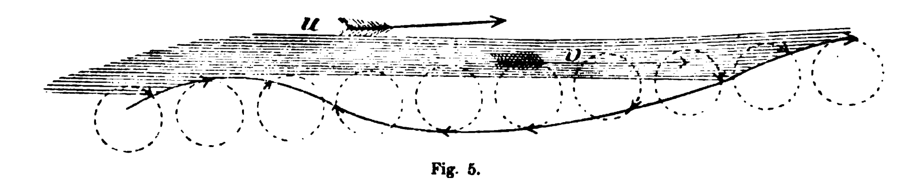


Fig. 5.

bewegt, nur die Rückseite derselben. Hier führt das Wasser eine fallende, vorwärts gerichtete Bewegung aus, welche durch den Winddruck, der senkrecht zur Wasseroberfläche, resp. Wellenoberfläche, also in gleichem Sinne wirkt, beschleunigt wird. Auf der Vorderseite der

Digitized by Google

Welle, wo das Wasser steigt, kann der Wind nicht ankommen, da der Wellenberg schützend wirkt. Die Wasserschwingung erhält also im Rücken der Welle stets einen Antrieb durch den Winddruck, nirgends dagegen eine Hemmung, woraus eine Ansammlung von lebendiger Kraft und eine Zunahme der Wellenhöhe resultirt, je länger der Wind anhält. Gleichzeitig gibt die Welle nach vorne hin Arbeit ab, weil das Heben der Wassertheilchen durch den Wasserdruck von hinten erfolgt. Eine Welle, welche vom Ufer ausgeht und Wind im Rücken empfängt, wird also zu immer grösserer Höhe ansteigen, je länger sie auf ihrem Laufe ins offene Wasser der Einwirkung des Windes ausgesetzt war. Im Ocean wird allerdings sich zuletzt ein Beharrungszustand ergeben, bei welchem der Gewinn an lebendiger vom Winde geleisteter Kraft durch die inneren Widerstände aufgehoben wird.

Die Arbeitsleistung des Windes ist von der relativen Geschwindigkeit und von der Richtung abhängig, mit welcher der Wind die Wellenoberfläche trifft. Hat der Wind die Geschwindigkeit v, die Welle die fortschreitende Geschwindigkeit u, so ist $v-u$ die maassgebende relative Luftgeschwindigkeit, welche bei Zerlegung in eine normal zur Welle gerichtete und in eine parallel gerichtete Componente, durch erstere Componente v_n auf das Wasser wirkt und Druck erzeugt. Die Componente v_n erreicht einen grösseren Werth, wenn u klein, also wenn $v-u$ gross ist, wenn ferner die Welle thunlichst steil ist, so dass der Winkel α grösser ausfällt.

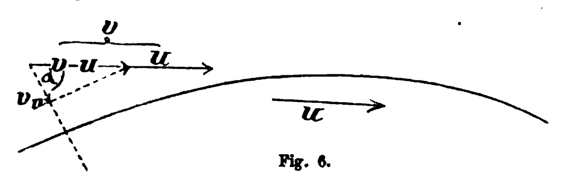


Fig. 6.

Aus Obigem ergibt sich, dass Wellen, welche in eine Flussmündung eindringen, darin Ebbestrom herrscht, nicht allein durch Verkürzung der Wellenlänge, wie unter 6 beschrieben ist, an Höhe gewinnen, sondern dass daselbst auch der Wind auf diese steileren und langsamer stromaufwärts gehenden Wellen eine stärkere Einwirkung besitzt und eine Erhöhung der Wellen begünstigt; wogegen das Umgekehrte bei Fluthströmung statt hat.

Wellen, welche in einem mit 1^m Geschwindigkeit fliessenden Gewässer selbst entstehen, werden durch die Strömung weniger beeinflusst, als dies bei dem Uebergang in andere Strömungsrichtung beschrieben wurde. Dieselben fallen etwas grösser aus, wenn Wind und Wellen gegen den Strom sich bewegen, als wenn sie mit dem Strom gerichtet sind. Dieser Unterschied ist bei schwachem Winde von Bedeutung, bei stärkerem Winde jedoch weniger. Bei einem Winde von 10^m Geschwindigkeit entstehen im Gewässer mit 1^m Gegenströmung Wellen

Digitized by Google

von solcher Höhe als ein Wind von 11^m Windgeschwindigkeit in ruhigem Wasser erzeugen würde. Bei gleichgerichteter Bewegung von Wasser und Luft ist die Differenz 10 — 1 d. i. 9^m für die Erzeugung der Welle maassgebend.

Stehende Wellen. Eine besondere Wellenart bildet sich bei der Kreuzung von Wellen gleicher Grösse, aber entgegengesetzter Richtung. Die einander begegnenden Wellen besitzen für einige Punkte der Wasseroberfläche eine um eine volle Kreisschwingung ($\pm\ \alpha$) verschobene Periode (vergl. Gl. 1). Nur während eines Augenblickes ist $\alpha = 0$; einen Zeitmoment später haben sich die Wellengipfel von dem besagten Punkte nach links und rechts verschoben. Ordinate und Abscisse des Punktes wird alsdann durch Addition von Ordinaten und Abscissen beider Schwingungen gefunden, welche durch die nach links und die nach rechts wandernde Welle jede für sich entstehen würden. Die vom sin α abhängigen Beschleunigungen heben sich hierbei auf bei α kleiner als $\pi/2$, da sie von beiden Wellen einmal mit positivem, einmal mit negativem Vorzeichen herrühren. Die von cos α abhängigen Beschleunigungen heben sich hier nicht auf, da cos $(-\alpha)$ gleich cos α ist, dieselben addiren sich zu doppelter Grösse. In Zwischenpunkten heben sich dagegen die cos Funktionen auf und es addiren sich die Funktionen sin $(\pi/2 \pm \alpha)$.

Es führen die Wassertheilchen dieser Wellenart bei A, B und C stets nur Verticalschwingung doppelter Amplitude und bei E und F nur doppelt starke Horizontalschwingung aus. In den Zwischenpunkten bewegt sich das Wasser in schrägen Schwingungen. Diese Wellen schnellen steil empor und sinken zurück ohne dabei ihren Ort zu ändern. Man kann solche Wellen künstlich auf einer runden mit Wasser gefüllten Schüssel erzeugen, sobald man gegen den sie tragenden Tisch klopft. Es entstehen alsdann stehende Wellenringe. Ist die Schüssel viereckig, dann kreuzen sich die Wellen von vier Seiten und es entstehen einzelne Wellen, Kegel und Trichter, welche ihren Ort nicht wechseln.

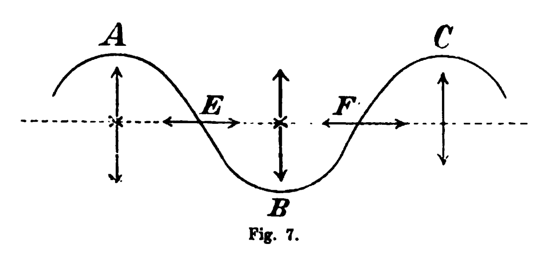


Fig. 7.

In grösserem Maassstabe findet man solche Wellen vor Ufermauern, wo eine senkrecht reflectirte, zurückgeworfene Welle die neu ankommende Welle trifft. Zuweilen wird die verstärkte Verticalschwingung so stark, dass das Wasser am Wellengipfel in Tropfen emporgeschleudert wird. In Hamburg am Becken der Binnenalster, besser noch in Schwerin auf dem

Digitized by Google

Pfaffenteich habe ich solche Wellenbildung beobachtet. Gefahrbringend soll diese Wellenart auch für Seeschiffe werden können, welche sich im inneren Theile eines Wirbelsturmes befinden, wo Wellen aus entgegengesetzten Richtungen kreuzen, desgleichen kommen dieselben bei einer Aenderung der Windrichtung vor, wenn alte und neue Wellen einander entgegenlaufen; alsdann zeigen die Wellen auch diese hüpfende Schwingung bei geringer fortschreitender Bewegung.

Digitized by Google

Notiz über die Anfertigung von Wasserstoffröhren[1].

Von

A. Cornu.

Alle Physiker wissen, wie schwierig es ist, Wasserstoffröhren mit Ausschluss aller fremden Substanzen zu erhalten; nach langen Versuchen ist es mir gelungen, Wasserstoffröhren herzustellen, die nur Spuren von Unreinheiten enthalten, welche bei längerer Fortsetzung meines Verfahrens sicher ganz verschwinden würden.

Man hat Vorsichtsmaassregeln verschiedener Art zu treffen:

1. Man muss die Apparate, durch welche die Elektricität strömen soll oder kann, möglichst weit von der Quecksilberpumpe entfernen; um dies zu erreichen, stellt man die Verbindung mittels einige Meter langen Glasröhrenfedern her; diese letzteren verbinden Röhren grösseren Durchmessers miteinander, welche zuerst Schwefel (so geruchlos als möglich) und dann Kupfer enthalten; der Schwefel absorbirt den Quecksilberdampf und das Kupfer den Schwefel. Um die Enden des Apparates von einander zu isoliren, schaltet man in einem der Zwischenräume ein Barometer ein, dessen Röhre am oberen Ende U-artig gebogen und dessen Schale beweglich ist, um ein Abschlussventil zu bilden. In den auf diese Weise isolirten Theil bringt man ein anderes Barometer mit einer weiten Röhre, an dessen unterem Ende sich eine seitliche Röhre *PR* befindet, welche fast capillar ist und durch die man die Gase, die man reinigen will, einführt.

Es ist kaum nöthig zu sagen, dass alle Theile des Apparates ebenso wie das Quecksilberventil an einander geschmolzen sein müssen und dass alle Kautschukverschlüsse oder selbst alle Verbindungen durch eingeschliffene Gläser (die Fett benöthigen) gänzlich vermieden werden müssen.

2. Man erzeugt den Wasserstoff durch die Elektrolyse von Wasser, welches mit geschmolzener Phosphorsäure versetzt wurde; das Volta-

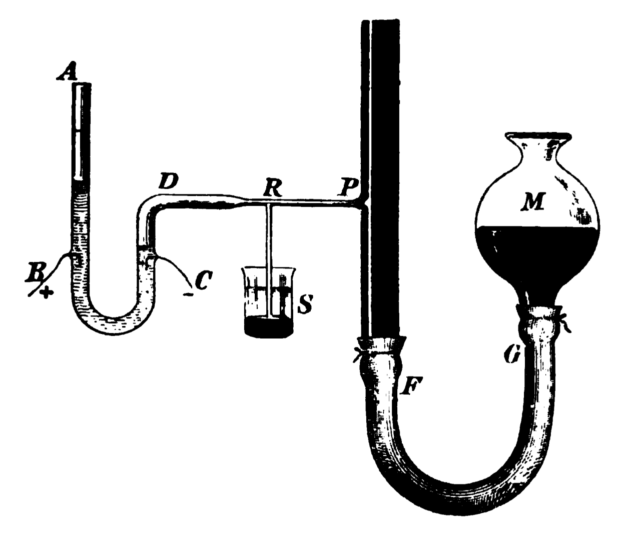
[1]) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus J. de Phys. Januar (1886).


Digitized by Google

meter wird von einer U-förmig gebogenen Röhre gebildet, die durch *ABCD* dargestellt ist; es wird an die Verbindungsröhre *PR* des Barometers angeschmolzen. An der Stelle *R* ist eine kleine senkrechte Röhre angeschmolzen, die in eine kleine, angesäuertes Wasser und Quecksilber enthaltende Schale, eingetaucht ist.

Um ein Gasbläschen in das Barometer und dann weiter in den abgesperrten Theil des Apparates zu bringen, genügt es, die bewegliche Schale des Barometers (welche birnförmig und durch einen Kautschukschlauch mit dem Barometer verbunden ist) mit Vorsicht zu heben.

Das Eintreten des Gases hört auf, sobald man die Schale wieder in ein niedrigeres Niveau bringt; stellt man sie jedoch zu niedrig, so



würde das Quecksilber wie durch einen Heber in das Schälchen *S* abfliessen. Beim Beginne des Versuches giesst man etwas angesäuertes Wasser in die Röhre *ABCD* des Voltameters; man fülle sie vollständig bis *R* oder selbst bis *S*, indem man die Schale *S* ein wenig tiefer stellt, weil der Arm *RS* wie ein Heber wirkt. Mit ein wenig Geschicklichkeit gelingt es, alle Luftbläschen zu entfernen, theils durch Bewegung der beweglichen Schale *M* des Barometers, die als Sauger wirkt, theils durch Veränderung des Niveaus in der Röhre *AB*.

Um das Gas herzustellen, lässt man einen Strom von vier oder fünf Bunsen'schen Elementen durch die Drähte *B*, *C* strömen; eines der Gase entweicht durch den offenen Arm *AB*, das andere sammelt sich in *DR*; die Röhre *RS* dient als Sicherheitsröhre.

Um ein Spectrum des Wasserstoffs, frei von fremden Stoffen, zu erhalten, beginne man den Versuch damit, den Apparat so luftleer

Digitized by Google

als möglich zu machen, bis der Inductionsfunken nicht mehr durch die Salet'schen Röhren, wie man sie zu Spectralbeobachtungen benutzt, hindurchgeht. Nun lässt man einige Wasserstoffbläschen durchgehen, die man nach und nach gereinigt hat. Nun erscheinen gewiss die Streifen und Linien verschiedener Kohlenstoffverbindungen; in der That genügt es, dass der elektrische Strom durch eine innen schlecht gereinigte Röhre gehe oder durch das Fett eines Hahnes, um diese Verbindungen augenblicklich herzustellen[1]). Um sich von diesen Unreinheiten zu befreien, wasche man den Apparat mit Ozon; zu diesem Zwecke lässt man den Strom im Voltameter in umgekehrter Richtung gehen, nachdem man den Wasserstoff entfernt hat und füllt den Apparat mit Sauerstoff unter einem Druck von 1^{mm} bis 2^{mm}. Nun lässt man den Funken durch den ganzen durch das Quecksilberventil abgesperrten Theil gehen, indem man die Drähte an zwei Stanniolscheiben befestigt, welche aussen an die Enden der Röhren geklebt sind; von Zeit zu Zeit unterbricht man den Funken, um den Apparat so luftleer zu machen, dass die Elektricität nicht mehr durchströmen kann.

Nun füllt man den Apparat wieder mit einigen Wasserstoffbläschen und wäscht ebenso mit elektrisirtem Wasserstoff und so fort, abwechselnd mit Wasserstoff und Sauerstoff.

Dieses Verfahren setzt man so lange als nöthig fort; jedesmal wird man finden, dass der Grund, von welchem sich die Wasserstofflinien abheben, dunkler wird; die Beobachtungen kann man mit einem gewöhnlichen Spectroskop machen, oder noch besser mit einem photographischen Spectroskop, dessen Angaben in Bezug auf die Intensität der Linien der Kohlenstoffverbindungen in den violetten und ultravioletten Regionen viel genauer sind.

Auf diese Weise gelang es mir mit Hilfe von Salet'schen Röhren[2]) die angeführten Reihen photographischer Spectren zu erhalten, und obwohl die letzten Spuren der Unreinheiten noch sichtbar waren, habe ich doch die Ueberzeugung erlangt, dass es möglich ist, diese Spuren vollständig zu vermeiden, wenn man das angezeigte Verfahren lang genug fortsetzt. In den auf diese Weise gereinigten Röhren ist der Glanz der Wasserstofflinien wahrhaft bewunderungswürdig.

1) Ich beobachtete dieses Phänomen zum ersten Male unter sehr instructiven Verhältnissen: als das Spectrum des Wasserstoffes ziemlich rein war, löste sich zufällig einer der Drähte der Inductionsrolle ab; augenblicklich füllte sich der Apparat mit einem leuchtenden rosigen Schein, welcher aber nach wenigen Secunden in Weiss überging. Als der Draht der Rolle sich wieder an seinem Platz befand, war das Spectrum des Wasserstoffs mit fremden Streifen und Linien erfüllt. Ich habe seither diesen Versuch wiederholt und unglücklicherweise ist er mir nie misslungen.

2) Röhren mit Aluminiumelektroden geben mehr Glanz, aber sind schwieriger zu reinigen.

Digitized by Google

Protokoll der Generalversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien

am 9. Februar 1886.

Vorsitzender: Prof. H. Skraup.

Das Protokoll der letzten Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Herr Regierungsrath Prof. Dr. A. Bauer beantragt, die Gesellschaft möge zur Errichtung eines Wöhler-Denkmals den Betrag von 100 (einhundert) Mark beisteuern. Der Antrag wird einstimmig angenommen.

Hierauf berichtet Herr Regierungsrath Prof. Bauer zunächst über die vorläufigen Resultate einer von ihm in Gemeinschaft mit Herrn Harwa begonnenen Untersuchung über die Hanfölsäure.

Sodann folgt der angekündigte Vortrag des Herrn Regierungsrathes Prof. Bauer, historische Mittheilungen, Chemie und Alchemie in Oesterreich betreffend.

An eine Schlussbemerkung dieses Vortrages anknüpfend stellt der Vorsitzende den Antrag, die Gesellschaft möge zur Aufsuchung und eventuellen Veröffentlichung des in Wien befindlichen die Chemie betreffenden geschichtlichen Materiales Maassnahmen treffen womit sich die Versammlung einverstanden erklärt. Die Zusammensetzung eines vorberathenden Comités wird über Vorschlag des Herrn Regierungsrathes Prof. Bauer dem Präsidium überlassen.

Es folgt der angekündigte Vortrag des Herrn Prof. Karl Exner „über die Linsenformel“.

Der Secretär.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Im Verlage von R. Oldenbourg in München und Leipzig ist erschienen:

Hilfstafeln
für
Messungen elektrischer Leitungswiderstände
vermittelst
der Kirchhoff-Wheatstone'schen Drahtcombination
berechnet von
Dr. Eugen Obach.

Lex.-8°. 16 Seiten. 40 Tabellen und 2 lithographirte Tafeln.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.
Soeben erschien:

Taschenbuch
für
Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen
von
Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

klein Octav. VIII und 79 Seiten. *Preis gebunden 1 M. 60 Pf.*

Etwas für Jedermann.

Auskunftsbuch
zum Gebrauche im öffentlichen Leben und Verkehr.

Eleg. cart. Preis 60 Pf. — **Allerlei Informationen über:** — Eleg. cart. Preis 60 Pf.

- Münzen, Mafse, Gewichte und Geldumlauf in den wichtigsten Ländern.
- Bestimmungen über den Verkehr mit der Reichsbank.
- Vorschriften der deutschen Wechselordnung und des Börsensteuergesetzes.
- Zinsen-, Zinseszinsen-, Diskonto- und Amortisationstabellen.
- Zolltarif für das Deutsche Reich.
- Eisenbahnsignale und Eisenbahnfahrzeiten zwischen grossen Städten.
- Regelmässiger Dampfschiff-Verkehr von europäischen Häfen.
- Allerlei Tarife für den Post- u. Telegraphen-Verkehr.
- Übersicht über politische Richtung und Verbreitung hervorragender Zeitungen.
- Stand der Handels- und Kriegs-Marinen und der Heeresstärke der wichtigsten Länder.
- Allerlei Übersichten über Produktion und Konsum auf der Erde und über den Welthandel.
- Astronomische u. geographisch-statistische Notizen.
- Statistische Mitteilungen über die Bevölkerung und über die öffentliche Verwaltung.
- Übersicht der Reichstagsmitglieder und der politischen Parteien.
- Verzeichniss der Universitäten, Hochschulen und höheren Lehranstalten Deutschlands.
- Übersicht der bis jetzt gebildeten Berufsgenossenschaften.
- Tarife für Entschädigungen nach dem Unfallversicherungsgesetz.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.
Zu beziehen durch alle Buchhandlungen.

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (4/4)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/4)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (3/4)



(7/4)

Im Verlag von **Ferdinand Enke** in **Stuttgart** ist erschienen und durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

Handbuch
der
ELEKTROTECHNIK.

Bearbeitet von

Prof. Dr. ***Erasmus Kittler.***

2 Bände. I. Band. 2. Hälfte.

Mit 298 in den Text gedruckten Holzschnitten.

gr. 8. geh. Preis M. 10. (8/4)

Digitized by Google

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 5. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in Hannover.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 4).

Jahrgang 1886 Nr. 9 enthält:

Rundschau. — Einige praktische Formeln zur Berechnung von Elektromagneten. (Schluss.) Von Dr. A. v. Waltenhofen in Wien.— **Zum Kapitel der Bogenlampen für schwache Ströme. — Das Kali-Element von Dun und seine Anwendung.** (D. R. P. Nr. 34228.) Von Schäfer & Montanus in Frankfurt a. M. — **Rasselwecker mit Differentialwickelung.** — **Literatur.** Dr. Alfred Ritter v. Urbanitzky, Blitz und Blitz-Schutzvorrichtungen. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente.**

Jahrgang 1886 Nr. 10 enthält:

Rundschau. — Die Berechnung des magnetischen Momentes von Elektromagneten. Von R. Scharfhausen. — **Ueber das Gesetz des Elektromagneten und das Gesetz der Dynamomaschine.** Von Silvanus P. Thompson, D. Sc., B. A. — **Ueber Entstehung und Fortschritt der Nomenclatur.** Von Oliver Heaviside. — **Literatur.** S. Freiherr v. Gaisberg, Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente.**

Jahrgang 1886 Nr. 11 enthält:

Rundschau. — Ueber Kraftmessungen an Dynamomaschinen bezw. Bestimmung ihres Wirkungsgrades. Von Hermann Müller. — **Ueber die Bestimmung von Selbstinductionscoefficienten.** Von M. Baumgardt. **Pollak's Regenerativ-Element.** Von G. Wehr. — **Ueber Umwandlung von Wärme in Elektricität.** Von Osc. Dittmar. — **Ein neues unterirdisches Eisenbahn- und Leitungssystem für New-York. — Kleinere Mittheilungen. — Patente.**

Jahrgang 1886 Nr. 12 enthält:

Rundschau. — Ueber Untersuchung dynamoelektrischer Maschinen. Von S. Freiherr v. Gaisberg. — **Dampfmotoren von Klein, Schanzlin und Becker** in Frankenthal, Rheinpfalz. — **Literatur.** Coerper, Ueber die Fortschritte in der Elektrotechnik. — Dr. O. Frölich, Die dynamoelektrische Maschine, eine physikalische Beschreibung für den technischen Gebrauch. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Finanzielle und industrielle Nachrichten. — Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

Digitized by Google

Einige Bemerkungen und Vorschläge zu den magnetischen Variationsbeobachtungen.

Von

A. Schmidt.

Bei der Discussion der periodischen Aenderungen des Erdmagnetismus hat man sich bisher stets darauf beschränkt, die unmittelbar aus den Beobachtungen erhaltenen Variationen zu untersuchen. In erster Linie haben die bei weitem am leichtesten zu verfolgenden Aenderungen der Declination Beachtung gefunden, seltener die nur an wenigen Punkten gemessenen Variationen der horizontalen und der verticalen Componente, sowie die daraus leicht abzuleitenden der Inclination und Totalintensität. Dieses bis jetzt ausschliesslich benutzte Verfahren leidet an einem Uebelstande, auf den aufmerksam zu machen und dessen Beseitigung anzuregen der Zweck vorliegender Notiz ist.

Bei der Erforschung irgend einer physikalischeu Erscheinung kommt es vor allen Dingen darauf an, die Kräfte zu ermitteln, welche diese Erscheinung hervorrufen. In dem hier betrachteten Falle würde es sich also zunächst darum handeln, jene Kraft, welche die periodischen Abweichungen der Magnetnadel von ihrer mittleren Lage bewirkt, und die ich der Kürze halber als Variationskraft bezeichnen will, sowohl der Grösse als der Richtung nach zu bestimmen. Die beobachteten Aenderungen der erdmagnetischen Elemente hängen nun allerdings von jener Kraft ab und können daher eine ungefähre Vorstellung von derselben liefern, aber eben nur eine ungefähre, unter ungünstigen Umständen sogar eine falsche. Es ist dies eine Folge davon, dass jene Aenderungen auch noch durch andere Factoren, nämlich durch die Richtung und Stärke der mittleren magnetischen Kraft beeinflusst werden. Offenbar wird ein und dieselbe Variationskraft sehr verschiedene Ablenkungen hervorrufen können; um so grössere, je geringer die mittlere auf die Magnetnadel wirkende Kraft ist oder je näher der Winkel zwischen beiden Kräften einem Rechten kommt.

Digitized by Google

Diese Bemerkung ist so naheliegend, dass sie schwerlich irgend Jemandem, der sich mit dem Studium der erdmagnetischen Erscheinungen beschäftigt, entgehen kann. In der That findet sie sich bereits bei Sabine; aber dieser beschränkt sich gleich allen späteren Forschern darauf, hervorzuheben, dass die grossen Unterschiede der an verschiedenen Orten beobachteten Abweichungen von der Mittellage grösstentheils verschwinden, wenn man diese Abweichungeu auf einen gleichen Werth der horizontalen Intensität reducirt. Wenn man sich allgemein mit dieser Bemerkung begnügt hat, so liegt dies jedenfalls in der Meinung begründet, dass eine derartige Reduction den Beobachtungsresultaten nur einen constanten Factor hinzufügen, also das (etwa durch eine Curve dargestellte) Bild des periodischen Ganges der verschiedenen Elemente wesentlich ungeändert lassen würde. Eine einfache Betrachtung lässt indessen diese Meinung als irrig erkennen und zeigt, dass nicht nur die Amplitude, sondern auch die Gestalt der Variationscurven wesentliche Aenderungen erleiden kann.

An irgend einem Punkte der Erdoberfläche sei die Declination gleich δ, die Inclination gleich i, ferner, in Gauss'schen Einheiten ($mm^{-\frac{1}{2}}\, mg^{\frac{1}{2}}\, s^{-1}$) gemessen, die Totalintensität gleich J, deren horizontale und verticale Componente bezüglich gleich H und Z. J und H [1]) sind stets positive (oder, wenn man will, absolute) Grössen, die Kraft Z rechne ich als positiv, wenn sie vertical nach unten gerichtet ist, als negativ im entgegengesetzten Falle. Dementsprechend soll der Inclinationswinkel i als positiv oder negativ gelten, je nachdem das Nordende der Magnetnadel unter die Horizontalebene gesenkt oder über dieselbe gehoben ist. Es gelten alsdann die bekannten Beziehungen

$$H = J \cos i \qquad Z = J \sin i \qquad \operatorname{tg} i = \frac{Z}{H}. \qquad (1$$

Was die Declination anbetrifft, so bezeichne ich dieselbe als positiv, wenn das Nordende der Nadel nach Osten abgelenkt ist. Diese (der von Gauss angewendeten entgegengesetzte) Festsetzung schliesst sich an die übliche Zählung des Azimuts an und führt bei dem sogleich zu erwähnenden Coordinatensystem auf die in der analytischen Geometrie fast ausschliesslich benutzte Anordnung der Axen.

Um die erdmagnetische Kraft ihrer Richtung und Grösse nach ohne Zuhilfenahme von Winkelgrössen definieren zu können, denke ich mir dieselbe nach den Axen eines orthogonalen Coordinatensystems in drei Componenten X, Y, Z zerlegt, von denen die letzte mit der

1) In der Nähe der magnetischen Pole der Erde könnte es zweckmässig sein, H zur Vermeidung von Unstetigkeiten als algebraische Grösse einzuführen.


Digitized by Google

bereits oben ebenso bezeichneten zusammenfällt. Die positive X-Axe sei nach Norden, die positive Y-Axe nach Osten gerichtet. Auf Grund dieser Festsetzungen ergibt sich

$$X = H \cos \delta \qquad Y = H \sin \delta. \qquad (2$$

Die durch die ablenkende Variationskraft hervorgerufenen Aenderungen aller in dem Vorhergehenden definirten Grössen bezeichne ich durch das Symbol $\varDelta$. Von diesen werden $\varDelta \delta$, $\varDelta H$ und $\varDelta Z$ (bezw. $\varDelta H : H$, $\varDelta Z : Z$) durch die Beobachtungen ermittelt, die theoretischen Untersuchungen haben sich dagegen auf $\varDelta X$, $\varDelta Y$ und $\varDelta Z$ zu beziehen, Demnach sind $\varDelta X$ und $\varDelta Y$ aus den beobachteten Variationen der Declination und der Horizontalintensität zu berechnen. Da alle in Betracht kommenden Aenderungen kleine Grössen sind, so darf man sie mit genügender Annäherung als Differentiale betrachten und erhält sofort:

$$\varDelta X = - H \sin \delta \, \varDelta \delta + \cos \delta \cdot \varDelta H = - Y \varDelta \delta + X \cdot (\varDelta H : H)$$
$$\varDelta Y = \quad H \cos \delta \, \varDelta \delta + \sin \delta \quad \varDelta H = \quad X \varDelta \delta + Y \quad (\varDelta H : H).$$

Hierbei ist zu beachten, dass sämmtliche Variationen algebraische Grössen sind, über deren Vorzeichen dieselben Bestimmungen gelten, welche weiter oben hinsichtlich der erdmagnetischen Elemente selbst getroffen wurden. Beispielsweise bezeichnet ein positives $\varDelta \delta$ demnach bei östlicher Declination eine Zunahme derselben, bei westlicher dagegen eine Abnahme.

Ich will nun die soeben gefundenen Formeln ihrer Wichtigkeit halber noch auf elementarem Wege ableiten, indem ich gleichzeitig einige weitere, durch praktische Rücksichten veranlasste Festsetzungen treffe. Die Grössen $\varDelta H$, $\varDelta X$, $\varDelta Y$, $\varDelta Z$ würden, wenn man sie mit der für H, X, Y, Z gewählten Einheit messen wollte, stets durch sehr kleine Brüche ausgedrückt werden. Um diesen Uebelstand zu vermeiden denke ich sie mir durch ein 100000 mal so kleines Maass gemessen oder, was dasselbe ist, in Einheiten der 5. Stelle angegeben. Die Variationen von H und Z werden manchmal nicht in absolutem Maasse, sondern in Theilen der ganzen Kraft ausgedrückt, d. h. es werden an Stelle derselben die Quotienten $\varDelta H : H$, $\varDelta Z : Z$ angegeben. Ich will diese letzteren (natürlich ebenfalls in Einheiten der 5. Stelle gemessen) als $\varDelta h$ und $\varDelta z$ bezeichnen, so dass

$$\varDelta H = H \cdot \varDelta h \qquad \varDelta Z = Z \varDelta z$$

ist. Was endlich $\varDelta \delta$, die Variation der Declination, betrifft, so setze ich dieselbe als in Minuten (′) gegeben voraus.

Nun ist, wie bereits erwähnt wurde,

$$X = H \cos \delta$$

wenn X, H, δ die Mittelwerthe dieser Grössen bezeichnen. Dieselbe Gleichung muss natürlich gelten, wenn darin irgend welche anderen

Digitized by Google

zusammengehörigen Werthe von X, H, δ substituirt werden, wie sie sich unter der Einwirkung einer Variationskraft ergeben. Dabei ist indessen zu beachten, dass ΔX und ΔH zunächst auf die Einheit, in welcher X und H ausgedrückt sind, reducirt werden müssen. Somit gilt die Beziehung

$$X + 10^{-5}\Delta H = (H + 10^{-5}\Delta H)\cos(\delta + \Delta\delta)$$
$$= (H + 10^{-5}\Delta H)(\cos\delta \cdot \cos\Delta\delta - \sin\delta \cdot \sin\Delta\delta).$$

Nun ist $\Delta\delta$ stets ein sehr kleiner, wenige Minuten nicht überschreitender Winkel, und es darf daher innerhalb der hier zu ziehenden Genauigkeitsgrenze einerseits $\cos\Delta\delta = 1$ gesetzt werden, andrerseits $\sin\Delta\delta$ als proportional mit $\Delta\delta$ gelten. Da $\sin 1' = 0{,}000291$ ist, so ist demnach $\sin\Delta\delta = 0{,}000291\,\Delta\delta$ zu setzen, und es wird schliesslich

$$X + 10^{-5}\Delta X = (H + 10^{-5}\Delta H)(\cos\delta - 29{,}1 \cdot 10^{-5}\sin\delta\Delta\delta)$$
$$= H\cos\delta + 10^{-5}\cos\delta\Delta H - 29{,}1 \cdot 10^{-5} H\sin\delta\Delta\delta -$$
$$- 29{,}1 \cdot 10^{-10}\sin\delta \cdot \Delta H\Delta\delta.$$

Das letzte Glied, welches den sehr kleinen Factor 10^{-10} enthält, ist den übrigen gegenüber von verschwindendem Einfluss; ausserdem fällt X gegen $H\cos\delta$ weg und so ergibt sich endlich nach Multiplication mit 10^5:

$$\Delta X = \cos\delta \cdot \Delta H - 29{,}1\, H\sin\delta \cdot \Delta\delta. \tag{3}$$

Auf gleiche Art findet man

$$Y = H\sin\delta \quad Y + 10^{-5}\Delta Y = (H + 10^{-5}\Delta H)\sin(\delta + \Delta\delta)$$
$$= (H + 10^{-5}\Delta H)(\sin\delta + 29{,}1 \cdot 10^{-5}\cos\delta\Delta\delta)$$
$$\Delta Y = \sin\delta \cdot \Delta H + 29{,}1\, H\cos\delta \cdot \Delta\delta. \tag{3}$$

Kennt man nicht ΔH, sondern Δh, so treten an die Stelle dieser Formeln die folgenden

$$\left.\begin{aligned}\Delta X &= H\cos\delta \cdot \Delta h - 29{,}1\, H\sin\delta \cdot \Delta\delta = X \cdot \Delta h - 29{,}1\, Y \cdot \Delta\delta\\ \Delta Y &= H\sin\delta \cdot \Delta h + 29{,}1\, H\cos\delta \cdot \Delta\delta = Y \cdot \Delta h + 29{,}1\, X \cdot \Delta\delta.\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Diese Gleichungen oder noch besser deren Auflösungen nach ΔH und $\Delta\delta$

$$\Delta H = \Delta Y\sin\delta + \Delta X\cos\delta \qquad \Delta\delta = \frac{1}{29{,}1\, H}(\Delta Y\cos\delta - \Delta X\sin\delta)$$

lassen Folgendes erkennen:

Die Aenderungen der horizontalen Intensität sowohl wie diejenigen der Declination werden im allgemeinen (wofern nämlich nicht δ gleich 0^0, $\pm 90^0$ oder 180^0 ist) von beiden horizontalen Componenten der Variationskraft beeinflusst. Die Curven, welche ihren periodischen Gang darstellen, sind also aus den entsprechenden für jene Componenten geltenden Curven zusammengesetzt, und zwar in einem veränderlichen


Digitized by Google

von der Declination abhängigen Verhältnisse. Die an verschiedenen Stationen ermittelten Variationscurven der Horizontalintensität und der Declination sind daher, streng genommen, gar nicht vergleichbar, ausser wenn diese Stationen auf einer und derselben Isogone liegen. Sie geben ferner kein genaues Bild von dem periodischen Verlauf der Variationskraft, da in ihnen die Eintrittszeiten und Grössenverhältnisse der Maxima und Minima im allgemeinen durch die Superposition zweier ungleichartiger Curven verändert sind. Glücklicherweise ist diese Veränderung gewöhnlich nicht gross genug, um eine wesentliche Abweichung von dem wahren Charakter der Erscheinung herbeizuführen. Da nämlich δ an den meisten Orten ein kleiner Winkel, also $\sin\delta$ ein geringer Bruchtheil von $\cos\delta$ ist, während ΔX und ΔY ungefähr von gleicher Grössenordnung sind, so werden im allgemeinen ΔH und ΔX einerseits, $\Delta\delta$ und ΔY andrerseits einen ziemlich parallelen Verlauf besitzen. Am vollkommensten ist die Uebereinstimmung hinsichtlich der beiden zuletzt genannten Elemente: Die bekannte tägliche Variationscurve der Declination mit ihrem scharf ausgeprägten Maximum und Minimum gibt von dem Verlauf der ostwestlichen Componente der Variationskraft ein in den Hauptzügen ganz zutreffendes Bild. Dies ist jedoch nicht mehr der Fall, sobald δ eine beträchtliche Grösse erreicht. Dadurch erklären sich zum Theil die Abweichungen, welche die Beobachtungen in den Polargegenden gegenüber denjenigen in niederen Breiten zeigen. Ein wie sehr entstelltes Bild gerade diese für die Theorie besonders wichtigen Beobachtungen unter Umständen liefern können, dafür gibt folgendes Beispiel einen Beleg. Die von der Vega-Expedition angestellten magnetischen Beobachtungen ergeben für die Station Pitlekaj (67° 4,0′ N, 186° 29,8′ E) eine Variationscurve der Declination, welche — durchaus abweichend von deren gewöhnlichem Verhalten — vier um je 6 Stunden auseinanderliegende sehr starke Maxima besitzt (Zeitschr. d. österr. Ges. f. Met. Bd. 18 S. 437 1883). Da sich die Beobachtungen nur über drei Monate erstreckten, so ist allerdings anzunehmen, dass der Einfluss der unregelmässigen Störungen auf die Resultate noch recht merklich sein wird. Durch diese Annahme lässt sich indessen wohl der unregelmässige, sprungweise Verlauf der Curve, nicht aber deren von dem gewöhnlichen durchaus abweichender Gesammtcharakter erklären. Und in der That ergibt eine mit Hilfe der obigen Formeln durchgeführte Rechnung, dass die vier Maxima im wesentlichen durch die nordsüdliche Componente (ΔX) der Variationskraft hervorgerufen werden. Diese Componente ist von überwiegendem Einfluss, trotzdem die Declination noch keineswegs ungewöhnlich gross ist ($\delta = 19° 47'$ E). Die Curve der ostwestlichen Componente (ΔY) zeigt dagegen, von kleineren unregel-

Digitized by Google

mässigen Ausbiegungen abgesehen, einen durchaus normalen Verlauf. Sie besitzt das typische Hauptmaximum gegen 9^h und das darauffolgende Hauptminimum gegen 14^h sowie eine schwächere Schwankung während der Nachtstunden. Beschränkt man sich also auf die Betrachtung der unmittelbar beobachteten Declinationsänderungen, so muss man schliessen, dass der tägliche Gang der Magnetnadel in Pitlekaj nach wesentlich anderen Gesetzen erfolge wie an Punkten der gemässigten oder heissen Zone. Geht man jedoch auf die wirkenden Kräfte zurück, so erkennt man, dass die Ausnahmestellung jener Station in der That nur eine scheinbare ist, wenigstens soweit die ostwestliche Componente in Betracht kommt.

Eine ausführliche Untersuchung des periodischen, insbesondere des täglichen Ganges der Kräfte ΔX und ΔY, wie sich derselbe nach den bisherigen Variationsbeobachtungen an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche gestaltet, muss ich mir für eine spätere Arbeit vorbehalten. Hier mögen nur noch einige Beispiele dafür Platz finden, wie die ΔX und ΔY darstellenden Curven von den für ΔH und $\Delta \delta$ ermittelten abzuweichen pflegen. Die Abweichungen sind natürlich um so geringer, je kleiner die magnetische Declination ist. Am wenigsten geändert erscheint gewöhnlich die allgemeine Form der Curven, merklicher ist die Verschiebung der Extreme, und noch deutlicher tritt die Veränderung meistens in den Schwingungsamplituden hervor.

I. Die während der Jahre 1841—1845 in Singapore angestellten Variationsbeobachtungen ergeben als ungefähre[1]) Jahresmittel der beiden Hauptextreme:

das Vormittagsminimum . . 46″ W um 9^h 18′
das Nachmittagsmaximum . 42″ E um 15_h 16′.

Das Verhältnis der Amplituden ist ungefähr 1 : 0,9. Da die Declination sehr gering ist — sie beträgt nur 1° 36′ E — so werden ihre Aenderungen $\Delta \delta$ fast allein von der ostwestlichen Componente ΔY der Variationskraft hervorgerufen und müssen nahezu proportional derselben verlaufen. Trotzdem ist der Unterschied in der Lage und Grösse der Extreme merklich genug. Die Componente ΔY zeigt

ein Vormittagsminimum . — 29,1 um 9^h 11′
ein Nachmittagsmaximum . + 29,0 um 15^h 9′.

Die beiden grössten Ausweichungen treten also hier 7′ früher ein wie diejenigen von $\Delta \delta$ und ihr Verhältnis ist 1 : 1.

1) Die angegebenen Zahlen sind aus den Mittelwerthen für Nov., Dec., Jan., Mai, Juni, Juli abgeleitet. Vergl. Zeitschr. d. Oesterr. Ges. f. Met. Bd. 20 S 422 1885.


Digitized by Google

II. Die tägliche Variationscurve der horizontalen Intensität verläuft an den meisten Orten ziemlich flach bis auf ein in die Mittagstunde fallendes Maximum oder Minimum. Denselben Charakter besitzt die Curve der Componente ΔX. Abweichungen von diesem einfachen Verhalten treten besonders hinsichtlich des Augenblicks, in dem ΔH seinen grössten oder kleinsten Werth erreicht, auf. Beispielsweise ergeben die Mailänder Beobachtungen als Zeitpunkt des Minimums von ΔH ungefähr $9^h 30'$[1]).

Die Curve der ΔX zeigt dagegen ein kurz vor 12^h eintretendes Minimum, übereinstimmend mit den an anderen Orten, z. B. Singapore und St. Helena, erhaltenen Resultaten.

Was aus diesen beiden Beispielen hervorgeht, bestätigt sich in den meisten Fällen: Die zu verschiedenen Stationen gehörigen Curven der Componenten ΔX und ΔY zeigen im allgemeinen eine bedeutend bessere Uebereinstimmung unter einander, als es bei den Curven der unmittelbar beobachteten Variationen $\Delta\delta$ und ΔH der Fall ist. Uebrigens ist dies von vornherein zu erwarten. Die Componenten ΔX und ΔY sind das Ursprüngliche, die Variationen $\Delta\delta$ und ΔH dagegen das Abgeleitete, von verschiedenen Ursachen Abhängige und deshalb Complicirtere.

Ein weiterer Punkt verdient noch hervorgehoben zu werden. Die magnetischen Variationen stehen bekanntlich in einem sehr engen Zusammenhang mit der Sonnenfleckenhäufigkeit, sie sind beträchtlich grösser zur Zeit der Maxima wie zur Zeit der Minima. Die Constatirung dieses Zusammenhanges ist von grossem theoretischen Interesse; eine genaue, mathematische Darstellung desselben hätte ausserdem eine praktiche Bedeutung, insofern sie die Reduction der Beobachtungen verschiedener Jahre auf denselben Zeitpunkt ermöglichen würde. Dass nicht gleichzeitig angestellte Beobachtungen erst durch eine derartige Reduction vergleichbar werden, braucht kaum hervorgehoben zu werden. Nun wäre es aber durchaus willkürlich (und, wie das in dieser Richtung noch ziemlich dürftige Beobachtungsmaterial zeigt, thatsächlich falsch) annehmen zu wollen, dass die einzelnen Componenten der Variationskraft von der Veränderung derselben in gleichem Maasse betroffen werden. Sie müssen daher einzeln untersucht werden; es genügt nicht, dass man an ihrer Stelle die Veränderlichkeit der Variationen von $\Delta\delta$ und ΔH betrachtet, da diese die Gesammtwirkung zweier ungleichartiger Ursachen darstellt. Aehnliches gilt, sogar in höherem Grade, hinsichtlich der jährlichen Periode der täglichen Variationen.

---

1) Sulle var. d. magn. terr. a Milano. Pubbl. d. reale osserv. in Mil. vol. XXVI


Digitized by Google

Aus den vorhergehenden Betrachtungen ergibt sich Folgendes:

1. Theoretischen Untersuchungen über die Aenderungen[1]) des Erdmagnetismus sind die Variationen seiner Componenten, nicht diejenigen der Declination und der Horizontalintensität zu Grunde zu legen. (Hinsichtlich der verticalen Componente, welche sich leichter beobachten lässt wie die Inclination, entspricht die bisherige Praxis dieser Forderung bereits.) Mit Rücksicht darauf ist es wünschenswerth, dass in den Publicationen der Beobachtungen wenigstens die Schlussresultate (z. B. die Monats- und Jahresmittel) ausser in ihrer ursprünglichen Form auch nach den Componenten der Variationskraft angegeben werden. Die mit der Umrechnung verknüpfte Mühe ist verschwindend im Vergleich mit der doch nicht zu umgehenden sonstigen Reductionsarbeit.

2. Werden nur die Variationen $\varDelta\delta$ und $\varDelta H$ (bezw. $\varDelta h$ und $\varDelta z$) veröffentlicht, so ist eine Angabe der absoluten Werthe von δ und H (bezw. Z oder i) hinzuzufügen. Ohne diese Angabe, die selbst in neueren Publicationen oft fehlt, ist eine nachträgliche Berechnung der Componenten nicht ausführbar, und die Resultate verlieren deshalb viel von ihrem Werthe, um so mehr je grösser die Declination ist. Uebrigens braucht wohl kaum hervorgehoben zu werden, dass für den vorliegenden Zweck einigermaassen genäherte Werthe der erdmagnetischen Elemente vollkommen hinreichend sind. Es wird im allgemeinen genügen, wenn δ auf Zehntelgrade, H auf Hundertstel (in Gauss'schen Einheiten) bekannt ist.

3. Die drei Componenten besitzen eine selbständige Bedeutung; es ist nahezu gleichgiltig, ob an einem und demselben Orte alle drei oder an drei verschiedenen Orten je eine von ihnen beobachtet wird. Dies ist bezüglich der Variationen von δ und H nicht der Fall. Streng genommen sind dieselben einzeln gar nicht verwendbar[2]), denn in die Formeln für $\varDelta X$ und $\varDelta Y$ gehen beide gleichzeitig ein. Es können daher die Componenten, welche doch die Grundlage jeder weiteren Einwicklung bilden sollen, nur berechnet werden, wenn $\varDelta H$ und $\varDelta\delta$ an demselben Ort und zur gleichen Zeit beobachtet werden. Von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet erscheint eine Station, an der die Variationen sämmtlicher Elemente (oder auch nur diejenigen von δ und H) gemessen werden von grösserem Werthe als

1) Ich habe bisher stets von periodischen Aenderungen gesprochen. Das Gesagte gilt indessen offenbar ebensowohl von den Störungen.

2) Mit Hilfe der Potentialtheorie lassen sich allerdings auch isolirte Variationsbeobachtungen der Declination oder der Horizontalintensität verwerthen, indessen nur unter Aufwand einer ausserordentlich grösseren Menge mechanischer Rechenarbeit.


Digitized by Google

mehrere Stationen, deren jede sich auf die Beobachtung der Declinationsschwankungen beschränkt.

Nach dem Gesagten liegt nun eine Frage nahe: Wenn für die Theorie nur die Componenten der Variationskraft von Wichtigkeit sind: während den Aenderungen der Elemente höchstens eine secundäre Bedeutung zukommt:[1]) wäre es dann nicht vortheilhafter, unmittelbar ΔX und ΔY zu messen, wie es mit ΔZ bereits allgemein geschieht? Die Frage ist sicher zu bejahen und es ist auch nicht schwer, Apparate anzugeben, welche eine directe Messung der Componenten gestatten. Man kann das Bifilar-Magnetometer zu diesem Zwecke verwenden, wenn man dasselbe so einstellt, dass die Mittellage der magnetischen Axe entweder von Osten nach Westen oder von Süden nach Norden gerichtet ist. Im ersten Falle geben die Schwingungen des Apparats die wechselnden Werthe von ΔX an, im zweiten Falle diejenigen von ΔY. Es ist dies ohne weiteres verständlich, wenn man sich errinnert, dass bei der gewöhnlichen zum magnetischen Meridian senkrechten Stellung die Abweichungen von der Ruhelage proportional der ganzen horizontalen Componente sind.

Für die Beibehaltung der bisherigen Praxis, $\Delta\delta$ und ΔH zu messen, könnte angeführt werden, dass die Einrichtung und Behandlung des Unifilars einfacher sei, wie diejenige des Bifilars, ein Vortheil gegen welchen die Mühe der nachträglichen Berechnung der Componenten nicht ins Gewicht falle. Vielleicht sind auch die Angaben des erstgenannten Apparats für etwas zuverlässiger zu halten als diejenigen des letzteren, welche durch die Aenderungen des Stabmagnetismus beeinflusst werden. Alles dies kann aber nicht in Betracht kommen, wenn nur ein Variationsapparat in Thätigkeit ist, wie dies an den meisten Stationen geschieht. In diesem Falle ist die Aufstellung eines Bifilarmagnetometers zur Beobachtung von ΔX oder ΔY sicherlich derjenigen eines Unifilars zur Messung der Declinationsschwankungen vorzuziehen — es müsste denn δ so klein sein, dass letztere als proportional mit ΔY angesehen werden können.

Ob ΔX oder ΔY beobachtet wird, ist ziemlich gleichgiltig. Für die Bevorzugung von ΔX spricht der von Gauss bereits hervorgehobene Umstand, dass, wenn ΔX auf der ganzen Erdoberfläche bekannt ist, ΔY daraus berechnet werden kann. Hierzu kommt noch, dass der periodische Verlauf von ΔY an den meisten Orten nahezu parallel demjenigen von $\Delta\delta$ ist und daher wenigstens in den Hauptzügen als schon ziemlich genau bekannt gelten darf, was von ΔX nicht behauptet werden kann.

Gotha, im März 1886.

1) Sie werden nur zur Reduction absoluter Messungen gebraucht und können zu diesem Zwecke leicht aus ΔX und ΔY berechnet werden.


Digitized by Google

Messungen der durch Anspannen von Drähten bewirkten Quercontraction.

Zweite Mittheilung[1]).

Von

H. Götz und **A. Kurz.**

Stahldrähte.

Einleitung. Nach den im November und December vorigen und Januar dieses Jahres fortgesetzten Beobachtungen der Quercontraction, bei welchen wir die störenden Nebenumstände am Apparate näher kennen lernten, obliegt uns vor allem, die in den §§ 2 bis 5 a. a. O. mitgetheilten Zahlen nochmals einer Discussion zu unterwerfen.

Geglühter Stahldraht: „Corrigirte Volumabnahmen" (§ 2):

0,55	0,40	0,45	0,50	0,50
0,55	0,40	0,30	0,55	
0,60	0,30	gerissen.		

Lassen wir von diesen drei Horizontalreihen je die erste Zahl ausser Acht und nehmen die zweite (0,40) zur Grundlage für die Berechnung des Verhältnisses σ der Quercontraction zur Längsdilatation; nehmen wir drittens als Erfahrung an, dass vorige Zahlen mit wachsender Verlängerung des Drahtes innerhalb einer Versuchsreihe ebenfalls wachsen und dass dagegen viertens das zweimalige Herabkommen der obigen Zahlen auf 0,30 der Unvollkommenheit der Klemmen, also einem Rutschen des Drahtes zuzuschreiben ist (welches namentlich kurz vor dem Zerreissen am meisten zu besorgen steht), so ist

$$\sigma = 0,35$$

innerhalb oder nahe der Elasticitätsgrenze. Die grösseren Resultate entsprechen wie gesagt einer Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze und die kleineren einem kleineren Anspannen, dem Rutschen des Drahtes innerhalb der Klemmen; wozu noch kommt, dass der Draht selbst bei Wiederholung des Versuches ein anderes Verhalten zeigen kann.

---

1) Die erste („vorläufige") Mittheilung s. S. 9—15.

Digitized by Google

In der früheren Abhandlung hatten wir uns mit Mittelwerthen begnügt und im § 5 daselbst

$$\sigma = 0{,}40 \text{ bis } 0{,}30$$

notirt, was auf das vorhin angeführte Resultat $\sigma = 0{,}35$ wiederum hinweist[2]). Der genannte Draht hatte nur $1{,}2^{mm}$ als Querschnitt und liess eine Anspannung bis über 20^{mm} (auf 1000) vor dem Zerreissen zu. Der nachfolgende, in § 3 bis 5, dagegen hatte einen zwei und einhalbmal so grossen Querschnitt, war nicht geglüht, und die drei Exemplare desselben rissen bei 7 bis 8^{mm} Anspannung.

Die Versuchszahlen im § 3

3,30 1,10 1,10 1,80 1,25 1,05 1,10

lassen den Draht beim zweiten und dritten Millimeter noch als nicht über die Elasticitätsgrenze angestrengten erscheinen; d. h. wir legen jetzt gemäss oben geäusserter Grundsätze zur Berechnung von σ die Zahl 1,10 zu Grunde und finden (s. § 3)

$$\sigma = 1{,}10 \cdot 0{,}35 = 0{,}385 \text{ also nahe } 0{,}39.$$

Dagegen verräth die grössere Zahl 1,80 eine Ueberschreitung der Elastizitätsgrenze und die darauffolgenden kleineren 1,25, 1,05, 1,10 lassen auf ein Rutschen des Drahtes schliessen. Durch diese Anspannung bis nahe zum Zerreissen wurde der Draht gewiss alterirt und lieferte auch das nächste Mal

0,82 0,85 0,95,

d. h. mit Zugrundelegung von 0,85

$$\sigma = 0{,}85 \cdot 0{,}35 = 0{,}31.$$

Am darauffolgenden Tage (28. Aug.) fanden wir

1,20 0,55 und hernach ist der Draht gerissen,

so dass 0,55 ganz sicher auf ein Rutschen schliessen lässt und keine Berechnung von σ zulässt. Möglicherweise ist indessen auch 0,85 wegen einigen Rutschens um etwas zu klein ausgefallen, und diese Befürchtung wird durch die erste Versuchsreihe des § 4 mit einem neuen Exemplare derselben Drahtsorte 1,50, 0,70, 0,75, 0,70, 0,85, 0,67 noch gestützt, da deren zweite Zahl 0,70 noch kleiner ist als 0,85 und

$$\sigma = 0{,}70 \cdot 0{,}35 = 0{,}25$$

ergäbe. Vergleicht man nach dieser Anschauungsweise die weiteren Zahlen des § 4 und noch diejenigen des § 5, die mit einem dritten Exemplare derselben Stahldrahtsorte erhalten wurden, so verdient wohl

$$\sigma = 1{,}00 \cdot 0{,}35 = 0{,}35 \text{ neben dem früheren } \sigma = 0{,}39$$

(später weniger, sei es durch Härterwerden des Drahtes, oder durch ein Rutschen veranlasst) die meiste Beachtung.

---

2) In der vorletzten Zeile des § 2 ist 0,29 ein Druckfehler für 0,26.

Digitized by Google

Eine solche Abnahme der zweiten Beobachtungszahl je einer Beobachtungsreihe im Laufe mehrerer Tage, bei wiederholter Erprobung des Drahtes (der auch insbesondere nach Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze gewissermaassen ein anderer wird), steht mit der Zunahme solcher Beobachtungszahlen innerhalb derselben Beobachtungsreihe nach Ueberschreitung der genannten Grenze) keineswegs im Widerspruche. Erstere Abnahme geschieht ja innerhalb, letztere Zunahme ausserhalb der Elasticitätsgrenze und beide stehen auch mit unseren sonstigen Erfahrungen über das Wesen der Elastizität im Einklange.

Was die Geradestreckung betrifft, durch welche auch ein Sinken des Wassers im Capillarrohr veranlasst wird, so war darüber schon in unserer vorläufigen Mittheilung, insbesondere hinsichtlich der ersten Beobachtungszahl je einer Reihe, die Rede. Diese kann sowol aus diesem Grunde zu gross als auch aus anderen Gründen zu klein ausfallen; dies insbesondere, wenn der Draht beim ersten Angriff der Zugschraube noch nicht sogleich erfasst wurde.

Mit dieser Betrachtungsweise ist der Benennung von σ als der zweiten Elasticitätsconstanten genauere Rechnung getragen als früher[3]) Aber die numerischen Resultate, welche mit den zweierlei Drähten, einem geglühten dünnen und einem nichtgeglühten dickeren Stahldrahte erhalten wurden, machten den Wunsch nach weiterem Beobachtungsmateriale rege. Wir verschafften uns deshalb von dem zweitgenannten Drahte durch die Güte der Firma Eberle & Co. dahier je drei Exemplare in verschieden gehärtetem Zustande, und setzten zunächst mit einem dunkelblau angelassenen jene Beobachtungen fort.

§ 1. Dunkelblauer Stahldraht I. Derselbe riss beim 4. Millimeter der Verlängerung; als „corrigirte Volumabnahme in Röhrentheilen“ zeigte er

am 2. Nov.	0,80	0,85	0,67	bei der Verlängerung
um	1	2	3	Millimeter.

Mit der zweiten Zahl (s. vorige Ausführung) erhalten wir

$$\sigma = 0{,}85 \cdot 0{,}35 = 0{,}30.$$

Die dritte Zahl 0,67 gemahnt an das nachgefolgte Abreissen, an das Rutschen des Drahtes.

3) Namentlich hinsichtlich des nicht geglühten Stahldrahtes. Beim geglühten und dünneren Drahte, der mehr als 20^{mm} Verdrehung aushielt, waren die eben mitgetheilten Zahlen alle oder zumeist noch innerhalb der Elasticitätsgrenze gelegen, so dass der Mittelwerth noch eine Berechtigung hatte.

Digitized by Google

§ 2. Am 6. Nov. ward derselbe Draht nochmals eingespannt (er war an der oberen Klemme gesprungen), und wir fanden

1,13 0,68 0,78;

die zweite Zahl erinnert an die vorige Dritte; die jetzige Dritte nähert sich wieder der vorigen zweiten. Wir drehten alsdann wieder 2^{mm} zurück, um am 7. Nov. noch beobachten zu können

0,32 0,85 (0,60).

Diese dritte Zahl ist nicht vollständig, wie die anderen, erhältlich gewesen, weil der Draht beim Ablesen, 10 Minuten nach der Streckung um den 4. Millimeter (der 1. Millimeter rührte vom 6. Nov. her), abgerissen ist, also wie am 2. Nov. Wegen der Unbrauchbarkeit der ersten Zahl kann jetzt die Accommodation des Drahtes übernacht angeführt werden. Die zweite Zahl 0,85 aber ist eine reine Bestätigung der Messung im § 1 im oder wenigstens noch nahe dem Zustande der Elastizität, während die Grenze dieser hernach überschritten wurde.

§ 3. Ein II. Exemplar wie in § 1 lieferte am

11. Nov. die Zahlen 0,27 0,35 0,60,

deren zweite wie diejenige der Reihe am

12. Nov. 0,17 0,55 0,50

sich durch eine Störung, wahrscheinlich Rutschen des Drahtes durch die später (im Februar) abgeänderten Klemmen, veranlasst herausstellte. Denn dass auch 0,55 noch zu klein ist, dafür sprechen die Messungen am

13. Nov. mit 0,80 0,85,

wobei hernach, wieder beim 4. Millimeter, der Draht gesprungen ist, und zwar an zwei Stellen innerhalb des Rohres.

Im Zusammenhalte mit § 1 und 2 kann man also wieder

$$\sigma = 0{,}85 \cdot 0{,}35 = 0{,}30 \text{ oder}$$

(weil dies vielleicht ausserhalb der Elastizitätsgrenze)

$$\sigma = 0{,}80 \cdot 0{,}35 = 0{,}28 \text{ setzen.}$$

§ 4. Ein III. Exemplar zeigte am

18. Nov. 0,97 0,82 0,87,

so dass 0,82 ganz zum Voranstehenden stimmt und

$$\sigma = 0{,}29 \text{ wird;}$$

aber am 19. und 20. Nov. kamen zu grosse Zahlen zum Vorschein, 1,00 und dergleichen; auch am 21. und 22. Nov., so dass wir am 23. Nov. den Draht von neuem einspannten und beobachteten

0,18 0,90 0,80;

Digitized by Google

beim 4. Millimeter beobachteten wir das im vorigen § 3 schon supponierte Rutschen des Drahtes; ein deshalb vorgenommenes Nachziehen der beiden Pressschrauben hatte einen Bruch der einen zur Folge. Ferner war am

5. Dec. 0,13 0,70 0,67; hernach 2^{mm} zurückgedreht;
6. „ 0,80 0,95, hernach wieder ein Rutschen beobachtet;
8. „ 0,80 0,58 0,63, hernach 2^{mm} zurück;
9. „ 0,92 0,80, hernach wieder Rutschen;
10. „ 0,72 0,77 (0,70), hernach gerissen, wieder beim 4. Millimeter, weil der 1. Millimeter vom 8. Dec. geblieben war.

Die Zahl (0,70) ist wie (0,60) im § 2 nicht vollwerthig.

Gemäss § 3 haben wir jetzt, ausser der Wiederholung der Zahl 0,80 am 6. und 8. Dec.,

$$\sigma = 0,72 \cdot 0,35 = 0,25 \text{ bis}$$
$$\sigma = 0,77 \cdot 0,35 = 0,27 \text{ anzunehmen.}$$

§ 5. Am 18. Dec. wurde derselbe Draht nochmals eingespannt und lieferte die Zahlen

1,00 0,70 0,65 (hernach 2^{mm} nachgelassen),

von denen wieder die zweite $\sigma = 0,25$ liefern würde; aber für den
19. Dec. 1,20 0,85 0,78, also beim 2., 3. und 4. Millimeter, wenn da die zweite Zahl 0,85 noch als innerhalb der Elastizitätsgrenze liegend angesehen werden sollte, bekämen wir

$$\sigma = 0,30 \text{ wie im § 1 oben.}$$

Es ist also, als ob derselbe Draht als ein neuer zu betrachten wäre.

Diese Steigerung setzte sich am 20. Dec. fort mit der corrigirten Volumabnahme

0,95 1,12 beim 3. und 4. Millimeter;

beim 5. Millimeter trat abermals ein Rutschen des Drahtes durch die Klemmen hindurch ein; wir zogen deshalb die Pressschraube stärker an und drehten an der Zugschraube wieder 2^{mm} zurück. Es wären also 3^{mm} Verdehnung im Draht zurückgeblieben, wenn nicht das ebenbemerkte Rutschen eine solche Angabe unsicher machte; wir erlangten aber darüber insofern Sicherheit, als am
21. Dec., 10 Minuten nachdem wir den Draht um einen weiteren Millimeter ausgezogen hatten, derselbe sprang, also im Zusammenhalte mit den vier vorausgehenden Paragraphen wohl wieder beim 4. Millimeter der Anspannung.

Hiermit war unser Vorrath von der Sorte des dunkelblauen Stahldrahtes erschöpft. Die notirten Ergebnisse hinsichtlich σ lassen eine Amplitude von

0,30 bis 0,25 zu, oder
0,29 bis 0,25,

Digitized by Google

sagen wir einstweilen 0,27 im Mittel mit der Schwankung um 0,02 auf und ab, in der Nähe, oder wohl noch innerhalb der Elastizitätsgrenze. Dies mag mit der obigen Einleitung zusammengehalten werden, so dass σ mit dem Härtegrade kleiner würde (und wohl auch innerhalb engerer Grenzen variirte).

§ 6. Hellblauer Stahldraht I. Wir beobachteten am
25. December

0,55 0,60 0,60

(hernach 2mm zurück), so dass

$$\sigma = 0,60 \cdot 0,35 = 0,21$$

sich ergäbe; dagegen am
27. December

0,95 0,78

und 10 Minuten nach dem weiteren, also dem 3. Millimeter der Anspannung, riss der Draht.

§ 7. Nochmals eingespannt zeigte der Draht am
31. December

1,02 0,62 0,55

(hernach 2mm zurück), so dass wiederum mit dem zweiten Werthe

$$\sigma = 0,62 \cdot 0,35 = 0,22$$

wird. Am
1. Januar (1886) vormittags kamen

0,58 (0,72),

wobei die Klammern wiederum eine Störung wie im § 2 und 4 bedeuten. Nur die Zahl 0,58, die wir aber der Consequenz wegen nicht gelten lassen, schien gut zum Vorigen zu passen. Wir drehten deshalb die beiden Millimeter wieder zurück und zogen die Klemmen besser an. Am Nachmittage desselben Tages kamen beim 2. und 3. Millimeter der Anspannung (der 1. Millimeter war vom 31. Dec. her belassen worden) zum Vorschein die viel höheren Zahlen

1,02 0,95,

welche als ausserhalb der Elasticitätsgrenze liegend zu betrachten sind. Denn wirklich riss der Draht nach der Ertheilung des 4. Millimeters der Anspannung (im Innern der Röhre.)

§ 8. Ein II. Exemplar des hellblauen Drahtes lieferte am
3. Januar

0,58 0,58 0,53,

(hernach 2mm nachgelassen), so dass

$$\sigma = 0,53 \cdot 0,35 = 0,19$$

würde; aber am

Digitized by Google

4. Januar

0,90 1,00 0,45

(hernach wieder 2^{mm} nachgelassen); und am
5. Januar

1,15 0,88,

und beim nächsten, d. h. während des Anspannens mit dem 5. Millimeter trat der Riss ein.

§ 9. Nochmals eingespannt am 6. Jan. und beobachtet am
7. Januar

0,80 0,58 0,55

(hernach 2^{mm} zurück). Daraus entnehmen wir

$$\sigma = 0{,}58 \cdot 0{,}35 = 0{,}20.$$

Am 8. Januar

1,25 1,02 0,60

(hernach 2^{mm} zurück) kamen wieder die grossen Zahlen, sowie noch mehr am
9. Januar

1,45 1,03,

und beim nächsten Millimeter, dem 5. wiederum, riss der Draht. Die am 8. Jan. beobachtete Zahl 0,60 würde sich dem Vorhergehenden zur Berechnung von σ anpassen, wird aber wiederum nur mit dieser Erwähnung abgethan.

§ 10. Am 12. Jan. spannten wir denselben Draht zum 3. Male ein und umgaben die Röhre unseres Apparates mit einem Mantel aus Eisenblech, den wir gleichzeitig mit demselben hatten anfertigen lassen und mit Schnee füllten, um auch bei 0° C. beobachten zu können, und es ergab sich am
13. Januar

0,64 0,55;

beim 3. Millimeter trat ein Rutschen ein und 2^{mm} drehten wir schliesslich wieder zurück. Wir hätten sonach

$$\sigma = 0{,}55 \cdot 0{,}35 = 0{,}19$$

wie im § 8.

§ 11. Am 15. Jan. zum 4. Male eingespannt beobachteten wir wieder bei 0° C.

0,82 0,37 0,17

und drehten wieder 2^{mm} zurück.

Da ist nun aber die Zahl 0,37 gewiss zu klein im Vergleiche mit § 6 bis hierher; denn sie würde ja nur liefern

$$\sigma = 0{,}37 \cdot 0{,}35 = 0{,}13 \quad .$$

Digitized by Google

und findet ihre Erklärung am Schlusse von § 12. Es war auch am
16. Januar

0,45 0,63 0,41

(hernach drehten wir diese 3^{mm} zurück) also wieder

$$\sigma = 0{,}63 \cdot 0{,}35 = 0{,}22,$$

welches Resultat mit § 7 stimmt. Sollte es dagegen im Vergleiche zum 15. Jan. schon über der Elasticitätsgrenze sein, da es beim 3. Millimeter der Längsdehnung eintrat? Dieser Gedanke wird einigermaassen noch ferner gestützt dadurch, dass am

18. Januar aus mehreren Messungen nur die Zahl 0,65 erhältlich war und beim 4. Millimeter an diesem Tage, also beim 5. seit 15. Jan. wieder das Rutschen des Drahtes constatirt werden konnte. Wegen Reparatur konnten wir erst am 22. Jan. nochmals einspannen, es brach aber der Draht beim 1. Millimeter schon.

§ 12. Ein III. Exemplar dieses hellblauen Drahtes zeigte am
26. Januar vormittags

0,13 0,65 0,90 0,88

(hernach 3^{mm} zurück); so dass wiederum

$$\sigma = 0{,}65 \cdot 0{,}35 = 0{,}23:$$

am selben Tage nachmittags

0,92 0,95 0,97

(hernach diese 3^{mm} zurück), und am
27. Januar

1,25 1,03 1,13,

und der 4. Millimeter am letzten Tage, das ist also der 4. bis 5. seit dem 26. Januar — der 1. Millimeter an diesem Tage war wohl wegen der kleinen Zahl 0,13 kein voller Ausdehnungsmillimeter — hatte ein sichtliches Rutschen zur Folge.

Wir drehten hernach 3^{mm} zurück und beobachteten am
28. Januar

0,95 0,65 0,50 0,37

(hernach 3^{mm} zurück), so dass allerdings wiederum

$$\sigma = 0{,}65 \cdot 0{,}35 = 0{,}23$$

sich ergäbe. Auch stimmten hiermit die Zahlen am
29. Januar vormittags

1,00 0,65 0,55.

Aber dieses Kleinerwerden der Zahlen am 28. wie am 29. Jan. machte uns darauf aufmerksam, dass der Draht durch die Messing-

Digitized by Google

futter der von der Muschenbrök'schen Wage noch herrührenden Klemmen gerutscht sein musste. So stand die obere Klemme zuletzt am 29. Jan. vormittags um $3\frac{1}{2}^{mm}$ von der oberen Messingfassung der Röhre ab und am

29. Januar nachmittags um 6^{mm}, während schon eine Verdehnung um 4 bis 5^{mm} das Abreissen hätte erwarten lassen.

Dies bewog uns, jene Klemmen, wie sie von der Muschenbök'schen Wage her mit nur kleinen Verbesserungen im Gebrauche gestanden waren, wesentlich abändern oder neu anfertigen zu lassen. Einstweilen können wir sagen, dass der Werth

$$\sigma = 0{,}35 \text{ oder } \tfrac{1}{3}$$

in der obigen „Einleitung“, für den dortigen geglühten und ungeglühten Stahldraht, hievon nicht berührt wird. Dagegen fanden wir für den gehärteten Stahldraht

$$\sigma = 0{,}30 \text{ bis } 0{,}25 \text{ oder bis } \tfrac{1}{4}$$

(§ 1 bis 5) im dunkelblau angelassenen Zustande, und

$$\sigma = \tfrac{1}{5}$$

(§ 6 bis 12) im hellblauen Zustande. Hierüber behalten wir uns noch einen weiteren Bericht vor.


Digitized by Google

Ueber die Linien gleicher Stromdichte auf flächenförmigen Leitern [1]).

Von

J. Haubner.

In der Theorie der stationären Strömung der Elektricität wurden bis in die letzte Zeit fast ausschliesslich nur die Orte gleichen Potentials und das System der Strömungslinien in Betracht gezogen. Erst in der Controverse, welche sich über die sog. Guébhard'schen Figuren entspann, treten auch die Orte gleicher Stromdichte in den Vordergrund. Bei der stationären Strömung in flächenförmigen Leitern ergeben sich nun infolge der Anwendbarkeit von Functionen complexer Variablen für die Curven gleicher Stromdichte besonders einfache Verhältnisse, welche es gestatten, sich beinahe ohne Rechnung ein Bild vom Verlauf dieser Curven zu machen und die Zahl der Singularitäten, welche die Stromintensität aufweist, zu erkennen.

I.

Ist für eine beliebige krumme Fläche das Bogenelement ds durch

$$ds^2 = E dp^2 + 2F dp dq + G dq^2$$

in Gauss'scher Bezeichnung ausgedrückt, so hat das Potential U im Falle einer stationären Strömung der Differentialgleichung

$$\frac{\delta}{\delta p}\left(\frac{G\frac{\delta U}{\delta p} - F\frac{\delta U}{\delta q}}{\sqrt{EG-F^2}}\right) + \frac{\delta}{\delta q}\left(\frac{E\frac{\delta U}{\delta q} - F\frac{\delta U}{\delta p}}{\sqrt{EG-F^2}}\right) = 0 \tag{1}$$

zu genügen [2]).

Durch die Beziehungen

$$\frac{\delta V}{\delta q} = \frac{G\frac{\delta U}{\delta p} - F\frac{\delta U}{\delta q}}{\sqrt{EG-F^2}}, \quad \frac{\delta V}{\delta p} = -\frac{E\frac{\delta U}{\delta q} - F\frac{\delta U}{\delta p}}{\sqrt{EG-F^2}} \tag{2}$$

ist dann eine Function V — Maxwell nennt sie Stromfunction — bestimmt, und wie die Curven $U =$ const. die Niveaulinien, so stellen die Curven $V =$ const. die Strömungslinien dar. Dass die letzteren

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 93 S. 46 (1886).

2) Kirchhoff: „Ueber die stationäre elektrische Strömung in gekrümmten Flächen". Berliner Monatsberichte 1875 und gesammelte Abhandlungen.

Digitized by Google

Curven auf den ersteren senkrecht stehen, also wirklich Strömungslinien sind, lässt sich beweisen, indem man im Ausdruck für das Bogenelement ds statt der $p =$ und $q =$ Curven die $U =$ und $V =$ Curven zu Grunde legt.

Man erhält[1])

$$ds^2 = \frac{1}{J^2}(dU^2 + dV^2), \tag{3}$$

und da hierin das $F =$ Glied fehlt und $F = \sqrt{EG} \cdot \cos\omega$ ist, unter ω den Winkel verstanden, unter dem sich die Curven schneiden, so muss für die $U =$ und $V =$ Schaaren $\omega = \frac{\pi}{2}$ sein.

Man sieht unmittelbar, dass auch V der Differentialgleichung 1 genügt, und wenn V als Potential genommen wird, ist U bis aufs Zeichen die Stromfunction, denn aus Gl. 2 ergibt sich

$$\frac{\delta U}{\delta q} = -\frac{G\frac{\delta V}{\delta p} - F\frac{\delta V}{\delta q}}{\sqrt{EG - F^2}}, \quad \frac{\delta U}{\delta p} = \frac{E\frac{\delta V}{\delta q} - F\frac{\delta V}{\delta p}}{\sqrt{EG - F^2}}, \tag{4}$$

was man auch in folgender Art ausdrücken kann:

Werden zwei von den Curven $U =$ const. auf constantem Potential gehalten, so stellt sich eine Strömung nach den Curven $V =$ const. ein und umgekehrt, — werden zwei von den Curven $V =$ const. auf constantem Potential gehalten, so stellt sich eine Strömung nach den Curven $U =$ const. ein, — oder, wie man sich kürzer ausdrückt, man kann die Systeme der Strömungs- und Niveaulinien miteinander vertauschen. Zwei solche Strömungen nennt man conjugirte Strömungen.

Zu der Differentialgleichung 1 gelangt man auch durch Betrachtung der Elektricitätsmengen, welche in das von den Linien p, q, $p + dp$, $q + dq$ gebildete Elementarparallelogramm eintreten und aus ihm austreten.

Ueber das Linienelement

$$d\sigma_1 = \sqrt{E} \cdot dp$$

der vom Punkte (p, q) ausgehenden $q =$ Curve fliesst die Elektricitätsmenge

$$dS_1 = \mu\, dp \cdot \frac{F\frac{\delta U}{\delta p} - E\frac{\delta U}{\delta q}}{\sqrt{EG - F^2}},$$

über das Element $d\sigma_2 = \sqrt{G} \cdot dq$ der $p =$ Linie strömt

1) Vergl. die citirte Abhandlung von Kirchhoff.

Digitized by Google

$$dS_2 = \mu\, dq \cdot \frac{F\dfrac{\delta U}{\delta q} - G\dfrac{\delta U}{\delta p}}{\sqrt{EG - F^2}},$$

wenn der Factor μ, den ich $= 1$ setzen will, das specifische Leitungsvermögen der Fläche bedeutet. Die Stromdichten sind daher auf $d\sigma_1$ und $d\sigma_2$ resp.:

$$J_1 = \frac{dS_1}{d\sigma_1}, \quad J_2 = \frac{dS_2}{d\sigma_2}.$$

Bezeichnet ferner dS die Strommenge, welche über das von (p, q) auslaufende Element $d\sigma$ der Niveaulinie geht, so ist die Stromdichte im Punkte (p, q)

$$J = \frac{dS}{d\sigma}$$

und wenn die Stromrichtung die Winkel α und β mit der $q =$ und $p =$ Linie bildet, bestehen die Gleichungen

$$J_1 = J \cdot \sin \alpha, \quad J_2 = J \cdot \sin \beta,$$

woraus sich unter Benutzung der Relation $\alpha + \beta = \omega$ für J der Ausdruck

$$J = \frac{1}{\sin \omega} \sqrt{J_1^2 + J_2^2 + 2 J_1 J_2 \cos \omega}$$

ergibt.

Führt man für J_1, J_2, $\cos \omega$ ihre Werthe ein, so erhält man für die Linien gleicher Stromdichte ($J =$ const. $= k$) die Gleichung

$$G\left(\frac{\delta U}{\delta p}\right)^2 - 2F\frac{\delta U}{\delta p} \cdot \frac{\delta U}{\delta q} + E\left(\frac{\delta U}{\delta q}\right)^2 = k^2 (EG - F^2). \qquad (5$$

Formt man diese Gleichung mit Hilfe der Beziehungen 4 um, so geht sie über in:

$$G \cdot \left(\frac{\delta V}{\delta p}\right)^2 - 2F\frac{\delta V}{\delta p} \cdot \frac{\delta V}{\delta q} + E\left(\frac{\delta V}{\delta q}\right)^2 = k^2 (EG - G^2). \qquad (6$$

Das ist aber auch der Ausdruck für die Linien gleicher Stromdichte oder Intensitätslinien für den Fall, als V das Potential darstellt.

Zu dem Satz von der Vertauschbarkeit der Strömungs- und Niveaulinien gesellt sich mithin ein zweiter Satz:

Bei einer Vertauschung der Strömungs- und Niveaulinien bleiben die Linien gleicher Stromdichte unverändert, oder zwei conjugirte Strömungen besitzen ein gemeinsames System von Intensitätslinien.

Während bei der conformen Uebertragung eines Strömungsnetzes auf eine zweite Fläche die Bilder der Niveau- und Strömungslinien

Digitized by Google

wieder Niveau- und Strömungslinien sind, ist das für die Intensitätslinien nicht mehr der Fall.

Die Stromintensitäten in zwei entsprechenden Punkten unterscheiden sich um einen Factor, um das Vergrösserungsverhältnis, und es wird daher das Bild einer Intensitätslinie nur dann eine Intensitätslinie sein, wenn das Vergrösserungsverhältnis für alle Punkte der Curve denselben Werth hat. Das tritt ein, wenn die Flächen ähnlich, oder aufeinander abwickelbar sind. Krümmt man beispielsweise eine dünne, rechteckige Platte, auf der eine Strömung stattfindet, in eine cylindrische Form oder gibt man ihr eine noch complicirtere Form, indem man sie im Mittelpunkt unterstützt und der Wirkung der Schwere überlässt u. dgl., — so bleiben bei allen diesen Deformationen die Strömungs-, Niveau- und Intensitätslinien fest mit der leitenden Fläche verbunden.

Für die Rechnung ist es meist von Vortheil, mit $W = U + iV$ statt mit U und V zu operiren. Es wird dann nach Gl. 3

$$J = \frac{\operatorname{mod} \cdot dW}{ds}$$

und zwar bedeutet hierin J, wie eine leichte Ueberlegung zeigt, gerade auch die Stromintensität. Kann man überdies ds durch eine Substitution auf die Form

$$ds^2 = \lambda^2 (d\alpha^2 + d\beta^2)$$

bringen, d. h. ist man im Stande die Fläche auf eine Ebene (α, β) abzubilden und setzt man weiter

$$\alpha + i\beta = \zeta,$$

dann wird die Gleichung für die Intensitätslinien einfach

$$\frac{1}{\lambda} \operatorname{mod} \frac{dW}{d\zeta} = k, \tag{7}$$

also für eine Ebene, $\lambda = 1$

$$\operatorname{mod} \frac{dW}{dz} = k \tag{8}$$

wenn $z = x + iy$ einen Punkt der Ebene darstellt.

II.

Es mögen nun einige specielle Fälle Platz finden:

1. a) Bei den Strömungen in der Ebene mit concentrischen Kreisen und ihrem Radienbüschel, welche durch

$$W = \log z$$

vorgestellt werden, sind die Intensitätslinien nach Gl. 8

Digitized by Google

$$\operatorname{mod} \frac{1}{z} = k,$$

als concentrische Kreise. Dieser einfache Fall liesse sich auch experimentell leicht verfolgen: Senkt man zuerst in Kupfervitriol mehrere Kreiscylinder aus Kupferblech concentrisch ein und benutzt das äusserste und innerste als Elektroden, so schlägt sich an den Stellen, wo der Strom ins Kupferblech eintritt, Kupfer nieder und die Dicke der niedergeschlagenen Schicht ist der Stromintensität an der betreffenden Stelle proportional, also der Entfernung von der Axe verkehrt proportional. Zweitens: Man senke in die Mitte eines cylindrischen, mit Kupfervitriol gefüllten Gefässes einen Glasstab, tauche in dasselbe radial mehrere dünne Kupferstreifen, welche vom Glasstab bis an die äussere Gefässwand reichen und benutze zwei Streifen als Elektroden. An den zwischenliegenden Streifen scheidet sich Kupfer ab und die Dicke der Kupferschicht nimmt an jedem Streifen von der Mitte des Gefässes gegen die Peripherie proportional mit der Entfernung von der Axe ab. Die Flächen gleicher Stromdichte haben in beiden Fällen dieselbe Form.

b) Bei der Strömung mit zwei, im Endlichen gelegenen Elektroden.

$$W = \log \frac{z - c}{z + c}$$

sind die Linien gleicher Stromdichte

$$\operatorname{mod} \frac{1}{(z - c)(z + c)} = k,$$

also Lemniskaten um die auf der reellen Axe befindlichen Elektroden $z = \pm c$ als Brennpunkte.

c) Für eine beliebige Zahl von Elektroden, welche insgesammt im Endlichen liegen

$$W = \Sigma A_n \log (z - z_n), \quad \Sigma A_n = 0$$

haben die Intensitätslinien die Form

$$\operatorname{mod} \frac{(z - \zeta_1) \ . \ . \ . \ (z - \zeta_{n-2})}{(z - z_1) \ . \ . \ . \ (z - z_n)} = k,$$

sind also Lemniskaten höherer Ordnung. $\zeta_1 \ . \ . \ . \ \zeta_{n-2}$ und der Unendlichkeitspunkt sind die Nullstellen, $z_1 \ . \ . \ . \ z_n$ die Unendlichkeitsstellen der Stromdichte.

2. a) Besteht das Strömungsnetz aus confocalen Ellipsen und Hyperbeln um $z = \pm c$ als Brennpunkte, was der Fall ist, wenn die

Digitized by Google

gerade Linie von $z = -c$ bis $z = +c$ Kathode ist und die Anode im Unendlichen liegt, demnach

$$W = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{z^2 - c^2}}$$

ist, dann sind die Intensitätslinien

$$\mathrm{mod}\ \frac{1}{\sqrt{(z-c)(z+c)}} = k$$

gleichfalls Lemiskaten, wie bei 1. a), nur befolgen die Parameter in den beiden Fällen ein verschiedenes Gesetz.

b) Der Fall mit einer beliebigen Zahl von geradlinigen Elektroden ist noch nicht allgemein durchgeführt, übrigens aber identisch mit Aufgaben, welche sich Schottky in seiner bekannten Abhandlung über die Abbildung mehrfach zusammenhängender Flächen gestellt hat. Für mehrere in einer Geraden liegenden Elektroden hat Schottky die Aufgabe gelöst, — es ist speciell für zwei Elektroden

$$\left(z = -\frac{1}{k} \text{ bis } z = -1\right) \text{ und } \left(z = +1 \text{ bis } z = +\frac{1}{k}\right)$$

$$W = \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-k^2z^2)}},$$

wofür sich in Holtzmüllers „Einleitung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften“ eine graphische Darstellung findet und sich als Intensitätslinien Lemniskaten höherer Ordnung ergeben.

c) Eine Combination von geradlinigen- und Punktelektroden führt für W auf Integrale dritter Gattung. Den einfachsten Fall — geradlinige Elektrode mit einer auf ihrer Verlängerung liegenden Punktelektrode — erhält man durch Inversion des Systems 2. a) bezüglich eines auf der reellen Axe gelegenen Punktes, welcher sich ausserhalb der Strecke von $w = +c$ bis $w = -c$ befindet. In allen diesen Fällen ergeben sich als Intensitätslinien algebraische Curven.

3. Den Schluss möge eine Strömung auf der Kugelfläche mit zwei Punktelektroden machen. Während die Niveaulinien durch

$$\frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi'}{2}} = c^k$$

Digitized by Google

gegeben sind, mit φ und φ' den Winkelabstand eines Punktes von den Elektroden gemeint, sind die Intensitätslinien, analog dem Fall 1.b) in der Ebene, von lemniskatischer Form und durch

$$\sin\frac{\varphi}{2}\cdot\sin\frac{\varphi'}{2}=\frac{1}{k}$$

dargestellt. Diese Raumcurven vierter Ordnung erhält man unter Anderem als Schnitt der Kugelfläche mit einer Schaar ähnlicher und coaxialer elliptischer Cylinder, deren Axe die Verbindungslinie der Elektroden ist, oder als Schnitt mit hyperbolischen Cylindern, welche gemeinschaftliche Asymptotenebenen besitzen, deren Schnittlinie reciproke Polare zur Axe der elliptischen Cylinder ist.

Digitized by Google

Kritische Bemerkungen über die neuesten Entdeckungen von Hughes über die Selbstinduction in metallischen Leitern[1]).

Von

H. F. Weber.

Als neugewählter Präsident der Society of Telegraph Engineers and Electricians hat Herr Hughes in seiner Antrittsrede am 28. Jan. d. J. ausführlichen Bericht erstattet über eine Reihe von Arbeiten, die er in der letzten Zeit ausführte, um den Einfluss zu bestimmen, den die physikalisch-chemische Natur und die Form der metallischen Leiter auf deren Selbstinduction ausüben[2]).

Diese Arbeiten führten Herrn Hughes zu ganz neuen, eigenthümlichen Resultaten, die grösstes principielles Interesse erregen müssen; denn wären diese Resultate in der That zuverlässig, so stünden sie mit der heutigen Elektrodynamik in Widerspruch und müssten infolgedessen mit Nothwendigkeit dahin drängen, die gegenwärtige Elektrodynamik einer gründlichen Reform zu unterziehen.

Es möge nur an zwei Resultate der Hughes'schen Untersuchung errinnert werden, die wohl ohne Zweifel von allen competenten Beurtheilern als die wichtigsten Resultate der ganzen Arbeit angesehen werden müssen.

Bisher wurde die Constante der Selbstinduction jedes nicht magnetisirbaren metallischen Leiters als eine Grösse angesehen, deren Werth lediglich von der Form und den geometrischen Dimensionen des Leiters abhängt, also völlig unabhängig von dem Stoffe des Leiters ist. Nur für die magnetisirbaren Leiter statuirte die bisherige Elektrodynamik einen Einfluss der stofflichen Natur des Leiters auf die Inductionsconstante: ein magnetisirbarer Leiter wird beim Durchleiten eines Stromes circular magnetisirt und diese Magnetisirung wirkt in ganz analoger Weise stark vergrössernd auf die Inductionsconstante des Leiters ein wie die Magnetisirung des Eisenkernes einer Drahtspirale das Selbstpotential der Spirale in ganz ernormer Weise erhöht.

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus dem Centralbl. für Elektrotechnik (1886).

2) Diese Antrittsrede des Herrn Hughes findet sich in extenso abgedruckt in la Lumière Électrique vol. XIX p. 264—273, und Electrical Review, vol XVIII p. 126—130.

Digitized by Google

Zu ganz anderen Resultaten ist Herr Hughes gekommen. Er fand, dass die Constante der Selbstinduction jedes metallischen Leiters (die Kohle eingeschlossen) von der stofflichen Natur des Leiters abhängig ist und von Metall zu Metall in ausserordentlich starker Weise variirt. Nach Hughes' Messungen sind die relativen Werthe der Inductionsconstanten von 1^{mm} dicken und 30^{cm} langen geradlinig ausgestreckten Drähten der verschiedenen Metalle durch die folgenden Zahlen darstellbar:

Weiches schwed. Eisen	100	Kupfer	20
Weiches Puddeleisen. .	78	Messing	13
Schwedisches Eisen .	55	Zink	12
Weicher Gussstahl . .	41	Blei	10
Nickel	34	Neusilber	7
Harter Gussstahl . .	28	Quecksilber	2
Cobalt	24	Kohle	1

Die Art der Abhängigkeit der Inductionsconstante von der Form und den Dimensionen der Leiter hat die bisherige Elektrodynamik seit geraumer Zeit formell völlig allgemein entwickelt. Aus diesen Entwicklungen lässt sich ableiten, dass die Inductionsconstante eines langen, dünnen, geradlinig ausgestreckten Drahtes mit kreisförmigem, überall gleich grossem Querschnitt die Form hat:

$$Q = 2\,l\left[\lg\left(\frac{2\,l}{\varrho}\right) - 0{,}75\right]$$

wo l die Länge und ϱ den Radius des Drahtes bezeichnet.

Ist der Draht magnetisirbar und nimmt in ihm das magnetische Moment proportional der magnetisirenden Kraft zu, so hat seine Inductionsconstante (Selbstpotential) eine etwas andere Form, dann ist nämlich

$$Q = 2\,l\left[\lg\left(\frac{2\,l}{\varrho}\right) - 0{,}75 + \pi\cdot k\right]$$

wo k die Magnetisirungsconstante bedeutet.

Hiernach nimmt die Inductionsconstante solcher Drähte bei constanter Länge, aber wachsender Dicke des Drahtes in logarithmischer Weise mit der Dicke ab.

Ueber die Abhängigkeit der Inductionsconstante geradlinig ausgestreckter Drähte von der Dicke dieser Drähte hat Herr Hughes sehr eingehende Messungen angestellt. Diese Messungen ergaben ihm das allgemeine Resultat, dass die Inductionsconstante solcher Drähte in der Weise von der Drahtdicke abhängt, dass diese Constante für die kleinste Dicke den kleinsten Werth annimmt, dass sie bei wachsender Dicke steigt, einen maximalen Werth erreicht, um von da an bei

Digitized by Google

weiter wachsender Dicke stetig auf kleinere Werthe herabzusinken. Zur präciseren Veranschaulichung des gefundenen eigenthümlichen Zusammenhanges zwischen der Inductionsconstante und der Drahtdicke gibt die folgende Tabelle drei Beispiele: es fand sich die Inductionsconstante des weichen schwedischen Eisens, des Kupfers und des Messings für die

	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Drahtdicke:	0,1	0,25	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6.0	7,0	8,0	9,0	10,0
Eisen	28	80	100	93	85	72	57	47	42	38	33	30
Kupfer . . .	12	14	20	23	27	28	25	22	20	18	16	11
Messing . . .	6	8	13	20	23	25	27	27	25	22	20	16

Dieser ausnahmslos constatirte auf- und absteigende Gang der Inductionsconstante bei wachsender Drahtdicke und die beträchtliche Verschiedenheit dieses Verlaufes von Metall zu Metall bilden weitere tiefgehende Widersprüche zwischen den Messungsresultaten des Herrn Hughes und den bisher üblichen Ansichten der Elektrodynamik.

Diese angedeuteten Widersprüche fordern dazu auf, in kritischer Weise zu untersuchen, auf welcher Seite die Fehler begangen worden sind, welche diese Widersprüche entstehen liessen.

Die folgenden Zeilen sollen darlegen, dass die Ursachen dieser Widersprüche in einer fehlerhaften Interpretation begründet sind, welche Herr Hughes auf seine Messungen anwandte und dass diese Widersprüche sofort verschwinden, sowie die Hughes'schen Messungsresultate in sachgemässer Weise gedeutet werden.

Herr Hughes benutzte in der Gestaltung seiner Methode die Wheatstone'sche Drahtverzweigung. Das geradlinige Drahtstück, dessen Inductionsconstante (Selbstpotential) gemessen werden sollte, bildete die eine Seite des Wheatstone'schen Vierecks. Die übrigen drei Seiten wurden aus einem einzigen homogenen dünnen Neusilberdraht dargestellt, der an zwei Stellen, C und D, verschiebbare Contacte trug. Die eine Diagonale, AC, enthielt den Mechanismus zur Erzeugung eines oscillirenden Stromes und eine erste, grössere Cylinderspirale S_1; in der anderen Diagonale, CD, befand sich ein Telephon und eine zweite, kleinere Cylinderspirale S_2, welche innerhalb der Spirale S_1 so aufgestellt war, dass die Centren der beiden Spiralen zusammenfielen, die Achsen der Spiralen aber irgend einen Winkel u bildeten, der nach Belieben vergrössert oder verkleinert werden konnte.

Zur Messung der Inductionsconstante des Drahtstückes AB wurden die Contacte C und D so gestellt und der Neigungswinkel u der Achsen der beiden Spiralen S_1 und S_2 derartig gewählt, dass das Telephon stumm wurde. Herr Hughes glaubte, es dürfe der Winkel v, welcher diesen ausgezeichneten Winkel u zu 90^0 ergänzte, als exactes Maass für die Constante der

Digitized by Google

elektromotorischen Kraft des Extrastromes in AB, also für die Inductionsconstante (Selbstpotential) des Leiters AB genommen werden. Er hat deswegen einzig diesen Winkel v gemessen; die relativen Maasse, welche er für die Inductionsconstanten der einzelnen Leiter gibt, sind die Werthe der abgelesenen Winkel v.

Diese Annahme ist aber durchaus unrichtig, wie aus folgenden Betrachtungen abgeleitet werden kann.

Nennen wir die zur Zeit t in den sechs Zweigen AC, AB, BC, AD, CD und CB vorkommenden variabeln Stromstärken i_0, i_1, i_2, i_3, i_4 und i, belegen wir die Widerstände und die Constanten der Selbstinduction dieser Zweige mit den Zeichen w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w und Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 und Q, bezeichnen wir das gegenseitige Potential der beiden Spiralen S_1 und S_2 mit P, nehmen wir an, dass die elektromotorische Kraft E, welche die oscillirende elektrische Strömung in AC erregt, irgend eine periodische Function der Zeit ist, also durch die Form darstellbar ist:

$$E = \sum_{1}^{m} E_h \cdot \cos(hnt + \omega_h)$$

wo h irgend eine ganze Zahl $1, 2 \ldots h \ldots m$ bezeichnet, E_h sowohl wie auch ω_h irgend eine von der Natur des angewandten Inductionsapparates abhängige Constante und n die Grösse $\frac{2\pi}{T}$ (T = Zeitdauer der Oscillation) bedeutet und machen wir endlich die Voraussetzung, dass nur die Spiralen S_1 und S_2 gegenseitig Induction aufeinander ausüben, dass dagegen die gegenseitigen inducirenden Wirkungen der übrigen Theile des Leitungsnetzes gleich Null oder verschwindend klein seien, so können wir die sechs variabeln Stromstärken mit Hilfe der sechs Gleichungen:

$$i_0 w_0 + i_1 w_1 + i_2 w_2 + Q_0 \frac{di_0}{dt} + Q_1 \frac{di_1}{dt} + Q_2 \frac{di_2}{dt} + P \frac{di}{dt} = E$$

$$i_3 w_3 + i w - i_1 w_1 + Q_3 \frac{di_3}{dt} + Q \frac{di}{dt} - Q_1 \frac{di_1}{dt} + P \frac{di_0}{dt} = 0$$

$$i_4 w_4 - i_2 w_2 - i w + Q_4 \frac{di_4}{dt} - Q_2 \frac{di_2}{dt} - Q \frac{di}{dt} - P \frac{di_0}{dt} = 0$$

$$i_0 = i_3 + i_1 \qquad i_3 = i_4 + i \qquad i_0 = i_4 + i_2$$

ermitteln.

Als Ausdruck der Stärke des Brückenstromes i erhalten wir:

$$i = \sum_{1}^{m} E_h \cdot \sqrt{\frac{\alpha_h^2 + \beta_h^2}{\gamma_h^2 + \delta_h^2}} \cdot \cos(hnt + \omega_h + \psi_h)$$

wo

$$\operatorname{tg} \psi_h = \frac{\beta_h \gamma_h - \alpha_h \delta_h}{\alpha_h \gamma_h + \beta_h \delta_h}$$

und wo

Digitized by Google

$$\alpha_h = w_1 w_4 - w_2 w_3 - h^2 n^2 [Q_1 Q_4 - Q_2 Q_3 - P(Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4)]$$
$$\beta_h = h n [Q_1 w_4 - Q_3 w_2 + Q_4 w_1 - Q_2 w_3 - P(w_1 + w_2 + w_3 + w_4)]$$

ist. Die Anführung der langen Formen für γ_h und δ_h mag hier unterbleiben, da die Kenntnis diese Formen zur Ableitung des Werthes der Inductionsconstante Q_1 des Leiterstückes AB nicht nöthig ist.

Soll der Brückenstrom dauernd die Stärke Null haben, so muss der Zähler $\sqrt{\alpha_h^2 + \beta_h^2}$ für jedes h verschwinden. Das kann im allgemeinen nicht eintreten, wohl aber in dem speciellen Falle, der in den Hughes'schen Messungen verkörpert war. Hier waren Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 und P Grössen, deren absolute Werthe zwischen ca. 400 und 1000^{cm} lagen, es betrug n zwischen $20\,\pi$ und $200\,\pi$, dagegen waren wie Widerstände w_1, w_2, w_3, w_4 von der Grössenordnung 10^7 bis 10^9. Für die Hughes'schen Messungen darf also die Grösse

$$h^2 n^2 [Q_1 Q_4 - Q_2 Q_3 - P(Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4)]$$

neben den Grössen $w_1 w_4$ und $w_2 w_3$ als verschwindend klein vernachlässigt werden. Das darf um so mehr geschehen, als die gleich aufzustellende Bedingungsgleichung (2) den Grössencomplex

$$Q_1 Q_4 - Q_2 Q_3 - P(Q_1 + Q_2 +_3 Q_4)$$

auf einen kleinen Werth reducirt.

In den Hughes'schen Messungen kam also der Brückenstrom zum dauernden Verschwinden, nachdem

$$0 = w_1 w_4 - w_2 w_3 \tag{1}$$

und

$$0 = Q_1 w_4 - Q_3 w_2 + Q_4 w_1 - Q_2 w_3 - P(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) \tag{2}$$

durch passende Verstellung der Contacte C und D und durch eine hinreichende Vergrösserung oder Verkleinerung von P mittels Verdrehen der beweglichen Rolle S_2 gemacht worden war.

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich der gesuchte Werth der Inductionsconstanten Q_1 des Leiters AB in der folgenden Form:

$$Q_1 = P + \left(\frac{P}{w_4} + \frac{P}{w_3} + \frac{P}{w_2}\right) w_1 + \left(\frac{Q_3}{w_3} - \frac{Q_4}{w_4} - \frac{Q_2}{w_2}\right) w_1 \tag{3}$$

Diese Form lässt sich noch etwas umgestalten. Zunächst kann das gegenseitige Potential P der beiden Spiralen in dem Falle, dass der mittlere Radius ϱ_2 der inneren Spirale S_2 viel kleiner ist als der mittlere Radius ϱ_1 der äusseren Spirale sehr angenähert durch die Form

$$P = 2\, n_1 n_2 \pi^2 \frac{\varrho_2^2}{\varrho_1} \cdot \sin v$$

(wo n_1 und n_2 die Windungszahlen der beiden Spiralen darstellen), oder bei sehr kleinem v durch die Form

Digitized by Google

$$P = 2\, n_1 n_2 \pi_2 \frac{\varrho_2^2}{\varrho_1} \cdot v = P_1\, v$$

ersetzt werden, wo P_1 das kurze Zeichen einer Apparatconstante bedeutet.

Sodann ist zu bemerken, dass in den Hughes'schen Messungen die von B über C über D nach A zurückführende Leitungsbahn stets aus einem homogenen, überall gleich dicken Neusilberdraht bestund. Nennen wir die Längen BC, CD, DA dieses Drahtes l_2, l_3, l_4 und bezeichnen wir den Radius des Drahtes mit ϱ, so gelten also die Gleichungen

$$w_2 : w_3 : w_4 = l_2 : l_3 : l_4$$

und

$$Q_2 = 2\, l_2 \left[\lg \left(\frac{2\, l_2}{\varrho} \right) - 0{,}75 \right]$$

$$Q_3 = 2\, l_3 \left[\lg \left(\frac{2\, l_3}{\varrho} \right) - 0{,}75 \right]$$

$$Q_4 = 2\, l_4 \left[\lg \left(\frac{2\, l_4}{\varrho} \right) - 0{,}75 \right]$$

Diese Gleichungen gestatten, den dritten Posten der rechten Seite der Gleichung 3 durch die Form

$$\left[\frac{Q_2}{w_2} + \frac{2\, l_3}{w_3} \lg \left(\frac{l_3}{l_4} \right) \right] w_1$$

zu ersetzen. Damit gelangt man schliesslich zu folgendem Ausdrucke für die gesuchte Grösse

$$Q_1 = P_1 \cdot v + \left[P_1 \cdot v \left(\frac{1}{w_4} + \frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_2} \right) + \frac{Q_2}{w_2} + \frac{2\, l_3}{w_3} \lg \left(\frac{l_3}{l_4} \right) \right] \cdot w_1 \qquad (4$$

Nach der Ableitung dieses Ausdruckes lässt sich das Versehen, das Herr Hughes bei der Auslegung seiner Versuchsresultate begangen hat, sehr kurz ausdrücken: er hat, ohne weiteres, die gesuchte Inductionsconstante Q_1 dem Winkel v proportional gesetzt, während doch der Natur der Sache nach noch der etwas complicirt gebaute Zusatz

$$+ \left[P_1 \cdot v \left(\frac{1}{w_4} + \frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_2} \right) + \frac{Q_2}{w_2} + \frac{2\, l_3}{w_3} \lg \left(\frac{l_3}{l_4} \right) \right] \cdot w_1$$

beigefügt werden muss, der in gewissen Fällen viele Mal grösser als das Glied $P_1 v$ ausfallen wird.

Dieses Zusatzglied ist aber proportional dem Widerstande w_1 des Leiterstückes, dessen Inductionsconstante zu messen ist.

Digitized by Google

Dieser Umstand lässt nun sofort erkennen, dass Herr Hughes auf die seltsamen Resultate kommen musste, die eingangs dieses Artikels besprochen worden sind. Da er Q_1 als lediglich proportional dem Winkel v annahm, musste er alle Q_1 zu klein finden; je nach der Grösse des Widerstandes w_1 war aber der begangene Fehler ausserordentlich verschieden. In den Versuchsreihen, in welchen er die Inductionsconstanten verschiedener Leiter mit der gleichen Form und den gleichen Dimensionen, aber mit verschiedenem specifischen Widerstande maass, musste er um so kleinere Werthe für diese Constante berechnen, je grösser der specifische Widerstand des untersuchten Leiters war. Und in der That fand Herr Hughes für die beim Stromdurchgang nicht magnetisirbaren Metalle als relative Werthe für Q_1:

für	Kupfer	20
„	Messing	13
„	Zink	12
„	Blei	10
„	Neusilber	7
„	Quecksilber	2
„	Kohle	1

Ferner musste Herr Hughes in jenen Versuchsreihen, in denen die Inductionsconstanten für Leiterstücke desselben Metalles, von der gleichen Länge, aber verschiedener Dicke abgeleitet wurden, den eigenthümlichen auf- und absteigenden Gang der Inductionsconstante finden, der oben besprochen und durch drei Zahlenbeispiele erläutert worden ist. Für alle Werthe der Dicken musste aus der Hughes'schen Annahme ein zu kleines Q_1 gefolgert werden; da aber der Factor w_1 des Zusatzgliedes bei gleicher Substanz und gleicher Länge umgekehrt proportional dem Quadrate der Dicke geht, musste der begangene Fehler für sehr kleine Dicken viele Mal grösser ausfallen als für grosse Dicken. Die von Hughes berechneten Inductionsconstanten sehr dünner Drähte sind also nur kleine Bruchtheile der wirklichen Werthe. — So erklärt sich der bei wachsender Drahtdicke zuerst ansteigende, sodann absteigende Gang der ermittelten Inductionsconstante in der einfachsten Weise; ebenso ist jetzt ohne weiteres klar, dass Herr Hughes diesen Gang für jedes Metall verschieden finden musste, da ja die Grösse des von ihm begangenen Fehlers dem specifischen Widerstande des betreffenden Metalles proportional geht.

In analoger Weise sind alle übrigen Hughes'schen Messungen umzudeuten, falls exacte Werthe der Inductionsconstanten erhalten werden sollen. Die in diesen Messungen angeführten Zahlen sind eben

Digitized by Google

nicht relative Werthe für Q_1, sondern relative Werthe für den Grössen-complex.

$$Q_1 - \left[P_1 \cdot v\left(\frac{1}{w_4} + \frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_2}\right) + \frac{Q_2}{w_2} + 2\,\frac{l_3}{w_3}\,\lg\left(\frac{l_3}{l_4}\right)\right] \cdot w_1$$

oder für

$$Q_1 - \left[P_1 \cdot v\left(\frac{1}{l_4} + \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_2}\right) + \frac{Q_2}{l_2} + 2\,\lg\left(\frac{l_3}{l_4}\right)\right] \frac{w_1 \cdot q}{\omega}$$

wenn mit q und ω der Querschnitt und der specifische Widerstand des benutzten homogenen Drahtes $BCDA$ bezeichnet wird. Aus der letzteren Form ist zu ersehen, dass der Hughes'sche Fehler ca. 240mal grösser ausgefallen wäre, wenn an der Stelle des $0{,}25^{mm}$ dicken Neusilberdrahtes $BCDA$, der bei den Messungen benutzt wurde, ein 1^{mm} dicker Kupferdraht sich befunden hätte. Eine Vertauschung zweier Drähte hätte also die Gesammtheit aller Resultate in der extremsten Weise abgeändert!

Vielleicht hat Herr Hughes in seinen Beobachtungsprotokollen neben den Winkeln v auch alle die Daten verzeichnet, aus denen die sieben Grössen w_4, w_3, w_2, w_1, l_3, l_4 und Q_2 ermittelt werden können. Wäre dieses der Fall, so könnte er sich durch Einsetzung dieser Grössen in die oben zur Berechnung von Q_1 entwickelte Formel davon überzeugen, dass

1. die Inductionsconstanten der nicht magnetisirbaren Metalle von der Natur der Metalle völlig unabhängig sind, also nur durch die Formen und die Dimensionen der Leiter bedingt sind, und dass

2. die Inductionsconstante eines geradlinigen nicht magnetisirbaren Drahtes mit kreisförmigem Querschnitt von der Länge l und dem Radius ϱ in einer Weise abhängt, welche durch die Form

$$Q_1 = 2\,l\left[\lg\left(\frac{2\,l}{\varrho}\right) - 0{,}75\right]$$

ausgedrückt wird.

Zu dieser bestimmten Erwartung berechtigen mich die Resultate einiger Messungen, die ich nach dem Hughes'schen Verfahren in der letzten Zeit ausgeführt habe, um die Inductionsconstanten von drei Drähten, nämlich

eines Kupferdrahts von $200{,}0^{cm}$ Länge und $0{,}050^{cm}$ Radius,
eines Neusilberdrahts von $200{,}0^{cm}$ Länge und $0{,}050^{cm}$ Radius und
eines Quecksilberfadens von $200{,}2^{cm}$ Länge und $0{,}051^{cm}$ Radius,

zu bestimmen.

Digitized by Google

Als ich die Daten dieser Versuchsreihen nach der oben entwickelten Formel zur Bestimmung der Q_1 verwerthet hatte, war ich nicht im Stande, irgend einen Unterschied der Inductionsconstanten dieser drei Drähte mit Sicherheit entdecken zu können.

Es müssen demnach alle die neuen Resultate, welche Herr Hughes zu Tage gefördert hat, als auf einer irrthümlichen Auslegung seiner Messungen beruhend angesehen werden.

Zürich, 23. März 1886.

Digitized by Google

Ueber Cylinder, welche optische Bilder entwerfen[1]).

Von

Prof. **Sigm. Exner.**

Der folgende Aufsatz, wesentlich physikalischen Inhaltes, geht von der Thatsache aus, dass sich in der Natur Einrichtungen finden, welche geeignet sind, optische Bilder nach Art der gewöhnlichen Linsen zu entwerfen, in denen aber das Problem der Linsenwirkung in wesentlich anderer Weise gelöst ist, als in den uns geläufigen Einrichtungen des Auges und der optischen Instrumente. Das mag als Rechtfertigung dafür dienen, dass die Publication in diesem Archiv geschieht.

Einleitung.

Die Cornea der sog. zusammengesetzten Augen besteht im allgemeinen aus dicht aneinanderliegenden Facetten. Legt man dieselbe so unter das Mikroskop dass die vordere Hornhautfläche dem Spiegel, die hintere der Objectivlinie zugekehrt ist, so kann man entsprechend jeder Facette ein kleines Bildchen eines äusseren Objectes gewahren. Es sind das jene Bildchen, welche zu der irrthümlichen Anschauung[2]) Veranlassung gegeben haben, dass jedes „Facetten-Auge" ein selbständiges Organ ist, das ebenso functionirt, wie ein Wirbelthierauge.

Macht man einen Durchschnitt durch die Cornea, eines Hydrophilus piccus, so zeigt sich jede Facette als aus einem Cylinder hornartiger Substanz bestehend (vergl. Fig. 1), welcher beiderseits durch eine kugelige Begrenzungsfläche abgeschlossen ist. Die der Luft (bezw. dem Wasser) zugewendete Fläche hat einen sehr grossen, die dem Crystallkegel zugekehrte einen kleinen Krümmungshalbmesser. Man kann diese Krümmungen messen, kann auch die Entfernung des Bildchens von der hinteren Fläche mit Hilfe der Mikrometerschraube des Mikroskopes messen und daraus den

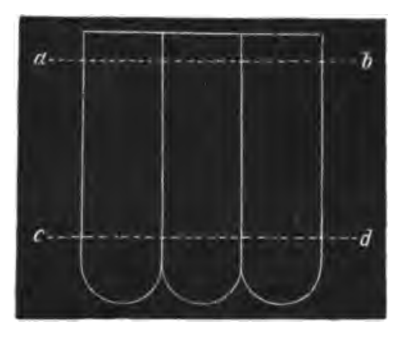


Fig. 1.

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus dem Archiv f. d. ges. Physiol. Bd. 38.

2) Vergl. Sigm. Exner, Das Sehen von Bewegungen und die Theorie des zusammengesetzten Auges. Wiener akad. Sitzungsber. Bd. 72 (Juli 1875).

Digitized by Google

Brechungsindex der Facette berechnen. Ich fand vor mehr als zehn Jahren auf diesem Wege den enorm hohen Brechungsindex von 1,8 (l. c.). Als ich nun in jüngster Zeit mit Hilfe des Mikrorefractometers[1]) jene alten Berechnungen durch eine directe Messung controlirte, fand ich den Brechungsindex der Cornea desselben Thieres um 1,55.

Nichtsdestoweniger waren meine alten Messungen sowohl, wie Rechnungen richtig und die Differenz in den Ergebnissen beruhte darauf, dass die Corneafacette nach doppeltem Principe als Sammellinse wirkte, erstens auf Grund der kugeligen Endflächen, die ich damals allein in Betracht zog, zweitens auf Grund eines geschichteten Baues. den ich zu jener Zeit noch nicht gekannt habe. Das Mikrorefractometer lehrte mich nämlich, dass jeder Chitincylinder, der eine solche Facette darstellt, aus conaxial ineinandergeschachtelten Hohlcylindern zu betrachten ist, deren Brechungsvermögen von der Peripherie nach der Axe hin zunimmt (vergl. l. c.).

Ferner machte ich im Laufe dieser Untersuchungen die Wahrnehmung, dass jede Hornhautfacette auch dann noch ein Bildchen entwirft, wenn man die kugeligen Flächen von derselben gänzlich entfernt; ich isolirte nämlich durch zwei Schnitte *ab* und *cd* (Fig. 1) den mittleren Theil eines solchen Chitincylinders und erhielt auch dann noch jene mikroskopischen verkehrten Bildchen, wenn auch weniger deutlich als früher. Sie liegen auch jetzt in der Nähe der Axe des Cylinders, bei der geschilderten Anordnung am Mikroskop natürlich oberhalb der Facette.

Nachdem so klar gelegt war, dass hier bilderzeugende optische Vorgänge im Innern des Cylinders vor sich gehen müssen, war es leicht, eben die allmähliche Abnahme der optischen Dichte von der Axe nach dem Mantel als die Grundlage derselben zu erkennen und solche Bilder erzeugende Cylinder künstlich herzustellen.

Was die Berechnung des optischen Vorganges anbelangt, so ist eine geläufige physikalische Erscheinung, an welche ich mich bei der Eruirung jenes Weges anlehnen zu können hoffte, den ein Strahl bei Verlauf durch die Schichten eines solchen Cylinders einschlagen werde, die sog. Luftspiegelung (Mirage). Auch hier dringt der Strahl durch Schichten von stetig sich ändernder Dichtigkeit und wird dadurch im Bogen gebrochen.

Als ich meinem Bruder Prof. Karl Exner, der sich bei Gelegenheit seiner Untersuchungen über Scintillation der Sterne mit diesen Fragen beschäftigte, mein Problem vorlegte, hatte er die Güte, dasselbe

1) Vergl. Sigm. Exner, Ein Mikrorefractometer. Archiv für mikroskop. Anatomie Bd. 25.


Digitized by Google

so weit es vorläufig von Interesse schien, zu berechnen; und ich thue zweifelsohne am besten, wenn ich seine Berechnung wiedergebe. Dies geschieht unten im dritten Abschnitte (C) dieser Abhandlung.

A. Veranschaulichung des Problems.

Es sei (Fig. 2) *abcd* ein Cylinder, dessen Brechungsindex in der Axe *xy* ein Maximum hat und nach dem Mantel stetig abnimmt. Die beiden Grundflächen *ac* und *bd* seien ebene, auf der Axe senkrecht stehende Flächen, *xm* ein Lichtstrahl; sobald dieser in den Cylinder eingedrungen ist, passirt er Trennungsflächen von abnehmendem Brechungsindex *n*. An jeder solchen Trennungsfläche, z. B. *a′ b′* wird er also zum Einfallsloth (*pq*) gebrochen, so dass seine Richtung einen stetig abnehmenden Winkel mit der Axe einschliesst,

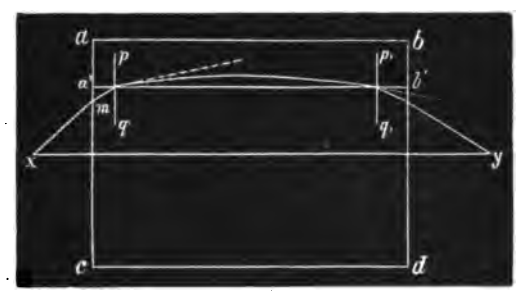


Fig. 2.

endlich wird der Winkel Null, dann negativ. Da der Strahl jetzt aus optisch dünneren in dichtere Schichten dringt, wird er vom Einfallsloth (*p′ q′*) gebrochen und schneidet so wieder die Axe in *y*. Der Symmetrie wegen werden alle von *x* unter demselben Winkel ausgehenden Strahlen sich in *y* treffen.

Auf den ersten Blick mag es scheinen, dass der Strahl, nachdem er der Axe parallel geworden ist, nun in dieser Richtung weiter verlaufen müsse, dass also alle Strahlen parallel der Axe austreten würden. Wie im Abschnitte C gezeigt wird, ergibt jedoch eine genauere Ueberlegung, dass dies unrichtig ist. Man braucht sich nur den Strahl in seine Elementarwellen zerlegt zu denken, so leuchtet ein, dass die der Axe näher gelegenen geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben müssen, der Strahl also im Bogen verläuft. Wir befinden uns hier eben an der Grenze der geometrischen Optik.

Auf einen analogen Fall hat Stefan[1]) einmal aufmerksam gemacht. Es waren nämlich die Concentrationen der Flüssigkeitsschichten, welche sich zwischen einer gegebenen Salzlösung und darüber gebrachtem Wasser durch Diffusion herstellen, aus deren optischem Verhalten ermittelt worden. Dabei hatte man ausser Acht gelassen, dass ein horizontaler Strahl durch eine solche Flüssigkeit wie durch ein Prisma, dessen brechende Kante nach oben gewendet ist, abgelenkt werden

1) Wiener akad. Sitzb. Bd. 78 Physik. Abth. 5. Dec. 1878.

Digitized by Google

muss, und dass die Flüssigkeit, soweit ihr Brechungsindex nach oben abnimmt, als Cylinderlinse wirkt.

Ob auch Strahlen, welche unter einem anderen Winkel, von x ausgehend, den Cylinder treffen, in y vereinigt werden, muss die Rechnung lehren. Sie sagt aus, dass, wenn man, wie das bei den gewöhnlichen Linsenberechnungen auch der Fall ist, nur die Centralstrahlen berücksichtigt, sich in der That alle diese Strahlen in y treffen; sollen aber auch die Randstrahlen in y vereinigt werden, dann muss n jeder Schichte eine ganz bestimmte Function der Entfernung derselben von der Axe sein. Diese Function hat, wie im Abschnitte C gezeigt wird, die Form einer Parabel.

Man kann sich den Vorgang auch so vorstellen: Es sei wieder (Fig. 3) $abcd$ der Cylinder, in x ein leuchtender Punkt, mn die Oberfläche einer von ihm ausgehenden Kugelwelle. Ist dieselbe nach $m_1 n_1$

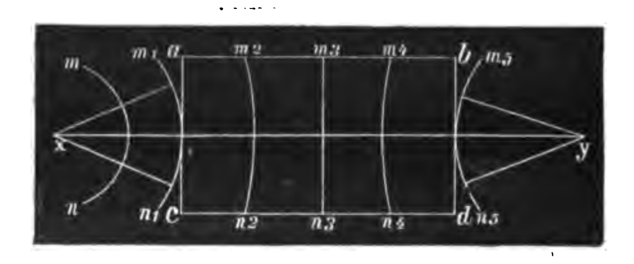


Fig. 3.

gelangt, so beginnt sie eine Deformation zu erleiden, indem sie der Axe entlang die geringste Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat. Sie geht näherungsweise über in $m_2 n_2$ . . . und tritt als concave Fläche $m_5 n_5$ wieder in Luft ein, d. h. die Strahlen treten convergent aus dem Cylinder. Man ersieht aus der Zeichnung auch ohne weiteres, dass, wenn man den Cylinder in $m_3 n_3$ durchschnitten und den zweiten Theil desselben entfernt hätte, die austretende Wellenoberfläche eben sein und senkrecht auf der Axe stehen kann, d. h. dass dann x den ersten Brennpunkt des Cylinders bilden würde. In analoger Weise ergibt sich die Construction des zweiten Brennpunktes. Fällt nämlich eine ebene, d. h. eine von einem unendlich entfernten Punkt ausgehende Wellenoberfläche auf den Cylinder $m_3 n_3 b d$, so kann die Welle, zur Kugelwelle deformirt, als $m_5 n_5$ austreten, d. h. es ist y der zweite Brennpunkt des Cylinders.

Die vorgeführte Betrachtungsweise liefert auch den einfachsten Beweis dafür, dass durch den Cylinder $abcd$ ein Bild von x entworfen werden muss, falls nur die Centralstrahlen in Betracht gezogen werden (wie bei sphärischen Linsen), es möge übrigens das Gesetz, nach

Digitized by Google

welchem n von der Axe nach aussen abnimmt, welches immer sein. Von der Form dieser Abnahme hängt nämlich die Gestalt der Curve $m_5 n_5$ ab. Jedenfalls aber wird das an der Axe liegende kleinste Flächentheilchen wegen der allseitigen Symmetrie des Cylinders um die Axe die Gestalt einer Rotationsfläche haben, also mit Rücksicht auf seine Kleinheit nach bekannten geometrischen Gesetzen einen Antheil einer Kugelfläche darstellen. Das Centrum y dieser Kugelfläche ist dann das Bild von x.

Die im Abschnitte C gegebene Rechnung zeigt, dass die Brennweite p eines Cylinders

$$p = \frac{l}{c}$$

ist, worin c eine Constante und l die Länge eines Cylinders innerhalb gewisser Grenzen bedeutet. Da die Brennweite also umgekehrt proportional der Länge ist, so könnte man von einem vorliegenden Cylinder die Dioptrieen nach dem Maassstabe herunterschneiden.

Ich sagte, die genannte Formel für die Brennweite gelte nur innerhalb gewisser Grenzen. In der That sind auch hier die Berechnungen nur für den Fall leicht durchzuführen, dass die Länge des Cylinders hinreichend klein ist. Abgesehen von diesem berechneten Fall ergibt die Anschauung, dass die Brennweite eine periodische Function der

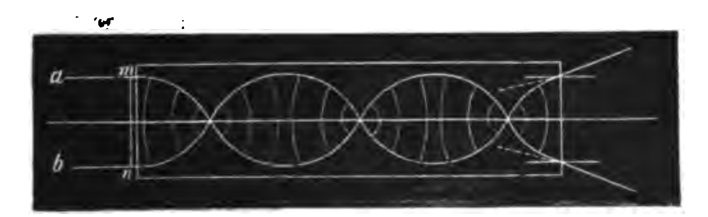


Fig. 4.

Länge des Cylinders ist. Der Verlauf eines z. B. parallel auffallenden Strahlenbündels muss nämlich näherungsweise der in Fig. 4 wiedergegeben sein, wo mn die einfallende ebene Wellenoberfläche und ab zwei Strahlen darstellt. Die Deformation von mn ist angedeutet. In einem derartigen Cylinder liegt also eine Succession von Brennpunkten und er wirkt bei Wachsthum seiner Länge abwechselnd als Sammel- und als Zerstreuungslinse. Man ersieht aus Fig. 4, dass diejenigen Antheile des Cylinders, welche zwischen zwei inneren Brennpunkten liegen, keinerlei Einfluss auf die Lage der äusseren Brennpunkte haben (die Länge des Cylinders neben der Brennweite als klein vorausgesetzt) und dass dasselbe für Bilder von endlich entfernten Gegenständen der Fall sein muss.

Digitized by Google

Im folgenden soll nur die Rede von solchen Cylindern sein, deren Länge kleiner ist, als die Entfernung zweier in ihnen gelegenen Brennpunkte wäre.

Es wird sich im Abschnitte C zeigen, dass für diese die bekannte Linsenformel

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{p}$$

Giltigheit hat, wo a die Gegenstandsweite, b die Bildweite und p die Brennweite bedeutet.

Ist dem aber so, dann kann, wie ebenfalls im Abschnitte C ausgeführt ist, nach denselben Principien wie bei Linsen das Bild ausgedehnter Gegenstände construirt und berechnet werden. Die Lage des Bildes, welches der Cylinder von einem neben seiner Axe gelegenen Punkte a entwirft, ist gegeben durch den Durchschnittspunkt zweier von a ausgehender Strahlen, deren einer durch den ersten Brennpunkt und deren zweiter der Axe parallel verlaufend auf den Cylinder trifft. Es lässt sich weiter unter Vernachlässigung der Dicke des Cylinders, durch die Mitte derselben ein Hauptstrahl ziehen, die Bildgrösse berechnen u. s. f.

Die bisher in Betracht gezogenen Cylinder verhielten sich wie Convexlinsen; man erhält Cylinder, welche wie Concavlinsen wirken, wenn man das Maximum des Brechungsindex an die Mantelfläche desselben und das Minimum in die Axe verlegt. Auch hier ist ohne weiteres einzusehen, dass der Verlauf der Strahlen a, b näherungsweise der in Fig. 5 angegebene sein muss und die Deformation der Wellenoberfläche mn durch $m_1 n_1$ . . . dargestellt werden kann.

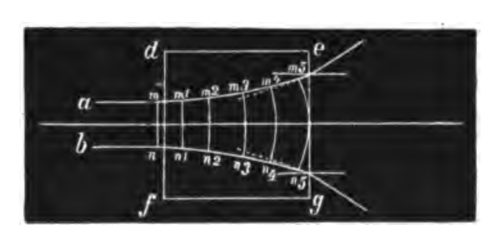


Fig. 5.

B. Experimentelles.

Es war mir darum zu thun, die optische Wirkung, die ich an den mikroskopisch kleinen Cylindern des Insektenauges beobachtet hatte und durch die Feststellung von deren Schichtung sowie durch die vorstehenden Betrachtungen erklärt zu haben glaube, auch experimentell hervorzurufen. Der Herstellung solcher Cylinder aus Glas oder anderem dauerhaften Material stehen bisher noch unüberwindliche Hindernisse entgegen; doch habe ich die Hoffnung solche zu erlangen noch nicht aufgegeben.

Digitized by Google

Wohl aber gelang es mir, wenn auch vergängliche, derartige Cylinder, zu gewinnen, die wenigstens so weit tauglich waren, um die wichtigsten Effecte durch den Augenschein prüfen zu können. Als Material diente Gelatin und Zelloidin. Die Unterschiede in der optischen Dichtigkeit werden durch Quellung oder Schrumpfung hergestellt. Für Cylinder von grösseren Dimensionen ist Gelatin vorzuziehen, da Zelloidin zu trübe ist.

Um letzteres zu verwenden, stach ich mit einem Locheisen oder einem Korkbohrer aus einer käuflichen Zelloidinplatte einen Cylinder von 5—10^{mm} basalem Durchmesser und schnitt so eben als möglich ein ebenso hohes Stück aus demselben heraus. Dieses wurde dann zwischen zwei Glasplatten (Objectträgern), dieselben mit den Grundflächen berührend, nebst zwei Holzklötzchen, als Stütze, so eingeklemmt, dass der Zelloidincylinder sich noch leicht zwischen den Platten verschieben liess. Das Ganze wurde in ein Gemenge von Alkohol und Aether gelegt; nach Stunden oder einem Tage zeigt der Cylinder Linsenwirkung und behält sie bei passendem Alkohol-Aethergemenge mehrere Tage.

Gelatincylinder erhielt ich, indem ich mir eine Gelatinlösung von solcher Concentration herstellte, dass sie sich im Plantamour'schen Trichter (dessen Hals natürlich auch gut erwärmt sein muss) noch leidlich filtriren liess. Um das Schimmeln zu vermeiden, versetzt man die Lösung mit Salicylsäure oder Carbolsäure. Mit dieser Mischung wurde eine Glasröhre, nach Bedürfnis von 10—20^{mm} Lichten gefüllt und der Leim erstarren lassen. Taucht man dann das Glasrohr auf einige Secunden in warmes Wasser, so lässt sich der Cylinder mit Hilfe eines Stempels auf eine Glasplatte herausschieben. Nachdem er wieder vollkommen erstarrt ist, kann man, am besten mit einem gewärmten Messer, Stücke aus demselben ausschneiden, die ziemlich ebene Basis haben. Es hat Mathiessen[1]) zum Zwecke seiner optischen Untersuchungen, die sich auf den Strahlengang in der geschichteten Linse beziehen, auch Leimcylinder verwendet, und sein Schüler A. Schwarz schildert eine Herstellung derselben, die vielleicht der eben mitgetheilten vorzuziehen ist[2]).

Um den so hergestellten Cylinder in der richtigen Weise zur Quellung zu bringen, d. h. so, dass der Wassereintritt nur an der Manteloberfläche geschieht, wird er zwischen zwei Glasplatten gebracht, welche, wie dies Fig. 6 ersichtlich macht, eingerahmt sind, und durch

1) Gräfe's Arch. f. Ophthalmologie Bd. 31.

2) Ueber das Gesetz der Quellung von Leimcylindern. F. Exner's Rep. d. Phys. Bd. 21.

Digitized by Google

Schraubenmuttern nach Bedürfnis einander genähert werden können[1]). Wenn die beiden Grundflächen des Cylinders den Glasplatten gut anliegen, wird das Ganze in Wasser eingesenkt. Nach einem Tag pflegt der Cylinder als Convexlinse zu wirken, wenn man ihn sammt dem Gestell herausnimmt und die äusseren Flächen der Glasplatten gereinigt hat. In dieser Fassung kann er stundenlang benutzt und dann wieder in Wasser zurückgebracht werden. Er bleibt mehrere Tage wirksam. Schliesslich verliert er seine Wirksamkeit, nachdem der Leim durch und durch denselben Quellungsgrad angenommen hat.

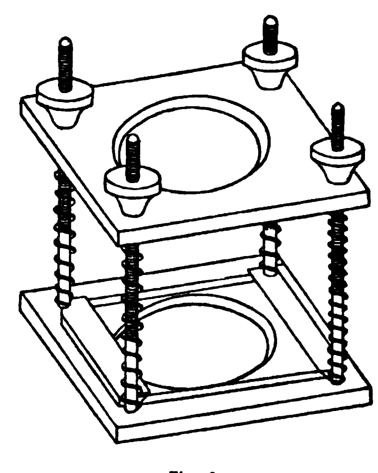


Fig. 6.

Um Zerstreuungslinsen aus Gelatin zu erhalten, lässt man den Cylinder, wie er aus der Glasröhre kommt, durch Tage oder Wochen an der Luft liegen. Dann erst schneidet man ein cylindrisches Stück heraus, das ohne weiteres zu gebrauchen ist. Nur hat es seine Schwierigkeiten, die Basalflächen eben zu bekommen. Ich schmolz dieselben auf dem warmen Bleche eines Wasserbades (wie solche zu mikroskopischen Zwecken gebraucht werden) erst so weit ab, dass sie so eben als möglich wurden, dann drückte ich jede Fläche gegen ein Deckgläschen, welches an ihm haften bleibt. Jetzt kann man den Cylinder zur bequemeren Handhabung noch in das genannte Gestell (Fig. 6) spannen, indem man die Deckgläser an die Glasplatten derselben anlegt. Der Kurzsichtige wird dann gelegentlich Cylinder erhalten, die er ohne weiteres als Brillengläser verwenden kann.

Im allgemeinen wird man, durch einen solchen Cylinder hindurchblickend, die äusseren Gegenstände undeutlich sehen; dies könnte von den unvermeidlichen Trübungen und Schlieren im Leim herrühren. Dass es zum grössten Theile auf Linsenwirkung beruht, bemerkt man jedoch sogleich, wenn man, einen Brillenkasten zur Seite, corrigirende Gläser nebst dem Cylinder vor das Auge nimmt. Man wird dann auch leicht den Werth derselben in optischem Maasse ermitteln können. Ich habe, ohne übrigens darauf auszugehen besonders hohe Werthe zu erhalten, Sammelcylinder (d. h. als Sammellinse wirkende) von 2 Zoll Brennweite und weniger erhalten, die, als Lupe benutzt, recht

1) Um jede Schraube ist eine Spiralfeder gelegt, welche die obere Platte zu heben strebt. Die Schrauben selbst sind in den unteren Rahmen eingenietet.

Digitized by Google

gute Bilder gaben. Unter guten Bildern sollen nun freilich nicht solche verstanden sein, wie sie durch Glaslinsen erzeugt werden. Es ist das bei dem Material, der unvermeidlichen Assymetrie, der ungleichartigen Quellung etc. nicht zu erwarten; doch sah ich bei passend erhelltem Hintergrunde z. B. Fäserchen, welche von der Oberfläche eines Zündhölzchens wegstanden, die ich mit freiem Auge nicht sehen konnte.

Natürlich lassen sich die Bilder auch auf einem Schirm auffangen, doch wird es da gewöhnlich nöthig, Diaphragmen am Rahmen des Cylinders anzubringen, um die Randstrahlen abzublenden. Als Object für derartige Bilder diente mir ein pfeilförmiger Ausschnitt in einem Blechcylinder einer Gaslampe.

Durch Zusammenstellung eines Sammel- und eines Zerstreuungscylinders konnte ich ein Galilei'sches Fernrohr herstellen, dessen Vergrösserung 2 bis 3 fach gewesen sein mag (ich habe keine genaue Messung ausgeführt).

Es war mir darum zu thun, die Linsenformel

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{p}$$

welche die Rechnung meines Bruders auch für die Cylinder ergeben hatte, zu prüfen. Genau konnten auch da die Bestimmungen wegen Mangelhaftigkeit der objectiv entworfenen Bilder nicht ausfallen; man war eben innerhalb ziemlich weiter Grenzen im Zweifel, ob die Einstellung das Maximum an Schärfe erreicht hat.

Ich habe zwei Cylinder in dieser Weise verwerthet. Der erste hatte eine Länge von $19{,}5^{mm}$, seine Basis (sie war nicht vollkommen kreisförmig) im längsten Durchmesser 11^{mm}.

War der Gegenstand 515^{cm} entfernt von der vorderen Fläche des Cylinders, so lag das Bild $14{,}3^{cm}$ hinter der rückwärtigen Fläche desselben. Es berechnet sich daraus eine Brennweite

$$p = 13{,}91^{cm}.$$

Ein zweites Paar von Messungen, in gleicher Weise ausgeführt, ergab für eine Gegenstandsweite von $22{,}5^{cm}$ eine Bildweite von $35{,}2^{cm}$ demnach

$$p = 13{,}73^{cm}.$$

Die beiden Messungen ergaben also bei einer Brennweite von 13^{cm} eine Differenz von 2^{mm}, was als Bestätigung der Giltigkeit der Linsenformel angesehen werden kann.

Der zweite Cylinder von $21{,}5^{mm}$ Länge und 18^{mm} basalem Durchmesser hatte zufällig eine Brennweite von ähnlicher Grösse.

Digitized by Google

Die erste Messung ergab bei einer Gegenstandsweite von 23^{cm} eine Bildweite von 40^{cm}, daraus

$$p = 14{,}60.$$

Die zweite Messung, bei einer Gegenstandsweite von 530^{cm}, eine Bildweite von $14{,}3^{cm}$, also

$$p = 13{,}92,$$

demnach eine Differenz von $7-8^{mm}$.

Diese Differenzen liegen innerhalb der Fehlergrenzen der Messung. Ich zweifle nicht, dass man dieselben noch wesentlich einschränken könnte, doch schien es mir bei dem Material, mit dem ich arbeitete, ein überflüssiges Bemühen, mit minutiöser Genauigkeit vorzugehen. Es kann das verschoben werden, bis Cylinder aus besserem Material herzustellen sind; vorläufig genügt die erbrachte Bestätigung der Giltigkeit der Linsenformel im Grossen und Ganzen. Es ist in Bezug auf Abweichungen von der Rechnung auch zu bemerken, dass die Formel, wie bei Linsen, nur für Cylinder von verschwindender Länge Giltigkeit hat, was bei den Verhältnissen, unter denen gemessen wurde, nicht mehr als zutreffend betrachtet werden kann.

Es ist schon erwähnt worden, dass nicht nur die Centralstrahlen, sondern auch die in endlicher Entfernung von der Axe den Cylinder durchsetzenden homocentrischen Strahlen in einen Punkt vereinigt werden, wenn die Abnahme des Brechungsindex von der Axe nach einem bestimmten Gesetze stattfindet. Und zwar muss sich der Brechungsindex, wie im Abschnitt C gezeigt wird, nach dem Gesetze der Parabel mit der Entfernung von der Axe ändern.

Nun ist Mathiessen[1]) mit Bezug auf seine Untersuchungen über den Strahlenverlauf in den concentrisch geschichteten thierischen Linsen auf das Studium gequollener Leimcylinder geleitet worden, und sein Schüler A. Schwarz hat kürzlich das Gesetz der Abnahme des Brechungsindex solcher experimentell festgestellt[2]). Er fand, dass dasselbe durch eine Parabel dargestellt wird.

Hiernach sollte man erwarten, dass meine Cylinder sehr vortreffliche Bilder liefern müssten. Wenn dieselben bisweilen nicht den Erwartungen entsprachen, so hängt das wohl mit der Schwierigkeit zusammen, den Cylinder beim Quellen rund zu erhalten, die Quellung nur vom Mantel her stattfinden zu lassen, und die Basen vollkommen eben herzustellen. Es dürfte übrigens bei dem Zustandekommen der richtigen Dichtigkeit als Function von der Entfernung der Axe nicht so sehr das Material (der Leim), als vielmehr der Vorgang des Quellens von Bedeutung sein.

---

1) Gräfe's Arch. f. Ophthalmologie Bd. 31.

2) F. Exner's Rep. d. Phys. Bd. 21.

Digitized by Google

C. Berechnung.

Ein Raum von der Gestalt eines Kreiscylinders $BFCH$ (Fig. 7) ist mit durchsichtiger Substanz gefüllt, und der Brechungsindex ist eine Function $n = f(x)$ des Abstandes von der Axe AG. Entstehen Bilder von kleinen in der Nähe der Axe befindlichen Gegenständen durch die Brechung beim Durchgang durch den Cylinder?

Es sei der Gegenstand ein Punkt A der Axe, α der Einfallswinkel, β der Brechungswinkel an der ersten Fläche. Dann ist

$$\beta = \frac{\alpha}{n}, \tag{1}$$

wenn angenommen wird, dass nur Centralstrahlen betrachtet werden. Der Strahl DE bildet eine Curve, und diese ist ein Kreisbogen, wenn angenommen wird, dass die Länge des Cylinders hinreichend klein ist. Dann ist auch

$$DE = MN = e,$$

d. i. die Länge des Strahles im Cylinder gleich der Dicke oder

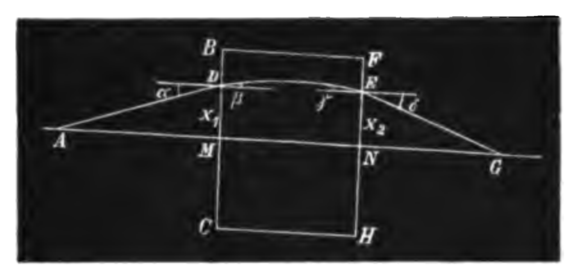


Fig. 7.

Höhe e des Cylinders, und der Strahl dreht sich im Cylinder um einen Winkel $= \frac{e}{r}$, wenn r der Krümmungshalbmesser des Strahles ist. An der zweiten Fläche ist demnach der Einfallswinkel

$$\gamma = \frac{e}{r} - \beta \tag{2}$$

und der Austrittswinkel

$$\delta = n\gamma = \frac{ne}{r} - n\beta = \frac{ne}{r} - \alpha \tag{3}$$



Fig. 8.

Aus den gemachten Annahmen folgt auch noch, wenn $MD = x_1$ und $NE = x_2$ gesetzt wird

$$x_1 = x_2 = x. \tag{4}$$

wo x der Abstand eines beliebigen Punktes des Strahles im Cylinder von der Axe ist. $AM = a$ und $NG = b$ gesetzt ergibt weiter

$$\frac{x}{b} = \delta = \frac{ne}{r} - \alpha = \frac{ne}{r} - \frac{x}{a}$$

oder

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = \frac{ne}{r}$$

r berechnet sich nun wie folgt.

Ist GH (Fig. 8) der Querschnitt eines sehr dünnen Strahlenbündels, welches ganz oder angenähert parallel den Schichten geht, so erhält man aus den unendlich kleinen Elementarwellen G und H die Krümmung des Strahles. Setzt man nämlich $IH = r$ und bezeichnet man mit v, v', n, n', die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und Brechungsexponenten in H und G, so hat man

$$r : r + dx = HK : GL = v : v' = \frac{1}{v'} : \frac{1}{v} = n' : n = n + dn : n.$$

Daraus folgt:

$$rn = (r + dx)\,(n + dn)$$

und

$$\frac{1}{r} = -\frac{1}{n}\frac{dn}{dx} \tag{6}$$

Dies nach 5 gesetzt gibt

$$\frac{x}{a} + \frac{x}{b} = -e\frac{dn}{dx}$$

oder

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -e\frac{dn}{x\,dx} \tag{7}$$

Um die Grösse rechts vom Gleichheitszeichen weiter zu entwickeln, muss man im allgemeinen die Function $n = f(x)$ kennen. Berücksichtigt man jedoch nur die Centralstrahlen, so ist dies nicht nöthig, es genügt die Annahme, dass in der Axe des Cylinders keinerlei Stetigkeitsunterbrechung stattfindet. Denkt man sich die Function $f(x)$ nach steigenden Potenzen von x entwickelt,

$$n = f(x) = c_1 + c_2\,x + c_3\,x^2, + c_4\,x^4 +,$$

so sieht man, dass nothwendig $c_1 = n_1$ ist, d. i. gleich dem Brechungsexponenten in der Axe, und dass der Symmetrie wegen

$$c_2 = c_4 = c_6 = \ldots = 0.$$

Es ergibt sich demnach für die Centralstrahlen

$$n = f(x) = n_1 + c_3 x^2 \tag{8}$$

Es wird folglich

$$\frac{dn}{dx} = 2\,c_3 x \tag{9}$$

und dies nach 7 gesetzt,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -2\,c_3\,e.$$

Die Grösse rechts vom Gleichheitszeichen ist eine Constante.

Digitized by Google

Setzt man demnach

$$-2c_3e = \frac{1}{p} \tag{10}$$

so hat man

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}, \tag{11}$$

die klassische Formel der Linsen.

In dieser Formel bedeuten: a die Gegenstandsweite, b die Bildweite und p die Brennweite. Diese letztere ist gegeben durch Gl. 10, in welcher c_3 eine von dem Gesetze der Abnahme oder Zunahme des Brechungsexponenten abhängige Constante ist.

Es ergeben sich demnach die folgenden Resultate:

Beim Durchgange des Lichtes durch einen Körper von der angenommenen Beschaffenheit entstehen Bilder, deren Lage durch dieselbe Formel $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{p}$ bestimmt ist, wie bei den Linsen. Die Brennweite ist der Dicke oder Höhe e des Cylinders verkehrt proportional.

Diese Sätze gelten, welches immer das Gesetz sein möge, nach welchem der Brechungsexponent mit der Entfernung von der Axe ab- oder zunimmt.

In der Nähe der Axe hat man nach Gl. 8 und 10 für jedes beliebige Gesetz der Ab- oder Zunahme des Brechungsexponenten

$$n_1 - n = \frac{1}{2pe}x^2$$

oder wenn $n_1 - n = \Delta n$ gesetzt wird,

$$x^2 = 2pe \cdot \Delta n. \tag{12}$$

Betrachtet man in dieser Gleichung x und Δn als rechtwinklige Coordinaten, so hat man die Gleichung einer Parabel. Dies führt auf die folgende geometrische Construction.

Zieht man einen Durchmesser einer Basis des Cylinders, so kommen den verschiedenen Punkten des Durchmessers verschiedene Brechungsexponenten zu; errichtet man in jedem der Punkte eine zur Basis senkrechte Gerade gleich dem entsprechenden Brechungsexponenten, so bilden die Endpunkte dieser Geraden, welches immer das Gesetz der Abnahme des Brechungsexponenten sein möge, in der Nähe der Axe eine Parabel.

Digitized by Google

Es ist vielleicht nicht überflüssig zu bemerken, dass dieses letztere Resultat, nach welchem der Verlauf der Brechungsexponenten für die Centralstrahlen durch eine Parabel dargestellt wird, ein mathematisches Resultat ist, welches aus der Annahme fliesst, dass die in Betracht kommenden Strahlen, die Centralstrahlen, sich äusserst wenig von der Axe entfernen.

Werden auch die Randstrahlen berücksichtigt, so kann man nach der Form der Function $f(x)$ fragen, bei welcher sämmtliche von einem Punkte der Axe kommenden Strahlen, also auch die Randstrahlen, sich nach der Brechung durch den Cylinder wieder in einem Punkte der Axe treffen.

Die Bedingung ist nach 7

$$-e\frac{dn}{xdx}=\frac{1}{p}$$

oder

$$-epdn = xdx,$$

woraus man durch Integration erhält

$$-epn = \frac{x^2}{2} + \text{const.}$$

und nach Bestimmung der Constante

$$-epn = \frac{x^2}{2} - epn_1,$$

und schliesslich

$$n = n_1 - \frac{x^2}{2pe},$$

welche Gleichung mit 12 identisch ist.

Es ergibt sich demnach der folgende Satz:

Sollen sämmtliche von einem Punkte der Axe kommende Strahlen, die Randstrahlen eingeschlossen, sich nach der Brechung durch den Cylinder wieder in einem Punkte der Axe treffen, so muss der Verlauf der Brechungsexponenten von der Axe bis zum Mantel des Cylinders durch eine Parabel dargestellt werden.

Um diesen Satz mittels einer Figur zu erläutern, sei (Fig. 9) $abcd$ der Cylinder, ef seine Axe, ab ein Durchmesser einer seiner beiden Grundflächen. Man errichte im Centrum g dieser Grundfläche und normal zu derselben die Strecke gh gleich dem Brechungsexponenten des Punktes g; ebenso in jedem anderen Punkte des Durchmessers ab eine den Brechungsexponenten dieses Punktes darstellende Gerade, beispielsweise im Punkte i die Senkrechte ij oder ik, je nachdem der

Digitized by Google

Brechungsexponent von der Axe gegen den Mantel des Cylinders ab- oder zunimmt. Soll nun der Cylinder die Eigenschaft besitzen, sämmtliche von einem entfernten Punkte l der Axe kommenden Strahlen durch Brechung in einem zweiten entfernten Punkte m der Axe zu

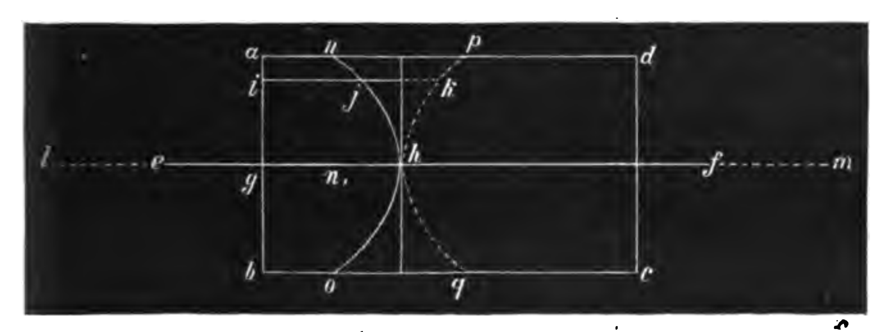


Fig. 9.

vereinigen, so müssen die Endpunkte j oder k sämmtlicher Normalen ij oder ik auf einer Parabel no oder pq liegen.

Hat man einen ausgedehnten Gegenstand, so geschieht die Construction der Bilder wie bei den Linsen. Da die von einem Punkte der Axe kommenden Strahlen sich wieder in einem Punkte vereinigen,

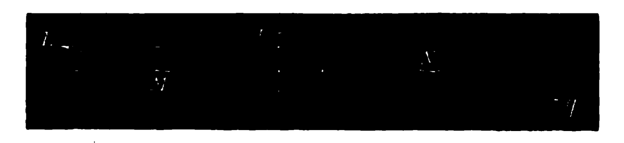


Fig. 10.

werden auch die von einem der Axe benachbarten Punkte kommenden Strahlen sich nahezu vereinigen. Um diesen Vereinigungspunkt zu finden, bedarf es nur zweier Strahlen, des Focalstrahles und des Parallelstrahles. Sind M und N (Fig. 10) die beiden Brennpunkte, L ein Punkt nahe der Axe, so wird der Strahl LP nach N gebrochen und der Strahl LM nach Q, folglich liegt das Bild von L in Q.

Digitized by Google

Experimentelle Bestätigung der Giltigkeit des Verdet-schen Gesetzes in Richtungen nahezu normal auf die Kraftlinien[1]).

Von

A. Cornu und **A. Potier**.

Durch Einen[2]) von uns wurde unter strenger Anwendung des Verdet'schen Gesetzes die Existenz einer eigenthümlichen Doppelbrechung theoretisch aufgestellt, welche isotropen, in einem magnetischen Felde befindlichen Körpern eigen ist, und welche einer Richtung senkrecht auf die Kraftlinien folgt.

Da das Verdet'sche Gesetz bisher nur in den Richtungen bestätigt wurde, wo das magnetische Rotationsvermögen noch bemerkbar ist, und da die strenge Giltigkeit dieses Gesetzes selbst bezweifelt wurde[3]) so schien es uns nöthig, den Beweis so weit als möglich zu führen, d. h. bis zu den Richtungen, wo die Rotation verschwindet. Der Zweck dieses Beweises ist, ausser dem Interesse an diesem physikalischen Gesetz, zu beweisen, dass die beiden Theile der magnetischen Wellenoberflächen einander unter einem bestimmbaren Winkel treffen und dass sie eine streng sphärische Form haben.

Faraday hat entdeckt, dass die magnetische Rotation ω in der Richtung senkrecht auf die Kraftlinien aufhört und das Vorzeichen wechselt, wenn das Lichtbündel von einer Seite dieser Richtung auf die andere geht; daraus folgt, dass der Winkel ω nothwendigerweise eine ungerade Function des Winkels β sei, welchen das Lichtbündel mit der Richtung senkrecht auf die Kraftlinien bildet:

$$\omega = b\beta + c\beta^3 + \ldots \qquad (1$$

---

1) Von den Herrn Verf. mitgetheilt aus C. R. vol. CII. Februar 1886.

2) C. R. vol. XCIX p. 1045.

3) Wiener Akad. Bd. 90 December 1884. Die Deformation der Wellenfläche in einem magnetischen Felde; von E. v. Fleischl. Die Zahlen der Verdet'schen Versuche haben den Autor veranlasst, das Gesetz des Cosinus nur als erste Annäherung zu betrachten und dem Ausdruck dieses Gesetzes noch eine Correctur anzufügen.

Digitized by Google

Die Frage ist nun, ob dieser Ausdruck β wirklich existirt: aus der Existenz dieses Ausdruckes lässt sich in der That folgern (wie leicht gezeigt werden kann), dass die beiden Flächen sich unter einem bestimmbaren Winkel, der b proportional ist, durchschneiden.

Wenn das Verdet'sche Gesetzt richtig ist, so existirt dieser Ausdruck, denn man kann die Gleichung dieses Gesetzes folgendermaassen schreiben:

$$\omega = a \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = a \sin\beta = a\left(\beta - \frac{\beta^3}{6} + \ldots\right) \quad (2$$

Man sieht, dass der Coefficient b kein anderer ist als a oder derjenige, welcher im Gesetz des Cosinus vorkommt: es handelt sich also darum, durch die Untersuchungen diese Gleichheit zu beweisen.

Man sieht auch, dass in den Richtungen, in der Nähe von $\beta = 0$, das Cosinusgesetz in das Gesetz der Proportionalität zum Winkel β übergeht; der Fehler, der durch diese Annäherung entsteht, beträgt $\frac{\beta^3}{6}$ eine sehr kleine Grösse, geringer als $\frac{1}{1000}$ innerhalb der Grenzen $\beta = \pm 4^0 27'$.

Die zu lösenden experimentellen Schwierigkeiten sind folgende:

1. Ein magnetisches Feld herzustellen, welches, intensiv genug ist, um die Rotationen mit hinreichender Sicherheit messen zu können. Um dies zu erreichen, muss man offenbar die transversalen Dimensionen des magnetischen Feldes ziemlich gross machen, um die Rotation durch die Länge der durchlaufenen Strecke vervielfältigen zu können.

2. Man muss suchen, das magnetische Feld in dem benutzten Theil merklich gleichmässig herzustellen.

Diese beiden Bedingungen sind einander beinahe entgegengesetzt, wenn man so beschränkte Hilfsmittel zu Gebote hat wie wir; nichtsdestoweniger versuchten wir, sie zu erfüllen, und zwar mit einer Elektricitätsquelle geringer Intensität (eine Gramme'sche Maschine, type d'atelier, und 30 Accumulatoren) und einem elektromagnetischen Apparat von beschränkten Dimensionen.

Der ersten Bedingung wurde genügt durch die Herstellung eines eigenthümlichen Elektromagneten von sehr verlängerter Form, mit dicken Windungen um den centralen Kern, ähnlich dem hohlen Elektromagneten von Nickles, ein Unterschied tritt nur ein in Bezug auf die Form jenes Theiles, wo der Draht aufgewickelt ist; diese wurde mit Rücksicht darauf berechnet, dass mit einem bestimmten Gewichte Kupfers das Maximum des magnetischen Effectes an der Aussenfläche des Kernes erreicht wurde. Zwei gleiche Elektromagnete wurden einander gegenüber in einer kleinen Entfernung aufgestellt; die freien

Digitized by Google

Oberflächen der Kerne von weichem Eisen haben eine Länge von ungefähr $0,32^m$ und eine Höhe von $0,03^m$; der Raum zwischen diesen Oberflächen bildet ein Feld, dessen mittlere Intensität[1]) 6000 Einheiten C. G. S. beträgt bei einer Entfernung von $0,013^m$. Bei grösseren Entfernungen steht die Intensität merklich in umgekehrtem Verhältnis der Entfernung der Pole.

In diesem magnetischen Felde von einer horizontalen Länge von $0,32^m$ befand sich eine Röhre, die mit einer gesättigten Lösung von rothem Quecksilberjodid und Jodcalium (Thoulet's Flüssigkeit) gefüllt ist, deren Rotationsvermögen dreimal so gross ist als von Schwefelkohlenstoff[2]); diese Röhre war um eine verticale Achse beweglich und konnte alle Neigungen bis zu 5^0 auf beiden Seiten der Mittellinie des Feldes annehmen; mit einer Länge von $0,30^m$ erreichte man bei den äussersten Neigungen eine einfache Rotation von $\pm 9^0$, welche bis ungefähr auf $\frac{1}{200}$ gemessen wurde[3]).

Die zweite Bedingung, in Bezug auf die Gleichförmigkeit des Feldes ist schwer zu erfüllen; die ersten Versuche zeigten uns in der That, dass sich das Verdet'sche Gesetz nur ungenau bestätigte (siehe die Endnote); sollte man nun diese Abweichungen der Ungenauigkeit des physikalischen Gesetzes oder der ungenügenden Erfüllung der theoretischen Bedingungen zuschreiben? Offenbar war es nicht möglich, bei der geringen Ausdehnung der Pole eine Gleichförmigkeit des Feldes zu erreichen; man konnte ihnen wohl noch zwei breite Armaturen anfügen, aber bei einer Vergrösserung der Oberfläche nimmt die Intensität des Feldes fast im umgekehrten Verhältnis mit dem Flächeninhalt der Armaturen ab; die Alternative, vor der wir standen, war: ungenügende Gleichförmigkeit oder ungenügende Intensität des Feldes.

---

1) Man kann sie berechnen durch den galvanischen Impuls δ des Inductionsstromes, der durch eine Rolle mit der Oberfläche S (in Quadratcentimetern) erzeugt wird, welche sich um eine Axe senkrecht auf die Kraftlinien dreht. Die Intensität M wird gefunden durch

$$M = \delta \frac{C \cdot E \cdot R}{S \vartheta} 10^2.$$

Das Galvanometer wurde calibrirt durch die Beobachtung des Stosses ϑ der von der Entladung eines Condensators von C Mikrofarad herrührte; letzterer wird durch eine Säule von der elektromotorischen Kraft E Volt geladen, während der Widerstand des Galvanometers R Ohm beträgt.

2) Die Lösung von borwolframsauren Cadmium, welche Herr Klein uns verschaffen wollte, hat nur ein Rotationsvermögen, welches um 10% grösser ist als das des Wassers, ungeachtet ihrer grossen Dichtigkeit (3,4) und ihres grossen Brechungsindex (1,67).

3) Wurde diese Säule von $0,30^m$ im magnetischen Feld in der Mittelrichtung, wo das Rotationsvermögen gleich Null ist, aufgestellt, so zeigte sich keine Spur einer Doppelbrechung.

Digitized by Google

Glücklicherweise ist die wirkliche Gleichförmigkeit des Feldes nicht unbedingt nöthig, um die gewünschten Beweise zu finden; dies folgt aus folgendem theoretischen Satz (Maxwell, Electr. and Magn., vol. 2 p. 808):

Nach dem Gesetz von Verdet hängt der Winkel, um welchen sich die Polarisationsebene eines Lichtbündels zwischen zwei Punkten einer geradlinigen Bahn in einem magnetischen Felde dreht, nur von den Werthen des magnetischen Potentials an den beiden Endpunkten der Bahn ab.

Dieser Rotationswinkel ist gleich dem Product der Potentialdifferenz an den beiden Enden der Bahn in die elektro-optische Constante des Mittels [1]).

Zur Bestätigung des Gesetzes genügt es also, die Gleichheit der Rotationen zu beweisen, die in zwei Säulen von ungleicher Länge stattfinden, deren Endpunkte jedoch entsprechend in denselben äquipotentiellen Oberflächen liegen.

Wenn in einer geeignet ausgewählten Ebene die äquipotentiellen Linien gerade und parallel sind, so wird das Verhältnis der Längen e, e der beiden, dieselben beiden äquipotentiellen Linien berührenden Säulen folgendes sein:

$$e \sin \beta = e_1 \sin \beta_1 \tag{3}$$

(β und β_1 bezeichnen die Winkel der beiden Säulen mit der Richtung dieser Linien) als ob das Feld wirklich gleichförmig wäre.

Diese Bedingung kann auch in der horizontalen Symmetrieebene der Pole erfüllt werden, wenn deren Entfernung im Verhältnis zu ihrer Länge eine kleine ist. Man kann dies experimentell beweisen durch Erzeugung der magnetischen Figur; Eisenfeilspäne, auf einen Carton gestreut, der mit dieser Ebene zusammenfällt, zeichnen

1) Die Rotation $d\omega$, welche durch das Durchlaufen des Elementes dS hervorgerufen wird, ist der Composante der magnetischen Wirkung proportional

$$d\omega = A\,dS\,M \cos \alpha;$$

aber $M\,dS \cos \alpha$ ist auch die elementare Arbeit dV der elektromotorischen Kräfte auf die Einheit der magnetischen Masse, welche δS durchläuft; die totale Rotation ist also:

$$\omega = A \int_{S_0}^{S_1} dS\,M \cos \alpha = A \int_{v_0}^{v_1} dV = A\,(V_1 - V_0);$$

das magnetische Potential in einem Punkt ist die Arbeit der magnetischen Kräfte auf die Masse Eins, die aus der Unendlichkeit zu diesem Punkt kommt, und wenn diese Arbeit nur von den beiden Endpunkten der Bahn abhängt, so ist der oben angeführte theoretische Satz bewiesen.

Digitized by Google

die Kraftlinien oder orthogonale Bahnen zu den äquipotentiellen Linien; man erkennt, dass die Fäden bis in die Nähe der Enden der Pole geradlinig sind.

Der Versuch wurde ausgeführt, indem in der horizontalen Symmetrieebene der Elektromagneten eine mit der Quecksilberjodidlösung gefüllte Röhre befestigt wurde, welche in ihrer Mitte einen zehnmal kürzeren Querarm hatte; man beobachtete nun die Rotation durch den langen Arm e unter verschiedenen Neigungen β bezüglich der Mittellinie des Feldes, und ebenso durch den kleinen Arm e_1, der parallel zu den Kraftlinien gestellt wurde ($\beta = 90^0$). Der Beweis reducirt sich darauf, zu constatiren, dass die besondere Neigung β, welche dieselbe Rotation in beiden Armen herbeiführt, der Gl. 3 genüge.

Wir lassen hier unsere letzte Beobachtungsreihe folgen, in welcher sich das oben erwähnte Verhältnis bestätigt findet; es war auch der benutzte Theil des magnetischen Feldes so nahezu gleichförmig, dass der Rotationswinkel der Neigung β merklich proportional blieb. Um dieses Resultat zu erreichen, musste man den grossen Arm auf zwei Drittel der Länge des Feldes reduciren.

Tabelle 1.

Beobachtet					Resultate				
Strom doppelte Ablenkung am Galvanometer 2δ	Ablesung der Alhidade an der Röhre	Doppelte Drehung der Polarisationsebene: transversal $2\omega_1$	longitudinal 2ω	Correctur für die Wirkung des Glases 2ε	Neigung $\sin\beta$	Reducirte Werthe: $2\omega_1'$	$2\omega'$	Berechnete Werthe $2\omega'$	Beobachtet — Rechnung
8,32		9,55		— 0,23		8,96			
8,30	0,35		9,77	— 0,02	0,1064		9,40	9,58	— 0,18
8,17	1,00		7,08	— 0,02	0,0791		6,91	7,12	— 0,21
8,09	2,00		3,26	— 0,01	0,0370		3,21	3,32	— 0,12
7,99	3,00		— 0,36	0,00	— 0,0050		— 0,36	— 0,45	+ 0,09
7,98		9,01		— 0,22		8,81			
7,70	4,00		— 4,01	+ 0,01	— 0,0471		— 4,16	— 4,24	+ 0,08
7,65	5,00		— 7,55	+ 0,02	— 0,0892		— 7,87	— 8,02	+ 0,15
7,58		8,60		— 0,21		8,85			

Monochromatisches Licht einer Kochsalzflamme. — Halbschatten-Polarisator. — Ein Nicol'scher Analysator. — $2\omega_1$ wurde durch in den Kernen angebrachte Löcher beobachtet.

Die Länge der langen Röhre e betrug $20{,}39^{cm}$ der querstehenden $e_1 = 2{,}01^{cm}$. Die Länge der Alhidade der Röhre war h gleich $23{,}77^{cm}$; der Nullpunkt der Neigungen $x_0 = 2{,}88$. Die Neigung β der Axe der langen Röhre ist gegeben durch $h \sin\beta = x_0 - x$.

Digitized by Google

Die reducirten Werthe der Rotationen sind durch Proportionalität auf $2\delta_0 = 8{,}00$ zurückgeführt. Die berechneten Werthe $2\omega'$ sind abgeleitet aus der Formel:

$$2\omega' \, e \sin\beta = 2\omega'_1 \, e_1;$$

wo $2\omega'_1 = 8{,}87$ (der mittlere Werth von $2\omega'_1$) ist.

Die gesuchte Bestätigung $e \sin\beta = e_1$ kann man in den Resultaten der Tabelle zweimal finden; aus den reducirten Werthen von $2\omega'$ findet man, durch Interpolation die Neigung β der Längssäule e, welche die von der querstehenden Säule e_1 herrührende, mittlere Rotation $2\omega_1 = 8{,}87^0$ geben würde. Man findet für $\sin\beta$ (durch einfache Proportionalität) zwei Werthe:

$$0{,}1006 \text{ und } -0{,}1005,$$

woraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} e \sin\beta &= 20{,}39 \times 0{,}1006 = 2{,}052 \\ &= 20{,}39 \times 0{,}1005 = 2{,}050 \end{aligned}\right\} \text{Mittel} \left\{\begin{aligned} &e_1 \text{ (berechnet)} \quad 2{,}051^{\text{cm}} \\ &e_1 \text{ (beobachtet)} \quad 2{,}010^{\text{cm}} \end{aligned}\right.$$

$$\text{Beob.} - \text{Rechn.} - 0{,}041^{\text{cm}}$$

Die Bestätigung trifft also bis auf die Differenz von 2% zu.

Die Colonne der reducirten Werthe $2\omega'$ zeigt eine sehr befriedigende Proportionalität zwischen dem Rotationswinkel und dem Sinus der Neigung; das magnetische Feld war also in dem benutzten Theil fast gleichförmig. Da aber die berechneten Werthe $2\omega'$ immer als absolute Werthe grösser sind als die beobachteten, so kann man daraus schliessen, dass die Gleichförmigkeit noch nicht in der ganzen Ausdehnung des Feldes vollständig erreicht ist, was auch aus einer Vergleichung dieser Resultate mit früheren hervorgeht, wo eine zu grosse Strecke des Feldes benutzt wurde[1]).

$$e = 30{,}00^{\text{cm}}, \quad e_1 = 3{,}06^{\text{cm}}; \quad x_0 = 2{,}95^{\text{cm}}, \quad \delta_0 = 8{,}50^{\text{cm}}.$$

Tabelle 2.

Beobachtet					Berechnet				
δ	x	$2\omega_1$	2ω	2ε	$\sin\beta$	$2\omega'_1$	$2\omega'$ beob.	$2\omega'$ ber.	Beob.— Rechn.
8,95	3,00	17,75		—0,34		16,53			
8,85	0,38		16,96	—0,03	0,1081		16,26	17,51	— 1,25
8,75	1,00		12,26	—0,02	0,0820		11,89	13,28	— 1,39
8,55	2,00		5,57	—1,01	0,0400		5,53	6,47	— 0,94
8,55	3,00	16,82		—0,32		16,40			
8,45	3,00		— 0,06	0,00	— 0,0021		— 0,06	— 0,33	+ 0,27
8,40	4,00		— 6,00	0,01	— 0,0442		— 6,06	— 7,15	+ 1,09
8,40	5,00		— 12,30	0,02	— 0,0862		— 12,43	— 13,97	+ 1,54
8,38	5,35		— 14,69	0,03	— 0,1010		— 14,87	— 16,35	+ 1,48
8,30	3,00	16,54		—0,31		16,62			

1) Hier folgt eine Versuchsreihe, die mit einer Röhre von $0{,}30^{\text{m}}$ Länge gemacht wurde.

Digitized by Google

Daraus folgt

$$\left.\begin{aligned} e \sin \beta &= 30 \times 0{,}1097 = 3{,}29^{\mathrm{cm}} \\ &= 30 \times 0{,}1115 = 3{,}35^{\mathrm{cm}} \end{aligned}\right\} \text{Mittel} \left\{\begin{aligned} &e_1 \text{ (berechnet) } 3{,}32^{\mathrm{cm}} \\ &e_1 \text{ (beobachtet) } 3{,}06^{\mathrm{cm}} \end{aligned}\right.$$

$$\text{Beob.} - \text{Rechn.} = -0{,}26^{\mathrm{cm}}$$

Man ersieht aus der Grösse und dem Vorzeichen der letzten Differenz einen bedeutenden Mangel in der Gleichförmigkeit des Feldes.

Das Verdet'sche Gesetz ist also mit aller Genauigkeit, die unsere Apparate erlauben, bestätigt; die kleinen Abweichungen, welche doch noch bestehen, müssen hauptsächlich der mangelnden Gleichförmigkeit des magnetischen Feldes zugeschrieben werden.

Digitized by Google

Beschreibung eines neuen Polarimeters[1].

Von

Prof. **August Righi**.

Bei der Bestimmung der Richtung der Polarisationsebene eines Lichtstrahles gewähren die sog. Halbschattenpolarimeter die meiste Genauigkeit, und werden heutzutage fast ausschliesslich den anderen vorgezogen, besonders bei Messungen der Rotation der Schwingungen.

Der neue Apparat, den ich beschreiben will, gehört auch in die Klasse der Halbschattenpolarimeter; er ist ebenso empfindlich wie die von Jellet oder von Laurent, aber er vereinigt in sich jene Vorzüge, welche in den anderen gesondert sich vorfinden.

Das Princip der Halbschattenpolarimeter ist sehr einfach. Denken wir uns, die Kreisöffnung eines Diaphragma's werde in der einen halbkreisförmigen Seite von polarisirtem Lichte in einem gegebenen Azimuth, im anderen Halbkreise von polarisirtem Lichte in einem etwas verschiedenen Azimuth durchsetzt. Wenn dieses zweifache Licht in einem an das Auge gehaltenen Analyseurnicol aufgefangen wird, so werden, wie man diesen auch drehen mag, die beiden Enden des Gesichtsfeldes nie gleichzeitig verschwinden können, sondern man wird zwei zu einander senkrechte Drehungen des Analyseurs finden, welche die Intensität in beiden Halbkreisen gleich machen. Dieses sind augenscheinlich jene Richtungen, durch welche die Ebene des Hauptschnitts des Analyseurs hindurchgeht, sei es durch die Halbirungslinie des spitzen Winkels, welcher von den Richtungen der von den beiden Grenzen des Gesichtsfeldes ausgehenden Vibrationen gebildet wird, oder durch die zu dieser Halbirungslinie senkrechte Linie.

Diese beiden Stellungen des Analyseurs lassen sich leicht von einander unterscheiden. Wenn der Hauptschnitt des Analyseurs senkrecht zur Halbirungslinie des von den zwei Vibrationen in den zwei Grenzstellungen des Gesichtsfeldes gebildeten spitzen Winkels gerichtet und sonach im Stande ist, Vibrationen auszusenden, die zu der besagten

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Acc. d. Bologna (4) vol. VI p. 559 (1885).

Digitized by Google

Halbirungslinie senkrecht gerichtet sind, so sieht man, mag man ihn nach der einen oder anderen Richtung verrücken, den einen oder den anderen Halbkreis sehr schnell ganz dunkel werden, weil die eine oder die andere Seite des Gesichtsfeldes verlöscht. Umgekehrt aber, wenn der Analyseur in der anderen Richtung sich befindet, welche Gleichförmigkeit des Lichtes ergibt, so wird, wenn man ihn im einen oder im anderen Sinne verrückt, die Intensität des Lichtes sich nur wenig ändern, weil alsdann der Analyseur das Licht der beiden Seiten fast ganz hindurchlässt.

Die erste der beiden Stellungen des Analyseurs kann mit grosser Genauigkeit bestimmt werden und kann zur Ausführung von Messungen dienen, weil eine ganz kleine Verrückung des Analyseurs genügt, um die Intensitäten der beiden Hälften, die bislang gleich waren, von einander verschieden zu machen. Ja, je kleiner der Winkel ist, der von den Vibrationsrichtungen in den beiden Hälften des Gesichtsfeldes gebildet wird, desto empfindlicher ist das Instrument, und um so weniger braucht man den Analyseur zu verrücken, um die Gleichheit der Intensität der beiden Gesichtsfeldshälften aufzuheben, d. i. zu bewirken, dass die eine Hälfte heller werde, während die andere verlöscht.

In der That sei 2α der Winkel, den die Vibrationsrichtungen in beiden Hälften des Gesichtsfeldes miteinander bilden, und sei

$$a \sin \frac{2\pi t}{T},$$

oder einfach, indem man $a = 1$ setzt, $\frac{2\pi t}{T} = \Theta$; sei $\sin \Theta$ die Vibration, welche von jeder Hälfte des Gesichtsfeldes sich zum Analyseur wendet. Hat der letztere seinen Hauptschnitt senkrecht zur Kreuzung, so bildet er in der einen Hälfte des Gesichtsfeldes mit der einfallenden Vibration einen Winkel $\frac{\pi}{2} - \alpha$, in der anderen Hälfte einen Winkel $\frac{\pi}{2} + \alpha$. Die vom Analyseur durchgelassenen Vibrationen sind demnach bezw. $\sin \alpha \sin \Theta$, und $-\sin \alpha \sin \Theta$, d. h. die Intensitäten sind gleich und werden ausgedrückt durch $\sin^2 \alpha$. Es genügt, den Analyseur nach der einen oder anderen Richtung um α zu drehen, um in der einen Hälfte des Gesichtsfeldes die Intensität Null, in der anderen die Intensität $\sin^2 2\alpha$ zu erhalten. Je kleiner α sein wird, desto grösser würde also die Empfindlichkeit des Instruments werden, wenn nicht gleichzeitig die Intensität $\sin^2 \alpha$ für die beiden Hälften des Gesichtsfeldes kleiner und sonach die Bestimmung der Gleichheit schwieriger werden würde. Für jedes in Anwendung kommende Licht existirt

Digitized by Google

folglich ein Werth von α, der dem Apparat die grösste Empfindlichkeit verleiht.

Es ist leicht einzusehen, wie ein Apparat dieser Art zur Messung der Rotationen der Vibrationen dienen kann.

Nehmen wir z. B. an, wir hätten den Analyseur zuerst in jene Lage gebracht, worin sein Hauptschnitt senkrecht zu der Kreuzung der Vibrationen in den beiden Hälften des Gesichtsfeldes gerichtet ist — wir wollen diese Stellung der Kürze halber von jetzt ab „empfindliche Lage" nennen, — und stellen nun davor ein Quarzstück senkrecht zur Achse, so werden die Vibrationen für jeden der beiden Hälften des Gesichtsfeldes um einen gleichen Winkel gedreht werden, und um denselben Winkel wird man den Analyseur drehen müssen, um aufs Neue die empfindliche Lage zu finden. Die Drehung des Analyseurs misst alsdann jene Drehung, welche der Quarz der Vibration ertheilt hat.

Man kann jedoch die Sache noch anders einrichten. Nehmen wir an, dass man, statt mit zwei polarisirten Lichtbüscheln in zwei wenig verschiedenen Ebenen zu operiren, mit einfach polarisirtem Lichte Versuche anstelle, das man aber in einem Analyseur auffing, der aus zwei zusammenhängenden Theilen besteht, z. B. aus zwei gering gegeneinander geneigten Nicols, von denen einer das polarisirte Licht in einem gewissen Azimuth, der andere das polarisirte Licht in einem Azimuth, das mit dem ersten einen kleinen Winkel von 2α bildet, auszulöschen geeignet ist. Offenbar wird, was zuerst gesagt worden ist, auch hier anwendbar sein, und man wird leicht eine Stellung des doppelten Analyseurs finden, für welche beide Theile des Gesichtsfeldes gleiche Intensität haben, aber die eine oder die andere gleich Null wird, wenn man ihn im einen oder im anderen Sinne um einen Winkel α dreht.

Cornu's Polarimeter verwirklicht diese letztere Disposition, dagegen jener von Laurent die erstere; Jellet's Polarimeter und der meinige eignen sich für beide Verfahren.

Die Disposition von Jellet[1]), der Zeit nach die erste, besteht darin, dass man vor den Analyseur ein aus zwei Theilen gebildetes Spathprisma setzt, worin die Hanptschnitte der Theile miteinander einen kleinen Winkel bilden.

Die später folgende von Cornu[2]) besteht aus einem Analyseur, der nichts anderes ist als ein Nicol, das der Länge nach mitten durchschnitten ist, nach einer durch die kleinen Diagonalen hindurchgehenden Ebene, und dessen Theile nachher neu verbunden wurden, nachdem

1) Reports of the British Association vol. II (1860).

2) Bulletin de la Société Chimique 2e série vol. XIV.


Digitized by Google

die Schnittflächen so bearbeitet worden waren, dass die Hauptschnitte in den beiden Theilen des Gesichtsfeldes einen Winkel von ca. 5° bilden.

Bei der Laurent'schen [1]) Anordnung endlich sind der Polarisator und der Analysator zwei gewöhnliche Nicols; aber sogleich hinter dem Polariseur befindet sich ein Diaphragma mit kreisrunder Oeffnung, dessen eine Hälfte eine Platte von mittlerer Wellenlänge, z. B. ein Quarz einnimmt.

Wie bekannt ist, bilden, wenn ein Strahl polarisirten Lichtes eine solche Platte durchdringt, und wenn α der Winkel ist, den die einfallenden Vibrationen mit ihrem Hauptschnitte bilden, die austretenden Vibrationen einen Winkel α auf der entgegengesetzten Seite desselben Schnittes, so dass also die Vibrationen um einen Winkel 2α gedreht erscheinen. Mithin bilden die Vibrationen, die an den Analyseur gelangen, in den beiden Seiten des Gesichtsfeldes mit einander einen Winkel 2α, wie im Vorhergehenden.

Diese Anordnung hat einen sehr bedeutenden Vorzug über die von Jellet und Cornu, nämlich die Veränderlichkeit von α.

Um diesen Zweck zu erreichen genügt es ja, das Diaphragma, das die Platte von mittlerer Wellenlänge mit sich führt, in der eigenen Ebene zu drehen, und deshalb kann man den Apparat für jede Intensität des angewendeten Lichtes in die Bedingnisse grösster Empfindlichkeit versetzen. Jedoch verbindet sich mit diesem Vorzuge ein Nachtheil. Die Lamelle mittlerer Wellenlänge ist dies nur für eine bestimmte Qualität von Licht, und deshalb kann der Apparat, wenn man die Lamelle nicht wechselt, nur für eine einzige einfache Lichtart dienen.

Der Apparat, den ich beschreiben werde, hat denselben Vorzug wie der von Laurent, dass man also den Winkel α nach Belieben verändern, und sonach den Apparat in jedem Falle in die besten Verhältnisse bezüglich der Empfindlichkeit versetzen kann; aber er kann für jede beliebige Lichtart dienen, so dass er also die Vorzüge der Apparate von Laurent und Cornu oder Jellet verbindet. Er kann als Polariseur wie als Analyseur dienen, und besteht aus zwei identischen Nicolprismen und aus einem oder aus zwei Paaren von Glasplatten, je nachdem er als Polariseur oder als Analyseur dient.

Beginnen wir mit dem ersten Falle. Die parallelen Lichtstrahlen der Sonne oder einer anderen Lichtquelle fallen auf die beiden Nicols $N_1 N_2$ (Fig. 1), treffen also die doppelte Glasplatte $V_1 V_2$, die von zwei rechtwinklig miteinander vorhandenen, ca. 8^{mm} dicken und gut stahl-

1) J. de Physique vol. III p. 183.


Digitized by Google

freien Stücken gebildet wird[1]). Wegen der Brechung werden die zwei Lichtstrahlen, welche durch die zwei Nicols hindurch gegangen sind, nach ihrem Durchgange durch die doppelte Lamelle angrenzend aneinander, weshalb sie, wenn sie zur kreisrunden Oeffnung eines Diaphragma's D gelangen, die zwei halbkreisrunden Theile derselben Oeffnung gesondert durchlaufen. Das Bild dieser Oeffnung kann man mittels eines mit dem Analyseur verbundenen Fernrohrs sehen. Wenn die beiden Nicols vollkommen parallel sind, so sind die Verhältnisse fast dieselben, als wenn die Oeffnung des Diaphragmas D vom Lichte beleuchtet wäre, das von einem einfachen Nicol durchgelassen worden ist. Aber das Nicol N_2 kann in Bezug auf das Nicol N_1 mehr oder weniger verstellt werden, und alsdann bilden die Lichtvibrationen in den zwei halbkreisförmigen Hälften der Diaphragmaöffnung mit einander einen Winkel, den man beliebig variiren kann. Um diese Beweglichkeit eines der Nicols zu erzielen, ist die Montirung derselben so eingerichtet worden, wie Fig. 2 sie veranschaulicht.



Fig. 1.

Eine cylindrische Messingröhre A, concentrisch auf einem graduirten Kreise G befestigt, der von einem Fussgestelle P getragen wird, trägt den ganzen Apparat. Eine zweite Röhre B kann mit Reibung in der Röhre A sich drehen; an einer Hälfte derselben, und zwar in der Figur auf der rechten Seite, ist ein fast halbkreisförmiges Plättchen L_1 befestigt, welches den Nicol N_1 trägt. In der Röhre B, und zwar auf der linken Seite, befindet sich ein Theil einer Cylinderröhre C, welche um einige Grade innerhalb B sich drehen kann; an einer ihrer Hälften ist ein Plättchen L_2 befestigt, welches den zweiten Nicol N_2 trägt. Die zwei Nicols sind so gestellt, dass sie nehezu parallel sind und nur soweit voneinander entfernt als genügt, damit die den Nicol N_2 tragende Röhre C unbehindert um etliche Grade sich drehen kann. Ueberdies trägt die Röhre B einen Arm E; dieser endet in einen graduirten Kreisbogen, worauf ein, an einem Theile des Cylinders C befestigter Index F laufen kann, der mittels einer durch einen in E angebrachten Einschnitt hindurchgehenden Schraube in jeder beliebigen Stellung festgeklemmt werden kann. Aldann lässt die Gradtheilung von E den Winkel erkennen, den die Hauptschnitte der beiden Nicols

1) Diese doppelten Glasplatten können auch zu Interferenzversuchen dienen. Sie wurden mir zugleich mit den Nicols von Duboscq geliefert.

Digitized by Google

miteinander bilden, während die Graduirung des Kreises G, die mittels eines am Arme E befestigten Nonius abgelesen wird, nach Bedürfnis die angularen Verschiebungen des ganzen Systems erkennen lässt.

Das Diaphragma D und die Doppellamelle von Glas $V_1 V_2$ der Fig. 1 sind in der Fig. 2 nicht angegeben; sie sind vor der Figur und zwar an einem mit dem Cylinder B verbundenen Stücke derart befestigt, dass die Verbindungsebene der zwei Stücke der Doppellamelle genügend verlängert, mitten durch die beiden Nicols hindurchgeht.

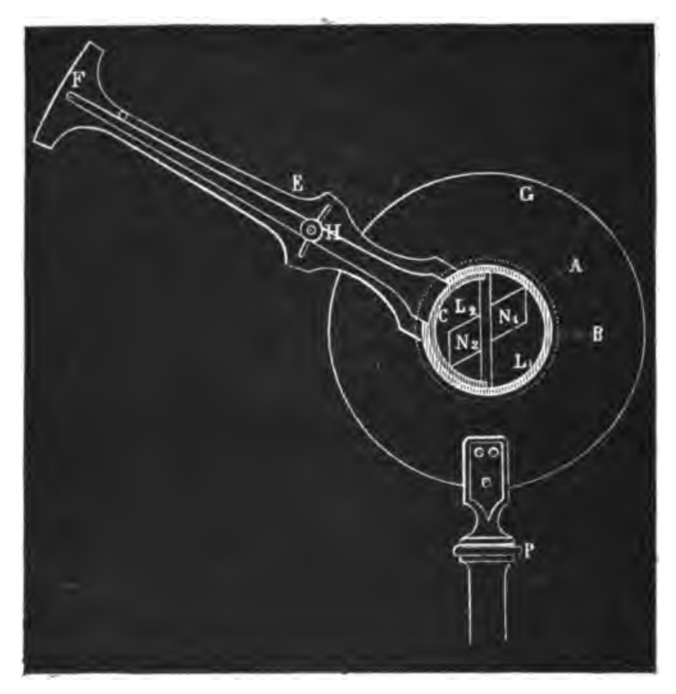


Fig. 2.

Es ist leicht einzusehen, wie man den Polarimeter anwenden muss. Nehmen wir z. B. an, wir haben elektromagnetische Rotationen zu messen. Das vom Diaphragma D ausgehende Licht wird man alsdann durch den Körper hindurchgehen lassen, der durch elektromagnetische Wirkung die Polarisationsebene des Lichtes sich drehen lässt; alsdann wird man es in einem Analyseurnicol auffangen, auf den, wie bei den Saccharimetern, ein kleines Fernrohr folgt, mit dem man die Diaphragmaöffnung betrachtet. Man wird den Analyseur bis zur empfindlichen Lage drehen, d. i. in jene Stellung bringen, worin die beiden Hälften des Gesichtsfeldes gleiche Intensität zu haben scheinen, und worin eine oder die andere Hälfte rasch ins Dunkle neigt, wenn man

Digitized by Google

den Analyseur auch nur sehr wenig im Winkel dreht. Alsdann schliesst man den Strom, der den Versuchskörper magnetisiren soll, und man wird die zwei Hälften des Gesichtsfeldes ungleich belichtet sehen. Dreht man nun den Analyseur, bis man aufs Neue die empfindliche Lage findet, so wird man an der Verrückung des Analyseurs die gesuchte Rotation messen.

Bevor man zur Messung schreitet, wird man mittels Versuche den Winkel bestimmen, den die Hauptschnitte der beiden Nicols bilden müssen, damit die Empfindlichkeit die grösste sei. Je intensiver das angewendete Licht ist, desto kleiner muss dieser Winkel sein, und desto grösser ist die damit verbundene Empfindlichkeit. Mit Sonnenlicht ist die Empfindlichkeit derartig, dass man bei den Messungen sicher darauf rechnen darf, die Minuten eines Grades vollkommen genau zu erhalten.

Die Gradtheilung des Kreises G kommt demnach nicht zur Verwendung, wenn man den Apparat als Polariseur anwendet. Aber es gibt Fälle, in denen der Polarimeter nicht auf die angegebene Weise benutzt werden kann, insonderheit dann, wenn das Licht in einem bestimmten Azimuth polarisirt werden soll. Ein solcher Fall bietet sich z. B. dar bei den Versuchen über das Kerr'sche Phänomen. Bei diesen Untersuchungen kommt es darauf an, an dem magnetischen Pole Strahlen sich reflectiren zu lassen, die in bestimmter Weise z. B. in der Einfallsebene oder senkrecht darauf polarisirt sind. Nun ist klar, dass, wenn eine dieser Bedingungen von einem der Nicols erfüllt wird, sie nicht erfüllt werden kann vom andern Nicol. In diesem und in ähnlichen Fällen wird man den Polarimeter als Analyseur anwenden und alsdann braucht man die Gradtheilung G, wie alsdann auch eine zweite Doppellamelle, die der ersten in Fig. 1 $V_1 V_2$ gleich ist, auf die andere Seite der Nicols gestellt werden muss. Diese zweite Doppellamelle wird ebenfalls getragen von einem mit der Röhre B verbundenen Stück, aber dieses Stück hat an seinem Ende cylindrische Form, welche einen kleinen Theil der Röhre B umgibt; es kann mit Reibung um diese Röhre sich drehen, und in einer bestimmten Stellung mit einer Schraube festgeklemmt werden. Hierdurch kann man erreichen, dass die Verbindungsebene der neuen Doppellamelle von Glas in die Verlängerung der Verbindungsebene der ersten Doppellamelle gebracht werde. Der neue Polarimeter wird als Analyseur in derselben Weise angewendet, wie der durchschnittene Nicol von Cornu.

Das zu analysirende Licht trennt sich, wenn es auf die Doppelplatte $V'_1 V'_2$ (Fig. 3) fällt, in zwei besondere und parallele Büschel, welche die beiden Nicols durchsetzen, und beim Durchgange durch die Platte $V_1 V_2$ sich in der Art einander wieder nähern, dass sie die

Digitized by Google

beiden Hälften des der kreisrunden Diaphragmaöffnung beleuchten. Diese Oeffnung kann man direct beobachten, oder besser mittels eines kleinen Fernrohrs. Man verrückt angulär den Nicol N_2 um jenen Betrag, der bei den Versuchsbedingnissen die grösste Empfindlichkeit gibt; alsdann dreht man das ganze System, bis man die empfindliche Lage findet. Veranlasst man hierauf jene Erscheinung, welche eine Rotation der auf den Polarimeter fallenden Rotationen verursacht, so hören die beiden Hälften der Diaphragmaöffnung auf, gleiche Intensität zu haben. Jetzt dreht man das ganze System, bis die Gleichheit wieder hergestellt ist, liest am graduirten Bogen G die Verrückung ab, und hat damit die gesuchte Rotation[1]).



Fig. 3.

Offenbar kann der neue Polarimeter auch in jenen Fällen dienen, in denen, wie es gerade bei der Reflexion am Pole eines Magnets der Fall ist, die Vibrationen nicht nur ihre Richtung ändern, sondern auch in eliptische verwandelt werden. Der Polarimeter wird im letzteren seine Stellung und die Richtung (Orientirung) der grösseren Axe der Elipse anzeigen, und folglich wird die von ihm (dem Polarimeter) gemessene Rotation der Winkel sein, den die geradlinige anfängliche Vibration mit der grösseren Axe derselben Elipse bildet.

Der beschriebene Apparat ist von mir zu Versuchen über elektromagnetische Rotationen construirt worden; ich habe diese Versuche noch nicht begonnen; doch haben mich die wenigen zur Prüfung des Apparates angestellten Versuche überzeugt, dass er von hohem Nutzen sein wird für die präcise Messung kleiner Rotationen der Lichtvibrationen.

---

1) Anstatt die Drehung an der Gradtheilung der Scheibe G abzulesen, kann man mit Nutzen an der Röhre B ein Spiegelchen befestigen, und in diesem mit einem Fernrohre das Bild einer Millimeterscala ablesen, wie man es bei den Ablesungen an Reflexionsinstrumenten (Galvanometer, Elektrometer etc.) zu machen pflegt.

Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien

am 23. Februar 1886.

Vorsitzender: Prof. Dr. H. Skraup.

Das Protokoll der letzten Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Herr Prof. Dr. Franz Exner hält einen von Demonstrationen begleiteten Vortrag über:

Die Gesetze der atmosphärischen Elektricität.

Nebst einer historisch-kritischen Besprechung der bisherigen Theorien theilt der Vortragende darin die Ergebnisse seiner mehrjährigen Untersuchungen über diesen Gegenstand mit. Dieselben bezogen sich hauptsächlich auf die Erforschung des elektrischen Feldes der Erde unter normalen atmosphärischen Bedingungen. Es hat sich ergeben, dass die Niveauflächen stets so verlaufen, als hätte die Erde eine negative Ladung. Ueber einer Ebene ist das Potentialgefälle immer ein lineares und auch dem absoluten Werthe nach constantes, wenn sich nicht der Zustand der Atmosphäre ändert. Solche Veränderungen werden hervorgerufen durch die grössere oder geringere Menge von Wasserdampf in der Luft, denn dieser verlässt die Erde mit negativer Elektricität geladen.

Das Maximum des Potentialgefälles beträgt 600 Volt pro Meter bei vollständiger Abwesenheit des Wasserdampfes und sinkt bis unter 100 Volt im Hochsommer. Diese Zahlen beziehen sich aber nur auf constant schönes Wetter. Eine Messung des Potentialgefälles im Sommer in grösseren Höhen mittels Luftballons hat ergeben, dass dasselbe mit der Höhe bedeutend zunimmt, d. h. dass der Wasserdampf in der Luft wirklich negativ elektrisch ist.

Die Erscheinungen der atmosphärischen Elektricität werden vollkommen erklärt unter der — schon von Peltier gemachten — Voraussetzung, dass die Erde eine negative Ladung enthält. Wenn man von der Franklin'schen Theorie ausgeht, so erscheint diese Ladung

Digitized by Google

als eine nothwendige Consequenz der allmählichen Bildung der Erde und würde einem Ueberschuss an Elektricität über den normalen Gehalt entsprechen. Körper, welche sich in dem letztgenannten Zustande befinden, würden also negativ elektrisch erscheinen. Aus der Grösse des Potentialgefälles an der Erdoberfläche lässt sich auch das absolute Potential der Erde bestimmen. Dasselbe ergibt sich $= - 4 \cdot 10^9$ Volt, d. h. ein Punkt im Weltraume, der unendlich weit von allen elektrischen Massen entfernt ist, hat ein Potential, das um $4 \cdot 10^9$ Volt höher ist als dasjenige der Erde. Die abstossende Kraft, welche von der Ladung der Erde auf einen Quadratcentimeter ihrer Oberfläche ausgeübt wird, ist gleich $16 \cdot 10^{-9}$ g, also ganz ausserordentlich klein.

Hierauf führt Herr Alb. Rueprecht der Versammlung eine für die internationale Metercommission bestimmte und zur Vergleichung von Urnormalkilogrammgewichten dienende Präcisionswage vor und erläutert ihre Wirkungsweise.

Der Secretär.

Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 23. März 1886.

Vorsitzender: Vice-Präsident Hofrath Prof. von Oppolzer.

Nachdem das Protokoll der letzten Sitzung genehmigt wurde, hielt Herr Prof. Dr. Fleischl von Marxow den angekündigten Vortrag „über die Tauglichkeit des Capillarelektrometers zur Messung polarisatorischer Gegenkräfte“.

Als neues Mitglied wurde Herr Dr. J. Kraus aufgenommen.

Der Secretär.

Digitized by Google

Eingesendete Bücher.

P. Münch, Lehrbuch der Physik, 442 S. mit 326 Abb. Freiburg i. Br. 1886. Herder's Verlagsbuchhandlung. 4 Mk. 8. Aufl. — Schon die Zahl der Auflagen spricht für die Brauchbarkeit des vorliegenden Werkes, das zunächst für den Gebrauch an Mittelschulen berechnet ist. Sehr nachahmenswerth ist die in diesem Buche verfolgte Methode, den Stoff nicht in der althergebrachten Weise zu gruppiren, sondern so wie es gemäss den neueren Anschauungen der Wissenschaft der Natur der Sache entspricht. Für Lehrer und Schüler gleich angenehm dürfte der kurz gefasste Anhang sein, enthaltend die Grundlehren der Chemie und der mathematischen Geographie.

G. Planté, Untersuchungen über Elektricität. Deutsch von J. G. Wallentin. Wien 1886, bei A. Hölder, 270 S. mit 89 Abb. — In diesem vorzüglichen Werke hat Planté bekanntlich die Resultate seiner zwanzigjährigen Untersuchungen auf dem Gebiete der Elektricität niedergelegt. Der reichhaltige Stoff zerfällt in die folgenden Abschnitte: 1. Ueber die Accumulation und Transformation der Kraft der Volta'schen Säule mittels der Secundärströme. 2. Anwendungen. 3. Wirkungen, welche unter Anwendung von elektrischen Strömen hoher Spannung hervorgerufen werden. 4. Analogien der im vorhergehenden beschriebenen Wirkungen mit den natürlichen Erscheinungen. Consequenzen, welche daraus für die Theorien dieser Erscheinungen resultiren können. 5. Rheostatische Maschinen. 6. Analogien zwischen den elektrischen Erscheinungen und den Effecten, welche durch mechanische Wirkungen erzeugt werden. Schlussfolgerungen, die auf die Natur der Elektricität Bezug haben.

Die Ausstattung der deutschen Ausgabe dieses Werkes ist eine ganz vorzügliche.

Digitized by Google

Im Kommissionsverlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen und direkt oder durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

Telegraph und Telephon in Bayern.

Ein Handbuch
zum Gebrauche für Staats- und Gemeinde-Behörden, Beamten und die Geschäftswelt.

Bearbeitet von

Michael Schormaier und **Joseph Baumann.**

Lex. 8°. IX und 312 Seiten mit 44 in den Text gedruckten Abbildungen und einer Karte des kgl. bayr. Eisenbahn- und Telegraphennetzes. Gebunden Preis 7 M.

Inhalt: I. Teil. **Einleitung.** — Die **Stromquellen.** — A. Die galvanischen Elemente, das Leclanché-, Daniell-, Meidinger-, Kohlfürst-, Marié Davy- und Fuller-Element. B. Die Accumulatoren. C. Die elektrischen Maschinen. — **Die Arten der Stromverwendung.** Arbeitsstrom, Ruhestrom, Telephonschaltung, Morse-Alphabet, Hughes-Schaltung, Baudot, Telephonschaltung mit Mikrophon, chemischer Telegraph, Kabeltelegraphie. — **Die Leitung.** — **Apparatenlehre.** a) Staatstelegraphen, I. das Morse-Apparatsystem, 1. Morse-Schreibapparat, 2. Taster, Einfacher Stromlauf, A. Arbeitsstrom, B. Ruhestrom, Morse-Zeichen. II. Hilfsapparate, 1. Relais, 2. Blitzableiter, 3. Galvanoskop, 4. Umschalter, 5. Übertrager, 6. künstliche Widerstände, 7. das Wittwer'sche Läutewerk. III. Typendruck-Telegraphenapparat von Hughes; Hauptteile des Hughes-Apparates, Laufwerk, Klaviatur, Schlittenachse, Elektromagnet, Typenradachse, Druckachse, Kommutator, Interruptor, Blitzableiter, Stromlauf, Leistungsfähigkeit. b) Eisenbahntelegraphen. Allgemeine Übersicht. I. Magnetzeigertelegraph von Siemens & Halske. II. Elektrische Signal-Läutewerke, System Siemens, 1. Signal-Läutewerke, a) Induktor, b) Stationsläutewerk, c) Registrierapparat, d) Bahnwärterläutebude, e) Sperrsignalläutewerke. III. Elektrische Signal-Läutewerke, System Frischen. IV. Telephon. c) Die Telephonapparate, a) Apparate bei den Teilnehmern, b) Zwischenumschalter, c) Apparate der Umschaltebureaus. — **Betriebsstörungen und Messinstrumente.** — Leitungsstörungen und Störungen der Stationseinrichtungen, die Mefsinstrumente, Untersuchungen der technischen Einrichtungen einer Telegraphenstation bei Betriebsstörungen, Feststellung, ob der Fehler innerhalb oder aufserhalb der Station liegt, Einzeluntersuchung der inneren Einrichtung einer Telegraphenstation, Untersuchung von Telephonstationen. — **Die Feldtelegraphie und die städtischen Feuertelegraphen.** — Die Feldtelegraphie. A. Allgemeiner Teil. I. Organisation der Feld- und Etappentelegraphie. I. Heimische Staatstelegraphie, II. Etappentelegraphie, III. Feldtelegraphie, IV. Vorpostentelegraphie, V. Ballon- und Brieftaubendienst. 1. Die Feldtelegraphenabteilungen, 2. die Reserve-Feldtelegraphenabteilungen, 3. die Etappentelegraphenstationen, 4. Chef der Militärtelegraphie, 5. die heimische Staatstelegraphie. II. Verwertung und Unterbrechung der ständigen Telegraphenanlagen auf dem Kriegsschauplatze. B. Organisatorischer Teil. I. Zusammenstellung der Feld- und Reserve-Feldtelegraphenabteilung, II. Bekleidung, Ausrüstung, Bewaffnung und Verpflegungsetat, III. Mobilmachung und Demobilmachung. C. Technischer Teil. I. Die Feldtelegraphenbatterien, II. die Leitungsmaterialien, III. die Stationsapparate, IV. die Fahrzeuge der Telegraphenabteilung. Die städtischen Feuertelegraphen. — **Das Telegraphennetz, die Telephonanlagen und die pneumatische Anlage in München.** — Das Telegraphennetz, die Telephonanlagen, pneumatische Anlage zur Telegrammbeförderung in München. — **Geschichtliche, statistische, biographische und literarische Angaben.** — **Mafse.** —

II. Teil. **Organisation.** — A. Im Allgemeinen. B. Im Einzelnen. Stellung der Telegraphie im Reiche, Telegraphenverwaltungsbehörden, Eisenbahnbetriebstelegraphen und ihr Verhältnis zur Staatstelegraphie, Telegraphenunterrichtskurs, Amtsbibliotheken. — **Telegraphenbetrieb.** — **Telegraphenordnung mit Erläuterungen.** — Nachtrag zur Telegraphenordnung. — **Telegraphen-, Rechnungs- und Kassawesen.** — Zusammenstellung der wesentlichen Bestimmungen über die gebührenfreie Beförderung von Telegrammen.

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (4/5)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/5)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (3/5)

Das Mechanische Atelier
von F. MILLER in Innsbruck

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.
Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (2/5)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.
Soeben erschien:

Taschenbuch

für

Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von

Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

klein Octav. VIII und 79 Seiten. *Preis gebunden 1 M. 60 Pf.*

Hierbei eine Beilage von JULIUS SPRINGER, Verlagsbuchhandlung in Berlin.

Digitized by Google

XXII. Band. 6. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

HARVARD COLLEGE
AUG 11 1886
LIBRARY

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 6. Heftes.

MÜNCHEN und LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 5).

Jahrgang 1886 Nr. 13 enthält:

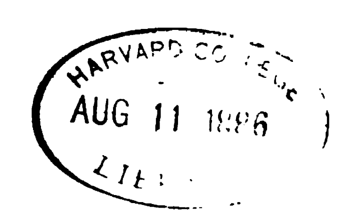
Jahrgang 1886 Nr. 14 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 15 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Digitized by Google



Ueber den Strahlendurchgang durch coaxial continuirlich geschichtete Cylinder mit Beziehung auf den physikalisch-optischen Bau der Augen verschiedener Insecten.

Von

Dr. **Ludwig Matthiessen.**

In einem Aufsatze[1]): „Ueber Cylinder, welche optische Bilder entwerfen" hat Sigm. Exner darauf aufmerksam gemacht, dass die Corneafacetten der Käferaugen z. B. von Hydrophilus piceus hornartige, cylindrische, optisch geschichtete Linsen sind, mit sphärischen Endflächen, von denen die vordere eine schwache, die hintere eine stärkere Krümmung besitzt. Exner machte weiter die überraschende Wahrnehmung, dass diese Cylinder auch dann noch wie Collectivlinsen wirken, wenn ein Cylindertorso herausgeschnitten oder die sphärischen Endflächen durch Normalschnitte entfernt sind. Daraus zieht Exner den Schluss, dass das Brechungsvermögen der Cylinderschichten von der Peripherie gegen die Axe hin zunähme, wie dies bei den Linsen aller Vertebratenaugen für die sphärische Schichtung bekanntlich der Fall ist. Da hornartige (chitinöse) Substanzen einen Index besitzen, der den des Crownglases noch übertrifft, also weit über den des Wassers geht, so ist, der Meinung Leuckart's[2]) entgegen, wohl gerechtfertigt anzunehmen, dass jede dieser Facetten bei einem geeigneten Brechungsgesetze im Stande sei, von äusseren Objecten ein umgekehrtes Bild gegen ihren Hintergrund zu entwerfen.

Es ist durch zahlreiche Messungen erwiesen, dass das Brechungsgesetz für die geschichteten Augenlinsen der Vertebraten allgemein durch die parabolische Gleichung

$$n = N_1\left(1 + \zeta\frac{b^2 - y^2}{b^2}\right) = N_m\left(1 - \frac{\zeta}{1+\zeta}\frac{y^2}{b^2}\right)$$

dargestellt wird; wo N_1 den Index der äussersten Corticalschicht, N_m den Index des Kernes, b den Abstand der Corticalis vom Kerne bezeichnet. Dies einfache Gesetz ist ein ziemlich allgemein verbreitetes;

1) Pflüger's Arch. f. d. ges. Physiol. Bd. 38 S. 274.

2) a. a. O. Organologie des Auges S. 295.

Digitized by Google

es gilt z. B. auch für die Schichten der Hornhaut. In zwei Mittheilungen[1]) von mir und meinem zweiten Assistenten Schwarz ist gezeigt worden, dass Leimcylinder, nachdem sie längere Zeit dem langsamen Trocknen an der Luft ausgesetzt sind, durch acht- bis vierzehntägige Quellung in Wasser genau dasselbe Brechungsgesetz annehmen. Das obige Gesetz ist mehrfach als ein hypothetisches bezeichnet worden, aber offenbar mit Unrecht, da bekanntlich jedes Bogenstück einer flachen Curve, wie solches auch die Indicialcurve der Linse ist, die geometrischen Eigenschaften eines Parabelscheitels besitzt.

Exner hat nun die Beobachtung gemacht, dass scheiben- oder bolzenförmige Abschnitte der vorbeschriebenen Leimcylinder sich wie Loupen-, vor der Quellung dagegen wie Dispersivlinsen verhalten. Brauchbare Cylinder erhält man auf folgende Art: 50^{g} chemisch reine Gelatine werden in $\frac{1}{2}^{l}$ kochendem Wasser aufgelöst, in einer Porzellan-Casserolle auf eine Kochflamme gesetzt, unter beständigem Umrühren mit einem geschlagenen Eiweiss vermischt, so lange über der Flamme gelassen, bis lebhaftes Kochen eingetreten ist. Die Mischung wird dann abgenommen und nach etwa einer Minute der Schaum mit einem Schaumlöffel abgeschöpft. Nun wird die Leimsubstanz wiederum in einer reinen Casserolle auf die Flamme gestellt und unter häufigem Umrühren auf den dritten Theil eingedampft. Man erhält dann auf lange Zeit zum Gebrauche disponible Cylinder, indem man den flüssigen Leim in Probircylinder von 2 bis 3^{cm} Durchmesser und 10 bis 20^{cm} Länge giesst und dann gut verkorkt stehen lässt. Zur Beobachtung der optischen Wirkung nimmt man den Cylinder durch Eintauchen des Glases in heisses Wasser oder durch Zerschlagen desselben heraus, lässt ihn 8 bis 14 Tage lang trocknen bei freiem Hängen und darauf je nach seiner Dicke 8 bis 14 Tage in Gazefutteral eingenäht bei fortgesetztem Lösen der Näthe in reinem, oft erneuertem Wasser aufgehängt quellen, bis die Quellung sichtlich bis zur Axe fortgeschritten ist. Abschnitte von 2 bis 3^{cm} Länge mit Hilfe eines mit trockener Seife geglätteten Scalpels zeigen gute, scharfe Bilder.

Wir wollen im folgenden die Dioptrik zunächst der collectivischen Cylinder entwickeln. Dabei lassen sich zwei Specialfälle unterscheiden:

1. der Hauptstrahl eines unendlich dünnen Strahlenbündels liegt in einem Normalschnitte des Cylinders;

2. der Hauptstrahl liegt in einem Axenschnitte.

1. In dem ersten Falle findet im allgemeinen eine astigmatische Brechung statt und nur in speciellen Fällen ist die Brechung eine

1) v. Gräfe's Arch. f. Ophthalm. Bd. 31 (1885); Exner's Rep. d. Phys. Bd. 21 S. 702.


Digitized by Google

homocentrische. Im übrigen wirkt der geschichtete Cylinder wie eine homogene, cylindrische Linse, welcher sich die Ophthalmologen zur Correction des Astigmatismus bedienen. Die Niveaulinien, welche die

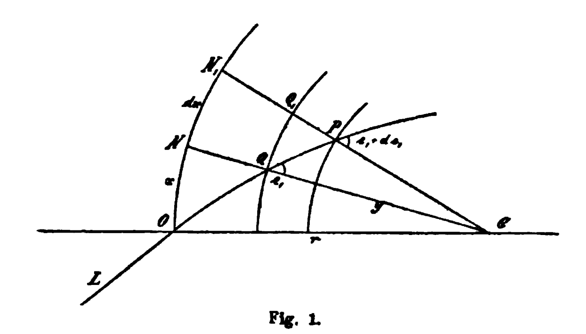


Fig. 1.

Trajectorie eines Lichtstrahles LO (Fig. 1) durchsetzt, sind lauter concentrische Kreise. Demnach wird die Trajectorie durch den Cylinder einen symmetrischen Verlauf nehmen.

Um zu einer allgemeinen Differenzialgleichung der Trajectorie zu gelangen, wählen wir die Polarcoordinaten $ON = x$ und $CQ = y$. Es sei Q ein Punkt der Trajectorie und P ein unendlich nahe gelegener derselben. Bei diesem Uebergange sei dx das Differenzial NN_1 des Bogens ON, $d\xi$ das zugehörige Differenzial QQ_1 des Bogens der Niveaulinie in Q und dy das Differenzial des rad. vect. y. Bezeichnet man den halben Durchmesser des Cylinders CO mit r, so ist

$$d\xi = \frac{y}{r}\,dx.$$

Wenn weiter der Brechungswinkel CQP bei Q mit e_1, der bei P mit $e_1 + de_1$ bezeichnet wird, so wird das totale Differenzial de_1 aus zwei gesonderten Theilen bestehen, von denen der erste von der Drehung der Coordinaten, der zweite von der Variation des Brechungsindex n abhängig ist; also

$$de_1 = \left(\frac{de_1}{d\xi}\right) d\xi + \left(\frac{de_1}{dn}\right) dn. \tag{1}$$

Das erste partielle Differenzial ergibt sich aus der Differenzirung der Relation

$$e_1 = \text{arc cot}\left(-\frac{dy}{d\xi}\right),$$

nämlich

$$de_1 = \frac{d\left(\frac{dy}{d\xi}\right)}{1 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2}.$$

Digitized by Google

Um den Werth der rechten Seite dieser Gleichung zu ermitteln, suchen wir die Differenzialgleichung II. Ordnung einer Geraden, z. B. der Tangente der Trajectorie in O, in Polarcoordinaten. Die Gleichung derselben ist

$$y \sin\left(\tau_0 + \frac{x}{r}\right) = r \sin \tau_0.$$

Differenziren wir dieselbe, so resultirt

$$\cot\left(\tau_0 + \frac{x}{r}\right) = -\frac{r\,dy}{y\,dx} = -\frac{dy}{d\xi},$$

oder

$$\text{arc} \cot\left(-\frac{dy}{d\xi}\right) = \tau_0 + \frac{x}{r}.$$

Differenziren wir abermals, so verschwindet die Constante τ_0 und es wird

$$\frac{d\left(\frac{dy}{d\xi}\right)}{1+\left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} = \frac{dx}{r} = \frac{d\xi}{y}.$$

Demgemäss ist das erste partielle Differenzial $\left(\frac{de_1}{d\xi}\right) = \frac{1}{y}$.

Der zweite Theil lässt sich herleiten aus der bekannten Relation für brechende Parallelschichten

$$n \sin e_1 = \text{const.}$$

Durch Differenzirung erhält man daraus

$$\left(\frac{de_1}{dn}\right) = -\frac{1}{n \cot e_1} = \frac{d\xi}{n\,dy}.$$

Das totale Differenzial von e_1 wird also sein

$$de_1 = \left(\frac{dy}{y} + \frac{dn}{n}\right)\frac{d\xi}{dy}, \tag{2}$$

oder

$$\frac{dy}{d\xi} de_1 = -\cot e_1\, de_1 = \frac{dn}{n} + \frac{dy}{y}.$$

Das Integral derselben ist

$$ny \sin e_1 = N_1 r \sin \tau_0 = N_0 r \sin \tau_1, \tag{3}$$

wo N_1 den Index der äussersten Cylinderschicht, N_0 den des äusseren Mediums bedeutet. Hieraus folgt nun weiter

Digitized by Google

$$\frac{y^2 n^2}{r^2 N_1^2 \sin \tau_0^2} - 1 = \cot e_1^2 = \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2$$

und in Berücksichtigung der Relation $y\,dx = r\,d\xi$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{y^2}{r^2}\left[\frac{y^2 n^2}{r^2 N_1^2 \sin \tau_0^2} - 1\right]. \tag{4}$$

Dies ist also die Differenzialgleichung der Trajectorie in Polarcoordinaten. Ist n als Function von y gegeben, so kann diese Gleichung dazu dienen, den kleinsten Abstand y_0 der Trajectorie vom Centrum zu finden. Bei dem angenommenen Gesetze ist $n = N_1\left(1+\zeta\frac{r^2-y^2}{r^2}\right)$; für das Min. von y wird $e_1 = 90^0$ und $\frac{dy}{dx} = 0$; also

$$\frac{y_0^2}{r^2 \sin \tau_0^2}\left(1 + \zeta\frac{r^2 - y^2}{r^2}\right)^2 - 1 = 0.$$

Für gerade Niveaulinien ist $\operatorname{Lim}\left(\frac{y}{r}\right) = 1$, die Polarcoordinaten werden rechtwinklige Coordinaten und die Gleichungen 3 und 4 gehen über in

$$n \sin e_1 = N_1 \sin \tau_0 \tag{5}$$

und

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{n^2}{N_1^2 \sin \tau_0^2} - 1. \tag{6}$$

Da in dem vorher betrachteten Falle die Brechung eine astigmatische ist, so hat jedes gebrochene Strahlenbündel zwei Brennlinien und zwei Brennweiten φ_1 und φ_2, wofür wir die Differenzialgleichungen bereits früher[1]) aufgestellt haben. Bezeichnen R_1 und R_2 beziehentlich die Krümmungsradien der Hauptnormalschnitte der Niveauflächen in den Spuren der Trajectorie, so ist

$$d\left(\frac{1}{\varphi_1}\right) = \frac{dn}{nR_1 \cos e_1^3} - \frac{1 + \sin e_1^2}{\cos e_1^2}\cdot\frac{dn}{n\varphi_1} + \frac{ds}{\varphi_1^2}, \tag{7}$$

$$d\left(\frac{1}{\varphi_2}\right) = \frac{dn}{nR_2 \cos e_1} - \frac{dn}{n\varphi_2} + \frac{ds}{\varphi_2^2}, \tag{8}$$

worin für den vorliegenden Fall $R_1 = y$, $R_2 = \infty$ zu setzen ist.

2. Wir betrachten eingehender den für unsere Specialfrage in Betracht kommenden zweiten Fall und setzen voraus, dass der variabele Index der Cylinderschichten seinen Ausdruck finde in

---

1) Schlömilch's Zeitschr. für Math. und Phys. Bd. 28 S. 214 (1883); Pflüger's Arch. f. Physiol. Bd. 32 S. 104 (1883).

Digitized by Google

$$n = N_1\left(1 + \zeta\frac{b^2 - y^2}{b^2}\right) = N_m\left(1 - \frac{\zeta}{1+\zeta}\frac{y^2}{b^2}\right),$$

wo N_1 den Index des Cylindermantels, N_m den seiner Axe, b seine halbe Dicke, y den halben Durchmesser einer cylindrischen Niveaufläche und ζ eine Constante bezeichnet. Wir nehmen zunächst an, dass mit der Axe parallele Strahlen aus Luft in die kreisförmige Basis eintreten. (Fig. 2).

Der einfallende Strahl sei LM und seine Trajectorie $MP\Phi$, P ein beliebiger und Q ein unendlich naher Punkt derselben; ferner seien

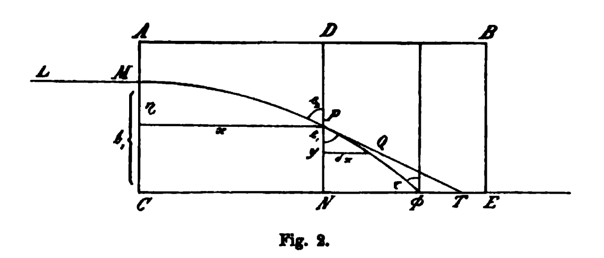


Fig. 2.

x und $y = b_1 - \eta$ die rechtwinkligen Coordinaten, NT die Subtangente von P. Damit ist nach Gl. 5

$$n \sin e_1 = N = N_m \sin \tau,$$

wo τ den Einfallswinkel der Trajectorie in dem in der Axe CN gelegenen Brennpunkte Φ bedeutet unter der Voraussetzung, dass der Cylinder lang genug ist, damit die Trajectorie noch innerhalb desselben die Axe erreicht.

Nun ist die Differentialgleichung derselben in rechtwinkligen Coordinaten nach Gl. 6

$$-\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{n^2}{N_m^2 \sin\tau^2} - 1}.$$

Um die Integration anführen zu können, setzen wir den Werth von n ein, wobei wir den bisherigen Messungen entsprechend voraussetzen, dass ζ gegen die Einheit sehr klein sei und nicht etwa 0,03 überschreitet. Es sei die Höhe der Trajectorie $CM = b_1$ und der Index in M gleich N. Dann ist

$$N = N_1\left(1 + \zeta\frac{b^2 - b_1^2}{b^2}\right) = N_m\left(1 - \frac{\zeta}{1+\zeta}\frac{b_1^2}{b^2}\right) = N_m \sin\tau$$

also

$$\sin\tau = 1 - \frac{\zeta}{1+\zeta}\frac{b_1^2}{b^2}.$$

Digitized by Google

Mit Vernachlässigung höherer Potenzen von ζ ist nunmehr

$$n^2 = N^2\left(1 + 2\zeta\,\frac{b_1^2 - y^2}{b^2}\right)$$

folglich

$$-\,dx = \frac{b}{\sqrt{2\zeta}} \cdot \frac{d\left(\frac{y}{b_1}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{y}{b_1}\right)^2}}.$$

Die Integration ergibt

$$-\,x = \frac{b}{\sqrt{2\zeta}}\,\text{arc sin}\left(\frac{y}{b_1}\right) + \text{const.}$$

Nun ist $y = b_1$ für $x = 0$ und $x = a_1$ für $y = 0$; mithin

$$\text{const} = a_1 = \frac{\pi}{2}\,\frac{b}{\sqrt{2\zeta}}$$

welches die Basis $C\Phi$ der Trajectorie des betrachteten Strahles ist. Da dieser Ausdruck von der Höhe b_1 unabhängig ist, so gehen alle Trajectorien durch denselben Punkt Φ der Axe. Ihre allgemeine Gleichung ist

$$x = \frac{b}{\sqrt{2\zeta}}\,\text{arc cos}\left(\frac{y}{b_1}\right) = \frac{b}{\sqrt{2\zeta}}\,\text{arc cos}\,\frac{b_1 - \eta}{b_1}, \tag{9}$$

oder

$$y = b_1 \cos\frac{x\sqrt{2\zeta}}{b}\ \text{(Cosinuslinie)}. \tag{10}$$

Diese Curve ist demnach eine periodische. Nimmt man an, dass die Länge x des Cylinders kleiner ist als seine Dicke $2b$, so kann man bei der angenommenen Kleinheit von ζ noch setzen

$$\frac{b_1 - \eta}{b_1} = \cos\frac{x\sqrt{2\zeta}}{b} = 1 - \zeta\,\frac{x^2}{b^2}$$

oder

$$x^2 = \frac{b^2}{b_1\zeta}\,\eta\ \text{(Parabel)}. \tag{11}$$

Wir untersuchen zunächst die Richtung PT (Fig. 3) aller Strahlen in einem Normalschnitte ND, also für ein constantes $x = l$. Der Punkt T wird bestimmt durch die Subtangente

$$NT = y\,\frac{dx}{-\,dy} = y\,\frac{b}{\sqrt{2\zeta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{b_1^2 - y^2}} = \frac{b}{\sqrt{2\zeta}}\,\text{cotg}\,\frac{l\sqrt{2\zeta}}{b}.$$

Digitized by Google

Da also NT constant ist, so sind die Trajectorien sämmtlicher Parallelstrahlen, welche in die Vorderfläche einfallen, in demselben Normalschnitte gegen denselben Punkt T gerichtet.

Wir setzen nun weiter voraus, es sei der Cylindertorso $ADNC$ auch hinten ND von Luft begrenzt. Dann wird der Strahl von P

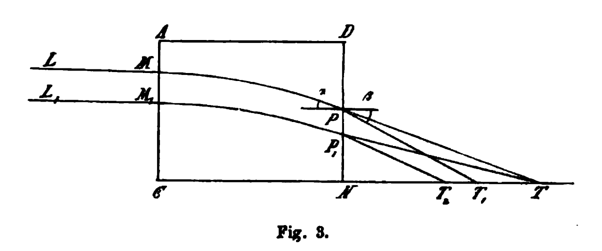


Fig. 3.

nach T_1 austreten; von einem zweiten Punkte P_1 etwa nach T_2. Es frägt sich: bleibt auch jetzt noch NT_2 constant, d. h. $NT_2 = NT_1$? Der Index in P sei n_1; dann wird sein

$$PT = n_1 \cdot PT_1, \quad PT^2 = n_1^2 \cdot PT_1^2.$$

Weiter ist

$$NT_1^2 = \frac{y^2 + NT^2}{n_1^2} - y^2, \quad y^2 = b_1^2 \cos^2 \frac{l\sqrt{2\zeta}}{b}.$$

Setzt man $n_1 = N_1\left(1 + \zeta \frac{b^2 - y^2}{b^2}\right)$ ein, so resultirt

$$NT_1 = \frac{b}{\sqrt{2\zeta}} \operatorname{cotg}\left(\frac{l\sqrt{2\zeta}}{b}\right) \cdot \frac{1 - \zeta N_1^2 \left(\frac{b_1}{b}\right)^2 \sin^2\left(\frac{l\sqrt{2\zeta}}{b}\right)}{N}. \tag{12}$$

Hierin ist alles constant bis auf b_1 und NT_1 ist die hintere Brennpunktsdistanz. Der Cylindertorso ist demnach für sehr entfernte Objecte aplanatisch für Centralstrahlen; aber auch für die peripherischen Strahlen, wenn ist

$$\sin \frac{l\sqrt{2\zeta}}{b} = \frac{1}{N_1}; \text{ also: } \frac{1}{f} = \frac{N_m \sqrt{2\zeta}}{b\sqrt{N_1^2 - 1}}. \tag{13}$$

Für Centralstrahlen ist die Brennweite überhaupt

$$f = NT_1 = NT : N_m = \frac{b}{N_m \sqrt{2\zeta}} \operatorname{cotg} \frac{l\sqrt{2\zeta}}{b}, \tag{14}$$

und wenn der Torso sehr kurz gegen $\frac{b}{\sqrt{2\zeta}}$ ist,

$$f = \frac{b^2}{2N_m \zeta l}. \tag{15}$$

Digitized by Google

Für peripherische Strahlen dagegen ist ein kurzer Torso nicht aplanatisch; denn auch Gl. 11 und 12 wird für diesen Fall

$$NT_1 = \frac{b}{2N\sqrt{\zeta\frac{\eta}{b_1}}} = \frac{b\left(1-\zeta\frac{b^2-b_1^2}{b^2}\right)}{2N_1\sqrt{\zeta\frac{\eta}{b_1}}},$$

und da $\eta : b_1$ constant ist, so ist NT_1 noch abhängig von b_1, welches erst für paraxiale Strahlen gegen b verschwindet. Für peripherische Strahlen ist $N < N_m$, also $NT_1 > NT_1$ und nur eine kugelförmige Endfläche kann den Astigmatismus vermindern, während eine geschichtete Kugelcalotte denselben vermehrt.

3. Wir wollen jetzt das Problem dahin erweitern, dass wir einen endlich entfernten leuchtenden und paraxialen Punkt voraussetzen, und die Beziehungen für die Distanzen conjugirter Punkte aufsuchen Es sei der Torso $N_0 D_0 D_1 N_1$ (Fig. 4) beiderseits von Luft begrenzt,

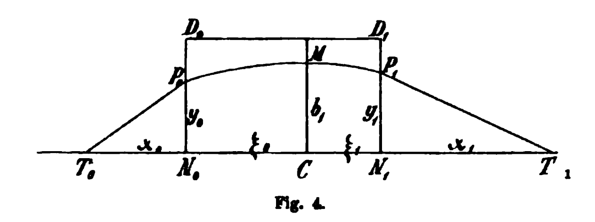


Fig. 4.

T_0 der leuchtende, T_1 der Bildpunkt von Strahlenfächern II. Gattung. Ferner sei $CM = b_1$ die Höhe der Trajectorie P_0MP_1, $CN_0 = \xi_0$, $CN_1 = \xi$, so wie $N_0T_0 = x_0$, $N_1T_1 = x_1$ die Objecte und Bilddistanzen. Dann ist in Berücksichtigung von Gl. 12

$$\frac{1}{N_0T_0} + \frac{1}{N_1T_1} = \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_1} = \tag{16}$$

$$\frac{N\sqrt{2\zeta}}{b}\left\{\operatorname{tg}\frac{\xi_0\sqrt{2\zeta}}{b}\left[1+\zeta N_1^2\left(\frac{b_1}{b}\right)^2\sin^2\frac{\xi_0\sqrt{2\zeta}}{b}\right]+\right.$$
$$\left.+\operatorname{tg}\frac{\xi_1\sqrt{2\zeta}}{b}\left[1+\zeta N_1^2\left(\frac{b_1}{b}\right)^2\sin^2\frac{\xi_1\sqrt{2\zeta}}{b}\right]\right\},$$

wo zu setzen ist

$$N = N_1\left(1+\zeta\frac{b^2-b_1^2}{b^2}\right).$$

Hierin wird die rechte Seite constant für verschwindende b_1, also für Centralstrahlen, wenn zugleich ξ_0 und ξ_1 klein gegen $\frac{b}{\sqrt{2\zeta}}$,

Digitized by Google

also auch $\xi_0 + \xi_1 = l$ klein gegen denselben Werth sind, d. h. für kurze Torsos. In diesem Falle wird $N = N_m$ und

$$\frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_1} = \frac{2\zeta N_m l}{b^2} = \frac{1}{f}. \tag{17}$$

Die Formel ist übereinstimmend mit der bekannten Linsenformel und sagt ebenso wie Gl. 15 aus, dass die Brennweite eines kurzen Cylinders seiner Länge umgekehrt proportional ist (Exner). Ausserdem ist sie dem Quadrate der Dicke direct proportional; und so ist es auch bei den flachen gleichseitigen Linsen; für diese ist nämlich

$$\frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_1} = (n-1)\frac{2}{r} = 2(n-1)\frac{l}{b^2}.$$

Es gibt aber noch einen interessanten Specialfall, der dem in Gl. 13 an die Seite gestellt werden kann. Ein Cylinder wird nämlich für alle Strahlen, auch die peripherischen aplanatisch bei dem symmetrischen Durchgange, d. h. für gleiche Objecte und Bildweiten; er wird eine sog. „Linse bester Form" wenn diese Distanzen wenig voneinander verschieden sind. Die Bedingungsgleichungen sind $\xi_0 = \xi_1 = \frac{1}{2} l$ und

$$\sin \frac{l\sqrt{2\zeta}}{2b} = \frac{1}{N_1}; \quad 1 : f = \frac{2 N_m \sqrt{2\zeta}}{b\sqrt{N_1^2 - 1}}. \tag{18}$$

In diesem Falle ist die Länge des Cylinders beträchtlich gegen seine Dicke und kann bei gequellten Leimcylindern das fünffache betragen. Es ist nämlich

$$l = \frac{2b}{\sqrt{2\zeta}} \arcsin \frac{1}{N_1}.$$

4. Ehe wir zu numerischen Berechnungen übergehen, möge noch gezeigt werden, wie man für paraxiale Strahlen die Haupt- und Knoten-

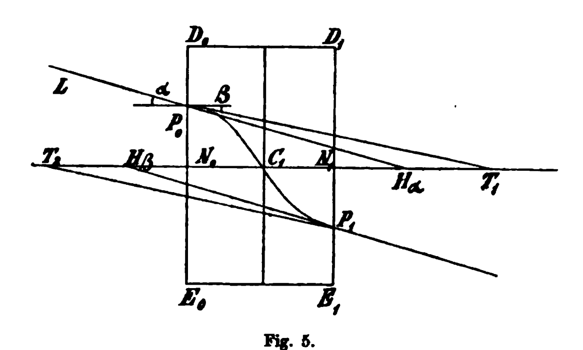


Fig. 5.

punkte für kurze Cylindertorsos bestimmen kann. Wir beschränken uns auf den Fall, dass dieselben beiderseits von gleichen Medien, z. B. von Luft begrenzt sind. Die Hauptpunkte sind dann zugleich Knoten-

Digitized by Google

punkte, d. h. die Punkte des parallelen Durchganges. In diesem Falle ist $y = P_0 N_0 = P_1 N_1$ (Fig. 5) und wenn $LP_0 H_\alpha$ die Richtung des einfallenden Strahles ist, $N_0 H_\alpha = \alpha_1$ (I. Hauptpunktsdistanz) und $N_0 T_1$ die Subtangente der Trajectorie $P_0 C$ im Punkte P_0. Bei paraxialem Durchgange ist $\sin\alpha : \sin\beta = N_m$ und wegen des symmetrischen Verlaufs der Trajectorie $P_0 C P_1$ sowie der Kürze des Cylinders:

$$N_0 T_1 = y \frac{dx}{-dy} = \frac{b}{\sqrt{2\zeta}} \operatorname{cotg} \frac{(a_1 - \frac{1}{2} l)\sqrt{2\zeta}}{b} = \frac{b}{\sqrt{2\zeta}} \operatorname{tg} \frac{l\sqrt{2\zeta}}{2b} = \tfrac{1}{2} l.$$

Daraus folgt

$$\alpha_1 = N_0 T_1 : N_m = \tfrac{1}{2} l : N_m, \tag{19}$$
$$\alpha_2 = N_1 T_2 : N_m = \tfrac{1}{2} l : N_m.$$

Da $N_m > 1$ ist, so liegt der II. Hauptpunkt $H\beta$ hinter dem I. $H\alpha$. Da α_1 und α_2 klein gegen x_0 und x_1 sind, so kann man die Objecte und Bilddistanzen von den Hauptpunkten abrechnen, so dass Formel 17 bestehen bleibt. Sind die begrenzenden Medien verschieden und werden die Knotenpunktsdistanzen mit K_1 und K_2 bezeichnet, so findet man

$$K_1 + NK_2 = l : N_m,$$

wo N den Index des hinteren Mediums bezeichnet. Die Abscissenformel ist dann

$$\frac{1}{x_0} + \frac{N}{x_1} = \frac{1}{f},$$

oder wie sonst

$$\frac{f}{x_0} + \frac{\varphi}{x_1} = 1,$$

wo f die vordere, φ die hintere Brennweite bedeutet.

5. Wir wollen schliesslich noch die optischen Constanten für die untersuchten Leimcylinder berechnen. Es handelt sich zunächst um den Werth von ζ. Die von mir und Stud. Schwarz angestellten Messungen ergaben folgende Resultate:

Beobachter	N_1	N_m	ζ	b
Matthiessen	1,3712	1,3900	0,0137	16 mm
„	1,3744	1,3846	0,0074	14 „
Schwarz	1,3675	1,3829	0,0118	12 „
„	1,3628	1,3768	0,0103	13 „
Mittel:	1,3690	1,3836	0,0108	14 mm

Digitized by Google

Betrachten wir $\zeta = 0{,}01$ als Mittelwerth, dann ist für $l = 20^{mm}$, $b = 14^{mm}$, $a_1 = a_2 = 13{,}8^{mm}$, $f = 354^{mm}$. Die Länge ist klein gegen $b : \sqrt{2\zeta} = 100^{mm}$. Die Messungen stimmen mit den Berechnungen sehr gut überein. An einem anderen Cylinder wurde gemessen $N_1 = 1{,}3633$, $N_m = 1{,}3812$, woraus folgt $\zeta = 0{,}0131$. Die Dimensionen waren $l = 4{,}7^{cm}$, $b = 1{,}0^{cm}$. Die Gleichung 17 ergibt $f = 5{,}88^{cm}$ und die Messungen ergeben $f = 5{,}74^{cm}$.

Wenn der Cylinder für parallel mit der Axe einfallende Strahlen aplanatisch sein soll, so muss nach Gl. 13 sein

$$\sin \frac{l\sqrt{2\zeta}}{b} = \frac{1}{N_1}.$$

Nehmen wir an, es sei $N_1 = 1{,}3675$, $N_m = 1{,}3836$, also $\zeta = 0{,}012$ und $b = 12^{mm}$, so findet man $l = 61{,}5^{mm}$, $f = 50{,}6^{mm}$. Der betreffende Leimcylinder ist demnach für sehr entfernte Objecte aplanatisch, wenn er 2,5mal so lang als dick ist und die Brennweite ist etwas kürzer als seine Länge. Das Maximum der Länge ist $a_1 = 118^{mm}$. Für den symmetrischen Durchgang muss nach Gl. 18 sein

$$\sin \frac{l\sqrt{2\zeta}}{2b} = \frac{1}{N_1}.$$

Mit Hilfe derselben Daten findet man $l = 123^{mm}$, $f = 25{,}3^{mm}$ und das Maximum der Länge $2a_1 = 236^{mm}$; daneben ist die Object- und Bildweite $x_0 = 50{,}6^{mm}$. Der betreffende Leimcylinder ist also für den symmetrischen Durchgang aplanatisch, wenn er fünfmal so lang als dick ist und die Brennweite ist etwas kürzer als seine halbe Länge.

6. Zwecks einer vollständigen Lösung des vorgelegten Fundamental-Problems wollen wir voraussetzen, dass die optische Dichtigkeit des Cylinders von der Axe nach dem Mantel hin parabolisch wachse, wie dies bei getrockneten Leimcylindern der Fall ist. Die Beobachtungen lehren, dass in diesem Falle ein Cylindertorso in der Richtung seiner Axe als Dispersivlinse wirkt. Wir haben zunächst die Formel für den laufenden Index n festzustellen. Es sei (Fig. 6) D_1BE_1 die parabolische Indicialcurve und P ein Punkt derselben.

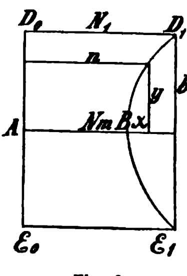


Fig. 6.

Dann ist $y^2 = 2px$ und weiter

$$y^2 = 2p(n - N_m), \quad b^2 = 2p(N_1 - N_m).$$

Durch Division der zweiten Gleichung in die erste ergibt sich

$$n = N_m\left(1 + \frac{N_1 - N_m}{N_m}\frac{y^2}{b^2}\right) = N_m\left(1 + \zeta\frac{y^2}{b^2}\right) \tag{20}$$

und ferner

Digitized by Google

$$N_1 = N_m(1+\zeta);\ n = N_1\left(1+\zeta\frac{y^2-b^2}{b^2}\right).$$

Betrachtet man einen parallel mit der optischen Axe CN_1 einen Cylindertorso $A_0D_1E_1A_1$ (Fig. 7) in denselben bei M eintretenden Strahl, so wird MP_1 seine Trajectorie sein, die in M den tangentiellen Minimalabstand $MC = b_1$ von der Axe hat. Der Index in M sei N; dann wird sein

$$N = N_m\left(1+\zeta\frac{b_1^2}{b^2}\right),\quad n = N\left(1+\zeta\frac{y^2-b_1^2}{b^2}\right),$$

wie früher mit Vernachlässigung sehr kleiner Grössen der Ordnung ζ^2. Die sämmtlichen übrigen Parallelstrahlen verlaufen in ähnlichen Curven,

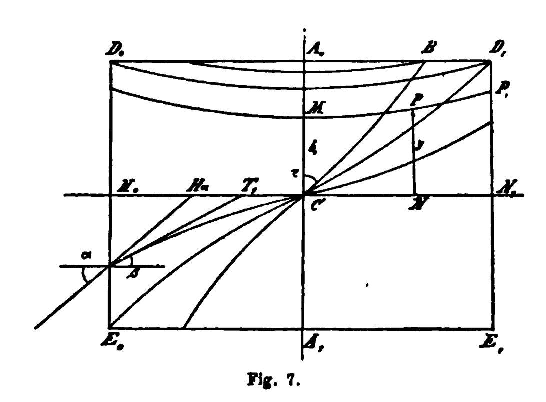


Fig. 7.

welche wie die Tangentialcurven oder Trajektorien I. Classe nennen wollen.

Bezeichnet man den Einfallswinkel, unter welchem die Trajectorie den Cylindermantel trifft, mit τ_0, so ist ihre Gleichung

$$n \sin e_1 = N = N_1 \sin \tau_0$$

und ihre Differenzialgleichung in rechtwinkligen Coordinaten

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{n^2}{N_1^2 \sin \tau_0^2} - 1} = \frac{b_1}{b}\sqrt{2\zeta}\sqrt{\left(\frac{y}{b_1}\right)^2 - 1}.$$

Das Integral lautet, nachdem $\sqrt{-1} = i$ gesetzt ist,

$$x = \frac{bi}{\sqrt{2\zeta}} \arccos\left(\frac{y}{b_1}\right) = \frac{bi}{\sqrt{2\zeta}} \arccos\frac{b_1+\eta}{b_1},$$

und wenn M durch x ausgedrückt wird

$$\frac{b_1+\eta}{b_1} = \frac{y}{b_1} = \cos\frac{-ix\sqrt{2\zeta}}{b} = \tfrac{1}{2}\left(e^{\frac{x\sqrt{2\zeta}}{b}} + e^{\frac{-x\sqrt{2\zeta}}{b}}\right). \quad (21$$

Digitized by Google

So lange x klein gegen $b:\sqrt{2\zeta}$ bleibt, ist wie früher Gl. 11

$$x^2 = \frac{b^2}{b^1\zeta}\eta \text{ (Parabel).}$$

Untersuchen wir auch hier die Richtungen aller Strahlen in einem Normalschnitte, so wird dieselbe durch die Subtangente bestimmt, welche lautet

$$NT = y\frac{dx}{dy} = y\frac{b}{\sqrt{2\zeta}}\cdot\frac{1}{\sqrt{y^2-b_1^2}} = \frac{bi}{\sqrt{2\zeta}}\operatorname{cotg}\frac{-il\sqrt{2\zeta}}{b}.$$

Dieselbe ist also constant und die Trajectorien sämmtlicher Strahlen, welche parallel mit der Axe in die Vorderfläche eintreten, in einem Normalschnitte gegen denselben Punkt T gerichtet.

Setzen wir weiter voraus, dass der Torso hinter diesem Normalschnitte von Luft begrenzt sei, so ist wiederum

$$NT_1^2 = \frac{y^2(1-n_1^2)+NT^2}{n_1^2}, \quad y^2 = b_1^2\cos^2\frac{-il\sqrt{2\zeta}}{b},$$

$$n_1^2 = N_1^2\left(1+2\zeta\frac{y^2-b^2}{b^2}\right) = N^2\left(1+2\zeta\frac{y^2-b_1^2}{b^2}\right).$$

Setzt man diese Werthe ein, so resultirt

$$NT_1 = \frac{bi}{\sqrt{2\zeta}}\operatorname{cotg}\frac{-il\sqrt{2\zeta}}{b}\cdot\frac{1+\zeta N_1^2\left(\frac{b_1}{b}\right)^2\sin^2\frac{-il\sqrt{2\zeta}}{b}}{N}. \tag{22}$$

Der Torso würde demnach aplanatisch für sämmtliche Parallelstrahlen sein, wenn die Bedingung

$$\sin^2\frac{-il\sqrt{2\zeta}}{b} = \frac{1}{N_1^2}$$

sich erfüllen liesse. Dies geht indess nicht, da die beiden Seiten dieser Gleichung entgegengesetzte Vorzeichen haben. Für paraxiale Strahlen ist dagegen wegen verschwindender b_1 die Brechung homocentrisch und die Brennweite

$$f = NT_1 = \frac{bi}{N_m\sqrt{2\zeta}}\operatorname{cotg}\frac{-il\sqrt{2\zeta}}{b} \tag{23}$$

und wenn der Torso kurz ist gegen $b:\sqrt{2\zeta}$

$$f = -\frac{b^2}{2N_m\zeta l}. \tag{24}$$

Endlich ist auch für conjugirte Punkte

$$\frac{1}{x_0}+\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}.$$

Digitized by Google

7. Um für einen kurzen Torso die Hauptpunkte zu bestimmen, bedarf es der Untersuchung einer anderen Classe von Trajectorien, welche bei schiefer Incidenz des Strahlenbündels die optische Axe durchschneiden, und die wir deshalb Transversalcurven oder Trajec-

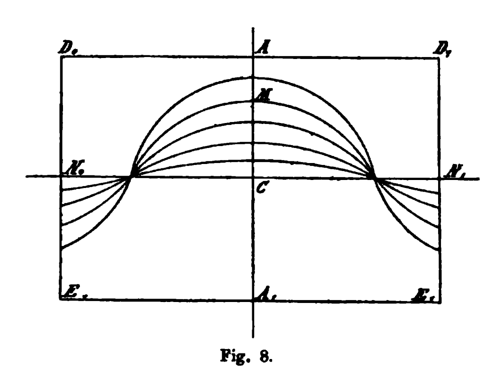


Fig. 8.

torien II. Classe nennen wollen. (Fig. 7). Bei einem gewissen Grenzwinkel der Incidenz gehen die Curven MP_1 in die anderen CB über. Die Trajectorien der collectivischen Cylinder sind sowohl transversal als tangential. (Fig. 8).

Ist wiederum τ der Einfallswinkel bei C in der Axe, so ist

$$n \sin e_1 = N_m \sin \tau$$

wobei der Grenzfall $e_1 = 90^0$ ausgeschlossen ist. Die Differenzialgleichung ist nun

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{n^2}{N_m^2 \sin \tau^2} - 1}, \quad n = N_m \left(1 + \zeta \frac{y^2}{b^2}\right),$$

mithin

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sin \tau} \sqrt{\cos \tau^2 + 2 \zeta \frac{y^2}{b^2}}.$$

Daraus folgt

$$dx = \frac{\sin \tau \, dy}{\sqrt{\cos \tau^2 + 2 \zeta \frac{y^2}{b^2}}} = \frac{-i \sin \tau d(yi)}{\sqrt{\cos \tau^2 - \frac{2\zeta}{b^2}(yi)^2}}.$$

Die Integration ergibt

$$x = \frac{-ib \sin \tau}{\sqrt{2\zeta}} \arcsin \frac{iy\sqrt{2\zeta}}{b \cos \tau} + \text{const.}$$

Da $x = 0$ wird für $y = 0$, so ist die Constante Null. Wenn $x = a_1$ wird für $y = b$, so ist der Abschnitt der Trajectorie auf dem Mantel

Digitized by Google

$$a_1 = \frac{-ib \sin \tau}{\sqrt{2\zeta}} \text{ arc sin } \frac{i\sqrt{2\zeta}}{\cos \tau}.$$

Die Gleichung der Trajectorien ist also

$$\frac{y}{b} = \frac{-i \cos \tau}{\sqrt{2\zeta}} \sin \frac{ix\sqrt{2\zeta}}{b \sin \tau} = \frac{\cos \tau}{2\sqrt{2\zeta}} \left(e^{\frac{x\sqrt{2\zeta}}{b \sin \tau}} - e^{-\frac{x\sqrt{2\zeta}}{b \sin \tau}} \right). \quad (25$$

Für $y = b$ wird $x = a_1 = \infty$, wenn $\tau = 90^0$ ist; hier gehen die Curven der einen Classe in die der anderen über, indem zugleich $b_1 = 0$ wird.

Wenn, wie vorausgesetzt wurde, ζ immer verhältnismässig klein ist, so kann man die Exponentialfunctionen in Reihen verwandeln, mit Vernachlässigung höherer Potenzen von ζ, als der ersten. Um eine ungefähre Vorstellung von dem Verlaufe der Trajectorien zu gewinnen, so leuchtet ein, dass jede Tangential- und jede Transversalcurve ein verschiedenes Stück a_1 auf dem Mantel von A_0 aus abschneidet. Es lässt sich nun innerhalb der Grenzen $\tau = 0$ und $\tau = 45^0$ für gleiche a_1 eine Relation zwischen b_1 und τ angeben. Man setze in den beiden Gleichungen 21 und 25 $y = b$, $x = a_1$; dann coexistiren folgende Gleichungen für $a_1 < b : \sqrt{2\zeta}$:

$$2\frac{b}{b_1} = e^{\frac{a_1\sqrt{2\zeta}}{b}} + e^{\frac{-a_1\sqrt{2\zeta}}{b}} = 2 + \frac{2\zeta}{b^2} a_1^2,$$

$$\frac{2\sqrt{2\zeta}}{\cos \tau} = e^{\frac{a_1\sqrt{2\zeta}}{b}} - e^{-\frac{a_1\sqrt{2\zeta}}{b}} = \frac{2\sqrt{2\zeta}\, a_1}{b \sin \tau}.$$

Aus diesen Gleichungen resultirt

$$b_1 = b\,(1 - \zeta \operatorname{tg} \tau^2), \quad a_1 = b \operatorname{tg} \tau;$$

für $\tau = 45^0$ erhält man $a_1 = b$, $b_1 = b\,(1 - \zeta)$. Diesen Verhältnissen entspricht in Fig 7 nahezu der Punkt B.

Um die Richtung sämmtlicher von dem leuchtenden Punkte C ausgehenden Strahlencurven in einem Normalschnitte D_1N_1 zu vergleichen, so ist die Subtangente

$$N_1T = y\frac{dx}{dy} = \frac{-ib \sin \tau}{\sqrt{2\zeta}} \operatorname{tg} \frac{il\sqrt{2\zeta}}{b \sin \tau} = \text{const},$$

wenn l die Länge CN_1 des Cylindertorso bezeichnet. Ist also ein Punkt der Axe innerhalb des Cylinders leuchtender Punkt, so ist sein Bild nur vollkommen stigmatisch und imaginär, wenn der Torso kurz ist. Es frägt sich, ob dasselbe stigmatisch bleibt, nach dem Austritte

Digitized by Google

sämmtlicher Strahlen in Luft. Wir haben die neue Subtangente N_1T_1 zu suchen; es ist

$$N_1 T_1 = \frac{bi \sin \tau}{\sqrt{2\zeta}} \operatorname{tg} \frac{il\sqrt{2\zeta}}{b \sin \tau} \times$$

$$\times \frac{\left[1 + \cot \tau^2 \cos^2 \frac{il\sqrt{2\zeta}}{b \sin \tau} \left\{1 - N_m^2 \left(1 + 2\zeta \frac{y^2}{b^2}\right)\right\}\right]^{\frac{1}{2}}}{N_m\left(1 + \zeta \frac{y^2}{b^2}\right)}$$

Das Bild von C ist demnach astigmatisch nur für kurze Torso's und paraxiale Strahlen, wobei $N_1T_1 = l : N_m$ wird. Dies Resultat führt uns zugleich zur Construction der Hauptpunkte H_α und H_β. Ist l die ganze Länge des kurzen Torso, so ist

$$N_0 H_\alpha = \alpha_1 = \tfrac{1}{2} l : N_m, \quad N_1 H_\beta = \alpha_2 = \tfrac{1}{2} l : N_m.$$

Bei gleicher Länge der Torso's ist demnach die Lage der Hauptpunkte dieselbe und ausserdem ganz unabhängig von ihrer Dicke sowie von dem Gesetze der Brechungsindices.

8. Schlussbetrachtung. Während die Resultate der vorstehenden analytischen Entwicklungen in ihrer Anwendung auf einen einfachen physikalischen Vorgang und ein analoges Verhalten gewisser organischer Gebilde ein rein physikalisches Interesse zu haben scheinen, so sind doch die dabei in Betracht kommenden Nebenumstände von so universeller Bedeutung für die theoretischen Grundlagen der ophthalmologischen Optotechnik, dass wir noch einen Augenblick bei dem Gegenstande verweilen müssen. Wir sind gewohnt, zur Erzeugung dioptrischer Bilder von Objecten homogene Körper mit sphärisch gekrümmten Oberflächen zu verwenden. Nebenher hat sich die Theorie des Aplanatismus sowie der Achromasie dieser Diopter entwickelt und in der Praxis ist man vielfach bemüht gewesen, die Mängel des Astigmatismus und der Chromasie zu beseitigen. Wir gelangen nun immer mehr zu der Ueberzeugung, dass uns die organische Natur in dieser Richtung weit vorausgeeilt ist und wir sie als unsere Lehrmeisterin betrachten müssen. Erst seit kurzem hat man angefangen, die Dioptrik der geschichteten Crystalllinse der Vertebraten zu einer Theorie zu entfalten. Seit 1877 ist hierüber eine grosse Anzahl von Arbeiten veröffentlicht; sie scheinen aber wahrscheinlich wegen der Schwierigkeiten der Untersuchungen seitens der Ophthalmologen bisher nicht die Beachtung gefunden zu haben, welche sie verdienen. Indem man noch immer an der Analogie der Wirkung der Crystalllinse mit der der künstlichen Linsen festhält, ist auch bezüglich der allgemeinen äusseren Form der Augenlinse in Berücksichtigung des Gemeinsamen mit den

Digitized by Google

Kunstproducten dioptrischer Instrumente als das überhaupt Wesentliche die krummflächige Begrenzung erschienen. Die vorangestellten mathematischen Principien beweisen uns, dass die äusseren Formen als etwas sehr Unwesentliches zu betrachten sind, wenn die innere Schichtung der Diopter nach bestimmten Gesetzen ihrer Krümmung und der Veränderung der Brechungsindices von Schicht zu Schicht in den Vordergrund tritt. Es leuchtet ein, dass es unter solchen Umständen ganz gleichgiltig ist, ob ein solches geschichtetes Diopter die Form eines Cylinders (Fig. 9 a), eines abgestumpften Kegels (Fig. 9 b), ja die eines Würfels oder einer abgestumpften Pyramide hat. Sie können scharfe, reelle Bilder erzeugen, wenn nur die Schichtung in zweckentsprechenden coaxialen Rotationsflächen vorhanden ist, und wenn ausserdem der Brechungsindex von der Axe nach der Peripherie oder in der

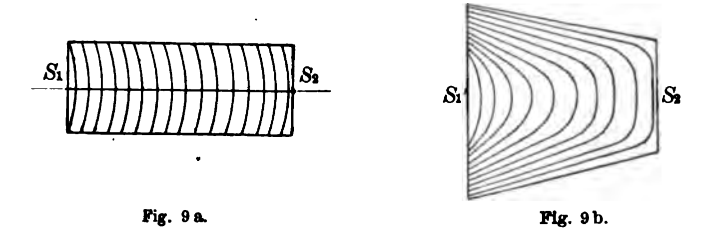


Fig. 9 a. Fig. 9 b.

Richtung der Convexität der Schichten nach einem gewissen Gesetze abnimmt. Es kann dabei, wie wir gesehen haben und wie schon früher von mir an den Augenlinsen der Fische mathematisch nachgewiesen worden ist, noch der Vortheil der aplanatischen Wirkung der Schichtung hinzutreten. Wenn wir nun die Wahrnehmung machen, dass sowohl bei den unicornealen als bei den zusammengesetzten Augen vieler Insecten durch die innere physikalische Beschaffenheit der Linsen diese beiden wichtigen Bedingungen der Dioptrik erfüllt sind, so tritt immer von neuem die Frage an uns heran: Können die Insecten die Formen der Objecte erkennen? Um dies bezüglich jeder besonderen Gattung mit ja oder nein beantworten zu dürfen, müssen auch noch andere wichtige Factoren kritisch beleuchtet und vor allem die Antworten der mathematischen Dioptrik berücksichtigt werden. Diese wichtige Seite der Fragestellung hat bisher wenig Beachtung seitens der physiologischen Optik oder der vergleichenden Ophthalmologie gefunden und finden können, weil die dazu erforderlichen Messungen der physikalischen und geometrischen Constanten der Insectenaugen auf grosse, wenn auch scheinbar nicht unüberwindliche Schwierigkeiten stossen. Im allgemeinen aber lassen die Beschreibungen und Abbildungen mikroscopisch-anatomischer Durchschnitte von Augen aus der

Digitized by Google

Classe der Coleopteren, Arachniden, Myriapoden u. s. w. den vorhin angedeuteten Bau der Linsen deutlich erkennen. Wir finden in der pyramidalen und flach abgestumpften Form der cornealen Linsenkörper z. B. von Julus[1]) und Limulus[2]) keine Monstrositäten und Anomalien mehr. Sie können ebensogut, wie die geschichteten Crystalllinsen der Vertebraten unter gewissen Bedingungen recht gute Bilder geben und nicht bloss für paraxiale sondern auch seitliche Objecte. Die unerlässliche Bedingung ist aber, dass bei dieser Art und Lage der Schichtung der Brechungsindex in der axialen Richtung der Convexität, also in den meisten Fällen von vorne nach hinten abnimmt, wie es in der That auch der Annahme des verschiedenen Alters der Schichten durch das fortschreitende Wachsthum an der inneren Seite und der Begrenzung durch die Augenflüssigkeiten entspricht. Die Krümmungen der Schlussflächen an der Grenze dieser Medien sind für das Zustandekommen eines Bildes ganz irrelevant.

Nun bin ich freilich der Meinung, dass die dioptrische Wirkung der cylindrischen Facettenlinsen von Gryllotalpa und Necrophorus[3]), oder von Hydrophilus nicht, wie Prof. Exner vermuthet, durch eine coaxiale cylindrische Schichtung, wie bei den beschriebenen Leimcylindern zu Stande kommt, sondern vielmehr durch die auch aus den Abbildungen ersichtliche schalenartige Schichtung nach Art der Kammern der Orthoceratiten und zwar in der bereits angedeuteten Weise, dass der Brechungsindex von Schale zu Schale in der Richtung ihrer Convexität abnimmt. Um die collective Wirkung solcher Schichtung experimentell nachzuweisen, habe ich mir von Merz in München eine Etagenloupe aus sieben Schalen nach Art von Fig. 9a herstellen lassen, welche vorne durch eine planconvexe vom höchsten Index und hinten durch eine planconcave vom kleinsten Index begrenzt ist. Die Aufeinanderfolge der Brechungsindices ist

	a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*
$n =$	1,7164	1,6482	1,6279	1,6012	1,5665	1,5302	1,5080

Die Dicke der Schalen beträgt 3^{mm} und sämmtliche Krümmungsradien sind 15^{mm}. Das ganze System der Etagenloupe bildet einen Cylindertorso von 23^{mm} Länge, von 20^{mm} Dicke und die Brennweite beträgt $7{,}39^{cm}$; die Hauptpunktsdistanzen und das Interstitium sind $\alpha_1' = -0{,}684$, $\alpha_2' = 0{,}763$, $\varepsilon = 0{,}853^{cm}$. Setzt man an die Stelle der

1) Grenacher, Ueber die Augen einiger Myriapoden. Arch. f. Mikroscop. Anat. Bd. 18 S. 445 und Taf. XXI Fig. 11.

2) Grenacher, Untersuchungen über das Sehorgan der Arthropoden. Taf. XI Fig. 123. Göttingen 1879.

3) Grenacher, Untersuchungen. Taf. VIII Fig. 77 und 78.

Digitized by Google

letzten planconcaven Linse eine Schale, so dass der Cylinder planconvex wird, so ist die Brennweite $2{,}278^{cm}$. Er hat dann dieselbe hintere Focaldistanz, als wenn er ein eben solcher planconvex homogener Cylinder vom höchsten Index 1,7164 wäre. Durch die Schichtung wird also auch hier der Totalindex vergrössert, wie dies bekanntlich bei den Krystalllinsen der Vertebraten der Fall ist [1]).

Man übersieht leicht, dass auch bei der hier angenommenen Art der Schichtung der Index von der Axe nach der Peripherie hin abnimmt, ein Umstand, der immer eine aplanatische Wirkung des Systems fördert.

Wenn die Schalen des Systems in entgegengesetzter Reihenfolge geschichtet werden, so erhält man eine Dispersivloupe. Die in Vorstehendem beschriebene Etagenloupe ist zugleich sehr instructiv für die Demonstration der dioptrischen Wirkung der geschichteten Crystalllinse. Ihre Herstellung ist jedoch noch ziemlich kostspielig; Herr Jakob Merz hat mir dieselbe zum Preise von 112 Mark ausgeführt.

Schliesslich darf ich nicht unterlassen auf eine besondere Eigenthümlichkeit der homogenen sowohl als auch der coaxial und schalenförmig geschichteten Cylinder hinzuweisen. Es ist wiederholt, und sogar zur Begründung von Theorien, eine unerwiesene Behauptung aufgestellt worden. Joh. Müller sagt in seinem berühmten Werke „Zur vergleich. Physiol. des Gesichtssinnes" S. 367 unter anderem: „Wenn in der Vereinigungsweite der Facetten als linsenhafter Medien Bilder entständen, so würden alle diese nothwendig eine Umkehrung erleiden". Wenn dieser Satz nun bei den meisten Facettenaugen nach den Beobachtungen auch zutreffend sein mag, so ist er doch keineswegs allgemein giltig. Die drei Cylinderarten können je nach ihrer Länge bald reelle, bald imaginäre, umgekehrte oder aufrechte Bilder

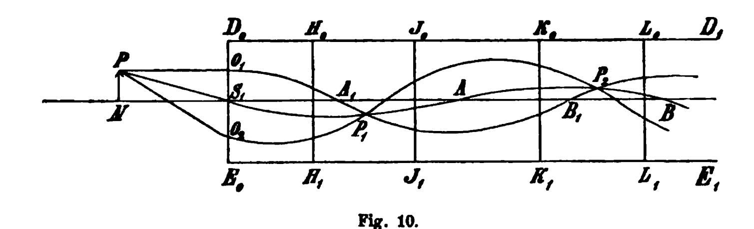


Fig. 10.

geben. In allen drei Arten dieser Diopter ist nämlich die Trajectorie des Lichtstrahles eine periodische Curve. Es sei $D_0 D_1 E_0 E_1$ (Fig. 10) ein Cylinder der zweiten Art, PN ein Object, PO_1 ein paraxialer und

1) Die Theorie der continuirlich geschichteten Etagenloupe ist in der Centralzeitung für Optik und Mechanik Maiheft publicirt worden.


Digitized by Google

PS_1 ein Scheitelstrahl. Bedeutet $Q_1A_1P_1B_1P_2$ die Trajectorie des ersten, $S_1P_1AP_2B$ die Trajectorie des zweiten Strahles, so ist nach dem früheren

$$S_1A_1 = A_1A = AB_1 = B_1B = a_1 = \frac{\pi}{2}\frac{b}{\sqrt{2\zeta}}.$$

Folgt man den Intersectionspunkten der Strahlen, so ist auf den ersten Blick evident, dass

ein verschwindend kurzer Torso ein aufrechtes imaginäres Bild[1]),
der Cylinder D_0H_0 ein umgekehrtes reelles Bild,
der Cylinder D_0J_0 ein umgekehrtes imaginäres Bild,
der Cylinder D_0K_0 ein aufrechtes reelles Bild,
der Cylinder D_0L_0 ein aufrechtes imaginäres Bild u. s. f.

entwirft. Ebenso verhält es sich mit den Cylindern der beiden andern Arten mit dem Unterschiede natürlich, dass der homogene wenigstens eine sphärische Endfläche haben muss, was bei den anderen nicht erforderlich ist.

---

1) Man vergl. Fig. 4. Wenn die hintere Endfläche D_1N_1 vor dem Gipfelpunkt M der Trajectorie liegt, dann wird T_1 vor N_1 liegen, also das Bild des Punktes T_0 imaginär.

Digitized by Google

Ueber die Bahn eines freien Theilchens auf einer sich gleichmässig drehenden Scheibe.

Von

F. Roth.

Einleitung.

Für die Beschaffenheit der Curve, welche ein bewegter Körper beschreibt, ist es nicht gleichgültig, ob denjenigen Punkten, an denen sein Fortschreiten gemessen wird, eine eigene Ortsveränderung zukommt oder nicht. Denn nach dem Gesetze der Beharrung sucht jeder Körper, der in Bewegung begriffen ist, Richtung und Grösse seiner Geschwindigkeit in Beziehung zu dem absoluten Raume beizubehalten, ganz unabhängig von der Lage derjenigen Punkte, die uns bei der Abmessung einer Bewegung als Marksteine dienen. Die Bekanntschaft mit dem Einflusse der Eigenbewegung der letzteren auf die scheinbaren Bahnen ist zum Verständnisse mancher Vorgänge für den Physiker und Techniker unentbehrlich, doch bietet die Untersuchung desselben dann eigenthümliche Schwierigkeiten, wenn jene Eigenbewegung eine drehende ist. Der einfachste Fall ist offenbar folgender:

Eine Ebene drehe sich mit gleichmässiger Geschwindigkeit um eine zu ihr senkrechte, ruhende Axe, während ein freies Theilchen, durch einen einmaligen Anstoss fortgetrieben, ohne Widerstand nur seiner Trägheit folgend über sie hingleitet. Welche Bahn beschreibt es in Beziehung zu der Ebene?

Die Lösung dieser Aufgabe ist von mir in abgekürzter Form in dem 16. Bande der Zeitschr. der österr. Ges. für Meteorologie S. 283 ff. in dem „Beitrage zur Sprung'schen Trägheitscurve“ veröffentlicht worden. Die Veranlassung dazu war der im Anfange des vorhergehenden Bandes erschienene Aufsatz von Sprung: „Die Trägheitscurven auf rotirenden Oberflächen als ein Hilfsmittel beim Studium der Luftbewegung.“

Digitized by Google

Wenn diese Untersuchungen für die wirklichen Verhältnisse der Erdoberfläche anwendbar sein sollen, so muss man annehmen, dass eine wagerechte Ebene nahe am Pol mit einer in Umdrehung begriffenen Scheibe verglichen werden kann. Für eine wagerechte Ebene in beliebiger geographischer Breite ist dies jedenfalls nicht statthaft, für die Ebene, welche am Pol die Erde berührt, ist es allenfalls noch zulässig. Denn, wenn jene Scheibe ihre Umdrehungsbewegung verlöre, so würde auf ihr ein ruhender Körper an seiner Stelle beharren und ein bewegter eine gerade Linie beschreiben. Auf einer wagerechten Ebene dagegen würde er, wenn die Erde keine Axendrehung hätte, durch denjenigen Theil der Anziehung der Erdmasse, die in Wirklichkeit durch die Fliehkraft aufgehoben wird, nach dem nächsten Pole zu getrieben werden. Für eine Ebene, die am Ende der Erdaxe senkrecht zu dieser gelegt wird, muss es aber fraglich bleiben, ob sie besser als eine einfache ebene Scheibe oder als Theil einer Niveaufläche aufzufassen ist.

Uebrigens war dem Verf. jenes ersten Aufsatzes über Trägheitscurven der Unterschied der beiden Auffassungen wohl bekannt, da er im weiteren Verlaufe seiner Abhandlung bei den Anwendungen auf die Fragen der Witterungskunde diejenigen Glieder seiner Formeln, welche die Abweichung vom Meeresspiegel ausdrücken, null werden lässt. Ebenso habe ich in meinem oben genannten „Beitrag“, sowie auch in meinen späteren Arbeiten über denselben Gegenstand zu Anfang, bei Aufstellung der Voraussetzungen, stets unterschieden, ob die Anziehung der Erdmasse oder die durch Beobachtung zu findende Schwerkraft senkrecht zu der Ebene oder Fläche vorausgesetzt wird, in welcher die Bewegung vor sich geht. Der ersteren Anschauung entspricht eine mathematische Ebene oder eine mathematische Kugel, die zweite passt für diejenigen Verhältnisse, wie sie auf der Oberfläche unseres Planeten thatsächlich stattfinden.

Wenn ich es trotzdem unternehme, im Nachfolgenden die Lösung von Aufgaben zu veröffentlichen, bei denen die erstere Annahme zu Grunde gelegt wird, so thue ich es nicht, weil ich behaupten wollte, dass die Ergebnisse in der Physik der Erde einer unmittelbaren Anwendung fähig seien, sondern weil ich die Ueberzeugung gewonnen habe, dass derlei Untersuchungen einestheils für den Unterricht oder überhaupt für die Einführung in das Gebiet der relativen Bewegung sehr brauchbar und andrerseits für den Maschinenbau von Wichtigkeit sind. Bei dem Unterricht in den Naturwissenschaften kommt es gar nicht darauf an, von vornherein die Verhältnisse so zu nehmen, wie sie in der Wirklichkeit vorkommen — dies würde die Geister nur verwirren — man muss sich zunächst mit einer Annäherung be-

Digitized by Google

gnügen; aber das, was man gibt, muss klar und anschaulich und womöglich in sich abgeschlossen sein. Dies aber gilt von den Trägheitsbahnen auf Ebene und Kugel in hohem Maasse, während die mathematischen Vorkenntnisse, die man nöthig hat, um die Ableitung der ablenkenden Kraft der Erdumdrehung mit Hilfe der höheren Analysis zu verstehen, nur für solche Werth haben, die sie zum weiteren Eindringen in die Wissenschaft benutzen können.

Alle Versuche aber, die Formel, welche den Einfluss der Axendrehung der Erde auf die Bewegungen längs deren Oberfläche ausdrückt, auf elementar-geometrischem Wege abzuleiten, haben eine schwache Stelle, die es fraglich erscheinen lässt, ob der Gedankengang als streng logisch zu bezeichnen ist.

Es ist nämlich nicht schwer zu zeigen, dass die Componende der Winkelgeschwindigkeit, mit welcher eine wagerechte Ebene an beliebiger Stelle der Erdoberfläche sich in sich selbst dreht, gleich ist derjenigen am Pol (w), multiplicirt mit dem Sinus der geographischen Breite (φ). Dasselbe gilt auch von der sog. „ablenkenden Kraft der Erdrotation“, da diese Kraft in geradem Verhältnis steht zur Richtungsänderung des bewegten Körpers und zu der gegebenen Geschwindigkeit. Nun soll aber bewiesen werden, dass der Betrag der durch die Erdumdrehung erzeugten Ablenkung das doppelte ($2w \sin \varphi$) sei von jener Componende der Winkelgeschwindigkeit ($w \cdot \sin \varphi$). Bei der rein analytischen Entwicklung sieht man deutlich, wo die 2 in der Formel herkommt, sie ist nämlich der Coefficient des zweiten Gliedes des Quadrates eines Binoms, dessen drittes Glied durch die Bedingung wegfällt, dass die Ebene der Bahn als Oberfläche einer ruhenden Flüssigkei taufzufassen sei. Dagegen bleiben uns die geometrischen Ableitungen eine befriedigende Erklärung für das Auftreten jener 2 schuldig. Einer der besten dieser Beweise ist unstreitig der, den Sprung im vorletzten Jahrgange der deutschen meteorologischen Zeitschr. S. 250 ff. mitgetheilt hat. Allein hierbei wird von vornherein angenommen, die gesuchte Ablenkungskraft sei eine unveränderliche Grösse, während doch ihre Natur eben die Unbekannte der Aufgabe ist. Es wird nur darauf hingewiesen, dass die Beschleunigung der Bewegung in der ersten Secunde „bekanntlich“ das Doppelte des zurückgelegten Weges sei. Dies gilt aber bei einem anfänglich ruhenden Körper nur dann, wenn die treibende Kraft weder in Richtung noch Grösse sich mit der Zeit ändert, wie z. B. bei den Galilei'schen Fallgesetzen. Wenn nun auch andere Berechnungen ergeben, dass die gesuchte Kraft innerhalb der wagerechten Ebene wirklich ihrem Zahlenwerthe nach unveränderlich ist, so ist es doch in der euklidischen Geometrie nicht statthaft, etwas von dem, was erst gefunden werden soll, mit in die Voraussetzung aufzunehmen.

Digitized by Google

Jedenfalls geht daraus hervor, dass die geometrischen Ableitungen der in Rede stehenden Ablenkungskraft nicht geeignet sind, den Anfänger über die schwierigen Fragen der relativen Bewegung aufzuklären; im Gegentheil, sie sind dazu angethan, die Geister entweder zu verwirren oder von vornherein Kopfschütteln und Misstrauen gegen dieses Gebiet der Mechanik zu erregen. Kann es dagegen wohl etwas Einfacheres und Anschaulicheres geben, um den Einfluss der eigenen Drehung einer Fläche auf die längs derselben erfolgenden Bewegungen darzulegen, als dass man eine Scheibe um eine zu ihr senkrechte Axe in Umdrehung versetzt und über ihr eine Bleifeder an einem Lineale entlang führt?

Ebenso unzweifelhaft ist der Werth der zu untersuchenden Curven für die Technik. Bei den Maschinen gibt es sich regelmässig drehende Scheiben und Räder neben geradlinig hin- und hergehenden Theilen überall, und oft muss die eine Bewegungsart in die andere übergeführt werden. Da kann denn der Maschinenbauer mitunter der Beantwortung der Frage nicht ausweichen, welche krumme Linie der eine von diesen Maschinentheilen in Beziehung zu dem anderen beschreibt. Der einfachste Fall der Trägheitsbahnen, die Kreisevolvente, hat ja bereits bei der Daumenwelle und bei der gezahnten Stange in der Form der Heblinge eine Anwendung gefunden, und es ist wohl kein Zweifel, dass auch die anderen Gattungen jener eigenthümlichen Krummen, die ich in meinem oben angeführten Aufsatze „Die Sprung'sche Trägheitscurve" genannt habe, zur Verwendung kommen werden, wenn nur ihre Natur erst allgemeiner bekannt und eine bequeme Art zu ihrer Darstellung durch Zeichnung für alle verschiedenen Fälle gegeben wird. Um aber über ihre Eigenschaften vollständig Aufklärung zu erhalten und um auch unter verwickelteren Verhältnissen ihre Brauchbarkeit nicht zu verlieren, ist es nothwendig, zu ermitteln, wie ihre Gestalt sich ändert, wenn Reibungswiderstand und gewisse treibende Kräfte vorhanden sind. Diese Fälle werden wir in den beiden letzten Nummern der nachfolgenden Abhandlung betrachten.

I.

Die einfache Trägheitsbahn auf einer Ebene.

Die schon einmal in der Einleitung ausgesprochene Aufgabe ist:

Gegeben eine Ebene, die sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit um eine zu ihr senkrechte Axe dreht. Ein Punkt gleitet, durch einen einmaligen Stoss fortgetrieben, nur dem Gesetze der Beharrung folgend über die Ebene hin. Welches wird seine Spur auf dieser sein?

Digitized by Google

Die von mir in der österr. meteor. Zeitschr. veröffentlichte Lösung dieser Aufgabe ist analytisch. Eine ausführliche Begründung der dabei benutzten Bedingungsgleichungen findet sich in dem zu Ostern 1882 ausgegebenen hiesigen Schulprogramme. Ebenda habe ich auf S. 8—9 eine geometrische Ableitung hinzugefügt, die ich hier fast ungeändert folgen lasse:

„Das Massentheilchen bewege sich gleichförmig auf der Geraden AB, während sich unter ihm eine Scheibe um N umgekehrt wie der Zeiger der Uhr herumdreht. Soll nun das Theilchen in Beziehung zur Scheibe in Ruhe sein, so kann dies nur dadurch geschehen, dass im Fusspunkte P des von N auf AB gefällten Lothes seine Geschwindigkeit mit der Umdrehungsbewegung des Kreises, welcher auf der Scheibe mit NP um N beschrieben wird, sowohl in Richtung als in der Grösse des Weges übereinstimmt. Ist dies aber der Fall, so können wir die bewegte Masse auch als den Endpunkt eines Fadens ansehen, der um den Kreis um N aufgerollt ist und gespannt diesen entweder dreht oder von dem sich drehenden Kreise herangezogen wird. Für einen Beobachter, der an der Bewegung des letzteren theilnimmt, wird derselbe still zu stehen scheinen, und es wird ihm daher vorkommen, als ob der Berührungspunkt von Schnur und Rolle schraubenrecht auf dem Umfange der letzteren fortrücke. Mithin ist die Bahn in Beziehung zu der sich drehenden Scheibe diejenige krumme Linie, welche der Endpunkt eines gespannten Fadens beschreibt, der rechts herum auf den Kreis um N aufgewickelt und dann, nachdem er abgenommen und von neuem links herum aufgerollt ist, von der Stelle, wo vorher das Ende des Fadens den Kreis traf, im Sinne des Uhrzeigers wieder abgewickelt wird."

„Stimmt dagegen die absolute geradlinige Bewegung längs der Berührenden AB in P nicht mit der Kreisbewegung der bei P vorbeigehenden Punkte der Scheibe überein, so denke man sich, dass, wie vorhin, längs AB ein Faden gezogen werde, der die Rolle mit dem Halbmesser AB drehe, dass aber gleichzeitig der bewegte Körper auf dem Faden mit derselben relativen Geschwindigkeit gleite, die ihm in Beziehung zu dem Umfange jener Rolle zukommt."

„Nehmen wir wieder unseren Standpunkt auf der sich drehenden Scheibe, so können wir den gespannten Faden mit dem gleitenden Körper beibehalten, nur muss der letztere wiederum von der feststehenden Rolle abgewickelt, bezw. auf sie aufgewickelt werden."

Auf dieser Auffassung der zu betrachtenden Curve beruhen die Vorschriften zu deren zeichnender Ausführung, die ich in jener Programmabhandlung S. 11 und 12 angegeben habe. Der leitende Gedanke war dabei, dass man nur durch irgend eine Vorrichtung zu bewirken

Digitized by Google

habe, dass der zeichnende Stift mit einem bestimmten Vielfachen derjenigen Schnelligkeit, mit welcher die Abwickelung vor sich geht, auf dem Faden fortrücke. Dies wird das eine Mal durch eine zweite Rolle erreicht, auf die sich der freie Endpunkt des Fadens aufwickelt, das andere Mal durch ein Rechteck, das von zwei auf verschiedenen concentrischen Kreisen aufgerollten Schnüren gezogen wird.

Wenn ich nun über einen Gegenstand, den ich schon zweimal behandelt habe, und der vollständig in sich abgeschlossen scheint, hier noch einmal schreibe, so thue ich dies hauptsächlich, um einige nothwendige Ergänzungen hinzuzufügen, ohne welche alle früher auf die Sache verwendete Arbeit für viele Zwecke vergeblich gewesen sein würde.

In der Einleitung habe ich hervorgehoben, von welcher Wichtigkeit es sein würde, wenn man für alle die verschiedenen Fälle der ebenen Trägheitsbahn eine bequeme Art der zeichnenden Darstellung besässe. Nun haben aber die beiden Arten, über die ich oben berichtete, noch manche Mängel, sie eignen sich besser zu einer punktweisen Ausführung als zu einer Zeichnung in einem Zuge. Ausserdem werden sie in der Nähe des Drehungsmittelpunktes, also gerade an derjenigen Stelle, wo es hauptsächlich auf Genauigkeit ankommt, unsicher. Deshalb biete ich im Nachfolgenden ein besseres Verfahren, von dem ich glaube, dass es ein völlig zufriedenstellendes ist, da bei Anwendung desselben die Zeichnung unserer Curve nicht viel mehr Schwierigkeit verursacht wie diejenige des Kreises mit Hilfe des gewöhnlichen Zirkels.

Man nehme zunächst seinen Standpunkt ausserhalb der umschwingenden Scheibe. Das bewegte Theilchen gleitet längs der Geraden AB (Fig. 1) gleichmässig mit einer beliebigen, aber durch die Bedingungen der Aufgabe bestimmten Geschwindigkeit. Wir fällen wiederum vom Drehungsmittelpunkte die Senkrechte NP und suchen auf ihr oder ihren Verlängerungen diejenige Stelle, an welcher die Punkte der Scheibe, sowohl in Richtung als im absoluten Werthe der Schnelligkeit, die gleiche Bewegung besitzen wie der längs AB wandernde Körper. Ueberholt dieser in P die Scheibe, so ist die fragliche Stelle über P hinaus in der Verlängerung von NP zu suchen (in D'), bleibt er aber gegen sie zurück, so liegt die betreffende Stelle zwischen N und P (in D), ist endlich seine Bewegung entgegengesetzt derjenigen der bei P vorbeigehenden Theile der Scheibe, so findet man den gesuchten Ort in der Verlängerung jenseits des Mittelpunktes N (siehe D'').

Beschreiben wir nun mit ND (bezw. ND' oder ND'') um N einen Kreis, legen an ihn durch D die Berührende CE, die mit AB das Rechteck $ABEC$ bildet, so würden wir die Verhältnisse der Bewegung

Digitized by Google

ganz richtig treffen, wenn wir CE zu dem gezahnten Rande der Stange $ABEC$ machten, welche, selbst gleichmässig weiter geschoben, bei ihrem Fortrücken ein Sternrad mit dem Halbmesser ND um N in Umdrehung versetzte. Ein Punkt in AB beschreibt dann die absolute Bahn.

Um die Spur des Theilchens auf der bewegten Ebene zu finden, müssen wir uns diese fest denken. Wenn dann die Lage der Stange $ABEC$ in Beziehung zu dem Sternrad um N dieselbe bleiben soll wie vorhin, so müssen wir annehmen, dass sie mit ihrem gezahnten Innenrande auf dem Umfange des letzteren herumrolle und zwar in der Weise, dass der Berührungspunkt D in dem der gegebenen Drehung entgegengesetzten Sinne — bei einer Linksdrehung der Scheibe mithin rechts herum — auf dem Kreise um N weiter rückt. Die ineinander fassenden Zähne von Rad und Stange kann man entbehren, wenn man durch einen geschickten Druck mit dem Finger es bewerkstelligt, dass das Lineal $ABEC$ niemals auf dem Umfange des Kreises gleitet, sondern nur rollt. Da nun jeder

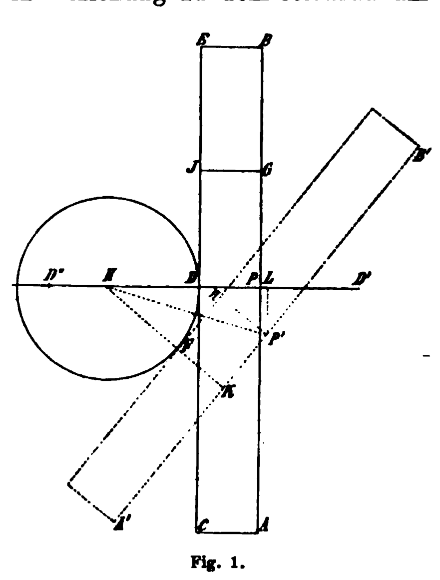


Fig. 1.

Punkt der Geraden CE nach dem oben Gesagten eine Kreisevolvente beschreiben muss, so vermeidet man das Gleiten der Leiste am sichersten dadurch, dass man das Ende eines um das Rad ND geschlungenen Fadens am Innenrande des Lineals festmacht und nun das letztere so herumführt, dass bei einem leisen Drucke nach N hin der Faden immer gespannt bleibt. Für das Lineal nimmt man am besten ein etwas breites Brettchen, das in der Mitte in einer zu EC senkrechten Geraden (hier DP) verschiedene kleine Oeffnungen trägt, durch welche die Spitze der Bleifeder bis auf das Papier nach unten hindurchragt. Um diejenigen Gattungen der zu betrachtenden Bahn zu zeichnen, bei denen P von dem Berührungspunkte nach dem Drehungsmittelpunkte hin (links von D' in unserer Figur) oder darüber hinaus (in der über N verlängerten $D''N$) liegt, muss man über der rollenden Leiste ein breiteres Brett befestigen, in welchem man den schreibenden Stift anbringt, und wenn die Curve den Kreis um N schneidet, so ist es ausserdem zweckmässig, das Rad durch einen in geeigneter Weise auf das Reissbrett zu befestigenden Ring zu ersetzen. Die Stellen, wo der Ring aufliegt, müssen dann nachträglich ergänzt werden.

Digitized by Google

Die Ausführung der Zeichnung wird auf diese Weise für alle Arten der Bahn leichter als selbst diejenige des einfachen Falles der Kreisevolvente. Denn hierbei muss man, nachdem ein Ast der Curve durch Aufwickelung, bezw. Abwickelung dargestellt worden ist, den Faden wieder abnehmen und dann anders herum aufwickeln. Dabei macht es Mühe, darauf zu achten, dass man den Punkt, wo der erste Ast die Rolle berührt, wieder trifft. Bei dem eben geschilderten Curvenzirkel erhält man dagegen die beiden Zweige der Bahn in einem Zuge. Es ist daher von Vortheil, denselben auch zur Darstellung jenes einfachen Falles zu benutzen. Man hat dann nur nöthig, den zeichnenden Stift J am Innenrande EC der Leiste $ABEC$ anzubringen.

Der zu Grunde liegende Gedanke lässt sich übrigens auch zu einer punktweisen Construction der Bahn benutzen. Ist in der Figur G ein Punkt in AB, der die gesuchte Art unserer Krummen nun beschreibt, und J der Fusspunkt des von G auf EC gefällten Lothes, so wird J die Linie beschreiben, welche durch Abwickelung des mit ND um N beschriebenen Kreises entsteht. In dieser wird der gespannte Faden DJ zum Krümmungshalbmesser, GJ folglich, weil dazu senkrecht, zur Berührenden. Ausserdem ist GJ gleich DP, und die Punkte D und P sind aus den Bedingungen der Aufgabe stets zu finden.

Man bestimme also die Lage dieser Punkte, beschreibe den Kreis um N durch D und wickle diesen ab. Zu der entstehenden Evolvente zeichne man in geringen Abständen Tangenten; ihre Richtung ist dadurch leicht zu finden, dass sie immer rechtwinkelig ist zu den entsprechenden Berührenden an der abgewickelten Rolle. Auf den ersteren Tangenten trage man nun, je nach der Lage von D vorwärts oder rückwärts, von ihren Berührungspunkten aus das Stück DP ab; dann entsteht durch Verbindung der Endpunkte des abgeschnittenen Stückes die gesuchte krumme Linie.

Beide Arten der Darstellung habe ich auf zwei Tafeln zur Ausführung von Curvenzügen benutzt. Sie bestätigen das, was ich schon 1881 in der Zeitsch. der österr. Ges. für Meteorologie auseinandergesetzt habe. Nehmen wir an, die ursprüngliche Drehung der Scheibe erfolge in demselben Sinne wie die tägliche Umdrehung der Erde. Geht nun die Bewegung in grösster Nähe des Drehungsmittelpunktes von diesem aus gesehen relativ zur Scheibe nach links, so kehrt die innerste Schleife dem Pole ihre äussere, erhabene Seite zu, die anderen dagegen sind alle nach ihm zu hohl. Ist dagegen die Bewegung, auf die sich drehende Bildebene bezogen, an jener Stelle nach rechts gerichtet, so liegt immer die innere hohle Seite der Schlingen nach dem Mittelpunkt der Drehung zu, doch zeigt die innerste Schleife bei grösster Annäherung

Digitized by Google

an den Pol mitunter eine Einbuchtung, die ihr ein herzförmiges Aussehen gibt. Eine wirkliche scharfe Ecke bildet dieser Einschnitt jedoch nur bei der gewöhnlichen Evolvente, bei welcher in dem Rückkehrpunkte die Krümmung unendlich gross wird, während sie in allen übrigen Fällen einen endlichen Werth behält.

Die Herzform der innersten Schleife leitet uns von selbst hinüber zu einer Eigenthümlichkeit der Bewegung in der zu besprechenden Bahn, deren gründliche Erörterung mir nothwendig erscheint, wenn anders nicht die Trägheitscurven ihre Anwendbarkeit als Anschauungsmittel zur Einführung in die Physik der Erde verlieren sollen. Es werden bekanntlich alle Körper durch die tägliche Drehung der Erde von Norden aus gesehen von ihrer Bewegungsrichtung nach rechts abgelenkt; man sollte daher meinen, dass auch bei den Trägheitsbahnen der Krümmungshalbmesser immer nach derselben Seite läge. Doch ist dies nur bei solchen Flächen und Ebenen der Fall, die den Spiegel einer ruhenden Flüssigkeit bilden, aber überall da, wo ein relativ still stehendes Theilchen nicht an demselben Orte der sich drehenden Unterlage beharrt, mithin auch in unserer Aufgabe, erfolgt die Ablenkung unter Umständen und an gewissen Stellen der Bahn in dem Sinne der gegebenen Drehung der Fläche.

Um die Bedingungen für diese Unregelmässigkeit zu prüfen, kehren wir zu unserer Figur zurück. Es sei das Lineal auf dem Umfange des Kreises weiter gerollt, so dass es ihn in F berührt. Um nun die jetzige Lage derjenigen Stelle des Lineals zu finden, die vorhin in P war, haben wir NF über F zu verlängern, bis sie den Aussenrand $A'B'$ der Leiste in K trifft, und dann von K aus KP' gleich dem Bogen FD auf $A'B'$ abzuschneiden. Nennen wir den Halbmesser ND r, die Breite (DP) des Lineals b und bezeichnen den Winkel DNF mit ψ, so ist $NK = NP = r + b$, $KP' = FH = r\psi$, folglich die rechtwinkelige Projection NL von NP' auf ND vorgestellt durch

$$(r + b) \cos \psi + r\psi \cdot \cos (90^0 - \psi).$$

Soll also die zu untersuchende Krumme nach dem Pole zu erhaben sein, so müsste die Ungleichung möglich sein

$$(r + b) \cos \psi + r\psi \cdot \sin \psi > \overline{r + b}.$$

Nach Einführung von $1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \psi$ für $\cos \psi$ lässt sich $\overline{r + b}$ auf beiden Seiten wegheben. Drückt man nun $\sin \psi$ durch die Functionen des halben Winkels aus, so erhält man nach leichter Umformung die Bedingung

$$r\psi > (r + b) \cdot \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} \psi, \qquad (1$$

$$\operatorname{tg} \cdot \tfrac{1}{2} \psi < \frac{r}{+} \cdot \psi.$$

Digitized by Google

Nun kann $\operatorname{tg} \cdot \frac{1}{2} \psi$ niemals kleiner werden als $\frac{1}{2} \psi$; es erreicht diesen Grenzwerth bei $\psi = 0$. Auf der anderen Seite ist $\operatorname{tg} \cdot \frac{1}{2} \psi$, solange $\psi < 180^0$, immer kleiner als unendlich. Es wird aber $\frac{r}{r+b}$ gleich $\frac{1}{2}$, wenn $b = r$, es wird unendlich gross, wenn b gleich $-r$, folglich kann die Bahn nach N zu convex sein, solange b in den Grenzen $+r$ und $-r$ eingeschlossen bleibt. Ein negatives b kann nichts anderes bedeuten, als dass der Curvenpunkt P von D aus nach der entgegengesetzten Seite zu liegt als in Figur 1, d. h. zwischen D und N (D' und N).

Nun liegt dieser Figur die Voraussetzung zu Grunde, dass die Geschwindigkeit des bewegten Theilchens, von ausserhalb betrachtet, in grösster Nähe des Drehungsmittelpunktes zwar gleich gerichtet, aber kleiner sei als die Schnelligkeit derjenigen Stellen der sich drehenden Scheibe, welche an dem Theilchen vorbeigehen. Wenn b gleich r, d. i. $b = \frac{1}{2}(b + r)$, so beträgt die erstere Geschwindigkeit die Hälfte der letzteren. Würde die erstere gegen die letztere um deren vollen Betrag zurückbleiben, so entstände absolute Ruhe, $b = 0$ dagegen sagt, dass das Theilchen in Beziehung zur Scheibe stille steht; und ein Zurückbleiben gegen die Drehbewegung derselben bedeutet relativ ein Fortrücken in dem der Drehung entgegengesetzten Sinne.

Ist b negativ, aber kleiner als r, ist demnach D mit D' zu vertauschen, so wird dadurch bestimmt, dass von ausserhalb gesehen die geradlinige Bewegung des Theilchens in der Polnähe zwar gleichgerichtet, aber schneller sei als diejenige der an ihm vorbeigehenden Stellen der umschwingenden Scheibe. Ein solcher Ueberschuss bedingt, dass relativ die Bewegung in der Bahn an der Stelle, wo sie dem Drehungsmittelpunkte am nächsten kommt, nach derselben Seite wie die gegebene Drehung erfolge.

Mithin kann die zu untersuchende Krumme bei einer Linksdrehung der gegebenen Bildebene nur dann dem Pole in irgend einem Theile ihre erhabene Seite zukehren, wenn die Bewegung in Beziehung zur Ebene in der Nähe dieses Punktes, von ihm aus gesehen, entweder nach links geht, oder, wenn sie nach rechts erfolgt, aber die Geschwindigkeit zwischen null und der Hälfte von demjenigen Werthe liegt, der nöthig sein würde, um absolute Ruhe zu erzeugen. In dem ersteren Falle biegt der bewegte Körper nur nach rechts ab; die innerste Schlinge der Bahn unterscheidet sich nur dadurch von den übrigen, dass sie den Drehungsmittelpunkt nicht einschliesst, im zweiten Falle dagegen liegt der Krümmungshalbmesser an der fraglichen Stelle auf der linken Seite; die Curve besitzt also zwei Beugungspunkte, d. h.

Digitized by Google

solche Punkte, an denen der Krümmungskreis von der einen auf die andere Seite übergeht.

Um hierüber vollständig Aufklärung zu erhalten, müssen wir das bislang versuchte einfache Verfahren aufgeben und von den Hilfsmitteln Gebrauch machen, die uns die Differentialrechnung bietet.

An der oben genannten Stelle der Zeitschr. d. österr. Ges. f. Met. habe ich die Gleichung der in Rede stehenden Bahn (in Gl. 4a) für rechtwinkelige Coordinaten in der Gestalt mitgetheilt:

$$x = C_1 \cos wt + C_2 \sin wt + t\,(C_3 \cos wt + C_4 \sin wt),$$
$$y = C_2 \cos wt - C_1 \sin wt + t\,(C_4 \cos wt - C_3 \sin wt),$$

wobei t die Zeit, w die Winkelgeschwindigkeit der Scheibe bezeichnet, und die Constanten nach den auf S. 285 gemachten Angaben unter Berichtigung des dort stehenden Druckfehlers die Werthe annehmen

$$C_1 = x_0, \quad C_2 = y_0,$$
$$C_3 = \frac{dx}{dt}_0 - wy_0, \quad C_4 = \frac{dy}{dt}_0 + wx_0.$$

Bei der Bestimmung der Krümmung steht uns nichts im Wege, die Axe der x in die Senkrechte zu legen, die man (bei $t = 0$) vom Pole auf diejenige gerade Linie fällt, in welcher die Bewegung des freien Theilchens wirklich erfolgt, und ebenso ist es erlaubt, vorauszusetzen, dass im Nullpunkte der Zeit das Letztere in dem Fusspunkte jenes Lothes (NP in der Fig.) sich befinde. Dann verschwindet offenbar y_0 sowohl wie $\frac{dx}{dt}_0$ und die Grundgleichungen der Bahn gehen in die für die Rechnung bequeme Form über:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 \cos wt + \left(\frac{dy}{dt}_0 + wx_0\right)\cdot t \sin wt, \\ y &= -x_0 \sin wt + \left(\frac{dy}{dt}_0 + wx_0\right)\cdot t \cos wt. \end{aligned}\right\} \qquad 2)$$

Daraus ergibt sich als Werth für die Krümmung:

$$\frac{dx\,d^2y - dy\,d^2x}{ds^3} = -$$
$$- w\cdot\frac{\left(wx_0 + 2\frac{dy}{dt}_0\right)\frac{dy}{dt}_0 + \left(wx_0 + \frac{dy}{dt}_0\right)^2\cdot w^2t^2}{\left[\left(\frac{dy}{dt}_0\right)^2 + \left(wx_0 + \frac{dy}{dt}_0\right)^2 w^2t^2\right]^{\frac{3}{2}}}; \qquad (3$$

für die Polnähe wird die rechte Seite dieser Gleichung zu

Digitized by Google

$$-w \cdot \frac{w x_0 + 2 \frac{dy}{dt}_0}{\left(\frac{dy}{dt}_0\right)^2}.$$

In dem Falle anfänglicher Ruhe, wo $\frac{dy}{dt}_0$ verschwindet, wird demnach an dieser Stelle die Krümmung unendlich. Wir erhalten dann eine scharfe Ecke, den Rückkehrpunkt der Kreisevolvente.

Erfolgt nun die gegebene Drehung der Zeichenebene derjenigen des Uhrzeigers entgegengesetzt, so ist nach den Voraussetzungen, die unseren Gleichungen zu Grunde liegen, w grösser als Null. Geht die Bewegung des Theilchens in grösster Nähe des Drehungsmittelpunktes von diesem aus gesehen relativ nach links, so ist $\frac{dy}{dt}_0$ ebenfalls positiv. Nun leuchtet sofort ein, dass der Ausdruck der Krümmung sein Vorzeichen niemals ändern kann, solange $\frac{dy}{dt}_0 > 0$. In dem angenommenen Falle liegt also, wie wir schon oben gefolgert, der Krümmungshalbmesser in allen Theilen der Bahn auf derselben Seite, und das sie durchlaufende Theilchen biegt überall nach rechts ab.

Geht dagegen das Letztere an dem Pole von diesem aus gesehen nach rechts vorbei, so ist $\frac{dy}{dt}_0$ negativ. Setzen wir

$$\frac{dy}{dt} = -n,$$

so wechselt das Vorzeichen in der oben zuletzt stehenden Formel, die den Werth der Krümmung in der Nähe des Drehungsmittelpunktes enthält, je nachdem

$$\frac{w x_0}{2} \gtreqless n.$$

Ist n gleich $\frac{1}{2} w x_0$, so ist die Krümmung null, die Bahn ist an der fraglichen Stelle eine gerade Linie. Diese Folgerung wird durch die Zeichnung mit dem oben beschriebenen Curvenzirkel bestätigt. Es ist jedenfalls ein bei den in der Mathematik behandelten Curven seltener Fall, dass eine krumme Linie allmählich in eine gerade übergeht, um dann auf der anderen Seite ebenso mit zunehmender Krümmung, ohne dass diese ihr Vorzeichen wechselt, die frühere Biegung wieder anzunehmen.

Nach dem Gesagten muss die Concavität, bezw. Convexität, solange n kleiner als $\frac{1}{2} w x_0$, eine andere sein, als wenn das Umgekehrte statt hat. Nun ist $w x_0$ diejenige Geschwindigkeit, welche dem Punkte x_0, y_0

Digitized by Google

infolge der Umdrehung der Scheibe zukommt; wäre mithin n gleich dieser Grösse, so müsste das freie Theilchen in Wirklichkeit stille stehen. Jener entscheidende Werth von n ist die Hälfte desselben. Und so finden wir den Schluss bestätigt, zu dem wir oben auf S. 362 bis 363 auf andere Weise gelangt waren.

Unsere letzte Aufgabe sei noch, die Lage der Beugungspunkte zu bestimmen. Da die Krümmung dabei ihr Vorzeichen wechselt, so muss ihr Werth durch Null oder ∞ hindurchgehen. Da das Letztere, wie schon oben gesagt, nur bei der einfachen Kreisevolvente statt hat, so gilt das Erstere. Weil nun der Nenner in Gl. 3 immer endlich bleibt, solange t grösser als Null ist, so entscheidet der Zähler. Die Krümmung wird mithin null bei

$$\left[w x_0 + \frac{dy}{dt}_0\right]^2 \cdot w^2 t^2 = -\left[w x_0 + 2\frac{dy}{dt}_0\right] \cdot \frac{dy}{dt}_0,$$

der Beugungspunkt liegt folglich an der Stelle, wo

$$t = \frac{\sqrt{-\frac{dy}{dt}_0\left(w x_0 + 2\frac{dy}{dt}_0\right)}}{w\left(w x_0 + \frac{dy}{dt}_0\right)}. \tag{4}$$

Für positive Werthe von $\frac{dy}{dt}_0$, also in dem ersten der beiden obigen Fälle ist t immer imaginär, es gibt keinen Beugungspunkt. Erfolgt dagegen die Bewegung in der Polnähe nach rechts, so setzen wir wieder $\frac{dy}{dt}_0 = -n$ und bekommen

$$t = \frac{\sqrt{n(w x_0 - 2n)}}{w(w x_0 - n)}. \tag{5}$$

Wenn n grösser als die Hälfte von $w x_0$, so wird dieser Ausdruck ebenfalls imaginär. Das heisst: Ein Beugungspunkt ist nur möglich solange n kleiner als die Hälfte desjenigen Werthes ist, der nothwendig wäre, damit ein ausserhalb Stehender das die Bahn durchlaufende Theilchen an seinem Orte beharren sähe. Auch dies führt zu einer Bestätigung unserer früheren Folgerungen.

Ist $\frac{dy}{dt}_0$ null, so geben die Gleichungen (4) und (5) $t = 0$; die beiden Beugungspunkte fallen in einen einzigen, den Rückkehrpunkt zusammen. Ebenso wird t gleich Null, wenn n gleich $\frac{1}{2} w x_0$; doch haben wir hierbei keinen Beugungspunkt, sondern nur einen kleinsten Werth der Krümmung, indem dieselbe auf der einen Seite allmählich abnimmt, um auf der anderen Seite in demselben Sinne wieder zuzunehmen.

Buxtehude, im April 1886.

Digitized by Google

Bestimmung der Tonhöhe einer Stimmgabel mit dem Hipp'schen Chronoskop[1]).

Von

Viktor v. Lang.

Ich habe in der Sitzung vom 11. Nov. v. J. über Versuche berichtet, die ich unternommen, um mit Hilfe des Hipp'schen Chronoskops die Schwingungszahl einer $\bar{a}$ Stimmgabel zu ermitteln. Die Versuche wurden damals fortgesetzt und die befolgte Methode noch in mehreren Details verbessert. Als Resultat schien mir hervorzugehen, dass die von mir vorgeschlagene Methode, wenn sie auch nicht an die Genauigkeit stroboskopischer Versuche heranreicht, doch fähig ist, die Tonhöhe einer $\bar{a}$ Stimmgabel bis auf $\frac{1}{100}$ Schwingung genau zu geben. Da dieses Resultat besonders mit Rücksicht auf die Einfachheit der dazu nöthigen Apparate gewiss befriedigend ist, will ich jetzt meine Versuche ausführlicher beschreiben.

Es handelt sich bei meiner Methode darum, erstens die Schwebungen, welche die Stimmgabel in einer bestimmten Zeit mit der Feder des Chronoskops macht, zu zählen, zweitens die Anzahl der Schwingungen, welche während dieser Zeit die Feder des Chronoskops vollführt, an diesem Apparate abzulesen.

Die benutzte $\bar{a}$ Stimmgabel war vor mehreren Jahren durch die Herren Lenoir und Forster von König in Paris bezogen worden, hat die gewöhnliche Form und ist mit LA_3, 870 VS und dem König-schen Monogramm bezeichnet. Mit Bezug auf ihren lang andauernden Ton kann sie als besonders gelungen betrachtet werden. Da ja auf die Tonhöhe einer solchen Gabel die Temperatur vom grössten Einflusse ist, so musste vor allem eine Anordnung getroffen werden, um den Ton der Gabel auch aus der Entfernung hörbar zu machen damit nicht die Nähe des Beobachters denselben beeinflusse.

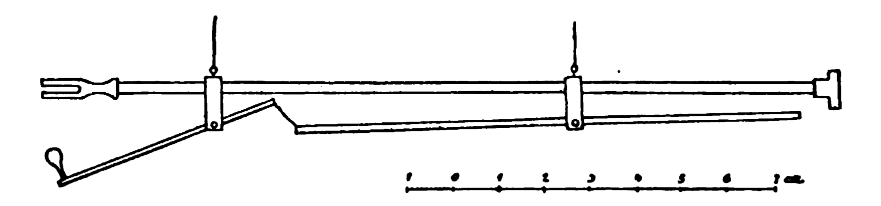
---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 93 S. 424 (1886).

Digitized by Google

Zu diesem Zwecke wurde die Stimmgabel an die Endfläche eines Holzstabes (Länge 160, Durchmesser $2{,}6^{cm}$) geschraubt, das andere Ende desselben aber mit einer gleichfalls hölzernen Scheibe (Durchmesser 8^{cm}) versehen. Diese Scheibe vermittelt die Abgabe des Tones an den Beobachter, welcher sein Ohr nur in die Nähe der Scheibe bringt, solange der Ton noch stark ist, es aber bei abnehmender Schallstärke ganz an die Scheibe anlegt.

Der Stab ist in den Entfernungen von 21,5 und $101{,}5^{cm}$ vom Stimmgabelende weg durch zwei Holzstücke geführt, welche nach oben Haken zum Aufhängen des Stabes, nach unten aber die Drehungsachsen zweier Hebeln tragen. Diese Hebel dienen dazu, die Stimmgabel, vom Scheibenende aus anschlagen zu können. Von diesem Ende aus gerechnet sind die Längen der vier Hebelarme 52, 62, 19 und 37^{cm}; der letzte Hebelarm trägt einen mit Leder überzogenen Holzknopf. Dieser Knopf schlägt gegen die Stimmgabel, wenn der erste



Hebelarm gegen den Stab gedrückt wird, was leicht mit dem Daumen der den Stab umfassenden Hand ausgeführt werden kann. Die beiden mittleren Hebelarme sind durch eine Schnur von passender Länge verbunden.

Die ganze Vorrichtung wurde schliesslich mittels zweier Schnüre an zwei Statifen ungefähr 120^{cm} über den Fussboden aufgehängt. Auf diese Weise war es möglich, bei mässigem Anschlag der Gabel ihren Ton ohne Schwierigkeit 3 Minuten lang verfolgen zu können.

Wenn nun auch die soeben beschriebene einfache Anschlagsvorrichtung ihrem Zwecke genügte, so ist es selbstverständlich, dass ein Anschlag wie beim Clavier, wo der Hammer immer nur äusserst kurze Zeit mit der Saite in Berührung bleibt, noch vorzuziehen wäre. Namentlich müsste man mit einem solchen Anschlag eine Normalstimmgabel versehen, für deren Aufbewahrung mir eine Aufhängevorrichtung wie die beschriebene sehr zweckmässig erscheint. Von einer Normalstimmgabel wird ja nicht verlangt, dass sie einen starken Ton gibt, sondern dass man ihre Schwebungen mit einer anderen Gabel bei constanter Temperatur möglichst lang verfolgen könne. Hierbei kann die zweite Gabel an einem der zwei Holzblöcke befestigt werden und mit einem

Digitized by Google

Klöppel, der an seinem Ende eine Korkkugel trägt, angeschlagen werden. Vorzuziehen würde es sein, die zweite Gabel an einer ähnlichen Anschlagsvorrichtung zu befestigen und ihren Ton mit dem anderen Ohre zu beobachten.

Was das Chronoskop betrifft, so wurde vor Allem die Feder, welche beim Schwingen durch ihren Eingriff ins Steigrad die Regulirung des ganzen Uhrwerkes besorgt, in ihrem schwingenden Theile solange verlängert, bis sie einen Ton von ungefähr 433 ganzen Schwingungen in der Secunde gab. Natürlich war es dann auch nöthig, die Backen, zwischen denen diese Feder eingespannt ist, auf der hinteren Platte des Uhrwerkes zu versetzen.

Da diese Feder ursprünglich für einen viel höheren Ton bestimmt war, so durfte es nicht Wunder nehmen, dass sie ungebührlich verlängert verschiedene Töne geben konnte, und es musste häufig der gewünschte Grundton erst durch Zupfen der Feder an ihrem Ende mittels eines Holzstäbchens hergestellt werden. Dies würde natürlich bei einer von vornherein für den Ton $\bar{a}$ verfertigten Feder wegfallen.

Für die Beobachtung der Schwebungen zwischen Gabel und Feder erwies sich aber die Art der Unterstützung des Chronoskops als sehr wichtig. Dasselbe stand Anfangs auf einem eisernen Tischchen, das nur darum gewählt worden war, weil dadurch die Feder in die Höhe des Kopfes des sitzenden Beobachters gelangte. Während so das rechte Ohr des Beobachters etwa 20^{cm} von der Feder entfernt war, lag das linke Ohr unmittelbar an der Scheibe des Stimmgabelapparates. Die Schwebungen zwischen Gabel und Feder waren aber oft sehr schwierig wahrzunehmen und immer nur, wenn die Gabel stark tönte. Dieselbe musste daher bei einer Beobachtungsdauer von 3 Minuten wiederholt angeschlagen werden, was allerdings mit keinen besonderen Störungen verknüpft ist. Dies alles änderte sich aber mit einem Schlage als das Chronoskop auf eine resonirende Unterlage gestellt wurde, nämlich auf ein Brett von den Dimensionen $48 \times 31 \times 2{,}5^{cm}$, an welches vier starke Füsse 58^{cm} hoch geschraubt worden waren. Die Füsse sind unten durch Leisten mit einander verbunden, über welche ein Brett gelegt ist, das der Stabilität halber mit verschiedenen schweren Gegenständen belastet wurde. Man hörte nunmehr die Schwebungen mit grösster Deutlichkeit und dieselben konnten bei einmaligem mässigen Anschlagen der Gabel leicht 3 Minuten lang gezählt werden; das Geräusch des schnell laufenden Uhrwerkes trat ganz in den Hintergrund.

Beim Zählen der Schwebungen wurde nur immer von 1 bis 10 gezählt, nach je zehn Schwebungen aber die Achse eines Tourenzählers mittels einer kleinen Kurbel umgedreht.

Digitized by Google

Es handelte sich jetzt nur noch mehr darum, das Zählwerk am Anfange der Beobachtungszeit auszulösen, am Ende derselben aber zu arretiren. Dies sollte natürlich automatisch mit Hilfe eines galvanischen Stromes durch das Secundenpendel einer Uhr geschehen, welches an seinem Ende zu diesem Zwecke mit einem Platindrahte versehen worden war. Die Quecksilberkuppe, durch welche der Draht bei jeder Schwingung hindurch ging, stand aber seitlich von der Ruhelage des Pendels, so dass die Stromschliessung nicht in gleichen Intervallen stattfand, sondern immer je zwei Contacte rasch aufeinander folgten, welches Spiel sich alle zwei Secunden wiederholte. Diese Anordnung wurde getroffen, um mehr Zeit zu gewinnen für die Schliessung des Stromes zu einer bestimmten Secunde, welche immer ungerade sein musste. Das Schliessen des Stromes in dem einen Sinne am Anfange der Beobachtung und das Schliessen desselben im entgegengesetzten Sinne am Ende, wurde von einem Gehilfen besorgt und so durch denselben das Zeigerwerk zuerst ausgelöst, dann arretirt.

Hiezu musste noch der aus weichem Eisen bestehende Anker des Hipp'schen Chronoskops, welcher zwischen den beiden Elektromagneten desselben spielt, durch einen Magnet ersetzt werden und der Strom musste durch beide Elektromagnete hintereinander so geleitet werden, dass entgegengesetzte Pole gegenüber zu liegen kommen. Der polarisirte Anker, welcher Anfangs am oberen Elektromagneten liegt, wird durch Schliessung des Stromes von dem unteren Elektromagneten angezogen und bleibt auf demselben auch nach Unterbrechung des Stromes solange liegen, bis ein umgekehrter Strom ihn wieder in seine Anfangsstellung bringt. Natürlich musste, um dies zu erreichen, den beiden Spiralfedern, die nach oben und unten auf den Anker wirken, eine passende Spannung ertheilt werden.

Das Stahlstück, welches an Stelle des weichen Ankers gesetzt wurde, brauchte übrigens gar nicht magnetisirt zu werden, da dies gleich bei der ersten Stromschliessung von den Elektromagneten selbst besorgt wurde. Um die Auswechslung des weichen und des polarisirten Ankers leicht bewerkstelligen zu können, wurde durch die Grundplatte des oberen Elektromagneten ein Loch gebohrt, so dass man mit dem Schraubenzieher leicht an die Schraube gelangt, mit welcher der Anker an den Hebel befestigt ist, der die Auslösung des Zeigerwerkes besorgt.

Der Gang der Beobachtungen, bei welchen als Stromquelle 6 Smee-Elemente benutzt wurden, ist nun folgender. Nachdem das Uhrwerk des Chronoskops in Gang gesetzt und die Stimmgabel angeschlagen, wird von dem Gehilfen zu einer bestimmten geraden Secunde der geöffnete Commutator geschlossen. Bei der nächsten ungeraden Secunde

Digitized by Google

wird dann durch den Strom das Zeigerwerk ausgelöst, worauf der Commutator sogleich wieder geöffnet wird. Das Fallen des Ankers auf den unteren Elektromagneten gibt zugleich dem Beobachter das Zeichen, dass jetzt das Zählen der Schwebungen zu beginnen hat. Nach drei Minuten wird bei derselben geraden Secunde der Commutator vom Gehilfen im entgegengesetzten Sinne geschlossen, bei der nächsten ungeraden Secunde das Zeigerwerk arretirt und durch das Abfallen des Ankers dem Beobachter das Ende der Beobachtungszeit angezeigt. Man hat nun nur mehr die beobachtete Zahl der Schwebungen zur Angabe des Zeigerwerkes zu addiren und diese Summe durch die Zahl der verflossenen Secunden zu dividiren, um die Tonhöhe der benutzten Stimmgabel in ganzen Schwingungen zu erhalten.

Es wäre gerade nicht nothwendig, nach dem ersten Schliessen des Stromes denselben sogleich wieder zu unterbrechen, man könnte denselben geschlossen lassen bis zur schliesslichen Umkehrung desselben. Allein es zeigte sich, dass dei den Stromschliessungen, die ja alle zwei Secunden stattfinden, der Anker immer einen kleinen Stoss erhält, welches Geräusch natürlich für den Beobachter störend ist.

Nach vorhergehendem Schema habe ich an einer Reihe von Tagen die Tonhöhe meiner Stimmgabel untersucht; verschiedene Temperaturen konnten nur auf künstlichem Wege theilweise durch Beheizung des Beobachtungszimmers selbst erhalten werden. Besonders im letzteren Falle ist die Ermittlung der Temperatur der Gabel sehr unsicher. Dieselbe wurde an einem grossen Metallthermometer von Herrmann und Pfister abgelesen, welches möglichst nahe der Gabel aufgehängt worden war. Ein solches Thermometer wurde gewählt in der Erwartung, dass seine Empfindlichkeit gegen Aenderungen der Temperatur dieselbe sein dürfte wie die der Stimmgabel. Diese Voraussetzung wurde jedoch nicht weiter geprüft; es ist aber die Temperaturbestimmung auch aus dem Grunde mangelhaft, als bei den schlechten räumlichen Verhältnissen des physikalischen Cabinets nur ein sehr kleines Zimmer zu diesen Versuchen zu Gebote stand, dessen Temperatur durch die Anwesenheit zweier Menschen natürlich sehr beeinflusst wird.

Auch der ungleiche Gang meiner Pendeluhr, ein von der hiesigen Sternwarte ausgemustertes Exemplar, dürfte den absoluten Werth der nachfolgenden Beobachtungen beeinträchtigen. Allerdings war der Umstand für ihren Gang nicht günstig, dass nur beim Versuch Ströme durch sie hindurchgingen. Bei eigentlichen Normalbeobachtungen müsste jedenfalls Sorge getragen werden, dass bei jedem Pendelschlag ein Strom von constanter Intensität und Richtung geschlossen wird.

Digitized by Google

Eine andere Fehlerquelle kann leicht durch den Versuch selbst eliminirt werden, ich meine den Umstand, dass Auslösung und Arretirung des Zählwerks nicht in gleichen Zeiten nach Stromschluss erfolgen. Da dieser Umstand unabhängig ist von der Dauer der Beobachtungszeit, braucht man nur zwei Versuche von verschiedener Dauer anzustellen. Zählt man die Schwingungen einmal 3 Minuten lang, dann darauf nur 1 Minute lang, so wird der Unterschied der beiden Zahlen die in 2 Minuten vollführten Schwingungen frei von dem berührten Fehler geben.

Bei manchen der später angeführten Beobachtungen war dieser Fehler nicht zu bemerken, besonders dann nicht wenn die Elektromagnete sehr gut functionirten; an anderen Tagen waren in den Beobachtungen von 1 und von 3 Minuten allerdings kleine Unterschiede, und zwar in dem einen und in dem anderen Sinne zu entdecken. Eine Aenderung in dem Betrage dieses Unterschiedes trat aber nur ein, wenn die Stromstärke sich geändert hatte. So wurden z. B. am 5. December folgende Beobachtungen angestellt:

Minuten	Schwingungen	
3	78418	—
3	78417	—
1	—	26135
1	—	26136
3	78412	—
1	—	26123
3	78406	—
3	78412	—
3	78411	—
1	—	26131
1	—	26132
1	—	26137
3	78414	—
1	—	26138
1	—	26138
1	—	26137
3	78412	—
Mittel	78412,75	26135,22

Den beiden Mitteln entsprechen die Tonhöhen:

435,626 und 435,587

während die 2 Minuten entsprechende Differenz derselben die Zahl:

435,646

Digitized by Google

gibt. Am 10. Dec. dagegen, nachdem die Säure der Batterie erneuert und die Spannung der Spiralfedern geändert worden war, wurden auf dieselbe Weise die Zahlen:

435,525 und 435,572

und aus der Differenz 435,500 gefunden. Die an diesen zwei Tagen beobachteten Abweichungen waren aber die stärksten, die überhaupt beobachtet wurden.

Die nachfolgende Uebersicht gibt sämmtliche Beobachtungen vom 28. Nov. v. J. angefangen, von welchem Zeitpunkte an der Apparat zur vollkommenen Zufriedenheit functionirte. Einige Zahlen, bei denen offenbar Irrthümer unterliefen, sind natürlich ausgelassen. Die angegebenen Tonhöhen sind Mittelwerthe, wobei die Anzahl der Einzelbeobachtungen, aus denen sie abgeleitet, freilich sehr variirten: 4 — 17

1885			t^0 C	Beobachtung	Rechnung	B — R
XI.	28.	6^h p. m.	14,5	435,665	435,650	+ 15
	29.	12	14,0	645	674	— 29
	30.	9 a. m.	14,0	663	674	— 11
		5 p. m.	18,0	474	480	— 6
		9	19,1	408	427	— 19
XII.	1.	3	17,0	512	529	— 17
	2.	12	15,8	607	587	+ 20
	3.	12	15,0	632	626	+ 6
	4.	12	14,7	621	640	— 19
	5.	12	14,3	646	660	— 14
	7.	11 a. m.	14,2	678	665	+ 13
	8.	10	14,4	663	655	+ 8
	9.	3 p. m.	17,0	508	529	— 21
	10.	5	18,2	500	471	+ 29
	11.	1	16,3	564	563	+ 1
	12.	11 a. m.	14,8	679	635	+ 44

Der Rechnung wurde die Formel:

$$n = a - b\,(t - 15)$$

zu Grunde gelegt und die Constanten nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt. Ihre Werthe sind:

$$a = 435{,}626 \pm 0{,}005$$
$$b = \quad 0{,}0484 \pm 0{,}0022$$

wobei der wahrscheinliche Fehler einer einzelnen Bestimmung: $\pm$ 0,015 ist. Die mit diesem Constanten berechneten Werthe sind oben sammt den übrig bleibenden Fehlern angegeben.

Digitized by Google

An diesen Zahlen ist aber noch eine Correction wegen des Ganges der Uhr anzubringen. Dieselbe accelerirte während der 14tägigen Beobachtungszeit um 50 Secunden, freilich nicht gleichförmig. Es war also die Secunde im Verhältnis von 24192/24193 zu kurz und das vorstehende Resultat ist um 1/24193 zu erhöhen. Somit ergibt sich für die Schwingungszahl der benutzten Stimmgabel die Formel:

$$n = 435{,}644 - 0{,}0484\,(t - 15)$$
$$= 435{,}644\,[1 - 0{,}0001111\,(t - 15)].$$

Regierungsrath Prof. L. A. Zellner, Generalsecretär der hiesigen Gesellschaft der Musikfreunde und des Conservatoriums, hatte die Güte, meine Stimmgabel mit einer zu vergleichen, die er in neuerer Zeit von König bezogen hat und die genau 435 Schwingungen bei 20° C. machen soll. König hat ja mit Hilfe der ingeniösen Stimmgabeluhr Stimmgabeln von genau bekannter Schwingungszahl hergestellt. Prof. Zellner fand den Unterschied der beiden Stimmgabeln bei ungefähr 20° C. gleich 0,499 ganzen Schwingungen, mit einer Unsicherheit von höchstens 0,004 Schwingungen, welches Resultat durch Beobachtung der Schwebungen beider Stimmgabeln mit verschiedenen anderen Gabeln erhalten worden war. Demzufolge würde die von mir untersuchte Stimmgabel bei 20° C. die Tonhöhe 435,499 haben, während meine Bestimmung 435,402 gibt.

Obwohl ich bei den angeführten Versuchen mehr die Absicht hatte, die Anwendbarkeit meiner Methode zu prüfen, als Normalbestimmungen zu machen, so kann ich doch kaum den obigen Unterschied von 0,097 auf Rechnung der Ungenauigkeit meiner Versuche bringen.

Was den von mir gefundenen Temperaturcoefficienten (0,0001111) betrifft, so stimmt derselbe recht gut mit früheren Bestimmungen. König[1]) fand für seine Gabeln 0,0001118, Wild[2]) für eine König-sche Gabel 0,0000945, für die Petersburger Normalstimmgabel (von Secretan verfertigt) aber 0,0001083.

Universität Wien, Physikalisches Cabinet.

---

1) Untersuchungen über die Schwingungen einer Normalstimmgabel. Wied. Ann. Bd. 9 S. 394 (1880).

2) Bericht über eine neue Verification der Schwingungszahl der Normalstimmgabel Russlands im physikalischen Central-Observatorium. Mel. phys. et chim. vol. XII. St. Pétersbourg.

Digitized by Google

Ueber die Beziehungen zwischen den Variationen des Erdmagnetismus und den Vorgängen auf der Sonne[1].

Von

H. Wild.

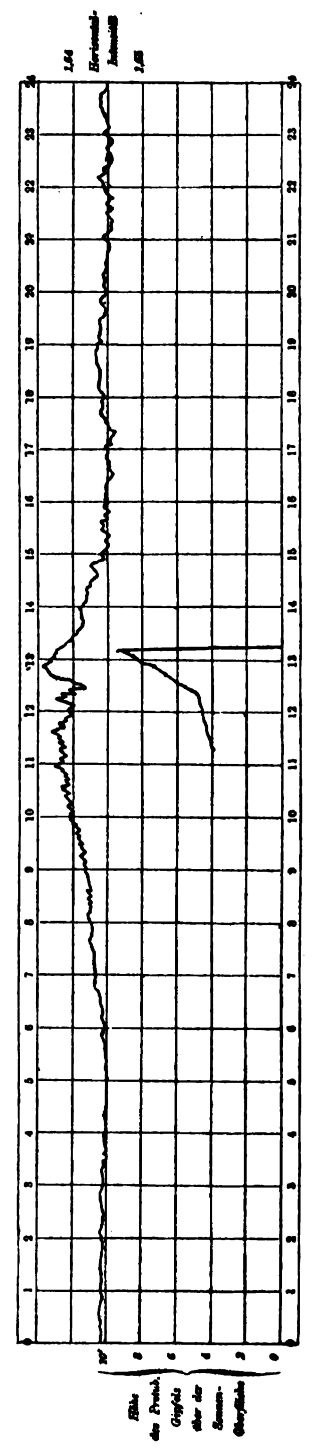
Nach einer Mittheilung an die Pariser Academie der Wissenschaften hat Herr E. L. Trouvelot[2]) am 16. August 1885 um 9^h 25′ mittlerer Pariser Zeit eine sehr glänzende Protuberanz am östlichen Sonnenrande beobachtet, welche zuerst recht ruhig war, eine Stunde später aber viel glänzender wurde und sich zu erheben anfing. Um 11^h 20′ erreichte sie mit ihrem Gipfel die Höhe von 9′ 27″ über der Sonne, hatte inzwischen wieder viel von ihrer Helligkeit verloren und war 2′ später ganz erloschen.

Da nur selten solche auffallende Veränderungen der Protuberanzen mit genauer Zeitangabe mitgetheilt werden, so habe ich sofort, sowie mir die Beobachtung von Herrn Trouvelot nach meiner Rückkehr aus dem Auslande bekannt wurde, die Aufzeichnungen des Magnetographen im Observatorium zu Pawlowsk für den 16. August nachgesehen, um eventuell eine Coïncidenz dieser Erscheinung auf der Sonne mit einer magnetischen Störung zu entdecken. Und in der That, bei allen 3 Elementen des Erdmagnetismus, der Declination, der Horizontal- und Verticalintensität, zeigte sich vom Beginn der Entwicklung der Protuberanz, d. h. von 10^h 25′ a. m. Pariser Zeit oder 12^h 17′ a. mittlerer Pawlowsker Zeit an eine beträchtliche Störung im normalen täglichen Gang derselben, welche mit Erlöschen der Protuberanz um 11^h 22′ a. Pariser Zeit oder 1^h 14′ p. Pawlowsker Zeit ebenfalls wieder aufhörte. Die Störung war bei der Horizontalintensität am schärfsten ausgeprägt, und ich habe daher in der beifolgenden Tafel eine getreue

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Bulletin de l'Académie St. Pétersbourg vol. XXX p. 151.

2) Compt. rend. T. CI p. 475 (17 Août 1885).





Copie der vom Bifilar des Magnetographen für diesen Tag aufgezeichneten Curve[1]) mit einer graphischen Darstellung der Höhe des Protuberanzengipfels über der Sonnenoberfläche nach den Angaben des Herrn Trouvelot, zur Veranschaulichung der Coïncidenz beider Erscheinungen zusammengestellt. Die Störung war überwiegend eine negative, d. h. eine die Horizontalintensität vermindernde, und man sieht, wie sie den bekannten normalen Gang der Horizontalintensität nur zwischen 12^h und $1^h\,30'$ p. Pawlowsker Zeit unterbrochen hat, nachdem sie sich allerdings schon von 10^h a. an durch eine gewisse Unruhe der Magnetnadel angekündigt hatte.

Das hiermit neuerdings in durchaus objectiver Weise nachgewiesene Zusammenfallen plötzlicher magnetischer Störungen mit Eruptionen auf der Sonne, das sich ähnlichen Erfahrungen von Carrington und Secchi anreiht, veranlasst mich, jetzt schon mit einigen Bemerkungen über diesen Zusammenhang und daran sich knüpfenden Vorschlägen hervorzutreten, zu denen mich Vorbereitungen zu einer Vergleichung der magnetischen Variationen im letzten Decennium mit den für dieselbe Epoche von Tacchini in Rom demnächst zu gewärtigenden Zusammenstellungen seiner Protuberanzbeobachtungen geführt haben.

Gewöhnlich pflegt man mit den Vorgängen auf der Sonne und insbesondere mit der Häufigkeit der Sonnenflecken die Amplitude der täglichen Variation der Declination im Monatsmittel ohne Ausscheidung der Störungen zu vergleichen, nachdem man zur Elimination des jährlichen Ganges jener Amplitude ent-

1) Der Akademie wurde auch eine photographische Copie des Originals vorgelegt. Da die Temperatur des Bifilars ganz constant blieb, so stellt die Curve ohne weiteres die alleinige Variation der Horizontalintensität dar (20^{mm} der Ordinaten $= 0{,}001$ C. G. S.).

Digitized by Google

weder bloss das Jahresmittel derselben gebildet, oder die einzelnen Monatsmittel mit gewissen aus längeren Reihen abgeleiteten Factoren multiplicirt hat. In der letzteren Weise hat R. Wolf in Zürich einen fast vollständigen Parallelismus im Gange der reducirten Tagesamplituden der Declinationsvariation [1]) mit seinen bekannten, auf mühsamster langjähriger Arbeit beruhenden compensirten Relativzahlen der Sonnenflecken [2]) nachgewiesen.

Nun haben aber die Störungen nicht allein auf die Amplitude, sondern auch auf die Form des täglichen Ganges der Declination Einfluss, wie J. Mielberg aus der langjährigen Beobachtungsreihe von St. Petersburg geschlossen hat [3]), und andrerseits zeigt auch schon der normale tägliche Gang der magnetischen Elemente, mit Ausschluss der Störungen im Betrage seiner Amplitude, eine der Sonnenfleckenperiode entsprechende periodische Veränderung, wie ich in den Verhandlungen der internationalen Polarconferenz in Wien angedeutet habe und wie dies demnächst Herr Dr. P. Müller des Näheren nach den Petersburg-Pawlowsker Beobachtungen nachweisen wird. Schon hier entsteht also bei näherem Zusehen die Frage, welche der verschiedenen Details in den Variationen der magnetischen Elemente besonders mit gewissen Vorgängen auf der Sonne zusammenzuhalten seien, die ja auch ihrerseits wieder sehr mannigfaltiger Art sind. Zur Illustration dessen habe ich in der nachfolgenden Tabelle, nach den in den Annalen des physikalischen Centralobservatoriums publicirten Bearbeitungen des Magnetographs für 1873—1884 (1873—1877 in St. Petersburg, 1878—1884 in Pawlowsk) die Jahresmittel der Amplituden des täglichen Ganges der drei magnetischen Elemente ohne Ausschluss der Störungen mit der Differenz der absoluten Jahresextreme derselben und mit den Differenzen der absoluten Extreme in jedem Monat zusammengestellt. Die mit einem Stern * bezeichneten Daten der Tabelle repräsentiren, theils wegen nicht ganz gelungener Photographie, theils wegen Ueberschreiten der Papiergrenze durch die aufgezeichnete Curve, bloss interpolirte und daher unsichere Werthe.

(Siehe die Tabellen S. 378.)

Wenn man die Daten dieser Tabelle, sowie die obenerwähnten Wolf'schen reducirten mittleren Tagesamplituden der Declinationsvariation mit seinen gewöhnlichen sowie seinen compensirten Relativzahlen der Sonnenflecken

1) Astronomische Mittheilungen Bd. 61 S. 2 Februar 1884.

2) Transact. of the Royal Astron. Soc. vol. 43 und Astronomische Mitth. Bd. 64 S. 130 Mai 1885.

3) Repertorium für Meteorologie Bd. 4 Nr. 2.

Digitized by Google

Differenzen der absoluten Extreme. — Declination in Minuten.

	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	October	November	December	Jahr	Tägliche Amplitude im Jahresmittel.
1873	*114,8′	60,0	*86,9	58,6	33,5	55,4	36,4	35,0	45,5	51,6	47,5	31,1	*117,2′	8,53′
1874	54,3	89,0	60,8	54,4	28,8	28,6	33,7	29,8	36,0	69,5	42,0	32,2	89,0	7,76
1875	30,7	97,0	48,3	48,5	38,5	34,2	28,1	22,1	41,4	39,4	34,5	33,0	101,8	6,63
1876	46,2	97,0	60,0	21,2	20,8	24,9	22,2	25,4	31,9	33,7	34,0	32,4	97,0	6,40
1877	53,5	27,3	27,6	26,1	56,7	20,8	29,8	24,8	34,5	30,6	51,8	17,6	74,9	6,31
1878	36,0	28,6	25,5	37,9	43,6	33,1	19,4	26,1	22,9	21,6	37,4	49,9	83,1	6,08
1879	24,2	19,2	27,6	27,6	18,8	18,9	33,8	21,8	31,1	23,8	21,5	39,5	48,6	6,46
1880	26,0	15,3	48,7	32,9	42,8	25,5	24,3	70,7	59,1	45,0	60,8	38,0	77,9	7,01
1881	*153,0	40,1	39,6	53,3	29,0	28,0	36,9	24,6	66,2	50,9	50,3	38,6	*153,0	8,14
1882	41,2	59,5	42,0	132,0	34,5	95,8	36,0	61,6	47,8	90,4	*182,3	48,6	*182,3	7,76
1883	41,4	105,1	53,5	91,1	31,1	30,6	41,6	36,1	70,6	45,4	54,1	32,3	105,1	8,31
1884	17,6	41,4	49,8	46,2	34,8	26,8	49,6	36,0	47,8	73,5	57,2	38,6	73,5	8,92
	Horizontalintensität in Einheiten der 4. Decimale.													
1873	*307	248	*311	*396	183	*340	*202	164	210	*139	174	138	*446	37
1874	*277	871	347	256	173	182	233	144	165	316	177	120	871	31
1875	91	*796	168	259	174	130	177	116	172	121	119	86	836	24
1876	127	231	178	96	124	130	106	149	121	167	168	119	268	24
1877	154	95	150	153	294	123	138	131	144	154	180	74	294	25
1878	145	98	83	152	197	243	105	93	114	92	110	152	252	19
1879	80	49	104	106	90	113	114	91	145	87	77	102	155	21
1880	111	60	159	122	183	132	120	*435	192	209	198	139	*435	26
1881	*599	*358	140	188	116	229	267	97	407	120	169	164	*599	31
1882	162	249	173	*2141	317	472	209	407	173	*614	*1340	221	*2141	34
1883	159	558	231	900	210	177	340	161	405	259	201	130	1028	32
1884	98	172	169	156	142	176	363	216	271	356	292	126	411	34
	Vertikalintensität in Einheiten der 4. Decimale.													
1873	599	360	494	454	211	240	215	185	176	306	170	227	729	31
1874	215	*541	510	319	150	164	153	164	272	655	179	71	*751	28
1875	87	557	165	266	129	92	100	85	194	122	96	71	557	16
1876	102	325	236	57	68	132	57	97	103	226	133	216	559	15
1877	140	65	96	102	381	84	119	94	145	98	137	112	404	11
1878	111	108	69	104	205	436	42	50	53	54	92	96	436	09
1879	67	35	89	97	78	73	51	55	92	49	46	84	129	09
1880	71	47	160	100	182	74	71	616	232	197	191	142	616	15
1881	*835	222	107	197	70	184	235	58	444	96	*320	145	*835	16
1882	149	131	134	668	538	344	207	391	115	*544	*1110	265	*1110	20
1883	118	309	243	661	194	181	293	159	449	215	419	101	681	26
1884	65	108	188	189	93	156	392	111	335	204	420	95	454	14

zusammenhält oder besser graphisch darstellt[1]), so ist ohne weiteres ersichtlich, dass zwar der säculare Gang im allgemeinen für die verschiedenen Elemente und für ihre verschiedene Behandlung derselbe ist, dass aber in den Details doch beträchtliche Abweichungen sich ergeben. Ausser der Zahl und Ausdehnung der Flecken könnte aber

1) Gerne hätte ich auch noch die Summe der Störungsbeträge in jedem Monat beigefügt, doch stehen diese, eine grosse Rechnungsarbeit erheischenden Daten mir zur Zeit noch nicht zu Gebote.

Digitized by Google

auch noch ihre Constitution und Veränderlichkeit zum Vergleich herbeigezogen werden, und ebenso wären auch andere Erscheinungen, wie die Fackeln und Protuberanzen zu berücksichtigen. Es ist denkbar, dass die einen dieser Phänomene auf der Sonne zu gewissen Veränderungen im Erdmagnetismus und die anderen wieder zu besonderen anderen Erscheinungen des letzteren in näherer Beziehung stehen, und es wird durchaus nothwendig sein, dass wir gerade in dieser Richtung unsere Forschungen erweitern und vertiefen, wenn wir zu einer näheren Einsicht über das Ursächliche des Zusammenhanges der Variationen des Erdmagnetismus mit den Vorgängen auf der Sonne gelangen wollen.

Ich glaube nun, dass wir in dieser Erkenntnis vermittelst der Sonnenphotographien einen Schritt weiter kommen könnten, wenn diese eben für diesen speciellen Zweck nach einem anderen Princip als bisher angefertigt würden. Auf den astronomischen Observatorien, die sich damit beschäftigen, pflegt man gewöhnlich jeden Tag, wo es der Zustand des Himmels gestattet, ein bis zwei Aufnahmen der Sonne in beschränkter Grösse, d. h. von ungefähr 120^{mm} Durchmesser, zu machen, welche dann hauptsächlich zur Zählung, Ausmessung und Positionsbestimmung der Flecken verwendet werden. Für die Vergleichung mit den magnetischen Variationen wäre es aber offenbar wenn nicht wichtiger, so doch mindestens ebenso wichtig, die Veränderungen in den Flecken und Fackeln in kürzerer Zeit kennen zu lernen, was durch viele rasch aufeinander folgende Aufnahmen der Sonne in grösserem Maassstabe zu erreichen wäre. Damit aber hierbei nicht viel Unnützes gemacht und dadurch überflüssige Unkosten verursacht werden, wären vor der Hand nur zu Zeiten beträchtlicher magnetischer Störungen solche häufige und stark vergrösserte Sonnenaufnahmen auszuführen. Zu dem Ende ist es also nöthig, dass sie bei einem magnetischen Observatorium gemacht werden. Demgemäss halte ich den Vorschlag für gerechtfertigt, es mögen zur besseren Eruirung des Zusammenhanges der erdmagnetischen Variationen mit den Vorgängen auf der Sonne auf einigen magnetischen Observatorien mit selbstregistrirenden Apparaten, besonders solchen in höheren magnetischen Breiten, wo die Störungen sich stärker manifestiren, zugleich Photographien der Sonne angefertigt werden, und zwar vor der Hand in der Art, dass nur zu Zeiten magnetischer Störungen und vielleicht zur Controle auch hie und da bei vollkommener magnetischer Ruhe eine grössere Zahl von Aufnahmen in kurzen, z. B. 5minutlichen Intervallen, und in grossem Maassstabe gemacht werden.

Digitized by Google

Das Elektrocalorimeter im Vergleich zum Riess'schen Thermometer[1]).

Von

Prof. **Aug. Roiti.**

Prof. Gustav Wiedemann, der einen Abdruck meiner Abhandlung[2]) erhalten hatte, worin das auf die Deformation der Breguet'schen Spiralen sich gründende Elektrocalorimeter beschrieben ist, lenkte in Freundlichkeit meine Aufmerksamkeit auf eine ältere Abhandlung von E. Lenz[3]), worin sich die Erklärung findet, das Breguet'sche Thermometer, das De la Rive zur Messung der elektrischen Ströme angewendet hat, sei kein Instrument, dem man irgend welches Vertrauen schenken könne, wenn es nicht vorher einer genauen Prüfung unterworfen werde. Auch führte Prof. G. Wiedemann in seinem werthvollen Werke[4]) die auch von Poggendorff genährten Bedenken von E. Lenz wieder auf, indem er sagte, es sei nicht erlaubt anzunehmen, dass die Spirale in allen ihren Theilen gleichmässig erwärmt werde, weil der Strom sich unter die sie zusammensetzenden Metalle nach Maassgabe ihrer Leitungsfähigkeit vertheile, und wenn auch die Temperaturen gleich zu werden strebten durch Leitung, so könne doch dies nie vollkommen geschehen, da ja der Strom aufs Neue in den verschiedenen Metallen verschiedene Wärmequantitäten erzeuge. Wiedemann schliesst damit, dass er dem Riess'schen Thermometer den Vorzug gibt, in welchem man, wie bekannt ist, die Ausdehnung der Luft infolge der Wärme beobachtet, welche ihr (der Luft) von einem Metalldrahte, der den Strom leitet, mitgetheilt wird.

1) Von Herrn Verf. mitgetheilt aus N. Cim. (3) vol. XVIII (1885).

2) Ueber ein Elektrocalorimeter und einige mit ihm an der Secundärbatterie von Gaulard und Gibbs angestellte Messungen. N. Cim. ser. 3 vol. XVII.

3) E. Lenz, Ueber die Eigenschaften der magneto-elektrischen Ströme. Eine Berichtigung des Aufsatzes von Herrn De la Rive über denselben Gegenstand Ann. d. Phys. und d. Chem. Bd. 48 S. 383 (1839).

4) Die Lehre von der Elektricität Bd 2 S 389.

Digitized by Google

Es lässt sich nicht läugnen, dass die Voreingenommenheit gegen die Verwendung von bimetallischen Spiralen bei der Strommessung begründet sei, besonders wenn man sich beträchtlicher Temperaturänderungen bedienen will, wie De la Rive in der von Lenz kritisirten Arbeit gethan zu haben scheint. Aber die Uebelstände dieser Messungsmethode sind nicht derartig, wie man sie in Hinblick auf das grosse Ansehen von Lenz, Poggendorff und Wiedemann halten möchte; und sicherlich darf man die Schlussfolgerungen De la Rive's bezüglich einer behaupteten Verschiedenheit in den Gesetzen, welche den Durchgang der magnetelektrischen und der hydroelektrischen Ströme beherrschen, nicht ganz und gar dem Breguet'schen Thermometer zuschieben; sie sind vielmehr auf Rechnung der ungenügenden Kenntnisse zu setzen, wie man sie damals betreffs des thermischen Effects des Stroms bei der galvanischen Polarisation und bei der Induction hatte.

Man nimmt im allgemeinen an, dass die Deformationen einer bimetallischen Spirale den Temperaturänderungen der letzteren proportional werden, wenn die Temperatur in den beiden die Spirale bildenden Metallen dieselbe ist. Hält man dies fest, so ist klar, dass man innerhalb derselben Grenzen und mit derselben Annäherung auch die Proportionalität zwischen den Deformationen und den Temperaturänderungen auch dann annehmen muss, wenn letztere in den beiden Metallen zwar verschieden sind, aber sich in einem constanten Verhältnisse erhalten, denn die Verschiedenheit solcher Aenderungen wird denselben Effect hervorbringen, den man erhalten würde, wenn man an die Stelle des einen der beiden Metalle ein drittes, mit einem anderen Ausdehnungscoefficienten begabtes setzen würde. Ist dasjenige Metall, welches sich mehr erwärmt, das ausdehnungsfähigere, so wird eine grössere Deformation an ihm erfolgen, im entgegengesetzten Falle eine kleinere; aber immer wird die Deformation proportional zu den beiden Temperaturen sich ändern.

Wenn man also zeigt, dass in einer von einem elektrischen Strome durchflossenen Spirale die Temperaturerhöhungen über die Umgebung sich am Ende einer gegebenen Zeit proportional zu einander, und proportional zu dem Wärmebetrage verhalten, den der elektrische Strom in der Zeiteinheit daselbst entwickelt, so wird die Verwendung der Breguet'schen Spiralen, die ich in meinem Elektrocalorimeter gemacht habe, vollkommen gerechtfertigt erscheinen.

Ich setze voraus, dass es sich immer um so geringe Temperaturänderungen handelt, dass man den elektrischen Widerstand, die specifische Wärme und die Coefficienten des thermischen Leitungsvermögens als constant beibehalten kann. Unter dieser Voraussetzung

Digitized by Google

kann man, wenn $q\,dt$ der im ersten Metalle im Zeittheilchen dt entwickelte Wärmebetrag ist, den im zweiten Metalle entwickelten durch $h\,q\,dt$ ausdrücken, wo h eine Constante ist. Bezeichnen wir ferner durch ϑ_1 und ϑ_2 die Temperaturüberschüsse, welche die beiden Metalle in der Zeit t über ihre Umgebung zeigen, so können wir mit $c_1 \frac{d\vartheta_1}{dt} dt$ und mit $c_2 \frac{d\vartheta_2}{dt} dt$ die zu ihrer Erwärmung verwendete Wärme, mit $a_1 \vartheta_1 dt$ und mit $a_2 \vartheta_2 dt$ die der Umgebung mitgetheilte Wärme, und mit $b(\vartheta_1 - \vartheta_2)$ die vom ersten Metalle dem zweiten abgetretene Wärme bezeichnen; sonach können wir folgende Gleichungen aufstellen:

$$\left.\begin{aligned} c_1 \frac{d\vartheta_1}{dt} + (a_1 + b)\,\vartheta_1 &= q + b\vartheta_2 \\ c_2 \frac{d\vartheta_2}{dt} + (a_2 + b)\,\vartheta_2 &= hq + b\vartheta_1 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

wo a, b, c, h Constanten sind, und q eine gegebene Function der Zeit t. Ferner müssen die unbekannten Functionen ϑ_1 und ϑ_2 gleich Null werden für $t = 0$.

Setzt man:

$$\varphi = \vartheta_1 + \lambda \vartheta_2 \tag{2}$$

so können die Gleichungen 1 gegeben werden durch:

$$\frac{d\varphi}{dt} + \left(\frac{a_1 + b}{c_1} - \frac{b}{c_2}\lambda\right)\varphi = \left(\frac{1}{c_1} + \frac{h}{c_2}\lambda\right) q \tag{3}$$

wo man für λ die zwei Werthe λ_1 und λ_2 substituiren wolle, welche der Gleichung genügen:

$$\lambda^2 - \frac{c_2(a_1 + b) - c_1(a_2 + b)}{bc_1}\lambda - \frac{c_2}{c_1} = 0. \tag{4}$$

Setzt man nun:

$$A = \frac{a_1 + b}{c_1} - \frac{b}{c_2}\lambda; \quad B = \frac{1}{c_1} + \frac{h}{c_2}\lambda,$$

so wird aus Gl. 3:

$$\frac{d\varphi}{dt} + A\varphi = Bq \tag{3*}$$

dies gibt

$$q = Bc^{-At} \int_0^t q e^{At}\,dt.$$

Digitized by Google

Nun ist, falls der Strom constant ist,

$$q = \text{const.},$$

und mithin wird, wenn man

$$\psi = \frac{B}{A}(1 - e^{-At})$$

setzt, sein:

$$\varphi = \psi q.$$

Sind die Ströme periodisch veränderlich, und zwar so, dass die Periode τ gegenüber t sehr klein ist, so wird man erhalten:

$$\int_0^t q e^{At} dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau q dt \int_0^t e^{At} dt;$$

somit wird, wenn man für die in der Zeiteinheit entwickelte Wärme schreibt:

$$q' = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau q dt,$$

ebenfalls sein:

$$\varphi = \psi q'.$$

Wenn ferner ψ_1, ψ_2 die den zwei Wurzeln λ_1, λ_2 entsprechende Werthe bezeichnen, so wird nach Gl. 2 sein:

$$\vartheta_1 = \frac{\lambda_1 \psi_2 - \lambda_2 \psi_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot q'; \quad \vartheta_2 = \frac{\psi_1 - \psi_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \cdot q'.$$

Und man sieht, dass die Temperaturüberschüsse am Ende einer gegebenen Zeit sowohl einander, als der Wärme proportional sind, die von dem Strome während der Zeiteinheit in einem der Metalle entwickelt wird.

Sendet man also einen Strom eine bestimmte Zeit lang in eine bimetallische Spirale, so kann die durch die Erwärmung verursachte Deformation das Maass der entwickelten Wärme abgeben, und man kann mithin das Elektrocalorimeter erspriesslich dem Elektrodynamometer substituiren.

Wenn diese theoretische Rechtfertigung nicht genügt, so erinnere ich an die von mir angeführte Vergleichung (Tabelle I der citirten Abhandlung) zwischen dem Elektrocalorimeter und der absoluten Tangentenbussole, woraus hervorging, dass die Angaben des ersten

Digitized by Google

Instruments dem Quadrat der Stromintensität proportional waren. Der einzige Einwurf, den man noch erheben kann, liegt darin, dass ich bei diesem Vergleiche den constanten Strom der Daniell'schen Kette benutzt habe, und hernach zum Studium der Secundärbatterie von Gaulard und Gibbs in das Calorimeter nothwendig veränderliche Ströme habe eintreten lassen müssen.

Um diesen Einwand zu beseitigen, und um experimentell nachzuweisen, dass die Breguet'schen Spiralen sich proportional zu der von periodischen Strömen entwickelten Wärme deformiren, habe ich das Elektrocalorimeter mit dem von Allen für richtig gehaltenen Riess'schen Thermometer verglichen.

Anstatt, wie Riess angegeben hat, die Höhenänderungen einer flüssigen Säule in der Capillarröhre seines Thermometers zu beobachten, habe ich eine kleine Vorrichtung angewendet, deren ich mich seit mehreren Jahren bei Vorlesungen bediene zum Nachweise der thermischen Wirkungen der Entladungen und der elektrischen Ströme.

Ich lasse das Riess'sche Thermometer ohne Flüssigkeit, verbinde dessen Röhre mit einer Movey'schen Trommel[1]), worauf ich an der Stelle des Hebels einen kleinen Spiegel befestigt habe, und projicire auf einer verticalen Scala das Bild eines vor einer Flamme aufgespannten Fadens. Die Empfindlichkeit des Thermometers wird auf diese Art so viel erhöht, als nöthig ist, um es mit dem Elektrocalorimeter vergleichen zu können.

Der Strom vertheilte sich auf zwei Stromverzweigungen, die aus den zwei Instrumenten und aus zwei Rheochorden gebildet waren, und zwischen den Verzweigungspunkten befand sich der gewöhnliche Schlüssel von sehr kleinem Widerstande, welcher die Circulation der Elektricität in den Instrumenten während der ganzen Zeit, in der er niedergesenkt war, aufhob, und der hernach während einer nach dem Pendel bestimmten Zeit gehoben wurde.

Mit Unterbrechungen wurde entweder ein Daniell'sches Element, oder ein Maschinchen von Marcel Deprez angewendet, das so modificirt war, dass es Wechselströme lieferte, und ich liess die mittlere Stromintensität sich ändern, sei es durch Einschaltung von Widerständen in den Hauptzweig, oder durch Veränderung der Geschwindigkeit der elektromagnetischen Maschine. Ferner konnte das Verhältnis der Empfindlichkeit der beiden Apparate geändert werden mittels des Rheochords, der mit jedem derselben in ihrem Nebenzweige verbunden war.

1) Tambour à lévier. — Siehe „La méthode graphique" von E. J. Marey, S. 446.

Digitized by Google

Ein Missstand zeigte sich jedoch, der den Vergleich beider Instrumente weniger genau machte, als ich gewünscht hätte. Die Geschwindigkeit der beiden Instrumente ist sehr verschieden; denn das Riess'sche Thermometer kam an seiner definitiven Abweichung viel früher an, als das Elektrocalorimeter, und daher hängt das Verhältnis der Empfindlichkeit sehr von der Zeit ab, während welcher der Schlüssel gehoben ist, um den Strom in die Instrumente eintreten zu lassen. Dies würde so schlimm nicht sein, wenn man in beiden die definitive Ablenkung erwarten könnte, oder auch, wenn man, während man die einem kurzen Durchgang entsprechende grösste Ablenkung beobachtet, die Trägheit der beweglichen Theile in den beiden Apparaten ausser Acht lassen dürfte. Aber das Erstere und das Zweite ist nicht möglich.

Das Erste ist nicht möglich, weil das Riess'sche Thermometer für eine lange Beobachtung nicht genügend vor Störungen geschützt ist, und auch für kurze Beobachtungen viel weniger regelmässige Angaben liefert als das Elektrocalorimeter.

Die Trägheit der beweglichen Theile aber ist um deswillen nicht zu vernachlässigen, weil die zwei Spiegelchen ziemlich massiv sind, und beträchtlich verschiedene Geschwindigkeiten haben, wenn man den Schlüssel senkt, um die Ablesungen vorzunehmen. Ich bin deshalb überzeugt, dass man es diesem Umstande zuschreiben muss, wenn die Zahlen der folgenden Tabelle andeuten, dass die Angabe des Elektrocalorimeters etwas rascher zunimmt als jene des Riess'schen Thermometers; ebenso bin ich überzeugt, dass es mir gelingen wird die vollkommene Constanz des Verhältnisses zwischen den Angaben der beiden Instrumente nachzuweisen, wenn es mir glücken wird, das Riess'sche Thermometer besser vor den äusseren Einflüssen zu schützen und die Schnelligkeit des Elektrocalorimeters zu erhöhen.

Die geringe Schnelligkeit, die es jetzt hat, schreibe ich den zwei Silberdrähten zu, die ich zwischen die dicken Rheophore der Stromzweige und die Breguet'schen Spiralen gestellt habe, um in diesen die Wärme besser zu localisiren. Diese Drähte erwärmen sich früher als die Spiralen, und die Wärme muss sonach durch Leitung und folglich mit einer gewissen Langsamkeit auf letztere übergehen, während die dünne Platinspirale im Riess'chen Thermometer direct an dicken Messingstiften befestigt ist, welche eine abkühlende Wirkung haben.

Beseitige ich diese Silberdrähte, so opfere ich etwas von der Empfindlichkeit, die ohnehin schon übergross ist, und gewinne an Schnelligkeit.

Digitized by Google

Diese Abänderungen kann ich jedoch nicht sogleich vornehmen, da ich in nächster Zeit abwesend sein werde, und ich muss mich deshalb einstweilen damit begnügen, die folgende Versuchsreihe anzuführen, obschon sie bessere Uebereinstimmung zu wünschen übrig lässt. In jedem Falle aber scheint sie mir, auch trotz ihrer Unvollkommenheit, infolge der Identität der mittleren Verhältnisse, die von der Säule und von der elektromagnetischen Maschine gewonnen worden sind, hinreichend zu beweisen, dass die von mir mittels des Elektrocalorimeters aus dem Secundärgenerator von Gaulard und Gibbs erzielten Resultate Vertrauen verdienen.

Dauer des Stromdurchgangs 10 Minuten.

N ist die Ordnungszahl der Beobachtungen,
V ist die Tourenzahl der elektromagnetischen Maschine,
α sind die Ablenkungen des Elektrocalorimeters,
β sind die Ablenkungen des Riess'schen Thermometers,
Δ ist die Differenz mit dem Mittel von $\frac{\alpha}{\beta}$.

I. Constanter Strom der Daniell'schen Säule:

N	α	β	$\frac{\alpha}{\beta}$	Δ
	c	c		
7	4,03	3,85	1,047	−0,034
6	5,05	4,83	1,046	− 35
5	6,54	5,98	1,094	+ 13
8	7,60	7,07	1,075	− 6
4	8,76	8,38	1,045	− 36
20	10,34	9,46	1,093	+ 12
9	10,47	9,92	1,055	− 26
22	10,78	10,00	1,078	− 3
2	12,34	11,22	1,100	+ 19
30	13,43	12,56	1,069	− 12
10	15,22	13,85	1,100	+ 19
23	15,61	14,33	1,089	+ 8
31	16,23	14,88	1,091	+ 10
3	17,27	15,69	1,101	+ 20
1	18,66	17,00	1,098	+ 17
26	19,62	17,57	1,112	+ 31
		Mittel:	1,081	

Digitized by Google

II. Periodischer Strom der magnetelektrischen Maschine.

N	V	α	β	$\frac{\alpha}{\beta}$	$\varDelta$
		c	c		
17	80	5,67	5,36	1,058	— 0,025
11	30	8,82	7,48	1,112	+ 29
27	30	9,10	8,75	1,040	— 43
18	30	10,27	9,60	1,070	— 13
16	30	10,71	10,27	1,043	— 40
28	34	11,17	10,47	1,067	— 16
21	30	12,31	11,31	1,088	+ 5
19	30	12,44	11,60	1,072	— 11
12	30	13,43	12,10	1,110	+ 27
29	20	14,65	13,58	1,079	— 4
14	30	14,83	13,68	1,084	+ 1
13	30	16,88	15,35	1,100	+ 17
24	30	18,59	16,68	1,115	+ 32
15	30	18,73	17,09	1,096	+ 13
25	30	19,46	17,41	1,118	+ 35
			Mittel:	1,083	

Digitized by Google

Eingesendete Bücher.

H. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik. 2. Aufl. 1. Lief. Leipzig, 1886, Verlag von L. Voss. Mit der vorliegenden 1. Lieferung beginnt eine zweite Auflage des im Buchhandel längst vergriffenen classischen Werkes, die nicht ein unveränderter Abdruck der ersten sein wird, sondern in welcher alle Fortschritte die die Wissenschaft seither zu verzeichnen hat, Berücksichtigung finden werden. Die erste Lieferung enthält als Einleitung die anatomische Beschreibung des Auges, sodann als ersten Abschnitt des eigentlichen Gegenstandes die Dioptrik des Auges. Das ganze Werk soll in 10 Lieferungen à 3 Mk. complet werden.

E. Netoliczka, Illustrirte Geschichte der Elektricität. Wien 1886, Verlag von A. Pichler's Wittwe & Sohn. 288 S. mit zahlreichen Abb. 3 Mk. Der Inhalt des Buches zerfällt in drei Abschnitte: 1. Von den ältesten Zeiten bis zur Entdeckung des Galvanismus. 2. Von der Entdeckung des Galvanismus bis zum Aufblühen der Elektrotechnik. 3. Die drei Hauptrichtungen der neuen Elektrotechnik. Die Darstellung des reichhaltigen Stoffes muss in vorliegendem Buche, so kurz es auch gefasst ist, als eine sehr gelungene bezeichnet werden, aus der zu ersehen ist, dass der Autor sich nicht bloss auf ein Zusammentragen des Materials beschränkte, sondern dasselbe auch einer gründlichen Verarbeitung unterwarf. Besonders zu betonen wäre auch die Berücksichtigung der neuesten Forschungen sowohl auf theoretischem wie auf praktischem Gebiete.

Der Naturforscher, herausgegeben von O. Schumann. 1886, 1. Quartal. Dieses vorzügliche und allbekannte Journal, das bisher von Sklarek redigirt wurde, soll von nun ab ganz den früheren Intentionen entsprechend weitergeführt werden, d. h. es soll eine Uebersicht der neuesten Forschungen auf allen Gebieten der Naturwissenschaft geben. Die Ausstattung schliesst sich vollständig an die bisherigen Jahrgänge an. Besonders zu bemerken ist der niedrige Preis von 2,50 Mk. pro Quartal, da das Journal wöchentlich erscheint.

Digitized by Google

Im Kommissionsverlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen und direkt oder durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

Telegraph und Telephon
in Bayern.

Ein Handbuch
zum Gebrauche für Staats- und Gemeinde-Behörden, Beamten und die Geschäftswelt.

Bearbeitet von

Michael Schormaier und **Joseph Baumann.**

Lex. 8⁰. IX und 312 Seiten mit 44 in den Text gedruckten Abbildungen und einer Karte des kgl. bayr. Eisenbahn- und Telegraphennetzes. Gebunden Preis 7 M.

Inhalt: I. Teil. **Einleitung. — Die Stromquellen.** — A. Die galvanischen Elemente, das Leclanché-, Daniell-, Meidinger-, Kohlfürst-, Marié Davy- und Fuller-Element. B. Die Accumulatoren. C. Die elektrischen Maschinen. — **Die Arten der Stromverwendung.** Arbeitsstrom, Ruhestrom, Telephonschaltung, Morse-Alphabet, Hughes-Schaltung, Baudot, Telephonschaltung mit Mikrophon, chemischer Telegraph, Kabeltelegraphie. — **Die Leitung.** — **Apparatenlehre.** a) Staatstelegraphen, I. das Morse-Apparatsystem, 1. Morse-Schreibapparat, 2. Taster, Einfacher Stromlauf, A. Arbeitsstrom, B. Ruhestrom, Morse-Zeichen. II. Hilfsapparate, 1. Relais, 2. Blitzableiter, 3. Galvanoskop, 4. Umschalter, 5. Übertrager, 6. künstliche Widerstände, 7. das Wittwer'sche Läutewerk. III. Typendruck-Telegraphenapparat von Hughes; Hauptteiledes Hughes-Apparates, Laufwerk, Klaviatur, Schlittenachse, Elektromagnet, Typenradachse, Druckachse, Kommutator, Interruptor, Blitzableiter, Stromlauf, Leistungsfähigkeit. b) Eisenbahntelegraphen. Allgemeine Übersicht. I. Magnetzeigertelegraph von Siemens & Halske. II. Elektrische Signal-Läutewerke, System Siemens, 1. Signal-Läutewerke, a) Induktor, b) Stationsläutewerk, c) Registrierapparat, d) Bahnwärterläutebude, e) Sperrsignalläutewerke. III. Elektrische Signal-Läutewerke, System Frischen. IV. Telephon. c) Die Telephonapparate, a) Apparate bei den Teilnehmern, b) Zwischenumschalter, c) Apparate der Umschaltebureaus. — **Betriebsstörungen und Messinstrumente.** — Leitungsstörungen und Störungen der Stationseinrichtungen, die Meſsinstrumente, Untersuchungen der technischen Einrichtungen einer Telegraphenstation bei Betriebsstörungen, Feststellung, ob der Fehler innerhalb oder auſserhalb der Station liegt, Einzeluntersuchung der inneren Einrichtung einer Telegraphenstation, Untersuchung von Telephonstationen. — **Die Feldtelegraphie und die städtischen Feuertelegraphen.** — Die Feldtelegraphie. A. Allgemeiner Teil. I. Organisation der Feld- und Etappentelegraphie. I. Heimische Staatstelegraphie, II. Etappentelegraphie, III. Feldtelegraphie, IV. Vorpostentelegraphie, V. Ballon- und Brieftaubendienst. 1. Die Feldtelegraphenabteilungen, 2. die Reserve-Feldtelegraphenabteilungen, 3. die Etappentelegraphenstationen, 4. Chef der Militärtelegraphie, 5. die heimische Staatstelegraphie. II. Verwertung und Unterbrechung der ständigen Telegraphenanlagen auf dem Kriegsschauplatze. B. Organisatorischer Teil. I. Zusammenstellung der Feld- und Reserve-Feldtelegraphenabteilung, II. Bekleidung, Ausrüstung, Bewaffnung und Verpflegungsetat, III. Mobilmachung und Demobilmachung. C. Technischer Teil. I. Die Feldtelegraphenbatterien, II. die Leitungsmaterialien, III. die Stationsapparate, IV. die Fahrzeuge der Telegraphenabteilung. Die städtischen Feuertelegraphen. — **Das Telegraphennetz, die Telephonanlagen und die pneumatische Anlage in München.** — Das Telegraphennetz, die Telephonanlagen, pneumatische Anlage zur Telegrammbeförderung in München. — **Geschichtliche, statistische, biographische und literarische Angaben. — Maſse.** —

II. Teil. **Organisation.** — A. Im Allgemeinen. B. Im Einzelnen. Stellung der Telegraphie im Reiche, Telegraphenverwaltungsbehörden, Eisenbahnbetriebstelegraphen und ihr Verhältnis zur Staatstelegraphie, Telegraphenunterrichtskurs, Amtsbibliotheken. — **Telegraphenbetrieb.** — **Telegraphenordnung mit Erläuterungen.** — Nachtrag zur Telegraphenordnung. — **Telegraphen-, Rechnungs- und Kassawesen.** — Zusammenstellung der wesentlichen Bestimmungen über die gebührenfreie Beförderung von Telegrammen

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (4/6)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/6)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

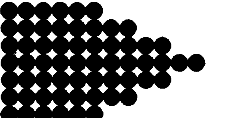
S. SCHUCKERT, Nürnberg,

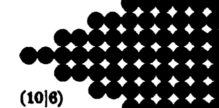
Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (3/6)





(10|6)

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Die Wärme.

Nach dem Französischen d. Prof. Cazin deutsch bearb.
von Prof. **Dr. Ph. Carl.**

Inhalt: *Allgemeine Wärmeerscheinungen. — Das Thermometer. — Wärmequellen. — Wärmestrahlung. — Wärmeleitungsfähigkeit. — Volumenveränderung. — Schmelzen und Festwerden. — Verdunstung und Sieden. — Veränderung des Aggregatzustandes. — Die Wärme auf der Erde.*

Zweite Auflage. 1877. 8. 307 S. m. 92 Holzschn.
Geh. 3 M., eleg. in Ganzleinwand geb. 4 M.
Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Ein Physiker

akadem. gebildet, besonders vertraut mit physikal. Unterrichts-App. wird von einer grossen mechan. Werkstatt als wissenschaftlicher u. technischer Leiter gesucht, per bald oder später. Sehr tüchtige und für diesen Posten befähigte Herren wollen genaueste Offerten mit curr. vit. an **Haasenstein & Vogler, Leipzig sub. K. O. 667** frco. einsenden. Genaue Kenntniss der angewandten Elektrotechnik und der praktischen Herstellung ist erforderlich. Wirklich befähigte Herren würden hier sich Lebensstellung gründen können. (11/6)

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Soeben erschien:

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

klein 8. VIII und 79 Seiten. Preis gebunden 1 M. 60 Pf.

Digitized by Google

Harvard

XXII. Band. 7. Heft

SEP 14

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 7. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 6).

Jahrgang 1886 Nr. 16 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 17 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 18 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 19 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

Digitized by Google

SEP 14 1886

Ueber Herrn Worthington's Bemerkung gegen den Beweis, dass der leere Raum ein Elektricitätsleiter ist.

Von

E. Edlund.

In der englischen Zeitschrift „Nature" vom 8. März 1883 und nachher im „Philosophical Magazine" vom März[1]) 1885 hat Herr Worthington ein Experiment beschrieben, das seiner Meinung nach beweisen sollte, dass der leere Raum ein Isolator für die Elektricität ist. Sein Experiment bestand darin, dass er eine kleine Platinakugel in einer Glasröhre aufhängte, aus welcher die Luft herausgepumpt wurde, wodurch die Platinakugel von allen Seiten von leerem Raume umgeben war. Wenn man nun einen in unmittelbarer Nähe befindlichen Körper elektrisirte, so zeigte der Versuch, dass die Kugel dadurch eine Einwirkung erlitt. Die Influenzwirkung fand also durch den leeren Raum statt, was nach Herrn Worthington's Meinung nicht geschehen könnte, wenn der leere Raum ein guter Leiter wäre; denn bekanntlich kann ein Körper, der von allen Seiten von einem festen oder flüssigen Leiter umgeben ist, keine Einwirkung durch einen äussern, elektrisirten Körper erleiden. Wir haben den gemachten Versuch bestätigt befunden, werden aber in der Folge zeigen, dass das von Worthington daraus gezogene Resultat nicht berechtigt ist.

Wir benutzten beim Versuche eine Glasröhre, deren Form die beigefügte Figur zeigt. In der äusseren Röhre A, die mit einer Quecksilberpumpe in Verbindung gesetzt wurde, befand sich eine innere, geschlossene Röhre B, in welcher an einem an der inneren Seite der Röhre befestigten Kupferdraht b, ein kleines Goldblatt c befestigt war. Dieses Goldblatt war so kurz, dass es die Röhrenwand nicht berührte, wenn es sich in einen rechten Winkel gegen den Draht b stellte. Um den Versuch dem des Herrn Worthington mehr ähnlich zu machen,

1) Vergl. dieses Repert. Bd. 21 S. 422 (1885).

Digitized by Google

wurde zuerst eine Glasröhre benutzt, in welcher keine innere Röhre aufgehängt war, so dass das Goldblatt im leeren Raume selbst hing, doch war das Resultat dasselbe, weshalb wir nur eine Versuchsserie zweiter Art mittheilen.

Als die Luft in der Röhre *A* den Druck einer Atmosphäre hatte, stellte sich das Goldblatt winkelrecht gegen den Draht *b* als ein elektrisirter Körper gegen die Seite der Röhre geführt wurde.

Druck = 46^{mm}. Das Blatt verhielt sich ungefähr ebenso, als wie die Röhre mit Luft angefüllt war. Es stellte sich winkelrecht gegen den Draht *b*.

Druck = 33^{mm}. Das Blatt *c* stellte sich noch immer winkelrecht gegen den Draht *b*.

Druck = 20^{mm}. *c* stellte sich beinahe winkelrecht gegen den Draht *b*.

Druck = 10^{mm}. Das Blatt *c* rührte sich ziemlich stark, als der elektrisirte Körper sich näherte, stellte sich jedoch nicht winkelrecht gegen den Draht *b*.

Druck = 4^{mm}. Das Blatt bewegte sich etwas, doch unbedeutend.

Druck = $2{,}7^{mm}$. Dto.

Druck = $0{,}046^{mm}$. Das Blatt rührte sich sehr wenig, oscillirte aber etwas, als der elektrisirte Körper sich näherte.

Druck = $0{,}039^{mm}$. Dto.

Druck = $0{,}0167^{mm}$. Dto.

Druck = $0{,}0116^{mm}$. Jetzt stellte sich das Blatt *c* wieder winkelrecht gegen den Draht *b*, wie im luftgefüllten Raume.

Druck = $0{,}0105^{mm}$. Dto.

Druck = $0{,}0099^{mm}$. Dto.

Dieser Versuch stimmt also mit dem des Herrn Worthington insofern überein als die Induction wirklich durch die Luft stattfindet, wenn diese sich so verdünnt hat, dass ihre Dichtigkeit sich dem Nullpunkte nähert. Diese Versuche zeigen aber daneben, dass die Induction bedeutend schwächer ist, wenn der Luftdruck zwischen 4 und $0{,}016^{mm}$ liegt. Zwischen diesen Grenzen verhält sich also die Luft in dieser Hinsicht wie ein Leiter, obgleich nicht von bester Beschaffenheit. Nun ensteht die Frage, wie dies Verhalten der Luft in zuverlässiger Weise erklärt werden kann.

Wenn man die rechte Ursache eines Naturphänomens angeben will, darf man nicht ausschliesslich an eine einzige seiner Eigenschaften denken, sondern muss alle bekannten Verhältnisse, die mit demselben im Zusammenhange stehen, in Betracht ziehen, was leider nicht immer geschieht. Wir müssen deshalb zuerst einige schon bekannte Verhältnisse zwischen der Elektricität und den Gasen in Erwägung ziehen.

Digitized by Google

Wenn man die Leitungsdrähte von einem Ruhmkorff'schen Inductorium mit den Elektroden einer Glasröhre, aus der die Luft durch eine Quecksilberpumpe entfernt werden kann, verbindet, so findet man bekanntlich, dass der Strom in demselben Maasse steigt, wie die Luft sich verdünnt, bis die Verdünnung eine gewisse Grenze erreicht hat; wächst aber die Verdünnung noch weiter, so fängt der Strom wieder an, schwächer zu werden und vermag bei der grössten Verdünnung nicht mehr die verdünnte Luft zu durchdringen. Hieraus hat man mit Unrecht geschlossen, dass der Widerstand der Luft abnimmt, wenn die Verdünnung steigt, bis man die genannte Grenze erreicht, wonach er wieder bei weiterer Verdünnung zuzunehmen anfängt und zuletzt so gross wird, dass der Strom nicht durchdringen kann. Durch eine kleine Veränderung desselben Versuches kann man sich leicht davon überzeugen, dass ein solcher Schlusssatz unrichtig ist. Wenn der Luftdruck grösser ist als der Druck, bei welchem die Stromstärke wie oben erwähnt, am grössten ist, so findet man, dass die Stromstärke in demselben Maasse geringer wird, wie man den Abstand zwischen den Elektroden in der Röhre vergrössert. Dies erklärt sich natürlich dadurch, dass der Widerstand der Luft in demselben Maasse zunimmt, wie die Länge der Luftsäule, die der Strom durchlaufen muss. Wenn man dagegen den Abstand zwischen den Elektroden, da der Luftdruck bedeutend niedriger ist, als der, welcher der schon erwähnten Grenze entspricht, verlängert, so hat der Abstand zwischen den Elektroden keinen Einfluss auf die Stärke des Stroms; dieser ist ebenso gross, mag der Abstand z. B. einige Millimeter oder eine grössere Anzahl von Centimeter sein, eine Thatsache die durch mehrere Versuche bestätigt worden ist. Dieses kann unmöglich auf andere Weise erklärt werden, als dass der Widerstand der stark verdünnten Luft sehr gering ist. Auf welche Weise diese Widersprüche ihre Lösung finden können, kann man aus folgendem Versuche ersehen. Man verbindet die eine Elektrode der Röhre, die, wie wir soeben annahmen, beim Versuche mit dem Inductorium benutzt wurde, mit dem einen Pole der Holtz'schen Elektrophormaschine, und die andere Elektrode mit einem Leitungsdraht, dessen freies Ende mit einer Metallkugel versehen ist, die in einige Entfernung von dem anderen Pole der Maschine gestellt wird. Um die Stelle herum, wo die Röhre ihren Platz hat, bildet man eine Nebenleitung, in die man ein Galvanometer einsetzt. Diese Nebenleitung, mit der Röhre und den Galvanometerwindungen zusammen, bildet auf diese Weise einen geschlossenen Kreis. Wenn der Widerstand in der Nebenleitung auf gehörige Weise abgepasst ist, so geht, wenn die Maschine in Gang gesetzt wird, ein Theil der Entladung durch die Röhre unter Funkenbildung, und

Digitized by Google

der andere Theil durch die Nebenleitung und die Windungen des Galvanometers, wobei dieses einen bedeutenden Ausschlag macht, der andeutet, dass ein Strom in entgegengesetzter Richtung gegen die Entladung durch die Windungen des Galvanometers geht. Der Ausschlag kann 30 bis 40 mal grösser werden als der, welchen man erhält, wenn man die ganze Entladung der Maschine ohne Nebenleitung durch die Galvanometerwindungen gehen lässt, und geht immer in entgegengesetzter Richtung gegen den Ausschlag der Entladung. Dieses beweist, dass im elektrischen Funken eine elektromotorische Kraft liegt, die einen Strom in entgegengesetzter Richtung gegen die Entladung[1]) sendet. Eine nähere Untersuchung zeigt, dass diese Kraft oder diese Kräfte, denn in der That sind es zwei, ihren Platz auf den Uebergangsstellen zwischen der Luft und den Elektroden haben und beide in entgegengesetzter Richtung gegen die Entladung wirken. Wenn man nun allmählich die Luft aus der Röhre pumpt, so findet man, dass die Ausschläge immer geringer werden, bis man zu der Verdünnung kommt, bei welcher der Ausschlag beim Versuche mit dem Inductorium am grössten wurde, denn da werden die besagten Ausschläge am geringsten. Wird die Verdünnung über diese Grenze hinaus fortgesetzt, so fangen die Ausschläge wieder in demselben Maasse an zuzunehmen wie die Verdünnung grösser wird.

Es ist wohl überflüssig zu bemerken, dass, da in dem Funken, der bei der Entladung der Elektrophormaschine gebildet wird, sich elektromotorische Kräfte vorfinden, die in entgegengesetzter Richtung gegen den Entladungsstrom wirken, auch eben solche Kräfte in dem Funken sein müssen, der entsteht, wenn der Strom vom Inductorium eine Luftstrecke durchsetzt. Wird in solchem Falle der Strom von einem Inductorium gemessen, so erhält man den Unterschied zwischen dem Strome, der gebildet werden würde, wenn keine Funkenbildung stattfände, und dem Strome mit entgegengesetzter Richtung, der durch die elektromotorischen Kräfte im Funken entstand. Hieraus ist leicht zu verstehen, warum das Inductorium den stärksten Strom bei derjenigen Verdünnung der Luft gibt, bei welcher der Funken von der Elektrophormaschine die geringste Kraft zeigte. Wenn die elektromotorische Kraft des Funkens ebenso gross wird wie die Inductionskraft des Inductoriums, so vermag der Strom die Luftstrecke nicht zu durchbrechen, wie unbedeutend auch der Widerstand derselben sein mag, und dieses trifft zu, wenn die Luft hinreichend verdünnt

1) Ich habe gleichfalls bewiesen, dass eine eben solche elektromotorische Kraft sich im galvanischen Lichtbogen vorfindet, was neuerdings durch Victor v. Lang's sinnreiche Untersuchung bestätigt worden ist.

Digitized by Google

ist. Wenn dies der Fall ist, verhindern also die besagten elektromotorischen Kräfte, dass eine Bewegung, der in der Luftsäule befindlichen, elektrischen Moleküle, wenigstens in der Richtung, die der Strom erfordern würde, stattfinden kann.

Zum Beweise, dass das Resultat, zu dem wir gekommen sind, richtig ist, haben wir obige, kurze Darstellung für hinreichend gehalten, obgleich wohl mehrere Beweise dafür hätten angeführt werden können, zu deren näherer Kenntnis wir uns die Freiheit nehmen, auf die über diesen Gegenstand veröffentlichte Literatur hinzuweisen.

Wir werden nun zur Erklärung des Experimentes des Herrn Worthington, oder vielmehr zur Erläuterung der oben angeführten Versuchsreihe übergehen.

Wenn ein die Elektricität leitender Körper *a* von allen Seiten von einem Leiter *b* umgeben ist, so vermag kein elektrischer Körper *c*, der sich ausserhalb des umgebenden Leiters *b* befindet, eine Influenzwirkung auf *a* auszuüben. Dies kommt daher, dass *c* eine Influenzwirkung auf *b* ausübt, wodurch *b* auf der Seite, die gegen *c* gerichtet ist, entgegengesetzte Elektricität gegen *c* erhält, und die elektrische Vertheilung in *b* dadurch der Art wird, dass das Potential aller Elektricität in *b* und *c* zusammen auf den in *b* eingeschlossenen Körper *a* constant und folglich die Influenzwirkung auf *a* Null wird. Wenn aber eine solche Vertheilung der elektrischen Moleküle in *b* soll entstehen können, so ist durchaus erforderlich, dass die elektrischen Moleküle in *b* der Gefässwand genähert oder von ihr entfernt werden können. Die Vertheilung besteht ja darin, dass sich ein elektrischer Ueberschuss (positive Elektricität) oder ein elektrischer Mangel (negative Elektricität) auf der Oberfläche von *b* bildet, was aber voraussetzt, dass die elektrischen Moleküle in *b* beweglich sein sollen. Sind die elektrischen Theilchen unbeweglich, so kann keine Vertheilung entstehen und folglich *a* nicht vor Influenzwirkung von *c* geschützt werden. Wir wenden dies nun auf die obengenannten Experimente an. Wenn das Goldblatt von der äusserst verdünnten Luft umgeben ist, so ist es sicherlich von einem ganz guten Elektricitätsleiter umgeben, doch können die elektrischen Moleküle sich nicht in der Richtung von und nach der Röhrenwand bewegen, weil die auf der Grenzoberfläche zwischen der verdünnten Luft und dem Glase befindlichen elektromotorischen Kräfte sie daran hindern. Diese Kräfte, die augenscheinlich normal gegen die Gefässwand wirken, legen der Kraft, welche die elektrischen Moleküle der Wand näher bringen oder sie davon entfernen soll, ein Hindernis in den Weg. Dagegen besteht kein solches gegen die Bewegung in einer gegen diese Normale winkelrechten Richtung. Irgend

Digitized by Google

eine positive oder negative elektrische Ladung kann darum nicht an den Wänden des Gefässes entstehen, und folglich kann die verdünnte Luft das Goldblatt nicht vor Influenzwirkung schützen, sondern das Goldblatt verhält sich so, als wenn die verdünnte Luft nicht existirte. Wenn der Luftdruck erhöht wird, so dass er zwischen 0,016 und $4,0^{mm}$ zu liegen kommt, so kommt man gerade zu dem Drucke, wo die besagten elektromotorischen Kräfte am geringsten sind. Hier ist freilich der Widerstand der Luft grösser als bei der äussersten Verdünnung, aber die der Bewegung entgegenwirkenden elektromotorischen Kräfte haben bedeutend abgenommen, so dass sie nicht mehr im Stande sind, die elektrische Bewegung, welche die äussere influenzirende Kraft zu bewirken sucht, zu verhindern, wodurch eine mehr oder weniger vollständige Vertheilung der Elektricität in der verdünnten Luft entsteht. Das Goldblatt wird auch bei diesem Druck fast ganz vor der von aussen kommenden Influenzwirkung geschützt, wie die Versuche beweisen. Wird der Luftdruck vergrössert, so werden sowohl der Widerstand wie auch die elektromotorischen Gegenkräfte mehr und mehr vergrössert, bis dass alle schützende Wirkung der umgebenden Luft ganz und gar aufhört.

Wenn die Luft in einer Glasröhre, die mit eingeschmolzenen Elektroden versehen ist, so viel verdünnt wird, dass der Strom von einem Inductorium nicht von der einen Elektrode zu der andern überzugehen vermag, wenn diese mit den Poldrähten des Inductoriums verbunden werden, so wird die Röhre dagegen stark leuchtend, wenn dieselben Poldrähte jeder mit seinem um die Röhre gewickelten Stanniolblatt vereinigt werden, und wenn diese Stanniolblätter nicht mit den Elektroden der Glasröhre in Verbindung stehen. Wir haben dieses und andere ähnliche Experimente als Beweis dafür angeführt, dass die verdünnte Luft ein so guter Leiter ist, dass Inductionsströme darin entstehen können, und dass der Grund, warum die directen Ströme vom Inductorium die Röhre nicht zu durchsetzen vermögen, nicht in dem grössern Widerstand der Luft, sondern dagegen in dem Hindernis iegt, welches die auf der Uebergangsoberfläche zwischen den Elektroden und der Luft befindlichen elektromotorischen Kräfte verursachen. Die Inductionsströme, die in der Röhre entstehen, wenn die Stanniolblätter geladen und entladen werden, haben kein solches Hindernis zu überwinden, denn diese Inductionsstsöme gehen parallel mit den Wänden der Röhre und brauchen von denselben weder entfernt noch ihnen genähert zu werden. Herr Worthington will nicht zugeben, dass das Leuchten der Röhre ein Beweis davon ist, dass dies Licht von wirklichen Inductionsströmen verursacht wird. Dieses könnte seiner Meinung nach davon herrühren, dass die verdünnte Luft einen Theil

Digitized by Google

der durch die Ladung und Entladung verursachten Induction absorbiert: es sollte also Licht sein, das nicht durch elektrische Ströme in der verdünnten Luft verursacht wird. Diese Erklärungsweise wird jedoch dadurch widerlegt, dass dies Licht starke Einwirkung vom Magnetismus erleidet, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man einen starken Magnet auf die Röhre hält. Dieses beweist wohl, dass das Licht von elektrischen Strömen verursacht wird; denn eine directe Einwirkung des Magnetismus auf das Licht, von der Art, um die es sich hier handelt, kennt man nicht.

Nach dem nun Angeführten glauben wir, dass das von Herrn Worthington vorgenommene Experiment in voller Uebereinstimmung mit dem steht, was man schon von früher her über den Gang der Elektricität durch Gase weiss. Nimmt man dagegen die Erklärungsweise des Herrn Worthington an, so stösst man auf Widersprüche, die, so weit wir sehen, nicht gelöst werden können.

Digitized by Google

Ueber die Zunahme der Schwere beim Eindringen in das Erdinnere.

Von

K. Weihrauch.

In dem ausgezeichneten Werke „Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie“ gibt Prof. Helmert (Bd. 2 S. 493) eine Ableitung des folgenden Satzes:

> „Die Schwerkraft nimmt zunächst zu, wenn man sich von der Erdoberfläche nach der Tiefe bewegt. Die Zunahme dauert bis zur Tiefe gleich 0,18 des Erdradius an, wo die Schwerkraft ein Maximum (gleich 1,05 mal der Schwere an der Oberfläche) erreicht, um von da an stetig abzunehmen bis zum Mittelpunkt“.

Die Voraussetzungen, welche der Ableitung zu Grunde liegen, sind folgende:

1. Die Erde wird als aus homogenen concentrischen Kugelschalen bestehend angesehen; Abplattung und Centrifugalkraft werden vernachlässigt.

2. Die Dichte θ einer Kugelschale im Abstand a vom Centrum wird durch eine Gleichung von der Form

$$\theta = \theta_c \left[1 + d_1 \left(\frac{a}{a_0}\right)^2 + d_2 \left(\frac{a}{a_0}\right)^4 + d_3 \left(\frac{a}{a_0}\right)^6\right] \tag{1}$$

bestimmt, wobei θ_c die Dichte im Centrum, a_0 der Halbmesser der Erdkugel ist (a. a. O. S. 481, Gl. 13).

Prof. Helmert findet numerisch folgende Werthe (S. 487, Gl. 22)

$$\theta = 11,3 \left[1 - 1,04 \left(\frac{a}{a_0}\right)^2 + 0,275 \left(\frac{a}{a_0}\right)^4\right] \tag{2}$$

woraus sich dann für die Schwere g_a im Abstand a vom Centrum ergibt (S. 493, Gl. 1)

$$G_a = 4\pi k^2 \theta_c a \left[\frac{1}{3} - \frac{1,04}{5} \left(\frac{a}{a_0}\right)^2 + \frac{0,275}{7} \left(\frac{a}{a_0}\right)^4\right] \tag{3}$$

$$a \overline{\gtrless} a_0.$$

Digitized by Google

Durch Bildung des Differentialquotienten $dg_a : da$ und Identificirung desselben mit Null erhält man dann sofort die oben angegebenen Schlüsse.

Die erste jener Voraussetzungen ist natürlich ohne weiteres zulässig, da es sich viel weniger um den numerischen Werth, als vielmehr um den Sinn der Schwereänderung beim Eindringen in das Erdinnere handelt. Es fragt sich aber, ob die andere Voraussetzung, welche θ als Product von θ_c mit einer nach Potenzen von a fortschreitenden Reihe darstellt, im allgemeinen zugegeben werden kann?

Hierbei ist erstens vorausgesetzt, dass θ_c, die Dichte im Centrum der Erdkugel, nicht Null sei, während es doch nicht undenkbar erscheint, dass die ganze Erdmasse etwa in zwei sphärische Oberflächen eingeschlossen sei, woraus sofort $\theta_c = 0$ resultirte.

Zweitens müsste aus der obigen Annahme unbedingt gefolgert werden, dass die Dichtigkeit θ sich überall stetig ändere, wozu, wie mir scheint, kein zwingender Grund vorhanden ist. Beim Uebergang aus der doch zur Erdmasse zu rechnenden Atmosphäre in die oberste Erdschicht findet eine sprungweise Aenderung der Dichte θ statt, und ähnliche Erscheinungen sind für das Erdinnere, so lange wir über die physische Constitution desselben noch so im unsicheren sind, wie gegenwärtig, a priori wohl kaum von der Hand zu weisen. Der für θ gewählte Ausdruck liefert aber, wie man sofort sieht, für einen bestimmten Werth von a nur einen einzigen Werth von θ, ist also zur Darstellung der im Erdinnern etwa vorhandenen Stetigkeitsunterbrechungen der Dichte unbrauchbar.

In Ed. Schmidt's mathematischer und physikalischer Geographie (Bd. 1 S. 360—364) ist die unmittelbare Zunahme der Schwere von der Erdoberfläche an nach der Tiefe ebenfalls auf Grund ganz bestimmter Voraussetzungen über die Zunahme der Dichte θ mit wachsender Tiefe bewiesen, weshalb ich hier nicht weiter darauf eingehe.

An einer anderen Stelle (Bd. 2 S. 47, Gl. 1) beweist indessen Prof. Helmert, und zwar, wie man daselbst leicht findet, nur unter Heranziehung der oben angeführten ersten Voraussetzung, mit Hilfe der Potentialtheorie die Gleichung

$$\left(\frac{dg}{dh}\right)_i = -\frac{G}{R}\left(2 - \frac{3\theta_i}{\theta_m}\right)$$

wo G die Schwere an der Erdoberfläche, $-dh$ die Tiefe, um welche man in die Erde eingedrungen, R der Erdradius, θ_m die mittlere Dichte der ganzen Erde, θ_i die Dichte der durchbrochenen Erdschicht ist. Schon dort findet sich der Schluss, dass „jedenfalls eine Zunahme

Digitized by Google

von G unterhalb der physischen Erdoberfläche bis zu einer gewissen Tiefe stattfinde".

Bei dem Interesse, welches der Satz für sich beanspruchen darf, will ich im folgenden eine directe und sehr einfache Ableitung desselben geben, die an sich freilich längst bekannt ist; nur die Formulirung des Resultats dürfte bisher nicht in der unten auszuführenden Weise versucht worden sein.

Es sei eine aus concentrischen, homogenen Schalen bestehende Kugel vom Halbmesser b gegeben. Die Dichte der Schale im Abstand a vom Centrum ($a \overline{<} b$) sei θ_a, die Masse der Kugel vom Halbmesser a sei M_a, die mittlere Dichte derselben θ'_a, die Schwere im Abstand a vom Centrum G_a. Damit ist

$$M_a = \frac{4\pi a^3}{3}\theta'_a = 4\pi\int_0^a x^2\,\theta_x\,dx, \tag{5}$$

$$\theta'_a = \frac{3}{a^3}\int_0^a x^2\,\theta_x\,dx. \tag{6}$$

Es ist leicht zu übersehen, was mit der Integration geschehen muss, wenn θ_x Stetigkeitsunterbrechungen erleidet.

Man hat ferner

$$G_a = \frac{k^2 M_a}{a^2} = \frac{4\pi}{3}k^2 a\theta'_a \tag{7}$$

wo k^2 die Attractionsconstante ist.

Man denke sich um die Kugel vom Radius a eine Kugelschicht von der Dicke da gelegt, deren Dichte θ_a wird, oder, falls für $x = a$ in θ_x eine Stetigkeitsunterbrechung eintritt, der zu $x = a + da$ gehörige Werth der Dichte; die Masse der Schicht wird dann $4\pi a^2\theta_a da$, und man erhält für die Schwere im Abstand $a + da$ vom Centrum

$$G_{a+da} = \frac{k^2}{(a+da)^2}(M_a + 4\pi a^2\theta_a da), \tag{8}$$

$$G_{a+da} - G_a = 4\pi k^2\left[\frac{a^3\theta'_a}{3}\left(\frac{1}{(a+da)^2} - \frac{1}{a^2}\right) + \frac{a^2\theta_a da}{(a+da)^2}\right] \tag{9}$$

d. h.

$$G_{a+da} - G_a = 4\pi k^2\left(\theta_a - \frac{2\theta'_a}{3}\right) da \tag{10}$$

$$\frac{dg_a}{da} = 4\pi k^2\left(\theta_a - \frac{2\theta'_a}{3}\right). \tag{11}$$

Digitized by Google

Oder: Geht man innerhalb einer aus concentrischen, homogenen Kugelschalen gebildeten Kugel aus dem Centrumsabstand $a + da$ in den Abstand a, so nimmt die Schwere zu oder ab ($G_a \gtrless G_{a+da}$), je nachdem die Dichte der durchbrochenen Schicht kleiner oder grösser ist, als zwei Drittel der mittleren Dichte der Kugel, zu welcher man gelangt ($\theta_a \lessgtr \frac{2}{3}\theta'_a$).

Eine besondere Voraussetzung über die Art, wie die Dichte mit dem Abstand vom Centrum variirt, ist hier nicht gemacht.

Für die Atmosphäre in der Höhe h über der Erdoberfläche ist die Dichte ausserordentlich viel kleiner, als die mittlere Dichte der um die Masse der Atmosphäre bis zur Höhe h vermehrten Masse der festen Erde, d. h. es muss von den Grenzen der Atmosphäre bis zur Erdoberfläche die Schwere zunehmen; ebenso muss, da die Dichte der obersten Erdschicht nur etwa die Hälfte der mittleren Dichte der ganzen Erde, beim Eindringen ins Erdinnere von der Oberfläche aus zunächst eine Zunahme der Schwere gefunden werden.

Innerhalb der festen Erdkugel bestimmt man die Maxima und Minima der Schwere, die zu den Abständen z vom Centrum gehören mögen, aus der Gleichung

$$\frac{dg_a}{da} = 0 \tag{12}$$

d. h.

$$\theta_z = \frac{2}{3}\theta'_z = \frac{2}{z^3}\int_0^z x^2 \theta_x dx. \tag{13}$$

Man findet hieraus, wenn das Gesetz für die Variation der Dichte gegeben ist, z und θ_z und hat dann für die Extreme G_z der Schwere

$$G_z = \frac{k^2 M_z}{z^2} = \frac{4\pi}{3} k^2 z \theta'_z = 2\pi k^2_z \theta_z \tag{14}$$

$$G_b = \frac{4\pi k^2 b}{3} \theta'_b \tag{15}$$

wo g_b die Schwere an der Oberfläche, θ'_b die mittlere Dichte der ganzen Erde ist, also

$$G_z = \frac{3z\theta_z}{2b\theta'_b} \cdot G_b. \tag{16}$$

Als Beispiele mögen die einfachsten Annahmen, die man bezüglich der Aenderung der Dichte im Erdinnern machen kann, gewählt werden. Da nur die mittlere Dichte θ'_b und die Dichte der obersten Schicht θ_b bekannt sind, für welche ich die Werthe nehme

Digitized by Google

$$\theta'_b = 5 \cdot 69$$
$$\theta_b = 2 \cdot 67,$$

so können die zu wählenden Formeln nur 2 Constanten enthalten.

Erste Annahme: Die Dichte wachse gleichmässig mit der Tiefe, d. h.

$$\theta_x = p - q\frac{x}{b}$$

also

$$\theta_b = p - q$$

und mit Hilfe von Gl. 6

$$\theta'_b = p - \frac{3q}{4}$$

oder schliesslich

$$\theta_x = 4\theta'_b - 3\theta_b - 4(\theta'_b - \theta_b)\frac{x}{b} = 14 \cdot 75 - \frac{12 \cdot 08}{b}$$

Daraus für die Dichte im Centrum $\theta_0 = 4\theta'_b - 3\theta_b = 14 \cdot 75$.
Der extreme Werth z bestimmt sich aus

$$\theta'_z = p - \frac{3qz}{4b} \quad \theta_z = p - q \cdot \frac{z}{b}$$

$$\theta_z = \tfrac{2}{3}\theta'_z$$

woraus

$$\frac{z}{b} = \frac{2p}{3q} = \frac{x(4\theta'_b - 3\theta_b)}{b(\theta'_b - \theta_b)} = 0{,}814$$

$$\theta_z = \frac{4\theta'_b - 3\theta}{3} = \tfrac{1}{3}\theta_0 = 4{,}92$$

$$\text{Maximum } G_z = \frac{(4\theta'_b - 3\theta_b)^2}{12\theta'_b(\theta'_b - \theta_b)} \cdot G_b = 1{,}055\, G_b.$$

Die obige Annahme liefert für z und g_z ziemlich genau dieselben Werthe, welche Prof. Helmert (a. a. O. S. 493) bei seiner Voraussetzung über θ_x erhielt.

Zweite Annahme: Die Geschwindigkeit der Dichtigkeitsänderung sei der Tiefe proportional, d. h.

$$\theta_x = p - \frac{qx^2}{b^2}$$

Daraus folgt

$$\theta_b = p - q$$
$$\theta'_b = p - \frac{3q}{5}$$

Digitized by Google

$$\theta_x = \frac{5\theta_b' - 3\theta_b}{2} - \frac{5(\theta_b' - \theta_b)}{2} \cdot \frac{x^2}{b^2} = 10{,}22 - 7{,}55 \cdot \frac{x^2}{b^2}.$$

Dichte im Centrum

$$\theta_0 = \frac{5\theta_b' - 3\theta_b}{2} = 10{,}22$$

$$\theta_z' = p - \frac{3q}{5}\frac{z^2}{b^2} \qquad \theta_z = p - q \cdot \frac{z^2}{b^2}$$

$$\theta_z = \tfrac{2}{3}\,\theta_z'$$

woraus

$$\frac{z}{b} = \sqrt{\frac{5p}{9q}} = \sqrt{\frac{5\theta_b' - 3\theta_b}{9(\theta_b' - \theta_b)}} = 0{,}867$$

$$\theta_z = \frac{2(5\theta_b' - 3\theta_b)}{9} = \tfrac{4}{9}\,\theta_0 = 4{,}54$$

$$\text{Maximum } G_z = \frac{1}{9\theta_b'} \cdot \sqrt{\frac{(5\theta_b' - 3\theta_b)^3}{(\theta_b' - \theta_b)}} \cdot G_b = 1{,}038\ G_b$$

d. h. bei obiger Annahme über das Gesetz der Dichteänderung wäre ein Maximum der Schwere in einer Tiefe gleich 0,13 des Erdhalbmessers unter der Oberfläche vorhanden.

Dorpat, 25. April 1886.

Digitized by Google

Ueber Dichtigkeitsvergleichungen aus den Höhen von Flüssigkeitssäulen, die gleich grossen Druck ausüben.

Von

C. Bohn.

Die in dieser Zeitschrift Bd. 22 S. 113 befindliche Abhandlung „Ueber ein neues Hydrodensimeter von Alois Handl“ gibt mir Anlass, eine auf demselben Gedanken beruhende Vorrichtung zu beschreiben, die ich für einfacher halte, bereits vor längerer Zeit anfertigen liess (sie war 1876 auf der Ausstellung wissenschaftlicher Geräthschaften in South-Kensington) und über welche noch nichts veröffentlicht wurde.

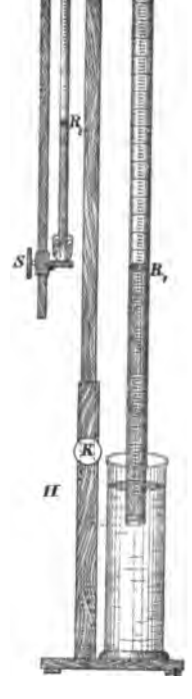
Ich gebe nachfolgend die Abmessungen des ausgeführten Apparates an; man kann aber füglich, um mit noch geringeren Flüssigkeitsmengen auszukommen, die Röhren enger machen und wird, wenn man sie länger wählt, etwas grössere Genauigkeit erzielen können.

Zwei cylindrische Glasröhren R_1 von 25^{mm} innerer Weite und 700^{mm} Länge und R_2 von 10^{mm} auf 350^{mm}, sind oben durch eine zweimal rechtwinkelig umgebogene, enge Röhre verbunden, so dass ihre Axen parallel stehen. Auf jeder Röhre ist eine Millimetertheilung angebracht, deren Nullpunkte an den unteren, offenen Enden liegen. Man senkt das weitere, längere Rohr R_1 in einen hohen Cylinder mit Wasser (oder sonstiger Vergleichsflüssigkeit) bis zum Boden des Cylinders, und schiebt unter das offene Ende von R_2 ein Bechergläschen mit der zu untersuchenden Flüssigkeit. Eine bestimmte Menge Luft ist nun im Röhrensysteme abgesperrt. Hebt man dieses, so dass die Oeffnung von R_1 noch unter Wasser bleibt und sorgt dafür, dass das offene Ende von R_2 in der Flüssigkeit bleibt, wozu man das Bechergläschen mitheben muss, so ändert nicht die Menge der abgesperrten Luft, wohl aber wächst das Volum, und ihre Spannkraft, die anfänglich gleich jener der äusseren Luft war, nimmt ab. Infolge hiervon werden in beiden Röhren Flüssigkeitssäulen gehoben, deren Drucke dieselbe Grösse messen, nämlich den Unterschied der Spannung der abgesperrten, nun

Digitized by Google

ausgedehnten Luft (deren Temperatur beliebig geändert haben mag) und jener der äusseren. Also verhalten sich die Dichten beider Flüssigkeiten verkehrt wie die Höhen H_2 und H_1 der gehobenen Säulen, die wegen dem Parallelismus beider Röhren, sich wie die Längen der Säulen verhalten. Diese Längen sind die Unterschiede je der zwei Ablesungen am oberen Niveau und am unteren in den untergesetzten Gefässen.

Um die Hebung bequem und sicher ausführen zu können, hängt das Röhrensystem mittels der engen Verbindungsröhre in einer Rinne (dicker Strich in der Zeichnung) des kleinen Trägers auf einer Stange, die (rechtekiger Querschnitt) in einer passenden Hülse H verschoben und mit Klemmschraube K festgestellt werden kann. Hinter der engen Röhre R_2 geht von der Holzstange ein Fortsatz her, auf dem sich das Bänkchen für das Becherglas mit Probeflüssigkeit verschieben und durch Schraube S feststellen lässt.



Das Verhältnis $H_1 : H_2$ gibt nicht genau die gesuchte Dichte, weil diese Höhen von den Capillarerscheinungen in den Röhren beeinflusst sind. Man kann die Capillarerhebung in jeder Röhre für die betreffende Flüssigkeit messen; man senkt das offene Ende in die Flüssigkeit, während jenes der anderen Röhre frei in die Luft mündet, beobachtet die Steighöhe und kann die erlangte Kenntnis zur Verbesserung der Höhen H_1 und H_2 benutzen. Empfehlenswerther ist es einmal durch weites Emporschieben grosse Höhen H_1 und H_2 und dann durch geringes Emporschieben kleine Höhen h_1 und h_2 zu messen. Dann ist $(H_1 - h_1) : (H_2 - h_2)$ das gesuchte, vom Capillareinflusse freie Dichtigkeitsverhältnis. Bedingung ist, dass an den benutzten Stellen die Röhren gleiche Weite und gleiche Reinheit haben, was genügend genau leicht zu erreichen ist.

Wer Werth darauf legt die allerletzte Bequemlichkeit in der Rechnung zu haben, kann es leicht so einrichten (durch passende Hebungen), dass der Nenner 100 wird, d. h. dass der Unterschied der in den zwei Versuchen gehobenen Säulen der Flüssigkeit genau 100 Theilstriche (^{mm}) beträgt.

Die Ermittelung der Temperaturen ist äusserst bequem zu machen. Die Reinigung ist sehr einfach. Man senkt das Röhrensystem, bis R_1 auf den Boden des Wassercylinders stösst; dann tritt alle Flüssigkeit aus R_2. Nun lässt man das Bänkchen mit dem Becherglas herab,

Digitized by Google

schiebt ein Glas mit Spülflüssigkeit (wenn Wasser sich nicht mit der Substanz mischt, Alkohol, Petroleum oder dergl.) unter, lässt einigemal, jedesmal die Spülflüssigkeit erneuernd, diese in R_2 bis über die im Versuche vorher erreichte höchste Stelle ansteigen. Mit Benutzung der stärkst färbenden Flüssigkeiten fand ich, dass die Reinigung sehr schnell von statten geht. Ehe man Messungen mit anderem Stoffe vornimmt, mag man R_2 mittels eines mit Fliesspapier umwickelten Drahtes auswischen, oder, wenn man genügende Mengen der Probeflüssigkeit hat, vor der endgültigen Messung einigemal durch das Verfahren selbst ausspülen und schliesslich reingebliebene Flüssigkeit benutzen.

Für angenäherte Bestimmungen genügt der Apparat vollständig; ich glaube aber nicht, dass mit ihm dieselbe Genauigkeit erreicht werden kann, wie mit dem Piknometer oder einer Senkwage, und bezweifele das ebenso für den zusammengesetzteren und kostspieligeren Apparat des Herrn Handl. Es sind nämlich die Höhenablesungen bei den gewöhnlich concaven Oberflächen der Flüssigkeiten durchaus nicht so sicher, genau und bequem auszuführen, als man vielleicht zunächst glauben mag. Ich benutze meinen Apparat niemals zu ernsthaften Messungen, bei denen es auf grössere Genauigkeit ankommt, sondern ziehe die Senkwage in der bequemen Form, die ihr Westphal gegeben hat, vor. Hingegen leistet mein Apparat mir besten Dienst beim Unterricht; er ist so einfach, dass der Grundgedanke sich leicht verständlich machen lässt und seine Vorführung ist recht geeignet, zu der Lehre von den Wasserpumpen einzuleiten.

Bekanntlich hat man die absolute Ausdehnung von Flüssigkeiten, so namentlich die des Quecksilbers in grundlegenden Versuchen, dadurch bestimmt, dass man die Höhen von kalten und warmen Flüssigkeitssäulen in communicirenden Röhren gemessen hat. Dabei waren die Röhren voll kalter und voll warmer Flüssigkeit unten durch ein enges Rohr verbunden. Das führt zwei Missstände mit sich. Einmal kann einigermaassen eine Vermischung der beiden Flüssigkeiten statthaben, dann ist zwar die obere Grenze der Flüssigkeitssäulen genau bestimmt, nicht aber die untere; man pflegt ziemlich willkürlich und roh von der Mitte der Verbindungsröhre an zu messen.

Man lasse zwei lange Röhren mit ihren offenen Enden in niedere, weite Gefässe mit der betreffenden Flüssigkeit (Quecksilber) tauchen, versehe die Gefässe mit flüssigkeitsdichten Deckeln, aus welchen je ein langes, das ganze Bad durchsetzendes Rohr hervorgeht und in die Luft mündet. Diese Röhren mit den Gefässen werden in hohe Bäder,

Digitized by Google

deren Temperaturen beliebig geregelt und gemessen werden können (Umrührer), gesenkt. Die oberen Enden der Röhren sind durch ein enges Rohr verbunden, von dem eine kurze Abzweigung nach einem weiten Cylinder mit luftdicht schliessendem Kolben (oder einer Luftpumpe) führt. Durch Aufziehen des Kolbens verdünnt man die Luft in dem Röhrensysteme und hebt in jedem Rohr eine Flüssigkeitssäule. Benutzt man die Luftpumpe, so kann man sehr hohe Säulen emporsaugen. Es ist leicht diesen auf ihre ganze Ausdehnung hin dieselbe, durch das Badthermometer genau messbare Temperatur zu ertheilen. Die Höhen der gehobenen Säulen sind verkehrt proportional den Dichten der Flüssigkeiten (den Einfluss der Capillarität kann man, wie oben angegeben, beseitigen), denn durch die Verbindung des oberen Theils der Gefässe mit der freien Luft ist der Druck auf die unteren Niveaus gleich gross und oben ist er durch die Verbindung mit dem Cylinder, bezw. der Luftpumpe, auch genau derselbe. Die Flüssigkeiten bleiben bei diesem Verfahren vollkommen gesondert, unvermischt. Ist alles durchsichtig, so lassen sich auch die unteren Niveaus bequem mit dem Kathetometer anzielen. Anderenfalls könnte man durch die Luftröhren leitende Stangen von zu messender Länge gerade so weit herablassen, dass ein elektrischer Strom noch geschlossen wird und daraus die Tiefe der Niveaus in den Gefässen sicher ermitteln.

Messungen nach diesem, wie mir scheint, verbessertem Verfahren, habe ich keine gemacht, da die mir zur Verfügung stehenden Mittel bisher immer auf dringendere Anschaffungen verwendet werden mussten.

Aschaffenburg, 9. Mai 1886.

Digitized by Google

Ueber einen einfachen absoluten Strommesser für schwache elektrische Ströme[1]).

Von

F. Kohlrausch.

Für viele Zwecke der Praxis wird ein Strommesser verlangt, der die Bedingungen vereinigt, dass er einfach herzustellen und zu handhaben ist, dass er sich schnell ruhig einstellt und endlich, dass er auf die Dauer eine gewisse Unveränderlichkeit verbürgt. Auf eine besondere Feinheit der einzelnen Ablesungen dagegen wird man, schon wegen der Stromschwankungen bei vielen praktischen Zwecken kaum zu sehen brauchen. Es scheint mir, dass es an einem solchen Instrument für schwache Ströme z. B. für ärztliche Zwecke fehle und ich will daher hier einen Apparat beschreiben der vielleicht gute Dienste thun kann, wo eine Genauigkeit der Angaben auf etwa 1/10 genügt. Man kann das Instrument für beliebig starke Ströme einrichten: Abwärts ist dasselbe etwa bis 0,001 Amp. brauchbar.

Eine Magnetnadel, welche nur theilweise in eine Drahtspule eintaucht, wird bekanntlich von einem in geeigneter Richtung durch die Spule gehenden Strome mit einer gewissen Kraft in die Spule gezogen. Hängt man diese Nadel an einer elastischen Spiralfeder auf, so wird die Nadel je nach der Stromstärke mehr oder weniger einsinken und es wird jeder Stellung der Nadel eine bestimmte Stromstärke entsprechen[2]).

---

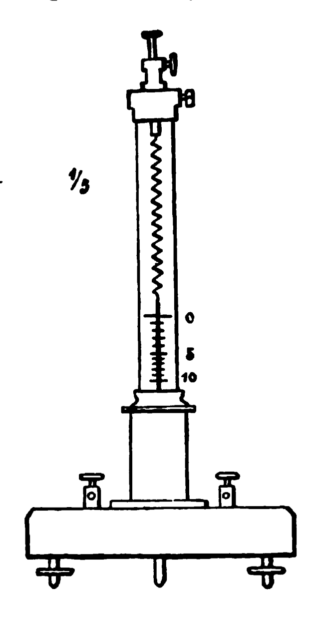
1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus den Ber. d. Phys.-med. Gesellschaft zu Würzburg (1885).

2) Eine grössere Stromwage für starke Ströme, aber mit weichem Eisen anstatt mit einer Magnetnadel habe ich anderweitig beschrieben. Das weiche Eisen bietet den Vortheil gegen die Stahlnadel, dass sein Magnetismus selbst sich nach der Stromstärke richtet und dass daher die zufälligen zeitlichen Veränderungen ausser Betracht bleiben. Aber für schwache Ströme werden die Ausschläge zu klein und auch unzuverlässig. Wenn übrigens zur Vorsicht oben eine Fehlergrenze von 1/10 angenommen wurde, so will ich nach meinen bisherigen Erfahrungen bemerken, dass dieser Fehler hoch gegriffen ist. Bei verständiger Benutzung wird auch die Stromwage mit der Magnetnadel weit genauer arbeiten.

Digitized by Google

Die Elasticität einer Feder etwa von Stahl oder Neusilber kann auf lange Zeit als ziemlich unveränderlich verbürgt werden. Der Magnetismus der Nadel freilich, mit welchem die hineinziehende Kraft ja wächst, erleidet Veränderungen, die besonders nach längerer Nichtbenutzung des Instruments einen merklichen Betrag erreichen können. Allein das letztere bietet ja selbst das einfachste Mittel, die Nadel jederzeit frisch zu magnetisiren. Die Stromrichtung, welche die Nadel in die Spule zieht, ist derartig, dass der Magnetismus dadurch verstärkt wird. Man braucht also auch nach längerer Nichtbenutzung des Instruments nur einen Augenblick einen einigermaassen kräftigen Strom durchzuschicken (der die Nadel bis auf den Boden der Spule zieht) um sie sofort wieder mit ihrem ursprünglichen Magnetismus zu versehen. Die möglichen Aenderungen werden sich dann kaum auf $^1/_{10}$ belaufen.

Doch wird man gut thun, wenn ein starker Strom durchgegangen war, vor der Messung schwacher Ströme zuerst eine Stromunterbrechung eintreten zu lassen, weil sonst auch von dem temporären Magnetismus durch den starken Strom ein Rest übrig bleibt, der die Angaben des Instrumentes etwas zu hoch ausfallen lässt.



Eine solche Stromwage, die für die Stromstärken von 0,001 bis 0,01 Amp. (1 bis 10 Milli-Amp.), wie sie z. B. in der Electrotherapie gebraucht werden, eine geeignete Skale liefert, aber durch andere Drahtstärken oder durch Nebenschliessungen auch für beliebige andere Stromstärken eingerichtet werden kann, ist hierneben in $^1/_5$ nat. Grösse abgebildet. Die Drahtspule hat etwa 60^{mm} Länge, 6 und 35^{mm} inneren und äusseren Durchmesser. Die Durchbohrung des Spulenrahmens, in welcher die Nadel spielen soll, ist natürlich glatt ausgearbeitet und gesäubert und hat einen Durchmesser von 3^{mm}. Grössere Weite ist schon desswegen ungünstig, weil die Nadel, wenn sie sich weiter aus der mittleren Lage entfernen kann, sich mit einer gewissen Kraft an die Seitenwände anlegt und dann einer grösseren Reibung unterliegt.

Die Wickelung für Stromstärken von 0,001 bis 0,01 Amp. besteht aus etwa 10000 Windungen feinsten Kupferdrahtes.

Eine 90^{mm} lange magnetisirte Stahlnadel (Stopfnadel) ist an einer Spiralfeder von feinem Neusilberdraht aufgehängt und taucht in ihrer

Digitized by Google

Nullstellung (ohne Strom) 20^{mm} tief in die Spule ein. Als Index zum Ablesen an der auf dem Glasrohr angebrachten Skale dient eine an dem oberen Ende der Nadel befestigte Scheibe aus Horn, die zugleich eine andere Aufgabe erfüllt, nämlich die Schwingungen des Instruments rasch zu beruhigen. Denn da der Scheibe in dem Glasrohre nur ein kleiner Spielraum gegen die Wandungen gelassen worden ist, da ferner das obere Ende des Rohres durch die Aufhängevorrichtung und das untere Ende der Spulendurchbohrung durch einen Kork geschlossen ist, so bildet sich bei einer Bewegung der Nadel auf der vorderen Seite eine Verdichtung, auf der hinteren eine Verdünnung der Luft, welche die vorhandene Bewegung rasch dämpfen. Die Einstellungen erfolgen bei einer Scheibe, die das Rohr beinahe ausfüllt, fast momentan und man kann auch raschen Stromschwankungen mit der Beobachtung vollkommen folgen.

Stellschrauben in dem Holzfusse lassen das Instrument so aufstellen, dass die Nadel freie Bewegung hat.

Wie schon gesagt, ist der Strom immer in einer und derselben Richtung durch das Instrument zu senden, also die mit „Zn" bezeichnete Polklemme immer mit dem Zinkpol der Batterie zu verbinden. Die Anbringung eines Stromwenders ist dadurch natürlich nicht ausgeschlossen, man muss nur die Stromwage immer zwischen den Stromwender und die Batterie einschalten.

Sollte aus Versehen einmal ein starker Strom in verkehrter Richtung durch das Instrument gegangen sein und die Nadel ummagnetisirt haben, so lässt sich dieser Schaden auf demselben Wege durch einen kräftigen Strom in normaler Richtung, indem man nöthigenfalls die Nadel dabei in die Spule einsenkt, wieder ausbessern. Wenn man es vorzieht, mag man auch die ummagnetisirte Nadel weiter gebrauchen, muss dann aber den Strom immer in der verkehrten Richtung durch das Instrument schicken.

Der Widerstand des mit dem feinen Draht bewickelten Instrumentes beträgt etwa 1000 Quecksilbereinheiten. Die Skale erlangt dabei eine Grösse, dass man etwa auf 0,0001 Amp. noch ablesen kann. Ein weiterer Spielraum für die zu messenden Ströme kann leicht in bekannter Weise durch Nebenschliessungen (Schunt's) erzielt werden. Man kann hierdurch z. B. bewirken, dass je nach der Stellung eines Stöpsels nur der zehnte oder auch nur der hunderte Theil des Stromes durch die Spule fliesst. Es sind dann also die Angaben mit 10 bezw. 100 zu multipliciren und dasselbe Instrument reicht also von 0,001 bis 1 Amp. Die Widerstände, welche die Nebenschlüsse bilden und die in dem Boden des Instrumentes stecken, betragen zu diesem Zweck $^1/_9$ bezw. $^1/_{99}$ des Hauptwiderstandes. Bei dieser Benutzung wird dann

Digitized by Google

auch der Gesammtwiderstand auf etwa 100 bezw. 10 Q. E. reducirt, was für stärkere Ströme vortheilhaft ist. Derselbe Stöpsel lässt in einer dritten Stellung das Instrument aus dem Stromkreise ausschalten.

Sollte der Nullpunkt des Instrumentes durch unvorsichtige Behandlung oder durch die Zeit sich ein wenig ändern, so corrigirt man mit der verstellbaren Aufhängevorrichtung, bis wieder der alte Nullpunkt hergestellt ist. Die Federkraft wird durch solche Aenderungen, wenn sie nicht zu bedeutend sind, nicht merklich geändert.

Das Instrument ist von dem Mechaniker des physikalischen Instituts in Würzburg C. Marstaller hergestellt worden.

Unveränderlichkeit von Galvanometern.

Wir haben oben zugegeben, dass die Constanz unserer Stromwage wegen des Magnetismus der Nadel gewisse Grenzen hat. Das ist ein Nachtheil, welchen das kleine Instrument mit allen anderen Galvanometern theilt, nur spricht derselbe sich bei uns in einer anderen, und, wie ich glaube, im allgemeinen minder bedenklichen Weise aus, als bei den übrigen Strommessern. Die meisten von diesen benutzen den Multiplicator mit der drehbaren Magnetnadel. Diejenigen Instrumente, welche vom Erdmagnetismus frei sind, machen nun die Voraussetzung, dass der Nadelmagnetismus constant bleibt. Im allgemeinen wird man in der That nicht zu fürchten brauchen, dass der Magnetismus einer solchen Nadel durch den Strom selbst geändert werde. Nur bei empfindlichen Multiplicatoren mit astatischen Nadeln liegt diese Gefahr vor. Aber constant ist der Magnetismus darum doch nicht. Mit der Zeit ändert sich jede Nadel, und zwar zuweilen sehr bedeutend. Werden astatische Nadelpaare gebraucht, bei denen theilweise die relativ kleine Differenz der beiden Magnetismen maassgebend ist, so erhöht sich diese Gefahr bedeutend.

Endlich ist nicht zu übersehen, dass bei Nadeln mit horizontaler Drehungsaxe die Lage des Schwerpunktes den einflussreichsten Factor für die Empfindlichkeit darstellt und dass diese besonders bei nicht ganz vorsichtiger Behandlung des Instruments sich sehr merklich ändern kann. Auf die Dauer also muss man alle diese Instrumente mit Misstrauen behandeln.

Dies ist ein Fehler, von welchem unsere Stromwage frei ist. Dieselbe wird nach Jahrzehnten noch so zuverlässig sein wie heute. Kleine Schwankungen des Nadelmagnetismus sind bei dem Gebrauche nicht zu vermeiden, aber grössere Zeiträume haben deswegen keinen Einfluss, weil man, wie oben bemerkt, durch den kurzen Schluss eines etwas kräftigen Stromes immer den alten Zustand der Nadel wieder herstellen kann.

Digitized by Google

Man hat häufig die Meinung, dass die Federkraft ein unzuverlässiges Messungsmittel sei. Nun, zu den allerfeinsten Messungen mag dieselbe freilich nicht genügen, aber wenn man eine Genauigkeit nur auf Procente verlangt, so möchte ich behaupten, dass im Gegentheil ein zuverlässigeres einfaches Messungsmittel als die Federkraft kaum existiren dürfte. Man weiss ja von den im Haushalte gebrauchten Federwagen, dass dieselben Jahrzehnte lang keine merklichen Aenderungen erfahren.

Aichung eines Galvanometers.

Die Ableseskale unseres Instrumentes ist natürlich empirisch durch Vergleichung mit einem anderen Galvanometer hergestellt worden. Falls man die Skale prüfen oder auch eine solche herstellen will, so lässt sich dies mit einiger Sicherheit für schwache Ströme einfach ausführen. Denn es beträgt die elektromotorische Kraft eines guten Daniell'schen Elementes 1,1 Volt, d. h. dasselbe liefert in einem Kreise vom Gesammtwiderstande 1 Ohm den Strom 1,1 Amp. bezw. in 1 Siem. E. 1,17 Amp. Für die Elemente von Bunsen oder Grove oder das Element Zinkkohle in Schwefelsäure mit Kaliumbichromat sind die betreffenden Zahlen 1,9 oder 2,0 Amp. Vorausgesetzt ist, besonders im letztgenannten Falle eine frische Füllung des Elementes.

Danach gilt die folgende Regel, um aus den angewandten Elementen und dem Widerstande der Leitung die Stromstärke zu berechnen. Es seien n Elemente hintereinander verbunden, der gesammte Widerstand des Schliessungskreises betrage w Siem. E. bezw. w' Ohm. Dann ist die Stromstärke i

bei Daniell'schen Elementen

$$i = 1{,}17\,\frac{n}{w} \qquad \text{oder } i = 1{,}1\,\frac{n}{w'};$$

bei denen mit Salpetersäure oder Chromsäure

$$i = 2{,}0\,\frac{n}{w} \qquad \text{oder } i = 1{,}9\,\frac{n}{w'}.$$

Für w bezw. w' ist der Widerstand der ganzen Leitung also einschliesslich Galvanometer und Element zu setzen. Doch sind bei Strömen bis 0,01 Amp. in der Regel die Widerstände, welche man ausser den Elementen hat, so gross, dass diejenigen der letzteren für mässige Genauigkeit vernachlässigt werden können. Man gebraucht bei den Zinkkohlenelementen, um die Stromstärke 0,01 Amp. zu erzielen, einen Widerstand von etwa 200 Siem. Einh. auf ein Element.

Digitized by Google

Hiergegen ist selbst der Widerstand der für ärztliche Zwecke gebrauchten sehr zweckmässigen Spamer'schen Elemente sehr klein[1]).

Z. B. habe das Galvanometer einen Widerstand von 1260 Siem. E. oder 1190 Ohm. Dann ist die Stromstärke von

$$1 \text{ Dan. Element gleich } \frac{1,17}{1260} \quad \text{oder} \quad \frac{1,1}{1190} = 0,00092 \text{ Amp.},$$

$$1 \text{ Zinkkohlenelement } \frac{2,0}{1260} \quad \text{oder} \quad \frac{1,9}{1190} = 0,00160 \text{ Amp.}$$

Die doppelte Anzahl von Elementen liefert nahe den doppelten Strom u. s. w.

Natürlich ist dies kein sehr exactes Verfahren, denn die Elemente sind je nach ihrer Füllung etwas verschieden. Aber es wird für viele Zwecke genügen, um eine Galvanometerskale herzustellen oder zu prüfen.

Es möge hierzu noch bemerkt werden, dass der Widerstand eines Kupferdrahtes für 1° Temperaturerhöhung ungefähr um $^1/_{300}$ seiner Grösse wächst. Daher darf auch der Schuntdraht von kleinem Widerstande nicht zu dünn genommen werden.

1) Für eine Füllung von sehr mässiger Concentration beträgt der Widerstand eines solchen Elementes nur etwa 2 bis 3 Ohm.


Digitized by Google

Ueber die Ursache und die Gesetze der atmosphärischen Elektricität[1]).

Von
Prof. **Franz Exner.**

Einleitung.

Wenn man mit Franklin nur die Existenz eines einzigen elektrischen Fluidums voraussetzt, so ist die nächstliegende und für die ganze Elektricitätslehre höchst wichtige Frage die: sind es die positiv oder die negativ elektrischen Körper, welche dieses Fluidum im Ueberschuss über den normalen Zustand enthalten? Für die Beantwortung dieser Frage hat man mancherlei Anhaltspunkte in elektrischen Phänomenen, auf welche zum Schlusse noch Gelegenheit sein wird, zurückzukommen; doch lässt sich aus diesen allein eine definitive Entscheidung gegenwärtig noch nicht treffen. Eine weitere Frage von besonderem Interesse ergibt sich aus Folgendem: Wir messen elektrische Kräfte und durch sie Potentialdifferenzen mit beliebiger Genauigkeit; dabei betrachten wir stets ein Potential als positiv oder negativ, je nachdem es höher oder tiefer ist als dasjenige der Erde, das wir mit Null bezeichnen. Die zweite Frage ist nun: welches ist der Werth des Potentials der Erde, bezogen auf den absoluten Nullpunkt der Potentiale. Unter letzterem ist das Potential an einem Punkte zu verstehen, welcher unendlich weit von allen elektrischen Massen entfernt ist. Mit der Beantwortung dieser Frage wäre zugleich die Lage des absoluten Nullpunktes der Elektricität nach obigem Sinne gegeben; denn wir könnten angeben, um wie viele (willkürliche) Einheiten derselbe tiefer liegt als das Potential der Erde.

Zur Lösung dieser zweiten Frage lassen sich verschiedene Experimente anstellen, doch überzeugt man sich bald, dass die Potentialdifferenzen, um welche es sich hier handelt, von einer ganz anderen Grössenordnung sein müssen, als wir sie künstlich herzustellen im Stande sind; auf dem Wege der Laboratoriumsversuche ist daher gegenwärtig nicht viel Aussicht auf Erfolg.

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 93 S. 222 (1886).

Digitized by Google

Ich habe versucht die Franklin'sche Theorie weiter zu entwickeln und in ihren Consequenzen zu verfolgen und bin dabei zu der Ueberzeugung gekommen, dass die Elektricität bei allen kosmischen Vorgängen eine viel bedeutendere Rolle spielen müsse, als man ihr bisher zugetheilt hat. Geht man nämlich von der Kant-Laplace-schen Hypothese bezüglich der Entstehung des Sonnensystems aus, so kommt man zu dem Schlusse, dass jeder Himmelskörper ein bestimmtes Potential in Bezug auf die entfernten Punkten des Weltraumes haben müsse und also auch die Erde. Dieses Potential ist die Folge einer Ladung, die einem Ueberschusse an Elektricität entspricht, und das elektrische Feld, welches solcherweise z. B. um die Erde entsteht, hängt nur ab von der Grösse und dem Vorzeichen dieser Ladung. Eine systematische Durchforschung dieses Feldes würde also vollkommen genügen, die beiden oben aufgestellten Fragen zu lösen.

Man wird wahrscheinlich der Sonne ein viel höheres Potential zuschreiben müssen, als der Erde. Trotzdem wird ihr Einfluss auf unsere Messungen des irdischen elektrischen Feldes nicht von Einfluss sein, da wir uns in Bezug auf das Feld der Sonne schon in einem nahezu homogenen Theile desselben befinden, wo die Kraft voraussichtlich schon sehr klein geworden ist; in Bezug auf die geringen Distanzen, die wir von der Erdoberfläche weg beobachten, können wir das von der Sonne erzeugte Feld unter allen Umständen als homogen ansehen. Wäre die Kraftwirkung der Sonne bei uns noch fühlbar, so müsste sich dies im täglichen Gange der betreffenden Beobachtungen bemerkbar machen, es ist aber gar kein Zusammenhang mit dem Sonnenstande zu constatiren.

Die vorstehenden Betrachtungen führen also auf die schon vor langer Zeit von dem französischen Gelehrten Peltier geäusserte Ansicht zurück, dass man die Erde als eine im Raume isolirte und elektrisch geladene Kugel betrachten kann; und diese Ansicht wird durch alle bisherigen Messungen vollinhaltlich bestätigt.

Um die beiden oben gestellten Fragen ihrer Lösung nahe zu bringen, war demnach eine Messung des elektrischen Feldes der Erde im normalen Zustande zunächst erforderlich; diese Messungen habe ich im Laufe der letzten Jahre durchgeführt und dabei meine Aufmerksamkeit mehr auf die normalen Vorgänge, als auf locale Störungen, wie z. B. Gewitter, gerichtet; letztere wurden nur insoweit in das Bereich der Untersuchung gezogen, als sie Beispiele für die Störung des elektrischen Feldes durch leitende elektrische oder unelektrische Massen abgeben, die sich in demselben bewegen.

Digitized by Google

Die sehr umfangreiche Literatur des Gegenstandes erfordert ein genaueres Eingehen in dieselbe; soweit sie mir zugänglich war, wurden alle Untersuchungen berücksichtigt, die einen Beitrag zur Theorie der in Frage stehenden Erscheinungen liefern, dagegen alle jene ausgeschieden, die durch spätere Untersuchungen gegenstandslos wurden, oder die sich nur auf die Beobachtung vereinzelnder Phänomene, wie z. B. Gewitter, Blitze etc. bezogen.

Die folgende historische Uebersicht des bisher Geleisteten ist so nach Materien geordnet, dass man daraus möglichst leicht die Resultate ableiten kann.

I. Kapitel.

Historische Uebersicht.

§ 1. Methoden.

Es ist gegenwärtig nahezu 1½ Jahrhunderte her, seit man angefangen, sich in wissenschaftlichem Sinne mit den Erscheinungen der atmosphärischen Elektricität zu beschäftigen; freilich waren die Vorstellungen von diesen Dingen ursprünglich sehr unklare und das Bestreben der Forscher war hauptsächlich darauf gerichtet, den experimentellen Beweis dafür zu erbringen, dass die grossartige Naturerscheinung des Blitzes ihrem Wesen nach nichts anderes ist, als ein elektrischer Funke in riesigem Maassstabe. Da diese Naturerscheinung immer nur in grösseren Höhen in der Atmosphäre beobachtet wird, so suchte man den Sitz der Elektricität auch zunächst dorten und war bemüht, auf irgend welche Weise die in der Luft befindliche Elektricität zu den Beobachtungsapparaten zu leiten und sie so ersichtlich zu machen. Diese Bemühungen waren auch von Erfolg gekrönt. Fast zur gleichen Zeit gelangen die Versuche sowohl in der alten, wie in der neuen Welt. Hier waren es De Romas[1]) und der Abbé Mazeas[2]), dort war es B. Franklin[3]), die den elektrischen Zustand unserer Atmosphäre unzweideutig nachwiesen. Sie bedienten sich bei diesen Versuchen der fliegenden Drachen, die sie bei herannahenden Gewittern steigen liessen und mit denen sie oft ganz bedeutende Höhen in der Luft erreichten, so z. B. De Romas einmal die Höhe von 180^m; diese Drachen waren durch leitende Schnüre mit den Beobachtungsapparaten verbunden, die damals freilich noch sehr ungenügender Natur waren. Doch da man auf diese Weise sehr

1) Brief an die Akad. zu Bordeaux, 12. Juli (1752), und Mém. sav. étrang. II. (1755). IV. (1763).

2) Phil. Trans. (1751) und (1753).

3) Briefe (1751) und Ph. Trans. (1760).

Digitized by Google

bedeutende Elektricitätsmengen erhielt, so war es nicht schwer, dieselben nachzuweisen, ja sie kündigten sich meist selbst an durch ganz bedeutende Funken, die vom Ende der Schnur auf die benachbarten Gegenstände übersprangen. Es ist natürlich, dass eine so wichtige Entdeckung, wie die der elektrischen Natur des Gewitters, allenthalben zu weiteren Beobachtungen aufforderte, und so wurden bald disseits und jenseits des Oceans eingehendere Untersuchungen über diesen Gegenstand angestellt. In Amerika war es Kinnersley[1]), der die Versuche Franklin's fortsetzte, in Europa zunächst Le Monnier[2]). Letzterer stellte seine Beobachtungen schon mit so viel Sorgfalt an, dass er im Stande war, das Schwanken des elektrischen Zustandes der Luft je nach der Tageszeit nachzuweisen; denn er hatte bald erkannt, dass nicht nur bei Gewittern, sondern überhaupt fast immer die Luft elektrisch sei und richtete dementsprechend auch einen regelmässigen Beobachtungsdienst ein. Dass auch bei heiterem Wetter die Luft stets elektrisch sei, hatte auch Muschenbrock[3]) erkannt und widmete dieser Erscheinung viel Aufmerksamkeit; allein solange man mit Hilfe der fliegenden Drachen zu beobachten genöthigt war, konnte man an eine systematische Behandlung der Luftelektricität nicht denken, da man mit den Beobachtungen stets an zufällige Bedingungen geknüpft war. Es war daher ein grosses Verdienst des italienischen Gelehrten Beccaria[4]) in der Lombardei zuerst eine Methode für regelmässige Beobachtungen angegeben zu haben. Er ersetzte den fliegenden Drachen durch einen Draht, der ein- für allemal fix durch die Luft gespannt war und zwar auf isolirenden Trägern; die Höhe dieses Drahtes über dem Erdboden wurde möglichst gross gewählt und zu diesem Zwecke das eine Ende desselben isolirt an die Spitze eines Kirchthurmes befestigt. Dieser Draht sammelte gleichfalls die Elektricität der Luft auf, die mittels eines Verbindungsdrahtes dem Beobachtungsinstrumente zugeführt wurde. In besonderen Fällen konnte mit dem gespannten Drahte auch noch ein fliegender Drache in Verbindung gesetzt werden. Diese Methode Beccaria's wurde später noch vielfach mit gutem Erfolge verwendet, so von Cotte[5]), Romayne[6]) und von Henley[7]).

1) Phil. Trans. (1763) und (1773).

2) Mém de Paris (1752).

3) Introd. I. (1756).

4) Lettere del elettricismo, Bologna (1758), und Elettricismo artificiale, Torino (1772).

5) Mém. Paris (1769) und (1772).

6) Phil. Trans. (1772).

7) Phil. Trans. (1774, 1775, 1776, 1777).

Digitized by Google

Der Apparat Beccaria's war noch immer viel zu complicirt, um eine regelmässige Beobachtung der Luftelektricität, namentlich an verschiedenen Orten, zu gestatten. Durch den in England lebenden Italiener Cavallo [1]) wurde derselbe in eine wesentlich einfachere Form gebracht. Er beobachtete zwar Anfangs auch noch mit dem fliegenden Drachen, beschränkte sich aber später mit Erfolg auf viel geringere Höhen, und verwendete zum Aufsaugen der Luftelektricität eine Stange, deren Höhe, ähnlich wie dies bei den Angelruthen der Fall ist, beliebig verändert werden konnte. Durch diese Einrichtung war auch zum erstenmale die Möglichkeit gegeben, den ganzen Apparat in eine leicht transportable Form zu bringen, um ihn etwa auf einer Reise zu benutzen. Es fand diese Anordnung auch allgemeinen Beifall und sie wurde zunächst von den beiden hervorragenden Gelehrten Saussure [2]) und Volta [3]) weiter entwickelt. Man kann die wissenschaftliche Behandlung der atmosphärischen Elektricität eigentlich von dem Auftritte dieser beiden Männer datiren. Saussure brachte den Apparat in eine so compendiöse Form, dass er ihn überall auf seiner Reise in den Alpen benutzen konnte [4]); auf die zahlreichen und bedeutenden Resultate dieser Beobachtungen werden wir noch öfters zurückkommen. Volta verwendete seine Apparate nur an einem fixen Platze, brachte aber ganz wesentliche Verbesserungen an denselben an. So ersetzte er die bisherigen ganz unvollkommenen Elektroskope durch sein Strohhalmelektroskop und bahnte dadurch den Weg zu einer wirklichen Messung der Luftelektricität; dann aber ersetzte er die bisher üblichen metallenen Aufsaugespitzen durch brennende Körper, Lunte oder Flammen, und erzielte damit ganz überraschend günstige Resultate, da brennende oder klimmende Körper die Elektricität der Luft ungleich rascher aufsammeln als selbst die feinsten Spitzen. Für Beobachtungen an einem bestimmten Orte ersetzte Volta die bewegliche Stange durch eine isolirt aufgestellte fixe, an deren Spitze er die Lunte befestigte, die durch einen Draht mit dem Elektroskope in Verbindung stand.

Diese Methode der sog. Wetterstangen ist später vielfach benutzt worden; so von Crosse [5]) und Read [6]) in England und von Heller [7])

---

1) Treat. on Electricity, London (1777) und 1795).

2) Voyages dans les Alpes. 1786.

3) Lettere sulla Meteor. elettr. 1788.

4) Um in grössere Höhen zu gelangen, verwendete Saussure auch Pfeile und Kugeln zum Schleudern, die mit dem Elektroskope in leitender Verbindung standen.

5) Gilb. Ann. Bd. 41 S. 60.

6) Phil. Trans. (1791).

7) Green's J. d. Ph. Bd. 4.

Digitized by Google

bei seinen Beobachtungen in Fulda in Deutschland während der Jahre 1792—1796. Auch Schübler[1]) hat sich derselben Methode bedient bei seinen durch 20 Jahre hindurch fortgesetzten Beobachtungen in Tübingen und ist damit zu sehr beachtenswerthen Resultaten gekommen, die später noch näher erörtert werden.

Mit dem Beginne des 19. Jahrhunderts trat die Lehre von der Luftelekricität in ein ganz neues Stadium. Man hatte bis dahin allgemein angenommen, dass die Elektricität, welche von der Aufsaugespitze oder von der Lunte zum Elektroskope geleitet wird, ihren Sitz früher wirklich in der umgebenden Luft hatte, und diese Annahme war gewiss die zunächst liegende. Da zeigte zuerst der deutsche Gelehrte Erman[2]), dass diese Annahme auf einem Irrthume beruhen müsse, dass man es hier vielmehr mit einem Phänomen der Induction zu thun habe. Er stellte zunächst durch sorgfältige Beobachtungen die Thatsache fest, dass man aus der Luft ganz beliebig positive oder negative Elektricität zum Elektroskop leiten kann, je nachdem man den Apparat hebt oder senkt. Hat man ihn in tiefer Lage zuerst abgeleitet und erhebt ihn dann plötzlich isolirt, wenn auch nur so weit, als man mit der Hand reichen kann, so zeigt das Elektroskop bei normalem Wetter positive Elektricität an; umgekehrt erhält man negative, wenn der Apparat in erhobener Stellung abgeleitet und dann isolirt plötzlich gesenkt wird. Erman schloss aus diesen Versuchen, und offenbar mit Recht, dass nicht die Luft, sondern die Erde elektrisch sei, und dass alle bisherigen Beobachtungen auf Induction durch die Erde beruhen. In dieser Meinung wurde er noch dadurch bestärkt, dass die geschilderte Erscheinung auf freiem Felde nur dann eintrat, wenn der Apparat in verticaler Richtung verschoben wurde, nicht aber bei einer horizontalen Bewegung desselben. Dagegen war letztere auch von starkem Einfluss, wenn der Apparat sich dabei einer senkrechten Wand oder einem Baume u. dgl. näherte. Dass der directe Contact mit der Luft dabei ganz ohne Wirkung sei, schloss Erman aus dem Umstande, dass die Versuche mit dem gleichen Resultate verliefen, auch wenn er den Apparat vollständig in eine Glashülle setzte.

Diese Versuche Erman's haben seinerzeit mit Recht Aufsehen erregt, sie wurden jedoch zum grössten Theile ungläubig aufgenommen und vergessen; erst durch Peltier[3]) wurde dieselbe Ansicht wieder ausgesprochen und in ihren Consequenzen verfolgt, auf die wir noch

1) Schweigg. J. Bd. 3, 8, 9, 11, 15, 19, 55, 69 (1811—1833).
2) Gilb. Ann. Bd. 15 (1803).
3) Ann. d. Chim. et d. phys. vol. LXII (1836).

Digitized by Google

ausführlich zu sprechen kommen werden. Peltier bereicherte aber auch die Wissenschaft durch für die damalige Zeit vorzügliche Beobachtungsapparate. Er ersetzte die Aufsaugestange durch eine in verticaler Richtung bewegliche Kugel, gründete seine Beobachtungsmethode also auf das Princip der Induction; er setzte aber auch an Stelle des Elektroskopes sein Elektrometer und verwandelte so die Beobachtungen in Messungen. Dieses Elektrometer, das auf dem Principe der Torsionswaage beruht, wobei jedoch die Torsionskraft durch die Richtkraft eines kleinen Magneten ersetzt ist, kann hier wohl als genügend bekannt ohne weitere Beschreibung übergangen werden.

Die vorzügliche Methode Peltier's wurde später noch öfters angewendet, allerdings mit zahlreichen kleinen Abänderungen, auf die einzugehen hier viel zu weit führen würde; so z. B. von Quetelet[1]) bei seinen mehrjährigen Beobachtungen über Luftelektricität, desgleichen von Dellmann[2]) bei seinen Untersuchungen in Kreuznach in Deutschland. Letzterer hatte seine Beobachtungen so eingerichtet, dass eine isolirte Metallkugel um eine bestimmte Strecke, etwa einen Meter, gehoben, dorten abgeleitet und dann isolirt wieder an ihren ursprünglichen Platz zurückgebracht werden konnte. Die Ladung M, welche die Kugel in der gehobenen Stellung durch Induction angenommen hatte, wurde dann an einem Elektrometer, ähnlich dem von Peltier, gemessen. Ist der Radius der Kugel R und bezeichnet man das Potential in der Luft an dem Punkte, wo sich die gehobene Kugel befand mit V, so besteht die Relation $V + \frac{M}{R} = o$ oder $M = - VR$. Es sind also die am Elektrometer gemessenen Ladungen M den Potentialen an den untersuchten Punkten der Luft proportional, so lange man immer mit derselben Kugel operirt. Dieselbe Methode wurde später auch von dem italienischen Gelehrten Palmieri[3]) bei seinen 20jährigen Beobachtungen in Neapel und am Vesuv benutzt, desgleichen von P. Secchi[4]) in Rom.

Um die Messungen am Elektrometer auch in absolutem Maasse ausdrücken zu können, hat Hankel[5]) sich eine Torsionswaage nach dem Principe der Coulomb'schen construirt und damit das Goldblattelektroskop graduirt, das er bei seinen Messungen über Luft-

1) Bull. d. Brux. vol. 16 (1849).

2) Pogg. Ann. Bd. 89 und 112 (1853).

3) Arch. de sc. phys. Bd. 26 (1854); ferner Ann. del Osserv. Ves. vol. I (1859); Ann. del Osserv. Ves. vol. II (1862); Ann. del Osserv. vol. IV (1865—1869); Rendic. di Napoli (1872).

4) Cim. vol. XIV (1861).

5) Pogg. Ann. Bd. 103 (1856).

Digitized by Google

elektricität verwendete. Wenn gleich eine solche Reduction auf absolutes Maass bei allen Messungen wünschenswerth erscheint, so waren doch damals die Methoden der Messung noch nicht auf einer solchen Höhe, dass die einzelnen Zahlen einen bleibenden Werth besessen hätten.

Welch durchgreifende Aenderungen in den elektrischen Messmethoden durch W. Thomson[1]) hervorgerufen wurden, ist allgemein bekannt und braucht daher hier nicht näher erörtert zu werden; er verdankte die erste Anregung speciell zum Studium der Luftelektricität der persönlichen Einwirkung Dellmann's, dessen Beobachtungsstation in Kreuznach er wiederholt besuchte. Die Ersetzung der bisher üblichen Messapparate durch das absolute, das tragbare und das Quadrantelektrometer bezeichnet einen wichtigen Fortschritt auf diesem Gebiete; desgleichen die Einführung des Wassercollectors zum Aufsammeln der atmosphärischen Elektricität, sowie die klar dargestellte Theorie der Wirkungsweise dieser Apparate. Was den Wassercollector anlangt, so ist dessen Gebrauch in vielen Fällen ein sehr bequemer und daher jetzt ziemlich allgemeiner; doch wird man öfters denselben noch durch Flammen ersetzen müssen, so namentlich im Winter, wo das Einfrieren des Wassers sehr hinderlich ist.

Da die Methoden W. Thomson's gleichfalls auf der Wirkung der Induction beruhen, so kann man damit nicht ohne weiters die Frage entscheiden, ob die Luft selbst elektrisch sei, oder nicht. Es ist diesbezüglich von Mascart[2]) ein sehr beachtenswerther Vorschlag gemacht worden: man solle mit den Apparaten in einem Raume beobachten, der durch ein zur Erde abgeleitetes Metallgitter, das ihn vollständig umgibt, vor der Induction geschützt ist, die alle ausserhalb befindlichen elektrischen Massen sonst ausüben könnten. Da die Luft durch die Maschen des Netzes frei circuliren kann, so würde man auf diese Weise nur den Effect der wirklichen Elektrisirung der Luft erhalten. Nach diesem Vorschlage wurden später auch noch Versuche von H. Dufour[3]) und von A. Roiti[4]) ausgeführt, deren Resultate, sowie die der Experimente von Mascart selbst noch erwähnt werden sollen.

Schliesslich muss noch erwähnt werden, dass es schon längst wünschenswerth erschien, die drei noch üblichen Arten des Aufsammelns der Elektricität aus der Luft, nämlich die Methoden der Flammen,

---

1) Sill. J. (2) vol. XXIII (1856); Phil. Mag. (4) vol. XVII, XVIII (1859); Reprint of Papers etc.

2) C. R. vol. XCV (1882).

3) Arch. de Gen. (3) vol. X (1883).

4) Pubbl. del. R. Ist. sup. Firenze (1884).

Digitized by Google

des Wassers und der Lunten (glimmende Körper) in Bezug auf ihre Wirkung mit einander zu vergleichen; diese Vergleichung hat in jüngster Zeit Pellat[1]) durchgeführt und ist dabei — ganz in Uebereinstimmung mit den diesbezüglichen später mitzutheilenden Resultaten — zu dem Schlusse gekommen, dass Flammen am besten, Lunten aber am schlechtesten wirken.

§ 2. Normale Elektricität der Luft.

Nicht nur alle neueren Beobachter der Luftelektricität, wie W. Thomson, Mascart, Roiti u. A., sondern auch alle älteren stimmen ausnahmslos darin überein, dass bei normalem schönen Wetter das Potential in der Luft positiv ist gegen das der Erde. Das hat schon De Romas[2]) mit Hilfe des fliegenden Drachen gefunden; er bemerkte auch, dass bei zunehmender Bewölkung diese positive Spannung sich vermindere, ja sogar in eine negative übergeht, wenn sehr dichte Cumuli sich dem Beobachtungsorte nähern. Franklin, Beccaria, Le Monnier, Cavallo, Saussure und die übrigen Zeitgenossen kamen zu demselben Resultate. Quetelet[3]) beobachtete während der Zeit von vier Jahren überhaupt nur 23 mal negative Elektricität und das immer nur bei regnerischem oder stürmischen Wetter. Birt[4]) erhielt in fünf Jahren 14515 mal positive und nur 665 mal negative Elektricität, und zwar letztere stets nur bei plötzlicher Wolkenbildung. Zu ganz analogen Resultaten kamen auch Lamont[5]) in München, Dellmann[5]) in Kreuznach und Palmieri[6]) in Neapel. F. Duprez[7]) fand durchschnittlich 23 mal positive auf 1 mal negative Elektricität und letztere immer mit Gewittern oder Stürmen in Verbindung. Auch Beobachtungen in Neuschottland, angestellt von J. Everett[8]), führten zu dem gleichen Resultate. Es ist mir überhaupt nicht ein einziger Fall bekannt, weder aus der vorliegenden Literatur, noch aus den eigenen Beobachtungen, dass bei normalem Wetter und unter Ausschluss aller localen Wirkungen, wie Staub, Wasserstaub u. dgl., negative Elektricität beobachtet wurde. Auf Grund seiner 20 jährigen Beobachtungen konnte Dellmann so-

---

1) C. R. vol. C (1885).
2) Mém. des Sav. étr. vol. II (1755).
3) Bull. de Brux. vol. XVI (1849).
4) Rep. on the discussion of the electric observations at Kew, Athen 1142.
5) Ann. d. Münch. Sternwarte (2) Bd. 9 (1857).
6) a. a. O.
7) Rend. d. Nap. (1862—1864).
8) Bull. d. Brux. (2) vol XXVI (1869 und 1871).
9) Phil. Trans. (1868).

Digitized by Google

gar den Satz aussprechen: „Die Luftelektricität eines Ortes ist eine constante Grösse". Dieser wichtige Satz hat sich auch durch Beobachtungen an anderen Orten, z. B. in St. Louis in Amerika durch Wislicenus[1]) bestätigt.

Nicht nur über der Erde, auch über der Meeresfläche ist die Luft in normalem Zustande positiv elektrisch; das geht unter Anderem aus Beobachtungen von Quetelet[2]) hervor, welcher diese im Vereine mit Becquerel unternahm und bei welchen sich, ganz gegen die Voraussage Becquerel's, die Luft über dem Meere ebenso als positiv erwies, wie über dem Lande. Wenn Beobachtungen W. Thomson's[3]) am Meeresufer ein anderes Resultat ergaben, so ist das eben den localen Einflüssen des Wasserstaubes in der Luft zuzuschreiben, wie Thomson selbst schon betonte.

Man kann es daher nach dem Vorstehenden als ein Gesetz aussprechen, dass das Potential in der Luft bei normalem, das heisst schönem Wetter, immer positiv ist gegen das der Erde.

§ 3. Aenderung des Potentials der Luft mit der Höhe.

Im allgemeinen haben die Beobachtungen übereinstimmend ergeben, dass die Potentialdifferenz zwischen Erde und Luft mit der Höhe des untersuchten Punktes wächst. Schon Beccaria fand, dass höhere Aufsaugestangen auch kräftiger wirken; diese Erscheinung hat ihren Grund eben darin, dass über der Spitze einer hohen Stange die Niveauflächen dichter aneinander liegen, als über einer niedrigen. Auch Lamanon und Mongez[4]) fanden auf der Spitze des Pic von Teneriffa eine ganz besonders starke positive Spannung, die offenbar gleichen Ursprungs war. Saussure[5]) hat auch zahlreiche derartige Beobachtungen angestellt; er fand beim Heben und Senken des Elektroskopes stets entsprechende Aenderungen und constatirte zuerst den äusserst wichtigen Umstand, dass nicht die absolute Höhe über dem Niveau des Meeres für die Stärke der elektrischen Spannung maassgebend sei, sondern die relative Erhöhung des Beobachtungsortes über die Umgebung.

So zeigte sich eine starke Wirkung jedesmal auf der Spitze eines isolirten Felsens, auch wenn derselbe keine bedeutende Höhe hatte, desgleichen auf der Terrasse eines Thurmes, und auf letzterer war die Wirkung wieder an den Ecken am bedeutendsten.

1) St. Louis Trans. (1863).
2) Bull. d. Brux. vol. 23 (1856).
3) Phil. Mag. (4) Bd. 17, 18 (1859).
4) J. Ph. Bd. 29 (1786).
5) Voy. dans les Alp. vol. III u. IV (1786).

Digitized by Google

Dass die Elektricität der Luft nicht nur bis zu einer gewissen Höhe über dem Erdboden vorhanden sei, constatirten Biot und Gay-Lussac[1]) gelegentlich einer Luftballonfahrt; sie liessen von der Gondel des Ballons einen 50^m langen Draht herabhängen, von dessen unterem Ende die Elektricität zum Elektroskop geführt wurde. Sie erhielten so stets negative, niemals positive Elektricität, was bei der damaligen Ansicht von einer der Luft eigenthümlichen Elektrisirung sehr überraschen musste. Das Resultat erklärt sich aber von selbst, wenn man es als eine Folge der Induction ansieht; übrigens hat später Biot[2]) selbst eine derartige Erklärung dafür gegeben.

Auch Schübler[3]) fand gelegentlich einer Reise in den Alpen die Beobachtung Saussure's bestätigt, dass die Luftelektricität auf isolirten Felskegeln stets viel stärker ist, als an Orten, die von benachbarten Gegenständen an Höhe übertroffen werden, und dass sich ein Zusammenhang mit der absoluten Höhe des Beobachtungsortes nicht feststellen lasse.

Bei Beobachtungen an der Aussenseite eines Thurmes (immer gleich weit von der Wand desselben entfernt) fand Schübler die positive Spannung bis zur Höhe von 50,5^m immer wachsend; sein Elektroskop gab folgende Anzeigen:

Höhe . . .	9,7	16,2	24,4	47,1	49,4	55,6	58,5
Divergenz . .	15°	20°	26°	50°	53°	58°	64°

Becquerel und Breschet[4]) haben in den Alpen gleichfalls bis zu Höhen von 80^m stets wachsende positive Spannungen beobachtet. Die ersten exacten Messungen über diesen Gegenstand verdanken wir aber W. Thomson[5]), der leider nur in vereinzelten Fällen und unter ungünstigen localen Verhältnissen, nämlich am Meeresufer, beobachtet hat. Er fand eine Zunahme des Potentials um 200—400 Volt für eine Erhebung um 3^m, oft aber auch den zehnfachen Betrag, welche Inconstanz ohne allen Zweifel localen Einflüssen zuzuschreiben ist.

Von allen bisherigen Versuchsergebnissen abweichend sind die, welche Palmieri[6]) in Neapel erhielt. Er fand nämlich durch gleichzeitige Beobachtungen in Neapel selbst und am Observatorium des Vesuvs bei schönem Wetter, dass an letzterem Orte, der doch beträchtlich höher liegt, die positive Spannung eine geringere war. Wer

1) J. Ph. vol. LIX (1804).
2) Trait. d. Ph. vol. II.
3) Schweigg. J. Bd. 9 (1814).
4) C. R. vol. VI (1838).
5) Proc. R. Inst. (1860).
6) Rend. d. Nap. (1874); Ann. del Oss. Ves. vol. VI (1876).

Digitized by Google

mit der Topographie Neapels vertraut ist, und sich den Gang der Niveauflächen vorstellt, wie sie dorten die Luft durchschneiden müssen, den wird das Resultat, welches Palmieri erhielt, nicht überraschen. Die Beobachtungen wurden in Neapel selbst auf dem Castell St. Elmo angestellt, das heisst auf der Spitze eines ca. 200^m hohen, ziemlich isolirten Hügels, das Observatorium am Vesuv dagegen liegt am Abhange dieses Berges und vollständig von der mächtigen Spitze desselben überragt. Ueber dem Castell St. Elmo verlaufen die Niveauflächen demnach sehr dicht gedrängt und in horizontaler Richtung, während sie am Abhange des Vesuv, diesem folgend, aufsteigen. Eine Beobachtung mit dem beweglichen Conductor, wie sie Palmieri anstellte, musste demnach am letzteren Beobachtungsorte einen geringeren Werth ergeben. Was die Beobachtungen an ein- und demselben Ort betrifft, so fand auch Palmieri in Uebereinstimmung mit den übrigen Beobachtern den Effect in grösseren Höhen stets bedeutender.

A. Roiti[1]) in Florenz hatte gleichfalls die Bemerkung gemacht, dass von zwei Wassercollectoren, die in verschiedener Höhe über der Plattform eines Gebäudes aufgestellt waren, stets der obere die stärkeren Anzeigen liefere, und zwar nicht nur beim normalen positiven Zustande der Luft, sondern auch wenn sich ausnahmsweise negative Elektricität ergab.

Aehnliches fanden Mascart und Joubert im Jahre 1876; zwei Wassercollectoren wurden nahezu in derselben Verticalen aufgestellt, der eine 5^m, der andere 10^m hoch. Ihre Angaben gingen einander ganz parallel, aber die absoluten Werthe verhielten sich nahezu wie 1 : 2. Auch fanden sie die Beobachtungen Saussure's bestätigt, dass auf einem isolirten Gebäude die Anzeigen von Elektricität stärker sind, als auf ebenem Boden; sie beobachteten auf der Plattform eines isolirt stehenden Semaphors und fanden auf derselben die Wirkung an einer Ecke schon in 2^m Höhe so gross wie in der Mitte erst in einer Höhe von 3^m. Leider konnte ich keine ausführlichere Publication dieser Versuche auffinden und musste mich auf dasjenige beschränken, was Angot[2]) darüber mittheilt.

Aus all dem Vorstehenden geht somit klar hervor, dass die Stärke der atmosphärischen Elektricität mit der Höhe über dem Erdboden zunimmt; doch ist das Gesetz dieser Aenderungen bisher noch nicht durch Messungen festgestellt worden. Auch folgt aus dem schon Bekannten, dass diese Aenderung eine verschiedene ist, je nachdem man über einem concaven, ebenen oder convexen Stücke der Erdoberfläche

1) Pubbl. del. R. Ist. Sup. Firenze (1884).

2) Annuaire de la Soc. Météorol. d. France (1877).

Digitized by Google

beobachtet; die Aenderung ist im ersten Falle am kleinsten, im letzten am grössten. Man ist also nach dem Bisherigen schon im Stande, den Verlauf der Niveauflächen im allgemeinen anzugeben.

§ 4. Jährlicher Gang der atmosphärischen Elektricität.

Die Beobachtungen über den jährlichen Gang der Luftelektricität sind zwar nicht sehr zahlreich, doch stimmen die Angaben aller Beobachter so vollkommen mit einander überein, dass diese Seite der Frage ganz ausser Zweifel gesetzt scheint. Es hat schon Schübler[1]) in Tübingen durch seine Untersuchungen in der ersten Hälfte dieses Jahrhunderts den Nachweis geliefert, dass die normale Luftelektricität im Winter stets viel stärker ist als im Sommer, während Frühling und Herbst Mittelwerthe zeigen. Dieses Resultat wurde auch von Quetelet[2]) in Brüssel bestätigt, und zwar durch fünfjährige continuirliche Beobachtungen; es ergab sich ein Maximum im Jänner und ein Minimum im Juni oder Juli. Dieselbe Lage der jährlichen Maxima und Minima geht auch aus den Beobachtungen zu Kew hervor, wie W. Thomson[3]) nachgewiesen hat; auch Palmieri[4]) in Neapel und Wislicenus[5]) in St. Louis in Nordamerika kamen zu dem gleichen Resultate. Was das Verhältnis der Werthe von Winter und Sommer anlangt, so ist das an verschiedenen Orten allerdings kein constantes, Quetelet z. B. findet dasselbe in Brüssel wie 13:1, Wislicenus dagegen erhält in Amerika das Verhältnis 5:1. Da dieser Unterschied zwischen Winter und Sommer, wie aus dem Späteren hervorgehen wird, seinen Grund in der verschiedenen Menge des Wasserdampfes in der Luft hat, so muss obiges Verhältnis wohl auch an verschiedenen Orten der Erdoberfläche, je nach deren klimatischen Bedingungen, sehr verschieden ausfallen. Für ein- und denselben Ort scheint dieses Verhältnis aber ein ziemlich constantes zu sein.

Es lässt sich somit mit voller Bestimmtheit das Gesetz aussprechen, dass die normale atmosphärische Elektricität während eines Jahres 1 Maximum im Winter und 1 Minimum im Sommer hat.

§ 5. Täglicher Gang der atmosphärischen Elektricität.

Zahlreicher als über den jährlichen Gang sind die Untersuchungen über den täglichen Gang der Luftelektricität; auch hier lässt sich ein allgemeines Gesetz leicht erkennen. Die ersten Spuren einer solchen

1) Schweigg. J. (1811—1833)
2) Bull. Brux. vol. XVI (1849).
3) Rep. Br. Ass. (1863).
4) El. Atm. (1884).
5) St. Louis Trans. (1863).

Digitized by Google

täglichen Variation hat schon Le Monnier[1]) nachgewiesen mit Hilfe seines fliegenden Drachen; später haben Saussure[2]), Schübler[3]) und Crosse[4]) mit besseren Hilfsmitteln den Nachweis geliefert, dass man täglich 2 Maxima und 2 Minima der Luftelektricität unterscheiden könne, und dasselbe Resultat hat auch die überwiegende Mehrzahl der späteren Beobachter gefunden. So wurde die Existenz zweier täglicher Maxima und Minima noch bestätigt von Quetelet[5]), Dellmann[6]), Secchi[7]), Wislicenus[8]), W. Thomson[9]), Everett[10]), F. Denza[11]) in Moncalieri während der Jahre 1871—1878, von Róiti[12]) und von Palmieri[13]). Alle diese Beobachter fanden übereinstimmend ein stark ausgesprochenes Maximum um die Zeit des Sonnenunterganges, meist kurz danach, und ein entschiedenes Minimum um die Mittagstunde; ein zweites Maximum von geringerer Intensität und viel veränderlicherer Lage zeigt sich in den Morgenstunden und ein zweites flaches Minimum während der Nacht. Von manchen Beobachtern wurde jedoch nur je ein Maximum und Minimum gefunden, so z. B. von Mascart[14]) in Paris; es mag wohl dem Einflusse all der Ausdünstungen einer grossen Stadt zuzuschreiben sein, wenn nicht alle Variationen so regelmässig verlaufen wie auf dem flachen Lande oder in kleineren Städten. Auch die Beobachtungen, welche in Lissabon[15]) während der Jahre 1877—1878 angestellt wurden, lassen nur ein tägliches Maximum und Minimum erkennen, doch wird man im allgemeinen die Existenz einer doppelten täglichen Periode als festgestellt annehmen können.

Es sind schon von mehreren Beobachtern sehr wichtige Bemerkungen über den Zusammenhang der täglichen Maxima und Minima mit anderen meteorologischen Factoren gemacht worden; Saussure, Schübler und Crosse haben alle Drei schon den Satz ausgesprochen,

1) Mém. de Paris (1752).
2) Voy. dans les Alp. (1786).
3) Schweigg. J. Bd. 3 (1811).
4) Gilb. Ann. Bd. 51 (1812).
5) Bull. d. Brux. vol. XVI (1849).
6) Dessen diverse Abh. in Pogg. Ann.
7) Cim. 14 (1861).
8) St. Louis Trans. (1863)
9) Rep. Br. Ass. (1863).
10) Proc. R. Soc. vol. 16 (1868).
11) Cim. (3) vol. 8.
12) Pubbl. del Ist. Sup. Firenze (1884).
13) El. Atm. (1884).
14) C. R. vol. XCI (1880).
15) Ann. do obs. do Inf. D. Luiz, Lissabon (1879).

Digitized by Google

dass das Maximum der Luftelektricität immer mit der Bildung starken Thau's zusammenfällt, man wird das Hauptmaximum also immer bei Sonnenuntergang und ein zweites bei Sonnenaufgang erwarten, das Hauptminimum dagegen fällt immer mit der grössten Hitze des Tages zusammen. Im Zusammenhange damit muss sich eine Verschiebung der Maxima und Minima je nach der Jahreszeit ergeben, wie dies auch aus der folgenden von Schübler[2]) aufgestellten Tabelle für die Tagesstunden ersichtlich ist:

	1. Max.	Min.	2. Max.
Winter:	9 1/2	2 1/2	6 1/2
Sommer:	7	4 1/2	9 1/2

Auch Quetelet[2]) kommt auf Grund seiner Beobachtungen zu dem Schlusse: die tägliche Periode der Luftelektricität verläuft gerade umgekehrt wie die der Temperatur; auch Dellmann findet, dass das tägliche Maximum stets unmittelbar nach dem Minimum der Temperatur, das Minimum der Elektricität dagegen mit dem Maximum der Temperatur eintritt. Es kann demnach wohl keinem Zweifel unterliegen, dass man es hier mit einem Zusammenhange zwischen Luftelektricität und Wasserdampfgehalt der Luft zu thun hat, der sich ganz ebenso äussert wie in der jährlichen Periode. Damit steht es in vollem Einklange, dass sowohl Saussure als auch Schübler die täglichen Schwankungen viel geringer fanden bei anhaltender Trockenheit als bei stark wechselndem Feuchtigkeitsgehalt der Luft.

Man wird demnach aus Vorstehendem den Schluss ziehen müssen: die Luftelektricität befolgt im allgemeinen den umgekehrten Gang wie die Temperatur und der Feuchtigkeitsgehalt der Luft.

§ 6. Einfluss der geographischen Lage des Beobachtungsortes.

Von Beobachtungen der Luftelektricität, die ausserhalb des europäischen Continentes gemacht wurden, liegen bisher leider nur spärliche Nachrichten vor. Es sind dies die schon erwähnten mehrjährigen Untersuchungen von J. D. Everett[3]) in Neuschottland und von A. Wislicenus[4]) in St. Louis in Nordamerika, ferner die Beobachtungen, welche Lephay[5]) in jüngster Zeit nach der Methode von Mascart am Cap Horn in Südamerika angestellt hat. Alle diese Untersuch-

1) Schweigg. J. Bd. 9 (1814).
2) Bull. d. Brux. vol. XVI (1849).
3) Proc. R. Soc. vol. XII (1863) und XIV (1865).
4) St. Louis Trans. (1863).
5) C. R. vol. XCVIII (1884).

Digitized by Google

ungen geben genau dieselben Resultate, zu denen man auf den europäischen Beobachtungsstationen gekommen ist. Von besonderem Interesse wären Beobachtungen in den Polarländern wegen der tiefen Temperaturen, die dorten herrschen, doch sind die vorliegenden Angaben über derartige Untersuchungen leider alle sehr zweifelhafter Natur. Es haben schon Bravais und Lottin in den Jahren 1838 bis 1839 in Norwegen versucht, die Stärke der Luftelektricität zu bestimmen, sie konnten aber eine solche überhaupt nicht mit Bestimmtheit nachweisen. Dieses ganz abnorme Resultat erklärt sich aber aus einer Bemerkung, welche S. Lemström[1]) auf Spitzbergen machte; er fand nämlich, dass in jenen Breitengraden die Luft fast immer mit Wasserdampf vollständig gesättigt ist, so dass es kaum möglich wird, die Apparate gut zu isoliren. Er erhielt deshalb auch nur selten Anzeigen von Luftelektricität. Zu dem gleichen Resultate gelangte auch A. Wijkander[2]) auf der schwedischen arktischen Expedition in den Jahren 1872—1873; er konnte auch immer nur schwache positive Ladungen erhalten. Man wird daher in Zukunft bei derartigen Expeditionen auf die Isolirung der Instrumente eine ganz besondere Sorgfalt verwenden müssen, da sonst die Messungen eines jeden Werthes entbehren. Dass in den angeführten Fällen die negativen Resultate wirklich eine Folge der mangelhaften Methode waren und nicht etwa in der Abwesenheit von Luftelektricität in solchen Breitengraden ihren Grund hatten, das geht ganz deutlich aus den späteren Untersuchungen von Lemström[3]) in den arktischen Regionen hervor. Es gelang ihm durch isolirt aufgestellte grosse Metallgitter, die mit Aufsaugestangen versehen waren, Elektricität aus der Luft in solcher Menge abzuleiten, dass er sie am Galvanometer nachweisen konnte; in besonders klaren Nächten konnte er sogar über jeder Aufsaugestange einen Lichtschein wahrnehmen, der in der zuströmenden Elektricität seinen Grund hatte. Elektrische Phänomene von derartiger Intensität würde man aber in unseren Breitengraden bei normalem Wetter nicht erhalten, so dass die Vermuthung wohl gerechtfertigt erscheint, in den Polarländern müsse die Luftelektricität sich stärker bemerkbar machen als bei uns.

Aus dem Vorstehenden wird man den Schluss ziehen, dass Beobachtungsorte, die angenähert in denselben geographischen Breiten liegen, auch gleiche Resultate ergeben; ob dasselbe auch für die äquatorialen und polaren Regionen gilt, muss noch dahingestellt bleiben; für letztere ist es wahrscheinlich, dass sie in quantitativer Beziehung die unsrigen übertreffen.

---

1) Arch. sc. ph. (2) vol. XLI (1871).

2) Arch. sc. ph. (2) vol. LI (1874).

3) Zeitschr. f. Meteor. Bd. 20 1885).

Digitized by Google

§ 7. Zusammenhang zwischen der Luftelektricität und sonstigen atmosphärischen Einflüssen.

Es ist in früheren Zeiten von einzelnen Beobachtern behauptet worden, dass die Luftelektricität eine gewisse Abhängigkeit vom Luftdrucke zeige; bei den neueren Untersuchungen hat man das Augenmerk nicht auf diesen Punkt gerichtet, man wird daher gut thun, diese Frage vorläufig noch als eine offene zu betrachten. Dagegen ist ein Zusammenhang der Luftelektricität mit der Temperatur über allen Zweifel erhaben; das geht schon aus dem jährlichen und täglichen Gang der Luftelektricität hervor, demzufolge letztere immer mit sinkender Temperatur zunimmt und umgekehrt. Aber auch sonst stimmen die Angaben aller Beobachter darin überein, dass bei klarem und kaltem Wetter die Luftelektricität zunimmt. Dellmann hat dies speciell für den kalten Polarstrom nachgewiesen, indem er zeigte, dass jedesmal mit dem Eintritte desselben — in unseren Gegenden bei NO-Wind — die normale positive Elektricität der Luft zunahm; bei Eintritt des warmen und feuchten SW-Windes dagegen sinkt dieselbe. Was die Wirkung der bewegten Luft als solcher, also localer Winde anlangt, so ist dieselbe, wie schon Saussure bemerkte, meist sehr schwach und unregelmässig; sie lässt sich offenbar auf zufällige Elektrisirung von Partikelchen, die der Wind mit sich trägt, zurückführen.

Sehr entschieden tritt aber die Wirkung des Windes auf, wenn derselbe Staub von der Erdoberfläche mit sich führt; es kommt zuweilen vor, dass man bei vollkommen schönem Wetter statt der normalen positiven Elektricität negative beobachtet, das tritt aber immer nur ein, wenn gleichzeitig ein verhältnismässig starker Wind viel Staub mit sich führt. Man beobachtet dies namentlich in der Nähe von sehr trockenen Feldern oder Landstrassen und auch bei anhaltender Trockenheit im Innern einer Stadt; in letzterem Falle werden die Beobachtungen mitunter durch längere Zeit auf diese Weise ganz unmöglich gemacht, bis ein ausgiebiger Regen allen Staub aus der Atmosphäre entfernt. Da die Angaben aller Beobachter dahin gehen, dass bei Staub die Luft negativ elektrisch wird, so scheint es, dass die Reibung der Staubtheilchen an der Oberfläche der Häuser oder sonstigen Gegenstände erstere negativ elektrisirt. Ein besonders auffälliges Beispiel hiefür hat W. Siemens[1]) auf der Spitze der Cheops-Pyramide in Aegypten beobachtet. Bei plötzlich einbrechendem Samum bemerkte er trotz des schönen Wetters starke Anzeigen von negativer Elektricität; diese nahm mit dem Anwachsen des Windes, der natür-

1) Pogg. Ann. Bd. 109 (1860).

Digitized by Google

lich sehr viel Staub aus der Wüste mit sich führte, so an Intensität zu, dass es mit Hilfe einer geschickt improvisirten Leidnerflasche gelang, sehr bedeutende Funken zu erzeugen. Auch Dellmann[1]) hat sich davon überzeugt, dass das Auftreten von negativer Elektricität bei heiterem Himmel immer mit der Bildung von Staub in der Nähe des Beobachtungsortes zusammenhing. Ebenso fand Palmieri[2]) am Vesuv einen innigen Zusammenhang zwischen dem Auftreten der negativen Elektricität und dem Vorhandensein von Staub oder Asche des Vulkans in der Luft. Schliesslich mag noch erwähnt werden, dass man auch in Zimmern die Luft meist negativ elektrisch findet, wie schon W. Thomson[3]) gezeigt hat; auch das hat seinen Grund im Staub, der in geringer Menge fast immer vorhanden ist. Lässt man diesen durch vollständigen Abschluss des Zimmers sich zu Boden schlagen, so verliert sich allmählich die negative Ladung der Luft.

Eine Erscheinung, die den Beobachter das erstemal überrascht, ist das Auftreten starker positiver Elektricität bei Nebel; es gilt dies aber nur von jenen Nebeln, wie sie sich namentlich im Herbst des Morgens auf die Erde senken als Vorboten eines klaren Tages. Diese Erscheinung ist schon längst bekannt und wurde von Beccaria, Romayne, Henley, Volta, Saussure, Crosse, Schübler, Everett und Wislicenus beschrieben, besonders eingehend aber von Dellmann[4]) studirt. Es ist diese Erscheinung aber vielleicht nicht eine Wirkung des Nebels, sondern das Steigen der positiven Elektricität sowohl als die Bildung des Nebels sind die Folge einer Temperaturabnahme, wie sie an besonders klaren Tagen am frühen Morgen eintritt. Es fällt diese Erscheinung also zusammen mit der früher schon erwähnten Abhängigkeit der Luftelektricität von der Temperatur, auf welche später noch ausführlicher zurückzukommen Gelegenheit sein wird.

Es muss nun noch auf den Einfluss hingewiesen werden, den die Bildung von Wolken und Regen auf den Gang der atmosphärischen Elektricität übt. Die Erfahrungen aller Beobachter gehen dahin, dass das Wasser des Regens immer negativ elektrisch ist, wenn man es in gut isolirten Gefässen auffängt; positive Regen kommen nur sehr selten vor, und zwar im Winter, wo der Niederschlag in höheren Regionen offenbar als Schnee existirte.

1) Pogg. Ann. Bd. 125 (1865).
2) El. Atm. (1884).
3) Proc. Manch. Soc. vol. II (1862).
4) Zeitschr. f. Meteor. Bd. 4 (1869).

Digitized by Google

Dagegen finden Everett[1]) und Lephay[2]) den Regen und Hagel stets negativ elektrisch. Im allgemeinen zeigt sich diese negative Ladung um so stärker, je dichter und plötzlicher der Regen fällt, am deutlichsten also bei Gewittern. Aber nicht nur das niederfallende Regenwasser ist negativ elektrisch, sondern auch schon die Wolken und der Wassergehalt der Atmosphäre überhaupt, und das ist von Wichtigkeit, weil daraus klar hervorgeht, dass die Ursache dieser negativen Ladung nicht etwa in der Reibung des fallenden Begenwassers an der Luft zu suchen sei. So fanden schon Palmieri[3]) und in Uebereinstimmung mit ihm auch Quetelet[4]) dass starke Wolkenmassen in ihrem Centrum negativ, am Rande aber positiv elektrisch seien. Was letzteren Umstand anlangt, so muss jedoch bemerkt werden, dass an der Grenze einer Wolke jedenfalls ein Uebergang von der negativen zur normalen positiven Elektricität gefunden werden muss. Das obige Resultat hat auch Dellmann[5]) durchgehends bestätigt gefunden. Aber nicht nur mächtige Wolkenmassen, sondern die Entwicklung des Wasserdampfes in der Luft bewirkt überhaupt eine Schwächung der positiven, resp. das Auftreten der negativen Elektricität. Das hat schon Volpicelli[6]) beobachtet und ich habe mich in allen Fällen von der Richtigkeit dieser Beobachtung überzeugt. Damit steht auch in vollkommenem Einklange die Angabe von Mascart[7]), dass die täglichen Variationen der Luftelektricität im Winter viel kleiner sind als im Sommer. Die gleiche Beobachtung hatte auch schon Schübler[8]) gemacht; er fand bei normalem Wetter das Verhältnis zwischen täglichem Maximum und Minimum im December gleich 1,6 und im Juli gleich 3,0. Diese Unterschiede erklären sich eben dadurch, dass der Wasserdampfgehalt der Luft — und damit das Vorhandensein negativ elektrischer Massen in derselben — im Sommer ein viel schwankenderer ist als im Winter.

Wir kommen nach dem Vorstehenden zu folgendem Resultate: es ist die Luftelektricität stark beeinflusst durch den Staub, den bei trockenem Wetter der Wind mit sich führt, und namentlich fühlbar ist dieser Einfluss in einer grösseren Stadt; sein Effect ist die Luft negativ elektrisch erscheinen zu lassen. In gleichem Sinne äussert

1) Proc. R. Soc. vol. XIV (1865).
2) C. R. vol. XCVIII (1884).
3) Arch. sc. phys. vol. XXVI (1854).
4) Bull. d. Brux. vol. XXI (1854.
5) Zeitschr. f. Meteor. Bd. 5 (1870).
6) C. R. vol. LII (1861).
7) C. R. vol. XCI (1880).
8) Schweigg. J. Bd. 3 (1811).

Digitized by Google

sich die Wirkung des Wasserdampfes, mag derselbe in Gasform oder als Wolke und Regen auftreten; durch letzteren Umstand erklärt sich auch die Wirkung von Temperaturänderungen auf die Stärke der Luftelektricität: mit steigender Temperatur wächst der Gehalt der Luft an Wasserdampf und damit vermindert sich die normale positive Elektricität und geht eventuell in negative über.

§ 8. Die bisherigen Theorien der atmosphärischen Elektricität.

Ausserordentlich gross ist die Zahl der Ansichten, die über den Ursprung der Luftelektricität bisher ausgesprochen wurden; es lassen sich dieselben aber auf einige wenige Originaltheorien zurückführen, die im folgenden kurz besprochen werden sollen.

Die älteste und wohl auch zunächst liegende Theorie greift auf die bekannte Thatsache der Elektricitätserzeugung durch Reibung zurück; ihr hat zuerst Nollet[1]) einen bestimmten Ausdruck gegeben, indem er annahm, dass die Reibung der Wolken an der Luft die Ursache der atmosphärischen Elektricität sei. Obwohl schon Wilke[2]) bald nach dem Auftreten dieser Ansicht das Unhaltbare derselben nachwies, ist man später doch wieder in mancherlei modificirter Form darauf zurückgekommen, so unter anderem Florimond[3]), der nebst der Verdunstung auch der Reibung von Luft und Wolken eine Rolle zuschreibt. Auch Lüddens[4]) geht von dieser Ansicht aus, sogar Tait[5]) glaubt in dem Zusammenstosse der Wasser- und Luftmoleküle die Quelle der Elektricität suchen zu müssen. Spring[6]) ist anderer Meinung und glaubt, dass nur bei Bildung von trockenem Hagel, durch die Reibung desselben an der Luftelektricität erzeugt werde und dass der Regen bei Gewittern in höheren Regionen als Hagel bestanden habe. Auch die Wirkung der Hydroelektrisirmaschine von Armstrong wurde vielfach zur Erklärung der Luftelektricität herangezogen, so von Liebenow[7]) und von Tromelin[8]), welch letzterer dabei speciell die Wirkung des Windes auf die Meeresoberfläche im Auge hat; dass eine derartige Wirkung besteht, kann wohl kaum bezweifelt werden,

1) Phil. Trans. (1752).
2) Anm. zu den Briefen Franklin's (1758).
3) Bull. d. Brux. (2) vol. XI (1861).
4) Ausland (1876).
5) Proc. Ed. Soc. vol. VIII (1874 75) und Nat. vol. XXII.
6) Bull. d. Brux. (3) vol. IV (1882).
7) Natf. Bd. 17 (1884).
8) C. R. vol. XCVIII (1884).

Digitized by Google

aber sie erzeugt nicht das Phänomen der Luftelektricität, sondern äussert sich nur als eine locale Störung desselben.

Alle die vorstehenden Theorien werden durch die eine Thatsache vollständig widerlegt, dass die Luftelektricität um so stärker auftritt, je normaler und je klarer und kälter die Witterung ist.

Eine ganz originelle Ansicht hat B. Franklin auf Grund seiner Theorie von nur einem elektrischen Fluidum ausgesprochen; er sucht die Quelle der Elektricität in der Ausdehnung, die der Wasserdampf erleidet, wenn er in höhere Regionen aufsteigt. Auch diese Theorie aber ist unhaltbar; sie wiederspricht sowohl den mit den empfindlichsten modernen Hilfsmitteln ausgeführten Untersuchungen, als auch den aus der Franklin'schen Theorie selbst gezogenen rein theoretischen Consequenzen, denen zufolge eine physikalische Deformation eines Körpers niemals die Quelle von Elektricität abgeben kann; selbst die chemische Veränderung eines Körpers kann nur zu einer Neuvertheilung der schon vorhandenen Elektricität führen.

Nach der Entdeckung der Pyro- und Thermoelektricität der Körper hat man auch versucht, diese zur Erklärung des fraglichen Phänomens heranzuziehen; Canton[1]) betrachtete die Luft wie einen Turmelinkrystall, der bei Erwärmung oder Abkühlung elektrich wird; Becquerel[2]) legte ihr thermoelektrische Eigenschaften zu, denen zufolge kalte und warme Strecken derselben sich in verschiedenem elektrischen Zustande befinden sollten. Auch De la Rive[3]) schliesst sich dieser Ansicht an, indem er die ungleiche Vertheilung der Wärme in der Atmosphäre zur Erklärung heranzieht.

Diese Ansicht wird, ganz abgesehen von ihrer physikalischen Unwahrscheinlichkeit, dadurch widerlegt, dass die Luftelektricität im Winter viel stärker ist als im Sommer, während doch von den Temperaturdifferenzen in der Atmosphäre das Gegentheil gilt.

Eine ganz andere Theorie hat Volta[4]) aufgestellt, eine Theorie, die mit sehr viel Beifall aufgenommen wurde und sich bis in die neueste Zeit erhielt. Volta stützte sich dabei auf die von Bennet[5]) und ihm selbst entdeckte Thatsache, dass die Verdampfung von Wasser, das man auf glühende Kohlen schüttet, von Elektricitätsentwicklung begleitet sei. Volta schrieb diese dem Processe der Verdampfung selbst zu und erblickte darin den Grund der atmosphärischen Elektri-

---

1) Phil. Trans. (1753).

2) Pogg. Ann. Bd. 17 (1829).

3) Mém. Soc. Genève vol. XIII (1854).

4) Biblioteca fisica (1788).

5) New exper. on Electr. etc. London (1789); cf. Phil. Trans. (1787) und (1789).

Digitized by Google

cität. Später hat Grotthus[6]) die Versuche wiederholt; indem er Wasser auf glühende Metalle goss, fand er den entwickelten Dampf elektrisch. Auch Saussure schliesst sich der Ansicht Volta's an und unterstützte dieselbe durch Beobachtungen an verdampfendem Wasser; er fand den Dampf stets positiv, das zurückbleibende Wasser aber negativ geladen. In neuerer Zeit wurden die Versuche wieder von Palmieri[1]) aufgenommen, der die Oberfläche des Wassers durch die Hitze der mit einer Sammellinse darauf concentrirten Sonnenstrahlen zum Sieden brachte; auch er fand den Dampf positiv. Auch Tait und Wanklyn[2]) kamen zu positiven Resultaten, als sie Wasser auf glühenden Metallen zum Verdampfen brachten, und in jüngster Zeit glaubte noch Lufström[3]) in diesem Processe die Ursache der Luftelektricität suchen zu müssen.

Würde man selbst den Zusammenhang zwischen Verdampfung und Elektricitätsentwicklung als erwiesen annehmen, so könnte man doch darin keine Erklärung der Luftelektricität finden, denn letztere ist um so stärker, je geringer der Gehalt der Luft an Wasserdampf ist.

Es sind aber auch gegen die Richtigkeit der bisher angeführten Beobachtungen sehr berechtigte Einwände erhoben worden; schon Configliachi[4]) schloss aus seinen Versuchen unter der Luftpumpe, dass die Verdampfung an sich keine Elektricität erzeuge und zu demselben Resultate kam Erman[5]). Aber erst Pouillet[6]) zeigte den wahren Grund der bisherigen Täuschungen, indem er nachwies, dass eine Elektricitätsentwicklung immer nur auftritt, wenn Theile des verdampfenden Wassers oder darin gelöster Salze sich an den Gefässwänden reiben. Die Richtigkeit dieser Ansicht wurde bald von vielen Seiten bestätigt, so von Schübler[7]), von Peltier[8]) und von Faraday[9]). Auch durch die Untersuchungen von Riess[10]), von Reich[11]) und von Gangain[12]) konnte keine Elektricitätsentwicklung beim Verdampfen nachgewiesen werden, wenn dafür gesorgt war, dass alle

1) Gehl. J. Bd. 9 (1810).
2) Cim. vol. XIII (1861).
3) Phil. Mag. (4) vol. XXIII (1862).
4) Arch. d. Genève (1875).
5) Gilb. Ann. Bd. 43 (1813).
6) Berl. Akad. Bd. 19 (1818).
7) Pogg. Ann. Bd. 11 (1827)
8) Schweigg. J. Bd. 55 (1829).
9) Ann. d. ch. et d. ph. Bd. 75 (1840).
10) Exp. Res. Ser. vol. XIX (1846).
11) Pogg. Ann. Bd. 69 (1845).
12) Abh. bei Begründung der sächs. Akad. d. Wiss. (1846).
13) C. R. vol. XXXVIII (1854).

Digitized by Google

Reibung ausser Spiel blieb. In neuester Zeit haben diesbezügliche Versuche von Freeman[1]) und Blake[2]), die mit den besten Hilfsmitteln ausgeführt wurden, gleichfalls in negativem Sinne entschieden.

Da man in früherer Zeit nicht nur der Verdampfung, sondern auch der Condensation der Dämpfe die Eigenschaft zuschrieb, Elektricität zu entwickeln, so ist es von Wichtigkeit, dass auch in dieser Beziehung die genauesten Messungen nur ein negatives Resultat ergeben haben. Solche Messungen wurden mit jener Genauigkeit, die heutigen Tages eben erreichbar ist, von S. Kalischer[3]) ausgeführt. Es hat zwar Landerer[4]) geglaubt, aus dem Knistern eines Telephons, auf dessen Zuleitungsdraht sich Eiskrystalle ansetzten, schliessen zu müssen, dass dieses Ankrystallisiren des Wasserdampfes aus der Luft mit Elektricitätsentwicklung verbunden sei; doch wird man die Ursache dieser Erscheinung wohl anderswo zu suchen haben.

Für eine Theorie der Luftelektricität ist nicht nur die Frage, ob die Verdampfung selbst mit Elektricitätsentwicklung verbunden sei, von Wichtigkeit, es handelt sich auch darum, ob der Dampf, der aus einer elektrisch geladenen Flüssigkeit aufsteigt, Elektricität aus derselben mit fortführt oder nicht. Eine experimentelle Entscheidung dieser Frage ist sehr schwierig, denn man darf nicht vergessen, dass Elektricitätsmengen, die bei einem Laboratoriumsversuche noch unterhalb der Grenze der Wahrnehmbahrkeit bleiben, bei den analogen Vorgängen in der Natur vielleicht schon sehr bemerkbar werden. Es hat übrigens Buff[5]) gefunden, dass beim Verdampfen einer elektrisirten Wasseroberfläche der Dampf wirklich Elektricität mit sich führt; dieser Ansicht hat sich auch De la Rive[6]) angeschlossen. Es ist jedoch hinterher schwer zu entscheiden, ob bei diesen Versuchen auch alle nöthigen Vorsichtsmaassregeln beobachtet wurden, ja man ist versucht, das Gegentheil zu glauben, wenn man das Resultat der gewiss sehr sorgfältig durchgeführten Untersuchung von Blake[7]) damit vergleicht. Blake hat mit den feinsten Apparaten gearbeitet und konnte trotzdem beim Verdampfen von Wasser oder Quecksilber keine bemerkenswerthe Elektrisirung des Dampfes selbst nachweisen. Er schliesst daraus, dass bei den Versuchen von Buff wohl ein Spritzen des Wassers, also Reibung, mit im Spiele war. Nun ist aber das

1) Phil. Mag. (5) vol. XIII (1882).
2) Wied. Ann. Bd. 19 (1883).
3) Wied. Ann. Bd. 20 (1883).
4) C. R. vol. XCIII (1881).
5) Lieb. Ann. Bd. 89 (1854).
6) Traité d'El. vol. III (1858).
7) Wied. Ann. Bd. 19 (1883).

Digitized by Google

Resultat, zu welchem Blake kam, mit den Gesetzen der Elektrostatik durchaus nicht in Einklang zu bringen; auch ist nicht einzusehen, wo die Elektricität hinkäme, wenn man eine geladene und ideal gut isolirte Flüssigkeit vollständig in Dampf verwandeln würde. Man muss daher annehmen, dass die Elektricitätsmengen, welche bei den Versuchen von Blake vom Dampf mitgeführt wurden, zu gering waren, um nachgewiesen werden zu können.

Es gibt aber einen Versuch, welcher ganz entschieden beweist, dass eine Convection der Elektricität durch den Dampf stattfindet; es ist das der Versuch, durch welchen Mascart[1]) nachgewiesen hat, dass eine elektrisirte Wasserfläche schneller verdampft, als eine nicht elektrisirte unter gleichen Umständen. Die Geschwindigkeit der Verdampfung wird nämlich gemessen durch die Anzahl der Wassermoleküle, die in der Zeiteinheit die Einheit der Oberfläche verlassen und sich dauernd von ihr entfernen; nicht alle Moleküle, die die Oberfläche passiren, verlassen sie auch dauernd, viele werden durch die Anziehungskraft der flüssigen Masse wieder in diese zurückgezogen. Wirklich zu Dampf werden nur jene, deren Anfangsgeschwindigkeit genügend gross ist, um sie aus dem Bereich der Molekularkräfte an der Oberfläche zu bringen. Es lässt sich nun leicht übersehen, welches der Effect sein muss, je nachdem die einzelnen Wassermoleküle die elektrisirte Oberfläche in geladenem oder ungeladenem Zustande verlassen. Sind sie selbst unelektrisch, so werden sie von der elektrischen Ladung der Oberfläche zurückgezogen, das heisst, es werden verhältnismässig weniger Moleküle die Oberfläche dauernd verlassen: die Geschwindigkeit der Verdampfung müsste abnehmen. Führen aber die Moleküle Elektricität mit sich, so werden sie von der geladenen Oberfläche abgestossen, und zwar mit einer Kraft, die der Dichte der Elektricität an der Oberfläche proportional ist; es werden also jetzt relativ mehr Moleküle dauernd in Dampf übergehen, das heisst, die Geschwindigkeit der Verdampfung muss zunehmen. So lange sich die Moleküle noch innerhalb der Wassermasse befinden, wird von der elektrischen Ladung auf sie natürlich keine Kraft ausgeübt, ihre Bewegung also auch nicht verändert. Die Versuche von Mascart beweisen somit, dass der Dampf, der aus einer elektrisirten Oberfläche aufsteigt, eine elektrische Ladung mit sich führt.

Die von V. d. Mensbrugghe[2]) beobachtete Thatsache, dass die Elektrisirung einer Flüssigkeit die Oberflächenspannung derselben nicht verändert, steht in keinem Zusammenhang mit obigem Einfluss auf die Verdampfung.

---

1) C. R. vol. LXXVI (1878).

2) Mém. d. sav. etrang. vol. XL (1875).

Digitized by Google

Da die eben berührte Frage von grösster Wichtigkeit ist und da Mascart in seiner oben citirten Abhandlung keine Zahlen mittheilt, so habe ich die Versuche widerholt, und zwar in folgender Weise: in ein breites, mit Wasser gefülltes Glasgefäss wurde eine in einen langen horizontalen Schenkel verlaufende Glasröhre von 4^{mm} Durchmesser so eingetaucht, dass bei passender Stellung des Wassernieveaus der Wasserfaden im horizontalen Glasrohr bis gegen das Ende desselben reichte. Verdampft nun das Wasser, so zieht sich der Meniscus im Rohre allmählich zurück, und zwar betrug dieses Zurückweichen im vorliegenden Falle ungefähr 1^{cm} pro Minute. Man kann so den Verlauf der Verdampfung sehr schnell studiren und hat den Vortheil, dass die verdampfende Oberfläche stets im gleichen Niveau bleibt. Wurde das Wasser mittels einer Holtz'schen Maschine elektrisirt, so zeigte sich stets ein auffallend schnelles und constant verlaufendes Zurückweichen des Meniscus, wobei der Einfluss der Grösse des Potentials sich sehr deutlich bemerkbar machte. Es wurde natürlich darauf geachtet, dass der Meniscus sowohl im unelektrischen als elektrischen Zustande dieselben Strecken im Rohre durchlief, damit nicht etwaige Unregelmässigkeiten des letzteren das Resultat beeinflussen. Im folgenden sind einige Zahlen angegeben, die in Centimeter das Zurückweichen des Meniscus in verschiedenen Zeiten und bei verschieden starker Elektrisirung ausdrücken; je zwei Zahlen in derselben Horizontalreihe gehören zusammen. Die letzten vier Beobachtungen wurden bei besonders starker Elektrisirung des Wassers ausgeführt.

Elektrisch	Unelektrisch
3,5	2,2
3,3	2,3
13,9	11.8
3,5	2,6
3,0	2,2
3,0	2,0
4,1	2,2
17,0	9,2
16,0	7,0
8,6	4,8

Es ist die Verdampfung im elektrischen Zustande ausnahmslos bedeutend grösser als im gewöhnlichen. Da diese Unterschiede so beträchtliche sind, so erwartete ich die Elektrisirung des aufsteigenden Dampfes auch direct nachweisen zu können; ich konnte aber diesbezüglich zu keinem Resultate kommen, und zwar aus dem Grunde,

Digitized by Google

weil die durch die Induction der stark elektrischen Wasserfläche auf die übrigen Theile des Apparats hervorgerufenen Fehlerquellen nicht zu umgehen waren.

Es ist nicht möglich, über eine solche Fläche, wenn auch in der Höhe von 1—2^{dcm} eine isolirte Platte durch mehrere Minuten aufzustellen, ohne dass durch die Induction und die Zerstreuung der Elektricität in der Luft ganz enorme Fehler entstehen. Man überzeugt sich davon, wenn man die Wasserfläche durch eine gleich stark elektrisirte Metallfläche ersetzt; es bleiben diese Fehler auch bestehen, wenn man die isolirenden Körper, wie Paraffin oder Siegellack, ganz ins Innere der sonst metallischen Leiter verlegt. Ich habe auch die Methode von Blake anzuwenden versucht, sie aber aus demselben Grunde als ganz unbrauchbar verlassen müssen. Wie so es Blake möglich war, auf diese Weise zu arbeiten, ist mir unverständlich; möglich, dass die Ursache darin liegt, dass er viel kleinere Spannungen — bis zu 400 Volt — anwendete. Daraus würde sich aber auch der negative Erfolg, zu dem er gelangte, erklären, da der Effect mit dem Quadrate des Potentials steigt.

Für stark verdampfende Flüssigkeiten, wie Alkohol und Aether, gelingt es allerdings leichter, die Mitführung der Elektricität durch den Dampf nachzuweisen. Stellt man ein grosses Metallgefäss von etwa $\frac{1}{2}^{m}$ Oeffnung isolirt auf und bringt über die Mitte desselben von oben ein kleines, gut isolirtes Porcellanschälchen, das durch eine geriebene Glas- oder Ebonitstange elektrisirt wurde, und entfernt man dasselbe nach 1—2 Minuten wieder, so findet man das Metallgefäss meist etwas mit gleichartiger Elektricität geladen, die durch Zerstreuung in der Luft übergegangen ist. Füllt man das Schälchen aber mit Alkohol oder Aether und bringt es jetzt im elektrisirten Zustande wieder über das vorher abgeleitete Gefäss, so findet man dasselbe nach Verlauf der gleichen Zeit viel beträchtlicher, gleichnamig geladen, was einer Ueberführung der Ladung durch die herabsinkenden Dämpfe zuzuschreiben ist. Mit einem Quadrantenelektrometer gemessen waren beispielsweise die Ausschläge die folgenden: Schale leer: 10—15^{mm}, Alkohol 60—80^{mm}; Aether 150—200^{mm}. Einem Daniell entsprach ein Ausschlag von 18^{mm}.

Es kann somit als erwiesen betrachtet werden, dass diese Dämpfe Elektricität mit sich führen, wenn sie aus einer elektrisirten Flüssigkeit sich entwickeln; das Gleiche muss demnach auch für Wasserdampf angenommen werden.

Eine von den bisherigen Theorien ganz abweichende Ansicht hat zuerst Erman[1]) ausgesprochen; aus Versuchen, von denen schon früher

1) Gilb. Ann. Bd. 15 (1803).

Digitized by Google

gesprochen wurde, zog er den Schluss, dass die Elektricität, die durch Flammen oder Spitzen in die Messapparate geführt wird, nicht direct durch Leitung aus der Luft entnommen wird, sondern dass sie das Resultat einer Induction ist, die dnrch elektrische Massen erzeugt wird. Als Sitz der letzteren betrachtete er die Erde selbst, während die Luft nach ihm vollkommen unelektrisch ist. Diese Ansicht wurde später von Peltier[1]) zu einer Theorie entwickelt, indem er die scheinbare Vertheilung der Elektricität in der Atmosphäre durch Induction von Seiten der Erde erklärte[2]) und durch Beobachtungen analog denen von Erman auch bestätigte[3]). Dieser Theorie der Induction schloss sich auch Duprez[4]) in seiner berühmten historischen Schrift an, und sie fand mit Recht bei zahlreichen Physikern Beifall. Lamont[5]) und Romershausen[6]) folgten ihr, W. Thomson[7]) verwarf jedoch Peltier's Ansicht und behauptete, man müsse nicht nur die Erde als negativ elektrisch, sondern auch die höheren Schichten der Atmosphäre als positiv elektrisch ansehen, so dass die beiden Ladungen gleichsam eine Leydnerflasche repräsentiren. Später jedoch gab W. Thomson[8]) zu, dass sich alle Erscheinungen auch unter der Annahme erklären lassen, dass nur die Erde eine elektrische Ladung besitze und zwar eine negative.

In jüngster Zeit hat Pellat[9]) wieder auf die Ansicht Peltier's aufmerksam gemacht und sie zur Erklärung der elektrischen Erscheinungen in der Atmosphäre, namentlich auch bei Gewittern, verwendet.

Es müssen nun noch einige Theorien der Luftelektricität kurz erwähnt werden, die mehr durch ihre Originalität hervorragen als durch ihre physikalische Bedeutung. Becquerel[10]) glaubte vier Ursachen annehmen zu müssen, die an der Erdoberfläche zur Elektricitätsentwicklung beitragen: 1. die Entwicklung von Kohlensäure durch die Pflanzen, 2. die Zersetzung organischer Stoffe, 3. der Contact zwischen Land und Wasser und 4. der Contact zwischen kalten und warmen Gewässern. Dieser Ansicht schloss sich auch De la Rive[11]) an, doch muss bemerkt werden, dass die genannten vier Quellen der

1) Inst. vol. VIII (1840), vol. IX (1841).
2) Bull. d. Brux. vol. IX (1842).
3) Bull. d. Brux. vol. XVII (1850).
4) Mém. de l'Acad. Belg. vol. XVI. (1843).
5) Münch. Abh. Bd. 6 (1850).
6) Pogg. Ann. Bd. 88 (1853).
7) Proc. R. Inst. (1860).
8) Soc. of Telegr. Eng. vol. III (1874).
9) J. d. Phys. (2) Bd. 4 (1885).
10) C. R. vol. XLII und XLIII (1856) und Mém. de l'Acad. vol. XXVII (1860).
11) Traité d'El. vol. III.

Digitized by Google

Elektricität ganz hypothetischer Natur sind, und ausserdem, selbst ihre Richtigkeit vorausgesetzt, die Erscheinungen der Luftelektricität sich nicht daraus erklären lassen.

Eine ganz unhaltbare Theorie hat zur gleichen Zeit H. Scoutetten[1]) aufgestellt, indem er die Luftelektricität nur als eine Folge des Ozons in der Luft ansah.

Auch ausserhalb unserer Erde hat man den Sitz der Elektricität gesucht; schon Priestley behauptete, dass der Weltraum negativ elektrisch sei, ohne diese Idee jedoch weiter zu verfolgen. J. Becquerel[2]) (Vater) suchte den Ursprung der Luftelektricität in der Sonne; die grossen Ausbrüche von Wasserstoff auf derselben sollen seiner Meinung nach positive Elektricität mit sich führen und diese durch den Weltraum bis zu uns geleitet werden, weshalb man auch eine Zunahme derselben mit der Höhe beobachtet. Faye[3]) glaubt sogar, dass die Wasserstoffausbrüche direct bis zu unserer Erde gelangen könnten; dass man trotzdem keinen Wasserstoff in unserer Atmosphäre nachweisen kann, soll daher kommen, dass derselbe sofort oxydirt wird.

Auch die Wärmestrahlung der Sonne hat man zur Erklärung des Phänomens herangezogen. A. Mühry[4]) sucht direct in der Insolation die Quelle der Elektricität, ohne jedoch dafür irgend welche Belege anführen zu können und auch die Versuche von C. Giordano[5]), durch welche bewiesen werden soll, dass die Erwärmung eines Goldblattelektroskopes dasselbe elektrisch macht, müssen als gänzlich verfehlt bezeichnet werden.

Von ganz neuen Gesichtspunkten geht Edlund[6]) bei seiner Theorie der atmosphärischen Elektricität aus; er sucht die Ursache derselben in der unipolaren Induction, welche durch die Rotation der Erde in der Luft erzeugt wird. Edlund hat diese Theorie vollkommen entwickelt, so dass es möglich ist, ihre Resultate in quantitativer Beziehung mit der Erfahrung zu vergleichen und er findet diesbezüglich, dass sich für unsere Breitengrade eine Potentialdifferenz in verticaler Richtung von ungefähr 0,023 Volt per Meter ergibt. Es wird sich zeigen, dass diese Theorie die Erscheinungen der atmosphärischen Elektricität keineswegs zu erklären vermag.

---

1) C. R. vol. XLIII (1856).
2) C. R. vol. LXXII (1871) und LXXV (1872)
3) C. R. vol. LXXV (1872).
4) Zeitschr. f. Meteor. Bd. 8 (1873).
5) Rend. Lomb. (2) vol. V (1873).
6) Acad. Stockholm Bd. 20 (1884)

Digitized by Google

Schliesslich muss noch auf eine Theorie aufmerksam gemacht werden, die in jüngster Zeit fast gleichzeitig von zwei Seiten aufgestellt wurde, nämlich von J. Luvini[1]) und von L. Sohncke[2]); es stützt sich dieselbe auf die durch Faraday entdeckte Thatsache, dass bei der Reibung von wasserhaltiger Luft an Eis, erstere negativ, letzteres positiv wird. Eine solche Reibung soll nun in den oberen Luftschichten stattfinden, und zwar dort, wo die Grenze der positiven und negativen Temperaturen ist. Die + elektrischen Eiskrystalle sollen in den höheren Schichten der Atmosphäre schweben bleiben, während die wasserhaltige Luft sich senkt und ihre — Elektricität allmälich an die Erde abgibt. Inwieweit diese Ansicht den Thatsachen Rechnung zu tragen vermag, wird später zu erörtern sein.

In der vorstehenden, allerdings sehr gedrängten Uebersicht der bisherigen Theorien der atmosphärischen Elektricität glaube ich keine der bedeutenderen übergangen zu haben, so dass es im Folgenden genügen wird, nur die hier erwähnten zu berücksichtigen.

---

1) Sette Studii, Turin (1884).

2) Der Ursprung der Gewitterelektricität etc. Jena (1885).

(Schluss folgt.)

Digitized by Google

Erzielung constanter Temperaturen in ober- und unterirdischen Gebäuden[1]).

Von

H. Wild.

Im Observatorium zu Pawlowsk habe ich seinerzeit beim Bau der magnetischen Pavillons, nämlich des oberirdischen eisenfreien Hauses für absolute magnetische Messungen und des unterirdischen Gebäudes für magnetische Variationsbeobachtungen, Einrichtungen getroffen, welche auf möglichst einfache Weise in diesen Räumen eine zweckentsprechende Temperaturconstanz erzielen lassen sollten. Die Aufgaben, die ich mir dabei stellte, waren beim ersteren Pavillon je für die Dauer der absoluten magnetischen Messungen d. h. während ungefähr 6 Stunden bis auf 0,1° constante Temperaturen zu erhalten, welche im Sommer nicht viel von der äusseren Mitteltemperatur abzuweichen brauchten, im Winter dagegen nicht unter 15° C. heruntergehen sollten; beim unterirdischen Pavillon dagegen wünschte ich eine das ganze Jahr hindurch um nicht mehr als 0,5° schwankende und je nur langsam variirende Temperatur zu erzielen, wobei zugleich im Sommer Condensationen von Wasserdampf resp. auch nur ein hoher Feuchtigkeitsgrad der Luft in den Sälen vermieden werden sollte. Obschon ich diese Einrichtungen in einer Beschreibung des Observatoriums zu Pawlowsk in diesem Bulletin (vol. XXV p. 17—51, Jan. 1878) mitgetheilt habe und sich dieselben, wie aus den Jahresberichten und den Einleitungen zu den Annalen des physikalischen Centralobservatoriums hervorgeht, seither bestens bewährt haben, scheinen sie doch nicht allgemein bekannt geworden zu sein. Es wäre sonst unmöglich, dass man noch kürzlich in einem der bedeutendsten Observatorien bei einer ähnlichen Anlage gänzlich fehlgegriffen und so etwas ganz Un-

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Bull. de l'Acad. St. Pétersbourg vol. XXX p. 363.

Digitized by Google

brauchbares construirt hätte[1]). Da auch anderwärts für physikalische Institute ähnliche Anlagen projectirt sind, so scheint es mir nützlich, hier nochmals kurz auf die Principien hinzuweisen, welche mich bei unseren bezüglichen Einrichtungen geleitet haben.

Im hölzernen, oberirdischen Observatorium für absolute magnetische Messungen ist, 1 m von der Hauswand abstehend, eine zweite, verhältnismässig dünne Holzwand errichtet, so dass also der von ihr eingeschlossene Hauptsaal rings ausser im Westen, wo ein anderes Zimmer vorliegt, von einem Corridor umgeben ist. An den beiden westlichen Enden dieses Coridors sind die zwei Luftheizungsofen angebaut, aus denen die erwärmte Luft in die Corridore eintritt, dieselben beiderseits bis zur östlichen Wand durchströmt und dort erst durch Thüren ins Innere des Hauptsaals tritt. Neben den Ofenschornsteinen am westlichen Saalende münden unten in den letzteren die Ventilationsröhren, welche die kühlere Luft vom Boden des Saals nach aussen abführen. Der Saal hat einen Mosaikfussboden, der bis auf den natürlichen Boden hinuntergeht, und eine doppelte, 0,7 m dicke Lage. Hierdurch werden sowohl von oben als von unten die Effecte äusserer Temperaturänderungen für den Saal bedeutend verlangsamt, die Luftschicht im Corridor wirkt in ähnlicher Weise ringsum, und da der Saal sein Licht hauptsächlich nur durch eine hohe Laterne über der Mitte empfängt, durch welche die Sonnenstrahlen auch beim höchsten Stande nicht ins Innere fallen können, so sind alle Bedingungen einer sehr langsamen Temperaturänderung in diesem Saale gegeben. Gebraucht man überdies im Sommer die Vorsicht, an heiteren Tagen mit grosser Tagesamplitude der Temperatur, am Abend die Luftheizungsofen schwach anheizen zu lassen, so kann man leicht am folgenden Tag bei abgeschlossenem Corridor die Temperatur im Saal tagsüber bis auf einige Hundertstel Grade constant erhalten. Wenn dann auch die Temperatur im Saal um die Mittagszeit bis 5° C. unter der der äusseren Luft bleiben sollte, so sind beim langsamen und geringen Eindringen der letzteren doch keine zu hohen Feuchtigkeitsgrade im Saal zu befürchten, weil ja die Luft an solchen Tagen und zu dieser Tageszeit stets beträchtlich von der Sättigung entfernt ist. Man wird überhaupt wegen des langsamen Austausches der inneren und äusseren Luft sich zur Berechnung der Feuchtigkeit im Saal an

1) Siehe: Mouchez, Rapport annuel de l'état de l'Observatoire de Paris pour l'année 1884 p. 19 et 20. Die dort vorgeschlagene Austrocknung der Luft in den unterirdichen Sälen durch Schwefelsäure hat sich auch nicht bewährt. Bei einem Besuch der Sternwarte im September 1885 fand ich wieder alle Wände des unterirdischen magnetischen Observatoriums mit Wasser bedeckt und sämmtliche Instrumente aus den Räumen entfernt.


Digitized by Google

die Tagesmittel der Temperatur im Saal und der absoluten Feuchtigkeit in der freien Luft halten können. In den Sommermonaten Juni, Juli, August ist die Mitteltemperatur des Saales durchweg ungefähr 20°. Nun waren in den Jahren 1878—1884 je die höchsten Tagesmittel der absoluten Feuchtigkeit in der freien Luft und die entsprechende relative Feuchtigkeit für die Saaltemperatur von 20° C:

	mm	%		mm	%
1878	14,8	85	1882	16,4	94
1879	14,6	84	1883	15,0	86
1880	15,8	91	1884	13,9	79
1881	14,7	84	1885	15,7	90

Es konnten also theoretisch im Saale keine Condensationen eintreten. In Wirklichkeit habe ich in demselben nie eine höhere Feuchtigkeit als 85% beobachtet, was sich dadurch erklärt, dass die Temperatur an gewissen Tagen auch 21° und mehr war.

Bedeutend grössere Schwierigkeiten bot die Realisirung der an das Observatorium für magnetische Variationsbeobachtungen gestellten Anforderung dar, das ganze Jahr hindurch eine bis auf etwa $\pm$ 0,5° constante und je nur äusserst langsam auch zwischen diesen nahen Grenzen schwankende Temperatur zu besitzen. Um die letztere Bedingung zu erfüllen, wurde beschlossen, dem Gebäude jedenfalls eine grosse Masse zu geben und dasselbe unterirdisch anzulegen. Zu dem Ende war dasselbe in Stein auszuführen, zu wölben und, da es wegen des hohen Grundwasserstandes nicht wohl wirklich unterirdisch angelegt werden konnte, zwar oberirdisch zu construiren, aber mit Erde zu überschütten. Diese Erdaufschüttung hätte eine Dicke von ungefähr 9^m haben müssen, um die 28° C. betragende Schwankung der äusseren Lufttemperatur im Laufe des Jahres im Innern auf 1° C. zu reduciren; der hohen Kosten halber konnte indessen die Dicke der aufzuschüttenden Erdschicht bloss gleich ungefähr $1{,}5^m$ genommen werden, wodurch jene Temperaturamplitude nur auf ca. 15° C. vermindert wurde, d. h. unter natürlichen Verhältnissen hätte im Innern des Gebäudes die Temperatur im Laufe des Jahres noch etwa von — 3° bis + 12° C. variirt. Zur Beseitigung dieser Variation war also weiterhin eine Beheizungsvorrichtung nothwendig, welche im ganzen Jahr mit Ausnahme des Spätsommers künstlich die Temperatur wenigstens auf 12° zu steigern gehabt hätte. Die beiden geräumigen Säle wurden, um bei der Heizung auch wieder Ungleichförmigkeiten der Temperatur in ihnen möglichst auszuschliessen, nach demselben Princip, wie beim hölzernen Pavillon für absolute Messungen mit Corridoren und einem zweiten Gewölbe nach oben umgeben, an deren einen Enden die Luft-

Digitized by Google

heizungsofen angebracht sind, während die warme Luft erst am anderen Ende in die Säle selbst einströmt und aus diesen dann als abgekühlt am Boden in der Nähe der Ofen resp. ihrer Schornsteine durch Ventilationsröhren nach aussen entweicht.

Eine Temperatur von 12° C in den Beobachtungssälen hätte nun im Winterhalbjahr, wo die äussere Temperatur unter derselben bleibt, keinerlei Inconvenienz gehabt, indem bei genügender Ventilation durch die Heizung zugleich jede Annäherung der von aussen einströmenden Luft an den Sättigungspunkt mit Wasserdampf ausgeschlossen worden wäre. Im Sommer dagegen hätte entweder jede Ventilation resp. Erneuerung der Luft in den Sälen aufhören müssen oder man hätte riskirt, dass die Temperatur infolgedessen über 12° steigen und überdies durch Abkühlung der eindringenden Luft diese ihrem Sättigungspunkt nahe gebracht würde, ja selbst Condensation eines Theils ihres Wasserdampfes erfolgt wäre. Aus sanitarischen Gründen und weil bei den directen Beobachtungen zur Beleuchtung der Scalen etc. wenigstens zeitweise Lampen in den Sälen angezündet werden und beim Magnetographen sogar beständig 3 Lampen brennen, ist auf die Ventilation nicht zu verzichten; und da auch schon beim Hinaus- und Hineingehen ein gewisser Luftwechsel stattfindet, so blieb zur Vermeidung der erwähnten Uebelstände nichts anderes übrig, als eine bedeutend höhere Temperatur denn 12° für die constante Temperirung der Säle zu wählen. Im ersten Jahr wurde hierfür 20° angenommen, ich liess sie dann aber im folgenden Jahr auf 21° erhöhen, da sich gezeigt hatte, dass im hohen Sommer beim Magnetograph jene erstere Temperatur nicht eingehalten werden konnte. Da nämlich bei diesem Instrumente beständig, Tag und Nacht, 3 Petroleumlampen brennen, die eine besondere Wärmequelle repräsentiren, so war es im Sommer bei 20° übersteigenden Tagesmitteln der äusseren Lufttemperatur nicht möglich, hier die Temperatur von 20° zu erhalten, selbst wenn das Heizen des Ofens ganz ausgesetzt wurde und die Ventilation daher nur durch die Kamine über den Petroleumlampen, die deren Verbrennungsproducte abführen, unterhalten wurde. Ja sogar um die Temperatur von 21° einhalten zu können, war es unter jenen äusseren Umständen nothwendig, den Ventilationsofen des betreffenden Saales anzuheizen. Um nämlich die Säle auch ohne Erwärmung derselben durch die Luftheizungsofen ventiliren zu können, sind in dem beide Säle trennenden Corridor noch zwei sog. Ventilationsofen angebracht, welche beim Anheizen Luft aus den betreffenden Sälen aufsaugen und ins Freie führen, ohne dieselben zu erwärmen. Da nun zur Zeit des Jahrestemperaturmaximums in der Luft der natürliche Boden in der Tiefe von 1,6^{m} zu Pawlowsk bloss ungefähr 10° zeigt, so ist an der

Digitized by Google

äusseren Oberfläche der Wände und Gewölbe unseres im Innern auf 21° temperirten Gebäudes zu dieser Jahreszeit eine mittlere Temperatur von etwa 16° zu gewärtigen[1]). Es ist daher die Luft in den Corridoren, wenn der betreffende Luftheizungsofen nicht geheizt wird, wie dort aufgehängte Thermometer zeigen, merklich kälter als im Saal — 18° C. — und man wird daher die Luft im letzteren abkühlen können, wenn man die aus dem Corridor durch Anheizen des Ventilationsofens in stärkerem Maasse herbeizieht. Im anderen Saal dagegen, wo die Instrumente für directe Beobachtung aufgestellt sind und durchweg nur je 3 Male täglich für wenige Minuten 6 Lampen brannten, war die Benutzung des Ventilationsofens fast nie nöthig, vielmehr musste auch im Sommer durchweg der betreffende Luftheizungsofen allerdings nur schwach angeheizt werden.

Während im Winter (November bis April) infolge der niedrigen äusseren Temperatur beide Säle eine relativ geringe Feuchtigkeit — Magnetographensaal im Mittel 30, Magnetometersaal im Mittel 60% der Sättigung — zeigen, treten im Sommer (Juni bis August) infolge der erwähnten Verhältnisse bedeutend höhere Feuchtigkeitsgrade ein. Angenommen es sei die Luft im Corridor des Magnetographensaals bei der da stattfindenden Temperatur von 18° ganz mit Wasserdampf gesättigt, so wird sie durch Erwärmung auf 21° beim Eintritt in den Saal von der Sättigung entfernt und nur noch 83% dieser besitzen. In Wirklichkeit ist hier im Maximum nur 76% der Sättigung und im Mittel des Sommers: 65% beobachtet worden. Beim anderen Saal dagegen für directe Beobachtung der Variationen hat die aus dem Freien kommende den Luftheizungsofen passirende Luft im betreffenden Corridor stets mindestens eine gleich hohe, meistentheils sogar eine höhere Temperatur als die innen im Saal, die ja durch jene zu erwärmen ist. Da also hier die Luft auf ihrem Wege aus dem Freien in den Saal keine Erniedrigung der Temperatur erfährt, so wird sie nichts von ihrem Wasserdampf verlieren; so oft also die absolute Feuchtigkeit in der freien Luft den Betrag von 18,5^{mm}, d. d. die Spannkraft der Sättigung bei 21° erreicht, würde auch nach und nach im Innern dieses Saales ein Sättigungszustand oder also eine relative Feuchtigkeit von 100% eintreten müssen. Nun hat nach den Annalen des physikalischen Centralobservatoriums seit dem Jahre 1878 bis jetzt, d. h. also in 8 Jahren, die absolute Feuchtigkeit zu irgend einer Tagesstunde in Pawlowsk jene Grenze von 18,5^{mm} im Ganzen nur an 12 Tagen

1) Diese Erdtemperatur ist auch in der That im Sommer 1885 beim Abgraben der Erde auf der Nordseite des Gebäudes behufs Reparatur der Luftkanäle nahe an der Hauswand beobachtet worden.

Digitized by Google

überschritten oder erreicht, und Feuchtigkeitsgrade von 90% und mehr hätten theoretisch im Saale an 40 Tagen eintreten können oder durchschnittlich pro Jahr an 5 Tagen. In der That sind in diesem Saale hie und da im Sommer 90% relative Feuchtigkeit beobachtet worden, doch ist dieselbe nie auf 100% gestiegen und im Mittel des Sommers nur 80% gewesen.

Es hat sich indessen gezeigt, dass schon eine Feuchtigkeit der Luft von 90% zu Schimmelbildungen an den Wänden und auch bei Spiegeln von Magnetometern, in deren Gehäusen keine Schwefelsäure zur Austrocknung der Luft angebracht ist, Veranlassung gibt. Beim Oeffnen der Magnetometergehäuse mit austrocknenden Substanzen haben ferner diese hohen Feuchtigkeitsgrade sofort Verlängerungen der seidenen Suspensionsfaden der Magnete zur Folge. Deshalb schien es sehr wünschenswerth, diese starke Zunahme der Feuchtigkeit in den Sälen, besonders aber im Saale für directe Beobachtung jeweilen während des Sommers zu vermeiden. Man hätte dies durch eine weitere Erhöhung der constanten Temperatur z. B. auf 22° C. erzielen können; die dadurch bedingten Mehrkosten für die Heizung und erhöhte Gefahr für die Gesundheit der Beobachter durch Vermehrung der jetzt schon sehr bedeutenden Temperaturdifferenz zwischen innen und aussen im Winter liess mich hiervon abstehen. Eine kleine Berechnung ergab. dass man auch den Gedanken an theilweise Austrocknung der einströmenden Luft durch Schwefelsäure der bedeutenden beständigen Unkosten halber aufgeben müsse. Die erwähnten Erfahrungen beim Magnetographensaal wiesen dagegen auf ein einfaches Mittel hin, die Verminderung der absoluten Feuchtigkeit der von aussen einströmenden Luft auf eine bei unseren Verhältnissen fast kostenfreie Weise zu erzielen, nämlich durch Abkühlung der Luft vor ihrem Eintritt in die Luftheizungsofen.

Schon bei dem ursprünglichen Project des ganzen Gebäudes, als ich noch beabsichtigte, als constante Temperatur bloss eine solche von etwa 17,5° C. zu wählen, hatte ich vor, eine solche vorgängige Abkühlung der einströmenden Luft zur Vermeidung von Condensationen im Innern während des Sommers dadurch zu bewerkstelligen, dass die Luft vor ihrem Eintritt in den Ofen einen langen, unterirdischen und in die Tiefe führenden Kanal zu passiren hätte. Da in Pawlowsk schon in 3,2^{m} Tiefe unter der Erdoberfläche das Maximum der Temperatur 10° nur wenig übersteigt, so würde, selbst wenn die Luft beim Passiren des Kanals nur auf 12° sich abgekühlt hätte, doch im Saale von 17,5° die relative Feuchtigkeit derselben nie über 70% gestiegen sein. Die Befürchtung einer bedeutend grösseren Erhöhung der Feuchtigkeit durch die beim unvermeidlichen Oeffnen der Thüren direct aus

Digitized by Google

dem Freien eindringende Luft liess mich damals die Erhöhung der constanten Temperatur als in jeder Beziehung sicherer vorziehen.

Bei Wiederaufnahme des Gedankens an eine vorgängige Abkühlung der Luft wies jetzt die Erfahrung, dass die Füllung unseres Eiskellers mit Eis aus unserem Teiche jeweilen nur sehr unbedeutende Unkosten verursacht, auf ein noch wirksameres Mittel dazu hin, nämlich die Vorlegung je eines Eiskellers vor die den Luftheizungsofen Luft zuführenden Kanäle, so dass die letztere gezwungen ist, je diese Eiskeller zu passiren, ehe sie zu den Ofen gelangt. Angenommen, die äussere Luft kühle sich beim Durchströmen des Eiskellers im Sommer auch nur bis 10° ab, so wird, wenn die Temperatur in den Sälen selbst bloss 20° wäre, die relative Feuchtigkeit daselbst doch nicht über 53% steigen.

Zwei weitere Gründe bewogen mich, diese Verbesserung in der zuletzt erwähnten Weise sofort ins Werk zu setzen. Erstlich wird dann auch im Sommer stets eine, wenn auch schwache Beheizung der Räume stattfinden müssen und damit die in dieser Jahreszeit bis dahin zu schwache Ventilation derselben verstärkt werden. Zweitens wird dadurch am wirksamsten einen anderen Uebelstand abgeholfen werden, der sich im Sommer von Jahr zu Jahr fühlbarer machte, nämlich das Feuchtwerden einiger Stellen der Decke in den Sälen und das dadurch bedingte Loslösen der Stuckatur daselbst, was den Beobachtern und Instrumenten gefährlich zu werden drohte. Wir haben oben gesehen, dass im Innern des Saals für directe Beobachtungen, wo die Temperatur 21° beträgt, doch hie und da im Sommer die aus dem Freien eindringende Luft nahezu die Sättigung mit Wasserdampf erreichen kann. Nun gelangt aber die in die Corridore eingeströmte Luft von da nicht bloss in den Saal, sondern auch durch besondere Kanäle in der äusseren Wand in den Zwischenraum zwischen den beiden Gewölben, wo sie namentlich am äusseren Gewölbe, das mit der Erde darüber in unmittelbarem Contact ist, eine beträchtlich niedrigere Temperatur als 21°, jedenfalls höchstens eine solche von 18°, treffen und sich demgemäss abkühlen wird. Bei dieser Temperatur wird aber die von aussen eindringende Luft schon sehr häufig bis zur Sättigung gelangen und die stattfindenden Condensationen des Wasserdampfes werden nach und nach das untere Gewölbe durchfeuchten. Da nun das vom oberen Gewölbe abtropfende Wasser an die tiefsten Stellen des unteren Gewölbes herunterfliessen wird, welche vom Ventilationsluftstrom nicht getroffen werden, so konnte auch im Winter der alsdann sehr trockene Luftstrom dort wahrscheinlich das Wasser nicht wieder vollständig aufsaugen, was die von Jahr zu Jahr allmählich zunehmende Feuchtigkeit in den Ecken der Decke erklären

Digitized by Google

würde. Ist diese Erklärung richtig, so werden diese feuchten Stellen durch die erwähnte Einrichtung von jetzt an allmählich verschwinden müssen[1]).

Da nämlich so wie so die Erde auf und an dem Gebäude vor der Ofenseite im vergangenen Sommer abgegraben werden musste, um die schadhaft gewordenen Luftzuführungskanäle daselbst auszubessern, so liess ich in Ausführung der obigen Erwägungen bei dieser Gelegenheit gleich vor jedem dieser Kanäle einen aus Backsteinen aufgemauerten und mit Erde umschütteten Eiskeller anbauen. Je 0,5^{m} über dem losen Sandboden dieser Keller ist ein durchlöcherter Holzboden angebracht, von dessen Mitte ein gekrümmtes Holzrohr zur Mündung des Luftkanals in der Seitenwand des Kellers führt und in welchem in den einen Ecken ausserdem noch zwei bis nahe zur Decke des Eiskellers führende Holzröhren eingesetzt sind. Das auf dem Holzboden im nächsten Winter aufzuschichtende Eis wird also diese Rohre ganz umgeben und es wird somit die durch eine Oeffnung in der Kellerthüre eindringende Luft, durch die seitlichen Röhren unter den Holzboden herunterfliessen müssen und erst von da nach erfolgter Abkühlung durch das mittlere Rohr zum Luftkanal des Ofens gelangen können.

Ich werde nicht ermangeln, in der Einleitung zu den Beobachtungen von Pawlowsk im Jahrgang 1885 der Annalen über den Erfolg dieser neuen Vorkehrungen zu berichten.

St. Petersburg, den 19. (31.) October 1885.

---

1) Dass nicht etwa schadhafte Stellen am äusseren Gewölbe die Bodenfeuchtigkeit durchsickern lassen, bewies die Blosslegung desselben an einer Stelle im Juni 1885. Das Gewölbe erwies sich mit seinem Cementguss ganz intact und trocken.

Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 6. April 1886.

Vorsitzender: Prof. Dr. H. Skraup.

Nachdem das Protokoll der letzten Sitzung von der Versammlung genehmigt worden, theilt der Vorsitzende mit, dass von Seite des Herrn Prof. Czumpelik ein Gesuch um eine Unterstützung im Betrage von 80 fl. zur Ausführung einer wissenschaftlichen Arbeit eingelaufen sei. Die Versammlung erklärt sich einverstanden dieses Gesuch einer vom Vorsitzenden zu nominirenden Commission zu überweisen. Hierauf folgen die angekündigten Vorträge des Herrn Prof. Dr. A. Lieben: „Ueber Condensation von Acet- mit Tiglinaldehyd“ und von Herrn Prof. Skraup „Ueber die Constitution einiger Chinolinderivate“.

Der Secretär.

Digitized by Google

Eingesendete Bücher.

H. v. Helmholtz, Physiologische Optik. 2. Aufl. 2. Lief. L. Voss, Leipzig 1886. Enthält als Fortsetzung zur Dioptrik des Auges: § 10 Brechung der Strahlen im Auge. § 11 Zerstreuungsbilder auf der Netzhaut. § 12 Mechanismus der Accomodation. § 13 Von der Farbenzerstreuung im Auge.

E. Kittler, Handbuch der Elektrotechnik. I. 2. F. Encke, Stuttgart 1886 mit 298 Abb. Es liegt nun auch die zweite Hälfte des ersten Bandes dieses umfangreichen Werkes vor, deren Inhalt sich folgendermaassen gliedert: 6. Elektrische Messungen an Maschinen für gleichgerichteten Strom. 7. Bestimmung der von einem Motor auf eine elektrische Maschine übertragenen Arbeit. D. Theorie der Maschinen für gleichgerichteten Strom. 1. Einleitung. 2. Theorie der magnetelektrischen Maschinen. 3. Theorie der Hauptstrommaschinen. 4. Nebenschlussmaschinen. 5. Maschinen mit gemischter Bewicklung. 6. Ueber die Wicklungsverhältnisse in Dynamomaschinen. E. Specielle Beschreibung der Maschinen für gleichgerichteten Strom. 1. System Pacinotti-Gramme. 2. System Hefner-Alteneck. 3. Brush, Thomson-Houston.

H. Krüss, Die elektrotechnische Photometrie. A. Hartleben, Wien 1886. 272 S. mit 50 Abb. 3 Mk. Dieses auf guter wissenschaftlicher Grundlage ausgeführte Werk behandelt die folgenden Abschnitte: 1. Die Grundlagen der Photometrie. 2. Die Photometer. 3. Besondere Vorrichtungen zur elektrotechnischen Photometrie. 4. Normal- und Vergleichslichtquellen. 5. Die elektrotechnische Photometrie. 6. Der Glanz der Lichtquellen. 7. Das Maass der Beleuchtung 8. Der Lichtverlust durch Absorption. 9. Die Spectrophotometrie. Sehr dankenswerth ist die dem Buche beigegebene ausführliche Literaturangabe, betreffend die theoretischen wie experimentellen Arbeiten auf dem Gebiete der Photometrie. Das Buch bildet den 32. Bd. der bekannten Hartleben'schen elektrotechnischen Bibliothek.

R. Schellwien, Optische Häresien. C. E. M. Pfeffer, Halle a. S. 1886. 98 S. 2 Mk. 50 Pf. Enthält nebst einer Kritik der naturwissenschaftlichen Methode drei Abhandlungen über Polarisation des Körperlichtes, Contrast und Polarisation, Subjectivität und Objectivität der Gesichtswahrnehmungen und Nachbilder.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Einige ausländische Urteile über Meyers Konversations-Lexikon.

Ein französisches Urteil über die jetzt erscheinende vierte Auflage von Meyers Konversations-Lexikon, **„Le Mémorial diplomatique“** (Paris) schreibt: „Meyers Konversations-Lexikon ist jetzt als das vollständigste und in Bezug auf die Genauigkeit der Angaben beste von allen ähnlichen in Deutschland erschienenen Werken geschätzt. Die Artikel sind sachlich gehalten, klar und instruktiv. Dem litterarischen Werte der Publication schliesst sich in würdiger Weise die typographische und künstlerische Ausstattung an“.

Ein englisches Urteil über die jetzt erscheinende vierte Auflage von Meyers Konversations-Lexikon. **Dr. H. A. Webster** in Edinburg, Mitarbeiter an der „Encyclopaedia Britannica“, schreibt: „Wer irgendwie Deutsch versteht und ein zuverlässiges populäres Buch zur täglichen Auskunft wünscht, kann nichts Besseres thun, als sich Meyers Lexikon anzuschaffen. Und wer es noch nicht versteht, kann seine Zeit nicht besser anwenden, als es zu lernen, bloss um ein solches Buch gebrauchen zu können“.

Ein holländisches Urteil über die jetzt erscheinende vierte Auflage von Meyers Konversations-Lexikon. Das **„Dagblad van Zuid-Holland“** ('s Gravenhage) schreibt: „Es ist wohl die beste Empfehlung dieses Werkes, dass es beständig nach Vervollkommnung und Verbesserung strebt, die sich nicht allein in dem sehr eigenartigen Plan und in der für den praktischen Gebrauch höchst zutreffenden Einrichtung, sondern auch in der sehr klaren populär-wissenschaftlichen und encyklopädischen Behandlung des reichhaltigen Stoffs zeigt“.

Ein dänisches Urteil über die jetzt erscheinende vierte Auflage von Meyers Konversations-Lexikon. **Dr. Eduard Brandes** in der Zeitung **„Politiken“** (Kopenhagen) schreibt: „Wie bekannt, hat Meyers Konversations-Lexikon alle andern Werke dieser Art übertroffen. Meyer hat die Artikel nicht nur lesbarer gemacht, sondern auch deren Genauigkeit erweitert. Es ist ein Werk, das vollständig genannt werden darf, das das ganze Wissen unsrer Zeit enthält und das ebenso billig wie schön ausgestattet ist. Wir empfehlen es jedem, welchem die deutsche Sprache keine Schwierigkeiten macht“.



Das „Leipziger Tageblatt“ schreibt:

„Mit dem soeben zur Ausgabe gelangten, bis zum Worte ‚Distanz‘ reichenden vierten Bande der völlig neubearbeiteten vierten Auflage von **Meyers Konversations-Lexikon** liegt jetzt ein Viertel dieses lexikographischen ‚Meister- und Musterwerks‘, wie es die ‚Weserzeitung‘ mit Recht jüngst nannte, vor. Was hierbei ausser der ebenso eleganten wie gediegenen Ausstattung vor allem in die Augen springt, das ist, dass damit endlich ein alter Fehler aller ähnlichen Werke (von dem notabene auch die vorige Auflage nicht ganz frei war) vermieden wird, nämlich der, dass in den ersten Bänden Nebensächlicheres mit einer unberechtigten Ausführlichkeit behandelt wird, während die letzten Buchstaben des Alphabets des mangelnden, auf 16 Bände bemessenen Raums wegen stiefmütterlich abgefunden werden müssen. So ist diese neue Auflage mit Fug und Recht als eine verbesserte, ebensosehr aber auch, trotz der beibehaltenen räumlichen Ausdehnung, als eine vermehrte zu bezeichnen, denn aus einer Notiz der Verlagshandlung ersehen wir, dass, während die dritte Auflage bis zum Worte ‚Distanz‘ 19572 Artikel und Verweisungen enthielt, die neue Auflage deren 23841, also ein Mehr von 4300 Artikeln, enthält, und dass den 387 Karten, Tafeln und Abbildungen der ersten vier Bände der dritten Auflage 921, also fast dreimal mehr, in der vierten Auflage gegenüberstehen. Bei diesen erheblichen Vorzügen des Meyerschen Konversations-Lexikons ist denn auch der alle ähnlichen Werke weit übertreffende Absatz zu begreifen, der sich jetzt, ein Jahr nach der Ausgabe des ersten Heftes, bereits auf 50000 Exemplare beziffern soll“.

Ein schier unentbehrliches Haushaltsstück ist heutzutage das Konversations-Lexikon geworden. Mit wachsendem Interesse verfolgen wir das Erscheinen der neuen, völlig umgearbeiteten vierten Auflage des Meyerschen Werkes, von dem soeben der vom Wort „China“ bis „Distanz“ reichende vierte Band erschienen ist, der uns wiederum beweist, dass, was sorgfältige und insbesondere gleichartige Behandlung aller Fächer und zweckmässige Verteilung des Raumes, geschickte Verwertung des illustrativen Elements und prächtige und gediegene Ausstattung anbetrifft, das Meyersche Konversations-Lexikon von keinem ähnlichen Werk übertroffen wird. Wie gründlich die darin gebotene Belehrung ist, beweist z. B., dass der vorliegende vierte Band allein 362 Spalten Text über „Deutschland“ und die dazu gehörigen Artikel enthält, wozu nicht weniger als 12 Karten und Tafeln und 20 Tabellen kommen. Wie stolz wir auf dieses schon von der „Gartenlaube“ seiner Zeit als ein Werk deutschen Fleisses gepriesene „Wörterbuch des allgemeinen Wissens“ sein dürfen, dafür sprechen auch die Urteile der Ausländer. So sagt z. B. Dr. H. A. Webster in Edinburg, ein Mitarbeiter an der „Encyclopaedia Britannica“, also gewiss ein kompetenter Beurteiler: „Wer irgendwie Deutsch versteht und ein zuverlässiges populäres Buch zur täglichen Auskunft wünscht, kann nichts Besseres thun, als sich Meyers Konversations-Lexikon anzuschaffen. Und wer es noch nicht versteht, kann seine Zeit nicht besser anwenden, als es zu lernen, bloss um ein solches Buch gebrauchen zu können“. Vor uns liegende französische, holländische und dänische Stimmen sprechen sich im gleichen Sinn aus. Wir empfehlen deshalb gern das Meyersche Konversations-Lexikon, dessen Preis bei der Fülle des Gebotenen als ein erstaunlich billiger bezeichnet werden muss, und dessen Anschaffung die bequemen Lieferungsbedingungen der Buchhändler jetzt so leicht ermöglichen.

12|7

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (4/7)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/7)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Soeben erschien:

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur S. Freiherr v. Gaisberg.

klein 8. VIII und 79 Seiten. Preis gebunden 1 M. 60 Pf.



(10/7)

Das Mechanische Atelier

von F. MILLER in Innsbruck

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.

Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (2/7)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

Verlag von Eduard Heinrich Mayer in Leipzig.

Soeben erschien einzeln aus der »Revue der Naturwissenschaften« herausgegeben von Dr. Hermann J. Klein:

Die Fortschritte der Physik

(1885 Nr. 9).

8°. Preis 1 M. 80 Pf.

☞ Käufern des neuesten Bändchens dieser anerkannt vortrefflichen Kompendien, liefere die früher erschienenen Nummern gleicher Disciplin Nr. 1—8 enthaltend

„Die Fortschritte der Physik 1872—1884"

zum Ausnahmspreise von M. 12,60. (14/7)

Hierbei eine Beilage von FERDINAND ENKE, Verlagsbuchhandlung in Stuttgart.

Digitized by Google

OCT 11 1886

XXII. Band. 8. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 8. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 7).

Jahrgang 1886 Nr. 20 enthält:

Rundschau. — Blockapparate für centrale Weichen und Signalsicherungen. (System Löbbecke.) Von B. — Die Construction des Blitzableiters. — Von R. Hegelmann, Elektrotechnische Anstalt. — Transportabler elektrischer Beleuchtungsapparat. — A. Barrett's Batterie für medicinische Zwecke. — Zwei neue Batterien. — Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente.

Jahrgang 1886 Nr. 21 enthält:

Rundschau. — Ueber die Tragkraft von Elektromagneten und die Magnetisirung des Eisens. Von R. Scharfhausen. — Elektrische Bogenlampe der Firma Franz Wenzel & Comp. (D. R. P. Nr. 36400.) Mitgetheilt von Otto Umbreit, Leipzig. — Elektrische Beleuchtung durch Glühlampen von niedrigem Widerstand. Von Alexander Bernstein. — Literatur. F. C. Föhre, Ueber den Zusammenhang der allotropischen und katalytischen Erscheinungen mit dem elektrischen Strome. — Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen. — Patente.

Jahrgang 1886 Nr. 22 enthält:

Rundschau. — Ueber Marcel Deprez' Theorie der Dynamomaschinen. von Dr. M. Krieg, Magdeburg. (Fortsetzung.) — Die elektrische Beleuchtung des Paddington-Bahnhofes in London. — Kleinere Mittheilungen.

München und Leipzig.

***R. Oldenbourg,** Verlagsbuchhandlung.*

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Soeben erschien:

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

klein 8. VIII und 79 Seiten. Preis gebunden 1 M. 60 Pf.

Digitized by Google

OCT 11 1886

Ueber die Ursache und die Gesetze der atmosphärischen Elektricität[1].

Von

Prof. **Franz Exner.**

(Schluss.)

II. Kapitel.

Eigene Beobachtungen.

Die Apparate, welche ich bei meinen Beobachtungen verwendete, waren folgende: als Aufsaugevorrichtung für die Elektricität dienten je nach dem Zwecke des Versuches frei brennende Flammen, Wasserstrahlen oder Lunten. Die Wirkung dieser Vorrichtung ist die, das damit verbundene Elektrometer bis zu jenem Potential zu laden, das dem betreffenden Punkte in der Luft aus irgend welcher Ursache zukommt; dabei ist es natürlich durchaus nicht nothwendig, dass sich an diesem Punkte irgend eine elektrische Ladung befindet, die ganze Elektricitätsbewegung im Elektrometer kann auch durch Induction weit entfernter Ladungen hervorgerufen werden. Die diesbezüglichen Anschauungen W. Thomson's können als allgemein bekannt vorausgesetzt werden. Soll das Elektrometer aber wirklich das Potential des betreffenden Punktes in der Luft annehmen, so ist es nothwendig, dass die etwaigen Verluste durch mangelhafte Isolation des Apparates verschwindend klein seien gegen die in gleicher Zeit vom Sammelapparate zugeführte Elektricitätsmenge, d. h. dass die Geschwindigkeit des Aufsammelns eine genügende sei. Diese ist aber bei den drei in Rede stehenden Methoden sehr verschieden, wie jüngst auch von Pellat[2]) betont wurde; nur die Flammen geben den wirklichen Werth des Potentials an. Eine specielle Vergleichung der drei Methoden ergab für die Werthe, je nachdem sie von Flamme, Wasser oder Lunte geliefert wurden, die Proportionalzahlen: 1 : 0,5 : 0,1. Diese Verhältnisse ändern sich natürlich je nach der Construction des Wasser-

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 93 S. 222 (1886).

2) C. R. C. (1885).

Digitized by Google

collectors oder der Lunte, sowie der Leitungen; sie haben daher nur für die hier gebrauchten Giltigkeit.

Von Elektrometern wurden zwei verschiedene verwendet: ein Quadrantelektrometer für die Beobachtungen an fixem Orte und ein Handelektrometer für die Messungen im Freien. Ersteres war zur objectiven Darstellung eingerichtet und es entsprach ein Ausschlag von 2^{cm} einer Potentialdifferenz von 1 Volt. Das Handelektrometer war nach dem Principe des Thomson'schen absoluten Elektrometers construirt und basirte die Messung dabei auf der Torsion eines $\frac{1}{20}^{mm}$ dicken gespannten Platindrahtes; es war dabei nöthig, das Instrument zu calibriren, was mit einer Batterie von 400 kleinen Elementen leicht ausgeführt werden konnte.

Wurde als Aufsaugevorrichtung eine Flamme verwendet, so diente entweder eine Stearinkerze oder eine Alkoholflamme; die Flamme brennt innerhalb eines metallenen Schornsteines, der auf einer isolirenden Stütze sitzt und durch einen Draht mit dem Elektrometer verbunden werden kann. Um die Flamme legt sich eine Schlinge aus Platindraht, die gleichfalls mit dem Schornstein verbunden ist. Die isolirende Stütze hat nach Bedarf eine Länge von $25-70^{cm}$ und die Flammenspitze kann durch untergesteckte Stöcke von $0{,}5-2^{m}$ Länge in ein beliebiges Niveau gehoben werden.

Erwähnt muss noch werden, dass sämmtliche Isolirungen an den Apparaten aus Paraffin, feinem Siegellack, Schellack oder Glas, das mit einer dieser Substanzen überzogen ist, bestehen müssen; blankes Glas oder Ebonit erweisen sich als unbrauchbar, sobald sie einer feuchten Luft ausgesetzt werden.

Die erste Frage, welche zu beantworten wäre, ist die: Ist die reine Luft an und für sich elektrisch? Leider muss man bekennen, dass diese Frage sich gegenwärtig noch nicht entscheiden lässt und wahrscheinlich auch niemals wird entschieden werden können. Aber mit grosser Wahrscheinlichkeit lässt sich annehmen, dass eine solche Elektrisirung nicht existirt. Der Weg zur Lösung dieser Frage wurde zuerst von Mascart[1]) gezeigt durch Beobachtung des Potentials im Inneren eines zur Erde abgeleiteten Gitters, also unter Ausschluss jeder Induction; allein er erhielt stark wechselnde und meistens negative Angaben, die ihren Grund höchst wahrscheinlich in Verunreinigung der Luft durch Staub hatten. Ich habe mich davon überzeugt, dass

1) C. R. vol. XCV (1882).

Digitized by Google

es im Innern einer grossen Stadt, wenigstens unter den gewöhnlichen Bedingungen ganz unmöglich ist, bei derartigen Versuchen den Einfluss des Staubes, der negative Elektricität gibt, und des Rauches der positiv ist, auszuschliessen. Auch Roiti[1]) hat derartige Versuche gemacht und findet, dass die Angaben eines vor Induction geschützten Wassercollectors alle bedeutenden Schwankungen zeigen, die ein frei aufgestellter liefert. Während aber die Werthe des letzteren bis 250 Volt steigen, betrugen die des ersteren immer nur einige Zehntel Volt. Der Sinn der Angaben war aber bei beiden derselbe. Es muss aber hierbei bemerkt werden, dass ein Punkt im Inneren eines abgeleiteten Gitters zwar vor constanten Potentialdifferenzen mit der Erde geschützt ist, keineswegs aber vor sehr raschen Schwankungen, da die Ableitung durch einen Draht erfahrungsgemäss nicht mit genügender Geschwindigkeit vor sich geht; es mag in diesem Umstande vielleicht auch der Effect begründet sein, den Roiti erhielt, wenngleich andere Ursachen, wie z. B. Rauch nicht ausgeschlossen sind. Ich habe bei derartigen Versuchen vorläufig nur constatiren können, dass bei möglichst reiner Luft sich im Inneren eines abgeleiteten Gitters nicht $^1/_{1000}$ des Potentials von ausserhalb nachweisen lässt. Man wird nach alledem eine eigene Elektrisirung der Luft zum mindesten für sehr unwahrscheinlich halten, um so mehr, als gar nichts für eine derartige Annahme spricht.

Demnächst war ich bemüht, den Nachweis zu liefern, dass die Niveauflächen in der Nähe der Erdoberfläche so verlaufen, wie es nach den Gesetzen der Elektrostatik der Fall sein muss, wenn man die Erde als geladenen Conductor betrachtet. Es zeigten sich die schon erwähnten Beobachtungen von Erman, Palmieri und Mascart durchweg bestätigt und es mag hier nur das folgende Beispiel angeführt werden. In einem rechteckigen um die Mittelebene AB (Fig. 1) ganz symmetrischen Hofe von 15^m Breite, 25^m Höhe und 40^m Länge wurde in der Höhe von 21^m eine Schnur querüber gespannt und zwar fast genau in der Mitte des Hofes. An dieser konnte ein Wassercollector, der mit einem Quadrantelektrometer verbunden war, beliebig gehoben und auch seitlich verschoben werden. Es wurden die folgenden Werthe des Potentials erhalten, ausgedrückt in Volt:

2^m von der Wand	Höhe:	0,	5,	10,	15,	20	Meter.
	Pot.:	0,	2,	7,	17,	48	Volt.
In der Mitte des Hofes	Höhe:	0,	5,	10,	15,	20	Meter.
	Pot.:	0,	5,	11,	32,	68	Volt.

1) Pubbl. d. Ist. Sup. Firenze (1884).

Digitized by Google

Der Verlauf der Niveauflächen, wie er sich daraus ergibt, ist in Fig. 1 ersichtlich gemacht. Dass der Werth der Potentiale ein so geringer ist, kommt daher, dass durch die zahlreichen Gebäude einer Stadt die Niveauflächen alle parallel zu sich selbst in die Höhe geschoben werden und nur Ausbauchungen derselben in einen Hof herabsinken. So wie in diesem Beispiele, so zeigte sich in allen Fällen der Verlauf der Niveauflächen den elektrostatischen Gesetzen entsprechend.

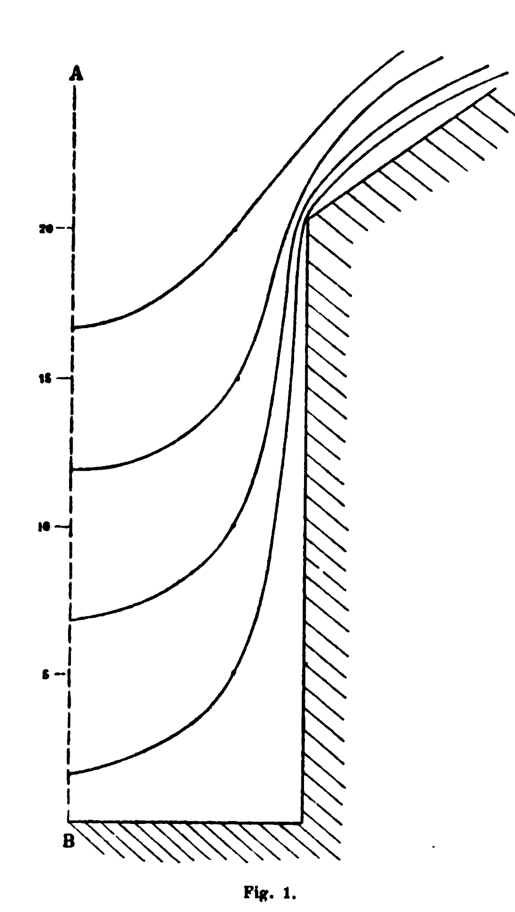


Fig. 1.

Die nächste Aufgabe war, festzustellen, ob das Potentialgefälle an der Erdoberfläche ein lineares ist und welche Factoren dasselbe beeinflussen. Um in möglichst grosse Höhen über der Erde gelangen zu können, wurden kleine, mit Wasserstoff gefüllte Ballons verwendet, die mit einer Lunte versehen, an einem sehr feinen Messingdrahte aufstiegen; letzterer wurde an seinem unteren Ende mit dem Handelektrometer verbunden. Der Beobachtungsort am Ufer des St. Wolfgangsees im Salzkammergut war so gelegen, dass der Oeffnungswinkel des Gesichtskegels ungefähr 160° betrug; der Horizont war an keiner Stelle beträchtlich über diese Grenze hinauf bedeckt. Die Beobachtungen konnten nur bei absolut windstillem Wetter ausgeführt werden so dass die Ballons sich in der Richtung der Verticalen erhoben; ihre Höhen wurde durch die Touren des abgwickelten Drahtes bestimmt. Die Messungen wurden ausschliesslich bei normalem schönen Wetter, zum Theil auch während der Nacht gemacht, und zwar an 10 Tagen des August und September 1884; ein wesentlicher Einfluss der Tageszeit war dabei nicht bemerklich, vermuthlich weil die Stunden der Thaubildung mit Rücksicht auf die Steigkraft der Ballons ausgeschlossen bleiben mussten. Die Resultate der Beobachtungen waren die folgenden:

Digitized by Google

Höhe in Metern: 17, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 27,
Potential in Volt: 100, 110, 120, 140, 130, 160, 160, 170, 190,
Höhe in Metern: 30, 34, 36, 40, 46, 48.
Potential in Volt: 195, 210, 250, 240, 280, 320, 350.

In Fig. 2 sind diese Resultate durch die Linie A versinnlicht, die die Positionen der 16 einzelnen Beobachtungen angenähert verbindet; es lässt sich nicht verkennen, dass das Gefälle des Potentials ein lineares ist. Was den absoluten Werth desselben anbelangt, so muss bemerkt werden, dass die Messungen mittels Lunte gemacht wurden, die Werthe also nach den früher schon mitgetheilten noch mit 10 zu multipliciren sind. Bezeichnet man die Richtung der Verticalen mit n, so ergibt sich demnach

$$\frac{dV}{dn} = 68 \frac{\text{Volt}}{\text{Meter}}.$$

Dieser Werth gilt also für ein breites Gebirgsthal, dessen Horizont durchschnittlich bis zur Höhe von 10^0 bedeckt ist; für eine vollkommene Ebene würde der Werth noch etwas grösser gefunden werden.

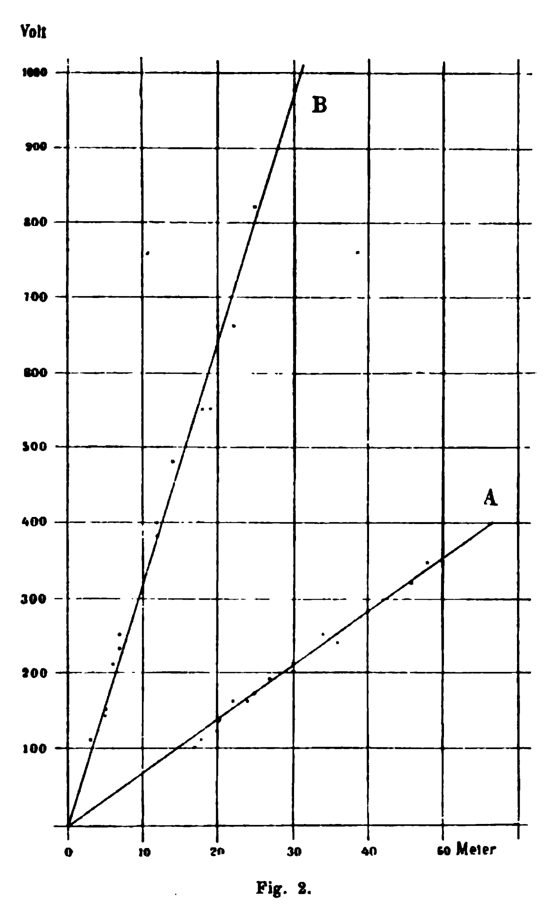


Fig. 2.

Ueber der Spitze eines Berges müssen die Niveauflächen viel dichter an einander liegen als im Thal; das bestätigte sich deutlich durch Messungen, die am 28. September 1884 Vormittags auf der Spitze des am Ufer des St. Wolfgangsees gelegenen, 1870^m hohenSchafberges angestellt wurden. Es eignet sich dieser Berg für derartige Beobachtungen ganz besonders, weil er einen ziemlich isolirt stehenden Stock bildet und im letzten Drittel seiner Höhe vollkommen kahl und gleichmässig steil ist. Die gleichfalls bei normalem Wetter erhaltenen Resultate waren:

Digitized by Google

Höhe in Metern:	3,	5,	6,	7,	12,	14,
Potential in Volt:	110,	140, 150,	210,	230, 250,	380, 405,	480,

Höhe in Metern:	18,	19,	20,	22,	25,	30.
Potential in Volt:	520, 550,	550,	660,	660,	820,	970.

Diese Resultate sind in Fig. 2 durch die Linie B dargestellt. Auch hier ergibt sich ein lineares Potentialgefälle, aber mit dem viel höheren Werthe $\frac{dV}{dn} = 318 \frac{\text{Volt}}{\text{Meter}}$.

Zu einer interessanten Messung gab auch eine Felswand Veranlassung, die ungefähr 200^{m} hoch und breit, ganz senkrecht in den Spiegel des St. Wolfgangsees abfällt. Es wurde gemessen:

5^{m} von der Felswand:

Höhe in Metern:	25,	30,	40,
Potential in Volt:	0,	0	0,

35^{m} von der Felswand:

Höhe in Metern:	25,	30,	40.
Potential in Volt:	70,	80,	80.

100^{m} von der Felswand:

Höhe in Metern:	25,	30,	40.
Potential in Volt:	150,	200,	230.

Das Potentialgefälle nimmt hier mit der Höhe ab, da die Niveauflächen sich der Verticalen nähern, und war in 5^{m} von der Wand überhaupt noch nicht nachweisbar.

Im Laufe des Winters 1884/85 wurden in der Nähe von Wien auf Feldern mit vollkommen freiem Horizonte Beobachtungen mit dem Handelektrometer und mit Flammen als Aufsaugevorrichtung gemacht, die speciell den Zweck hatten, die Grösse des Potentialgefälles in möglichst r e i n e r Luft zu bestimmen. Es eigneten sich dazu besonders die klaren Tage des Jänners, wo bei Temperaturen unter Null und bei festgefrorener Schneedecke die Reinheit der Luft nichts zu wünschen übrig liess. Bezüglich der Methode mit Flammen muss noch Folgendes bemerkt werden. Die Flamme wird durch einen Stab aus Holz getragen; da dieses leitet, so muss zwischen demselben und der Flamme noch ein Isolator angebracht werden. Soll nun die Flamme wirklich das Potential der Höhe anzeigen, in welcher sie sich befindet, so darf die betreffende Niveaufläche durch die Anwesenheit des Apparates keine Deformation erleiden und dazu ist es nothwendig, dass der Isolator eine gewisse Länge habe. Geht man nicht über $4—5^{m}$ hinaus, so genügt es, wenn derselbe ca. $^{1}/_{3}—^{1}/_{2}{}^{m}$ lang ist. Es ist überraschend, wie wenig ein schmaler Körper, etwa ein Stab von 3^{cm} Durchmesser die Niveauflächen in einiger Entfernung von sich stört:

Digitized by Google

man kann z. B. mit der Spitze eines abgeleiteten Stabes der Flamme bis auf 20—30cm nahe kommen, bevor ein Einfluss bemerkbar wird. Ausgedehntere Körper, z. B. ein Mensch, bringen freilich schon auf viel grössere Distanz Störungen hervor.

Von den Beobachtungen mit Flamme sollen im Nachfolgenden nur jene, die bei klarem Wetter angestellt wurden, mitgetheilt werden; ihre Resultate sind in Fig. 3 graphisch dargestellt.

A. 27. Jänner 1885.	Höhe in Metern:	0,30,	0,50,	0,75,	1,00,	1,25		
Temp. = — 6°.	Potential in Volt:	180,	280,	380,	530,	650		
B. 29. Jänner 1885.	Höhe in Metern:	0,30,	0,50,	0,75,	1,00			
Temp. = — 5°.	Potential in Volt:	170,	280,	400,	550			
C. 14. Februar 1885.	Höhe in Metern:	0,30,	0,50,	0,75,	1,00,	1,25,	1,50	1,75
Temp. = + 4°.	Potential in Volt:	100,	140,	210,	300,	360,	430,	520
D. 30. März 1885.	Höhe in Metern:	0,75,	1,00,	1,50,	2,00,	3,75,	5,00	
Temp. = + 10°.	Potential in Volt:	80,	100,	140,	170,	340,	450	
E. 23. April 1885.	Höhe in Metern:	1,25,	2,00,	2,25,	2,50,	3,50,	4,50,	5,25
Temp. = + 15°.	Potential in Volt:	120,	170,	210,	230,	320,	430,	500
F. 25. April 1885.	Höhe in Metern:	2,50,	4,00,	5,50				
Temp. = + 16°.	Potential in Volt:	120,	190,	260				

Auch hier zeigt sich durchwegs das Gesetz des linearen Potentialgefälles bestätigt; es zeigt sich aber auch eine sehr beträchtliche Abhängigkeit des letzteren von der Temperatur, die offenbar ihren Grund nur in dem durch die höhere Temperatur vermehrten Gehalt der Atmosphäre an Wasserdampf haben kann, da sonst alle äusseren Einflüsse die gleichen geblieben sind. Nur die Werthe der Beobachtung *F* dürften zu niedrig sein, da an diesem Tage der Wind von der Stadt her strich, in der Stadt selbst aber gleichzeitig negative Elektricität, d. h. Staub in der Luft beobachtet wurde. Die Windstärke ging übrigens bei allen Versuchen nicht über den Grad 2 der zehntheiligen Scala hinaus

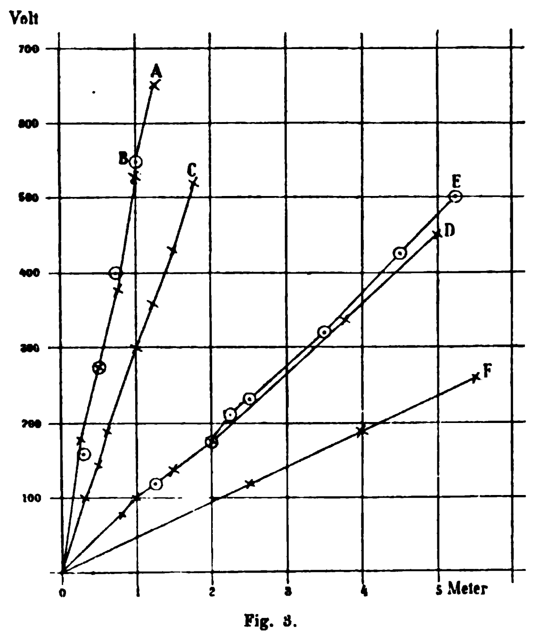


Fig. 3.

Digitized by Google

Die Potentialgefälle $\frac{dV}{dn}$, wie sie sich aus vorstehenden Messungen in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur und Feuchtigkeit der Luft darstellen, gibt die folgende Tabelle:

t in °C.	$\frac{dV}{dn}$ in $\frac{\text{Volt}}{\text{Meter}}$	H_2O in Grammen per cbm
A. — 6	532	3,1
B. — 5	556	3,3
C. + 4	292	3,7
D. + 10	92	5,3
E. + 15	93	5,7
F. + 16	48	7,8

Die Zahlen für den Wassergehalt der Luft wurden erst später aus den Aufzeichnungen der meteorologischen Anstalt bei Wien — in deren Nähe auch die Beobachtungen gemacht wurden — ermittelt. Man ersieht daraus, dass nicht die Temperatur selbst maassgebend ist, sondern die durch sie bedingte Feuchtigkeit, denn sonst hätten die Versuche *D* und *E* sehr verschiedene Resultate geben müssen, was aber des annähernd gleichen Wassergehaltes wegen nicht der Fall war. Wenn man die letzte Zahl der zweiten Columne aus dem oben schon erwähnten Grunde nicht berücksichtigt, so schliesst sich an diese Tabelle der Werth der Beobachtungen am St. Wolfgangsee, $\frac{dV}{dn} = 68$, gut an, die bei einer Durchschnittstemperatur von 10—15° C. gemacht wurden. Es scheint, dass bei noch tieferen Temperaturen der Werth von $\frac{dV}{dn}$ nicht mehr wesentlich steigt; aus einer grossen Versuchsreihe, die bei einer Temperatur von — 8° C. angestellt wurde, aber bei constanter Höhe der Flamme ergab sich als Mittel $\frac{dV}{dn} = 575$.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, dass die Anwesenheit von Wasserdampf in der Luft auch bei vollkommen schönem Wetter das Potentialgefälle stets vermindert; das geht aus allen älteren und neueren Untersuchungen hervor. Man wird daher erwarten müssen, dass im allgemeinen auch Wolken einen gleichartigen Einfluss ausüben; als specielles Beispiel mag die folgende Beobachtung hiefür dienen. Es wurde an einem klaren Tag bei — 5° C. beobachtet, während von Westen her sich eine scharf begrenzte Wolkenbank schnell dem Be-

Digitized by Google

obachtungsorte näherte. Der Einfluss dieser Wolkenmasse geht aus nachstehenden Zahlen hervor:

Höhe in Metern:	0,30,	0,50,	0,75,	1,00,	1,25,	1,50,	1,75
Potential in Volt:	170,	280,	355,	400,	445,	480,	510.

Zum Schlusse der Beobachtungsreihe wurden noch einmal die Anfangsstellungen der Flamme geprüft und gefunden:

Höhe:	0,30,	0,50
Pot.:	100,	160.

Es beginnt also die Beobachtung bei noch klarem Himmel mit dem Werthe $\frac{dV}{dn} = 566$, wie er auch obiger Tabelle entspricht. Während der 45 Minuten, die die ganze Beobachtungsreihe in Anspruch nahm, war derselbe aber schon auf 333 gesunken; der Himmel war um diese Zeit schon ungefähr ein Sechstel bewölkt. Es wurden nun mit der constanten Flammenhöhe von $0{,}75^m$ noch während der folgenden sechs Stunden Ablesungen gemacht, deren Resultate in der folgenden Tabelle wiedergegeben sind.

Zeit p. m.:	$4^h 15'$,	$4^h 30'$,	$5^h 30'$,	$6^h 30'$,	8^h,	$9^h 30'$,	$10^h 15'$
Pot. in Volt:	340,	320,	230,	180,	120	80,	80

Um $9^h 30'$ war der Himmel bereits ganz von der Wolkenbank überzogen und der Werth $\frac{dV}{dn}$ auf 107 gesunken.

Um den Einfluss der Wolkenmassen, wie er sich aus vorstehender Beobachtung ergibt, genauer zu studiren, wurden im Inneren der Stadt fortlaufende Beobachtungen angestellt, und zwar in jenem Hofe, der schon einmal erwähnt wurde, und dessen Niveauflächen in Fig. 1 gezeichnet sind. Der fixe Standort der Flamme befand sich in der Höhe des ersten Stockwerkes, $1\,^1/_2{}^m$ von der Wand entfernt. Die Ablesungen geschahen an einem Quadrantelektrometer. Aus nahezu hundert Beobachtungsreihen hat sich ergeben, dass Wolken- und Dunstmassen sich fast immer wie negativ geladene Körper verhalten; ob es auch positive Wolken gibt, wie von einigen Beobachtern angegeben wird, konnte ich bisher nicht entscheiden, da bei Anwesenheit von Wolken überhaupt nur ein einzigesmal erhöhte positive Elektricität beobachtet wurde, und diese möglicherweise auch in irgend einer anderen localen Ursache ihren Grund haben konnte. Aber elektrisch indifferent verhalten sich gleichmässig über den Himmel verbreitete Stratusschichten sehr häufig, namentlich nach Regen.

Die Beobachtungen mussten sich auf die Wintermonate beschränken, da mit Eintritt der warmen und trockenen Jahreszeit der Staub innerhalb einer Stadt die Beobachtungen vollständig unmöglich macht; in

Digitized by Google

Folgendem sollen aus dem vorhandenen Beobachtungsmateriale nur solche Versuche mitgetheilt werden, die für den betreffenden meteorologischen Zustand der Atmosphäre als typisch zu betrachten sind, im übrigen muss ich mich hier auf den Hinweis beschränken, dass wesentliche Abweichungen von diesen Typen niemals beobachtet wurden.

Die angeführten Beobachtungen wurden alle bei Windstille ausgeführt.

Fig. 4a. Beobachtung vom 19. Februar 1885. 12^h. Temperatur $= + 6^0$. Himmel vollkommen rein.

Die Curve *A* ist nur von $12^h - 1^h$ gezeichnet, die Beobachtung wurde aber bis 6^h p. m. fortgesetzt, ohne dass sich bedeutendere Schwankungen im Potential einstellten. Die beobachteten Schwankungen von ca. 10% sind noch immer viel bedeutender als ausserhalb der Stadt, dürften daher zum grossen Theile ihren Grund in Verunreinigungen der Luft haben. Die Ablesungen wurden alle Minuten gemacht.

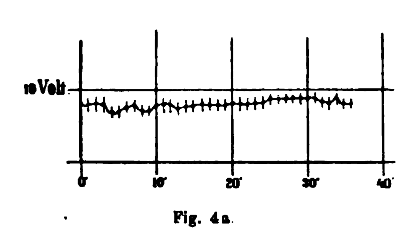


Fig. 4a.

Ist der Himmel nicht rein, sondern gleichmässig bedeckt z. B. mit Stratuswolken, so zeigt sich das Potential auch ziemlich constant, aber niedriger als bei reinem Himmel, oft sogar negativ, je nach der Art der Wolken. Die beiden folgenden Beobachtungen sind Beispiele dafür.

Fig. 4b. Beobachtung vom 23. März 1885. 12^h. Temperatur $= + 2^0$. Himmel ganz gleichmässig mit Stratus bedeckt.

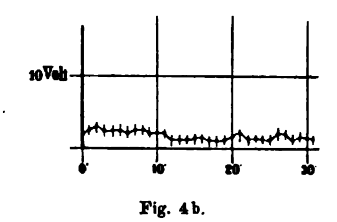


Fig. 4b.

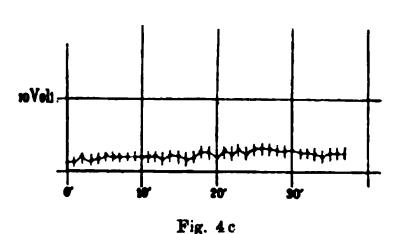


Fig. 4c

Fig. 4c. Beobachtung vom 1. April 1885. 4^h p. m. Temperatur $= + 8^0$. Himmel ganz gleichmässig mit Stratus bedeckt.

Nach einem Regen, wenn der Himmel noch ganz bedeckt ist, steigt in der Regel das Potential wieder langsam an, was eben damit in Zusammenhang steht, dass das Regenwasser immer negative Elektricität zur Erde führt. Die folgende Beobachtung zeigt dies deutlich.

Fig. 4d. Beobachtung vom 21. März 1885. $12^h 30'$ und 5^h. Temperatur $= + 7^0$. Nach ausgiebigem Regen Himmel ganz mit Stratus und Cumulostratus bedeckt.

Digitized by Google

Fig. 4e. Beobachtung vom 13. Februar 1885. $12^h 30'$. Temperatur $= 0^0$. Himmel ganz klar, nur einzelne weisse Cumuli, deren Wirkung im Vorüberziehen beobachtet wird. Die Knickungen der

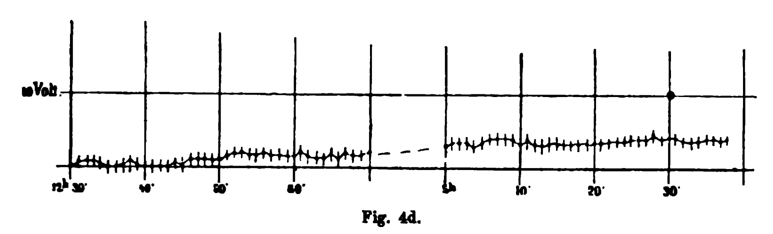


Fig. 4d.

Curve bei *a* und *b* entsprechen den Zeiten, wo je ein Cumulus im Zenith vorüberzog. Dieselbe Wirkung besonders starker Wolken-

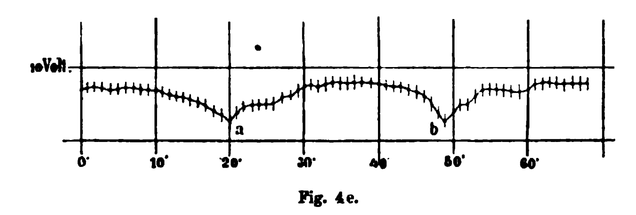


Fig. 4e.

massen äussert sich auch bei sonst bedecktem Himmel wie aus der folgenden Beobachtung hervorgeht.

Fig. 4f. Beobachtung vom 17. Februar 1885. 12^h. Temperatur $= + 5^0$. Himmel ganz mit Cumulostratus bedeckt. Das Vorüberziehen einzelner besonders starker Cumuli im Zenith, die sich von der übrigen Wolkenmasse abhoben, ist in der Figur mit *a* und *b* bezeichnet.

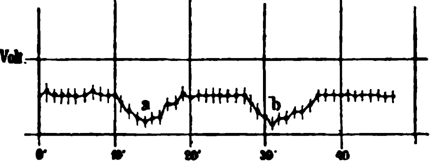


Fig. 4f.

Fig. 4g. Beobachtung vom 18. Februar 1885. $4^h 30'$. Temperatur $= + 5^0$. Himmel ganz klar. Das constante Absinken des Potentials konnte Anfangs mit keiner sicht-

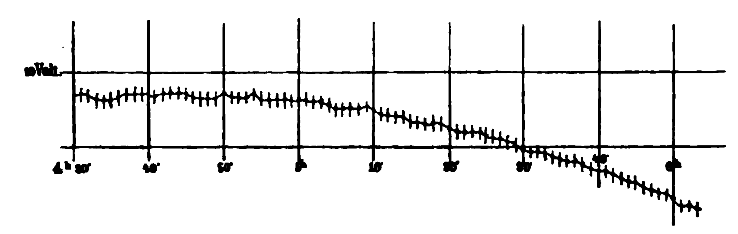


Fig. 4g.

baren Veränderung in der Atmosphäre in Zusammenhang gebracht werden, denn der Himmel blieb bis $5^h 30'$ vollkommen klar und an-

Digitized by Google

scheinend unverändert; um diese Zeit schien die Durchsichtigkeit der Luft abzunehmen und es bildete sich darauf eine starke Dunstmasse als Vorbote eines sturmartigen Scirocco, der kurze Zeit nachher losbrach unter gleichzeitiger vollständiger Bewölkung des Himmels.

Fig. 4h. Beobachtung vom 23. März 1885. $4^h 30'$. Temperatur $= + 2^0$. Der Himmel war dicht bewölkt. Zu den durch *a* und *b* bezeichneten Zeiten fiel plötzlich dichter Schnee durch etwa fünf Minuten; man sieht, dass das Potential dadurch plötzlich erniedrigt wird ähnlich wie durch die vorbeiziehenden Cumuli. Während dieser, wie der folgenden Beobachtung war übrigens das Potential durchwegs negativ • wie meistens zur Zeit von Niederschlägen.

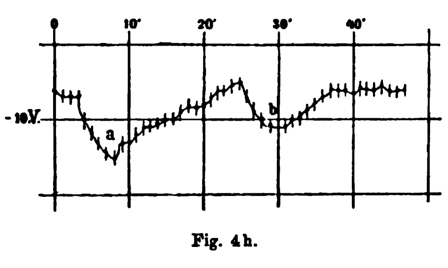


Fig. 4h.

Fig. 4i. Beobachtung vom 7. April 1885. $3^h 30'$. Temperatur $= + 8^0$. Der Himmel ist ganz mit Cumulostratus bedeckt, aus denen zeitweise Regenschauer niederfallen. Die Zeit zweier solcher, durch drei Minuten währender Regen, ist in der Figur durch die Buchstaben *a* und *b* bezeichnet. Regen drückt also gleichfalls das Potential herab.

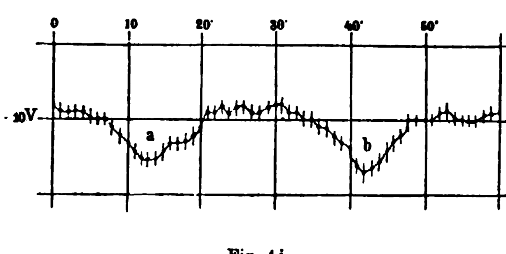


Fig. 4i.

Fig. 4k. Beobachtung vom 8. April 1885. $10^h 30'$. Temperatur $= + 8^0$. Aus ganz bewölktem Himmel fiel plötzlich ein heftiger Hagel,

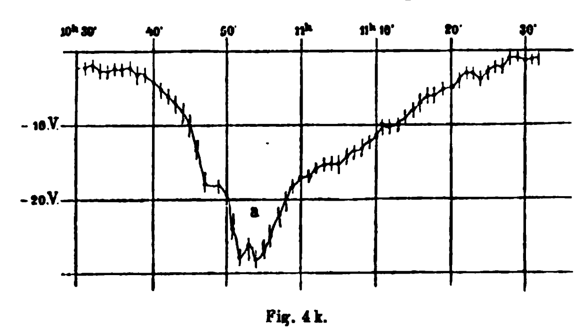


Fig. 4k.

der etwa fünf Minuten lang anhielt. Der Effect desselben ist in der Figur an der Stelle *a* ersichtlich. Unmittelbar darauf begann der Himmel sich aufzuheitern und war um $11^h 30'$ nur mehr von einzelnen

Digitized by Google

leichten Cumuli bis etwa ein Viertel bedeckt. Der Effect des Hagels scheint an Intensität noch jenen von Regen und Schnee zu übertreffen.

Aus den vorstehenden Beobachtungen, die ich aus einer grossen Reihe identischer Versuche nur als Beispiele mitgetheilt habe, wird man ersehen, dass eine Anhäufung bedeutender Wassermassen in der Atmosphäre stets mit einem Sinken der normalen positiven Luftelektricität verbunden ist, resp. mit einem Uebergang derselben aus dem Positiven ins Negative. Die einzelnen Resultate aller anderen Versuche mitzutheilen, scheint überflüssig, da sie nur den Zweck einer Information hatten und derartige Beobachtungsreihen erst dann ein allgemeines Interesse gewinnen, wenn sie durch grössere Zeiträume hindurch regelmässig fortgesetzt sind; letzteres ist aber innerhalb einer grossen Stadt mit Erfolg nicht durchführbar.

Da nach meiner Meinung auch bei normalem schönem Wetter dem Wasserdampfgehalt der Luft ein beträchtlicher Einfluss auf die Stärke der Luftelektricität zukommt, so waren in das Programm dieser Untersuchung auch Beobachtungen in höheren Luftschichten mittels Luftballons aufgenommen. Die zu beantwortende Frage ist die: Bleibt der Werth: $\frac{dV}{dn}$ bei allen erreichbaren Höhen constant, oder ändert er sich und wie? Die Antwort auf diese Frage würde man erhalten, wenn man von der Gondel des Ballons zwei Wassercollectoren isolirt herablässt, so dass sie eine constante Höhendifferenz z. B. 10^{m} einnehmen. Verbindet man ihre Zuleitungen nun mit den betreffenden Punkten des Handelektrometers, oder, wenn man ein calibrirtes Elektroskop benutzt, den einen mit den Blättchen, den anderen mit der äusseren metallischen Hülle, so kann man die dieser Niveaudifferenz entsprechende Potentialdifferenz messen, und zwar in jeder erreichbaren Höhe. Eine derartige Messung wurde mittels des Ballons „Vindobona" am Abend des 6. Juni 1885 ausgeführt. Es wurden dabei Wassercollectoren und ein calibrirtes Elektroskop benutzt; die ersteren befanden sich 10^{m} unterhalb der Gondel und hatten eine gegenseitige Niveaudifferenz von 2^{m}. Es wurden drei Ablesungen gemacht in den Höhen 440, 550 und 660^{m}, also bei durchschnittlich 500^{m}. Es ergab sich dabei ein constanter Werth $\frac{dV}{dn} = 193\frac{V}{m}$. Diese Constanz erklärt sich leicht daraus, dass der Ballon diese Höhen im Laufe von kaum 10 Minuten durchlief und die erste Ablesung bei 550^{m} ausgeführt wurde. Es gebrauchen aber die Wassercollectoren eine beträchtliche Zeit bis sie sich vollständig laden, so dass man den erhaltenen Werth nur als einen Mittelwerth für die mittlere Höhe von 500^{m} ansehen kann. Eine gleichzeitig an der Erdoberfläche vorgenommene Messung

Digitized by Google

ergab $\frac{dV}{dn} = 91{,}9,\ 92{,}6$, im Mittel $= 92{,}2\ \frac{V}{m}$, also sehr beträchtlich weniger. Zu erwähnen ist noch, dass der Tag der Beobachtung ein tadellos klarer und ruhiger war, dem eine Reihe gleicher Tage vorausgingen und folgten, so dass der Zustand der Atmosphäre wohl als ein normaler angesehen werden konnte.

Ueber die Consequenzen, die sich aus dieser Beobachtung ziehen lassen zu sprechen, wird im nächsten Kapitel Gelegenheit sein.

III. Kapitel.

Schlussfolgerungen.

Wenn man an der Hand des gegenwärtig vorliegenden Beobachtungsmateriales die bisherigen Theorien der Luftelektricität kritisirt, so kommt man sehr bald zu der Ueberzeugung, dass nahezu alle unbedingt verworfen werden müssen. Das gilt in erster Linie von Nollet's Theorie der Luftreibung an den Wolken, ferner von Franklin's Theorie der Ausdehnung des Wasserdampfes und vor allem von Volta's Theorie der Verdampfung; nicht minder gilt das aber auch von allen jenen Theorien, die aus den vorstehend genannten mit geringfügigen Modificationen abgeleitet sind, wie z. B. die von Saussure, Pouillet, Becquerel, Palmieri, Lufström, Lüddens, Tait etc. Es steht nämlich die Verdampfungstheorie in grellem Widerspruch mit den Thatsachen, denn es ist von jeher und allgemein anerkannt worden, dass die Luftelektricität im Winter bedeutend stärker ist als im Sommer, also stärker zu einer Zeit, wo die Verdunstung und der Wasserdampfgehalt der Luft geringer ist; dasselbe zeigt sich auch beim täglichen Gang der Luftelektricität, ihr Maximum fällt immer mit dem Minimum der Temperatur oder des Wasserdampfgehaltes der Luft zusammen.

Es erscheint ganz unbegreiflich, dass diese längst bekannte, und namentlich was die jährliche Periode anlangt, so auffallende Thatsache in ihrem Widerspruch mit der Verdampfungstheorie bisher noch nicht scharf betont wurde, um so mehr als diese Theorie heute noch zu den meist verbreiteten gehört. Wäre wirklich im Verdampfungsprocesse, sei es in der Verdampfung selbst, oder in der damit verbundenen Reibung, die Ursache der Luftelektricität zu suchen, so müsste dieselbe offenbar um so stärker ausfallen, je vehementer dieser Process sich abspielt. Die Erfahrung lehrt aber durchwegs das Gegentheil. Ausserdem folgt aber aus der eben besprochenen Beobachtung im Luftballon, wie später gezeigt wird, dass in der Atmosphäre sich negative Elektricität befindet, nicht aber positive, wie die Anhänger der Verdampfungstheorie behaupten.

Digitized by Google

Was ferner die Theorie Edlund's anlangt, nach welcher die Luftelektricität eine Folge der unipolaren Induction der Erde sein soll, so muss zunächst bemerkt werden, dass sie gleichfalls mit der Erfahrung im Widerspruch steht, denn sie ergibt ein Potentialgefälle von 0,023 Daniell pro Meter in dem Sinne, dass dadurch positive Elektricität von unten nach oben geführt wird. Um nun das wirklich beobachtete Gefälle von vielen hundert Daniell pro Meter in entgegengesetzter Richtung zu erklären, nimmt Edlund an, dass die durch unipolare Induction geschiedenen Elektricitäten sich unten und oben ansammeln, und zwar die positive oben, und so das beobachtete Gefälle bedingen. Das ist aber ganz unmöglich, denn durch diese Ansammlung wird immer nur das ursprüngliche Gefälle vermindert, und wenn es Null geworden ist, so tritt ein stationärer Zustand ein, indem sich die elektromotorische Kraft der unipolaren Induction und der statischen Vertheilung der Elektricität in der Luft das Gleichgewicht halten. Es würde somit ein Potentialgefälle = Null resultiren. Es basirt aber diese Theorie auch auf einer Annahme, die nicht zulässig ist, nämlich auf der Annahme einer Leitungsfähigkeit der Luft. Selbst wenn man diese Annahme auf feuchte Luft beschränken wollte, so bliebe sie doch hypothetischer Natur, denn eine solche Leitungsfähigkeit lässt sich experimentell absolut nicht nachweisen. Es ist auch theoretisch nicht einzusehen, warum feuchte Luft sich in dieser Beziehung anders verhalten soll als trockene, erstere ist eben ein Gemisch mehrerer Gase, von denen jedes für sich vollkommen isolirt; es ist bekannt, dass auch für Dämpfe, sogar für Quecksilberdampf, eine Leitungsfähigkeit nicht nachgewiesen werden konnte.

Wenn man so oft von der guten Leitung der feuchten Luft sprechen hört, so hat das seinen Grund wohl in dem Umstande, dass in feuchter Luft die festen Isolatoren, wie z. B. Glas, sehr bald ihr Isolationsvermögen verlieren, da sich flüssiges Wasser auf ihnen condensirt, aber man kann einen solchen Missbrauch der Bezeichnung doch nicht zur Grundlage einer Theorie machen. Von einer Leitung im Sinne der Metalle kann wohl bei der Luft niemals die Rede sein, aber selbst disruptive Entladungen erfolgen bei mässigen Potentialdifferenzen erst unter ganz gewissen Bedingungen: entweder sehr hohe Temperatur oder sehr niedriger Druck. In ersterer Beziehung hat schon Blondlot[1]) gezeigt, dass erst zwischen rothglühenden Platinblechen sich Spuren einer Leitung der Luft zeigen, auch Nahrwold[2]) fand, dass nur mittels glühender Körper, nicht aber durch Spitzen

1) C. R. vol. XCII.
2) Wied. Ann. Bd. 5.

Digitized by Google

sich der Luft Elektricität mittheilen lasse. Was die Abhängigkeit vom Druck anlangt, so fand z. B. Morren[1]), dass eine Leitung bei Geissler'schen Röhren in Stickstoff erst bei 12^{mm}, in Sauerstoff bei 6^{mm} beginnt. Auch hat Warburg[2]) gezeigt, dass in Bezug auf die Zerstreuung der Elektricität sich feuchte und trockene Luft vollkommen gleich verhalten. Von einer metallischen Leitung bei geringen Potentialdifferenzen, wie sie Edlund's Theorie der unipolaren Induction voraussetzt, kann also nicht die Rede sein.

Was schliesslich die Theorie Luvini's und Sohncke's anlangt, so wäre Folgendes zu bemerken. Es basirt diese Theorie auf der Thatsache der Elektricitätsentwicklung bei Reibung von wasserhaltiger Luft an Eis; man ist also zunächst zu der Annahme gezwungen, dass in höheren Schichten der Atmosphäre bei normalem Wetter immer zwei Strömungen gegen einander gehen, wovon die eine Wasser, die andere Eis mit sich führt; aber das allein genügt nicht, es muss auch eine räumliche Trennung der Elektricitäten eintreten, d. h. es muss der eine Strom — nach der Ansicht Sohncke's — sich zur Erde senken, und das müsste immer der wärmere, wasserhaltige sein, weil sich sonst das mit der Höhe zunehmende positive Potential nicht erklären liesse. Wenn man bedenkt, dass die feinen Eiskryställchen, da sie schweben, jede Bewegung der Luft mitmachen, und wenn man ferner bedenkt, dass von den beiden Luftschichten nur eine sehr geringe Partie an der Reibung Theil hat, so wird es schwer begreiflich hierin den Ursprung der Luftelektricität zu suchen. Es ergeben sich aber auch noch andere bedeutendere Schwierigkeiten. Vor allem ist der Schnee keineswegs immer positiv, sondern häufig auch negativ, dann aber lässt sich schwer einsehen, woher die starke positive Luftelektricität im Winter kommt, wo kein Wasser in der Luft ist? Wenn Sohncke die Vermuthung ausspricht, dass die Eiskryställchen im Winter noch positiv elektrisch sind von Reibungen her, die sie im Sommer durchgemacht, oder wenn Luvini glaubt, dass auch im Winter, infolge des verdampfenden Eises, sich Wasser in der Luft befindet, so sind das zwei, wie mir scheint, sehr gewagte und wohl nur ad hoc aufgestellte Ansichten.

Die Temperaturfläche 0°, an welcher diese Reibungen stattfinden sollen, und die nach Sohncke wie eine + elektrische Fläche wirkt, der die — elektrische Erde gegenübersteht, senkt sich gegen den Winter zu herab bis zur Berührung mit der Erde. Nach Sohncke soll dadurch das Anwachsen des Potentialgefälles im Winter bedingt

1) C. R. vol. LIV.
2) Pogg. Ann. Bd. 140 (1872).

Digitized by Google

sein. Allein dieses Potentialgefälle hängt nur ab von den Ladungen der Erde und der Temperaturfläche 0°, nicht aber von deren Entfernung, so dass dasselbe constant bleiben müsste; es kann also auf diese Weise der Unterschied zwischen Sommer und Winter nicht erklärt werden. Das Gleiche gilt von den täglichen Maximis und Minimis des Potentialgefälles.

Eine endgiltige Widerlegung dieser Theorie liesse sich aber nur durch Beobachtungen im Luftballon während des Winters herbeiführen; nach Sohncke und Luvini müsste nämlich das Potentialgefälle dann mit der Höhe abnehmen, nimmt es dagegen, wie im Sommer zu, so wäre der Beweis erbracht, dass sich in der Luft nicht positive, sondern negative Partikelchen befinden.

Soweit man aber jetzt schon die Consequenzen dieser Theorie verfolgen kann, muss man sagen, dass sie nicht im Stande ist, die Thatsachen genügend zu erklären.

Es bleibt somit von den überhaupt in Rücksicht zu ziehenden Theorien nur mehr die Peltier'sche übrig, welche sich auf die von Erman schon im Jahre 1803 entdeckte Thatsache stützt, dass man es in dem Phänomen der Luftelektricität mit einem Inductionsphänomen zu thun habe, dessen Ursache in einer elektrischen Ladung der Erde selbst zu suchen sei. Zu derselben Ansicht bin ich unabhängig von meinen Vorgängern aus theoretischen Gründen gekommen, wie schon zu Anfang dieser Abhandlung erwähnt wurde, und ich hoffe im nachfolgenden zu zeigen, dass die Consequenzen dieser Theorie nicht nur mit der Erfahrung in vollem Einklange stehen, sondern auch alle Thatsachen auf das Einfachste erklären.

Bei Besprechung des Phänomens der Luftelektricität kommt Mascart[1]) in seinem bekannten Werke über Elektricität zu dem Schlusse, dass man gegenwärtig nur von drei verschiedenen Anschauungen mehr ausgehen kann: 1. von der Peltier'schen, 2. von der Thomson'schen, der zu Folge die Erdoberfläche eine negative Ladung, die höheren Schichten der Atmosphäre aber eine gleich grosse positive haben sollen, so dass das ganze System einer geladenen Leydnerflasche gleicht, und 3. von der Annahme, dass elektrische Partikeln in der Luft selbst die Niveauflächen von der beobachteten Art liefern. Wenn nun auch, wie die Theorie Edlund's zeigt, in diesen drei Punkten nicht alle möglichen Ansichten inbegriffen sind, so wird dadurch doch der gegenwärtige Stand der Frage gut charakterisirt. Was die Ansicht Thomson's anlangt, so ist zu bemerken, dass dieselbe eigentlich keine Theorie der Luftelektricität involvirt, sondern nur eine

1) Traité d. El. vol. II (1876).

Digitized by Google

der möglichen Anordnungen elektrischer Massen angibt, die mit der Erfahrung nicht in Widerspruch stehen. Allein diese positive Ladung in hohen Luftschichten ist ganz hypothetischer Natur, sowie auch die Ursache, welche zur Trennung beider Elektricitäten geführt haben soll, nicht näher erörtert wird; übrigens ist Thomson selbst später zur Peltier'schen Ansicht zurückgekommen, wie schon früher erwähnt wurde. Punkt 3 betreffend, muss bemerkt werden, dass derartige Anordnungen elektrischer Massen gewiss möglich sind, dass aber für deren Annahme gar keine Gründe aus den Thatsachen vorgebracht werden können, und dass eine Substanz, die der Träger solcher Ladungen wäre, sich bisher durchaus nicht nachweisen lässt; wir werden also wieder auf die Peltier'sche Theorie zurückgreifen müssen.

Wenn wir von der Voraussetzung ausgehen, dass die Erde eine elektrische Ladung besitzt, so ist die erste Frage auf die wir stossen die: Können wir die Anwesenheit einer solchen Ladung direct wahrnehmen? Das können wir allerdings, sobald dieselbe an der Erdoberfläche nicht in Ruhe bleibt, sondern sich verschiebt. Man beobachtet dann sog. Erdströme, d. h. Ströme, die durch Kabel oder Telegraphenleitung gehen, deren Enden beiderseits mit der Erde in Verbindung sind. Solche Ströme wurden schon von Barlow[1]), Peltier[2]) und Palmieri[3]) beobachtet und ausführlicher studirt von Förster[4]), Fröhlich[5]) und namentlich von Blavier[6]), der sich mit systematischen Messungen derselben beschäftigte. Wird durch diese Erdströme die Existenz einer elektrischen Ladung auch nicht bewiesen, so wird sie dadurch doch sehr wahrscheinlich gemacht.

Existirt aber eine solche Ladung, dann kommt der Erdoberfläche auch eine gewisse Dichte der Elektricität zu, die wir mit μ bezeichnen wollen. Dieselbe wird sich durch das Potentialgefälle in normaler Richtung bestimmen lassen, das heisst, letzteres liefert uns einen Mittelwerth von μ bezüglich eines grossen Theiles der Erdoberfläche, wenn letztere nicht in unmittelbarer Nähe des Beobachtungsortes zu sehr von der Gestalt einer Ebene abweicht. Wir werden in dieser Beziehung die Unebenheiten der Erdoberfläche gegen die Grösse der letzteren ebenso vernachlässigen können, wie die Rauhheiten einer Metallkugel, mit der wir im Laboratorium experimentiren. Wären in der Luft gar keine elektrische Massen vorhanden, so müsste also das

1) Phil. Trans. (1849).
2) Inst. vol. III (1835).
3) Ann. d. Oss. Ves. vol. III (1862—1864).
4) Elektrotech. Zeitschr. (1881).
5) Elektrotech. Zeitschr (1882).
6) Etud. d. courants telluriques, Pari (1884).

Digitized by Google

Potentialgefälle an allen Punkten der Erdoberfläche, die wir als kugelförmig annehmen, ein constantes sein. Nun lösen sich aber durch den Process der Verdampfung beständig Theilchen der Erdoberfläche los und diese müssen einen gewissen Theil der Ladung von letzterer mitnehmen, wie aus den schon erwähnten Versuchen über den Einfluss der Elektrisirung auf die Verdampfungsgeschwindigkeit folgt. Wo solche elektrische Wassermassen sich über der Erdoberfläche ansammeln, da muss aber das Potentialgefälle abnehmen, ja es kann sogar, wie leicht einzusehen ist, das Zeichen wechseln. Im Gefolge dieser Erscheinung werden gleichzeitig Erdströme eintreten müssen, die die entstandenen Potentialdifferenzen durch die Erde selbst hindurch ausgleichen.

Dieser Einfluss der Verdampfung geht ausnahmslos aus allen älteren und neueren Beobachtungen über die jährliche und tägliche Periode der Luftelektricität hervor; die im vorigen Kapitel (Fig. 3) mitgetheilten Messungen sind ein sprechendes Beispiel hierfür.

Der Zweck der im vorigen Kapitel erwähnten Messungen mittels eines Luftballons war eben, den Einfluss des Wasserdampfes bei normalem Wetter genau festzustellen; es ist das nicht so unmöglich, als es auf den ersten Blick scheint, denn der Wasserdampfgehalt nimmt, wie schon Bessel[1]) gezeigt hat, viel rascher mit der Höhe ab, als wenn er eine selbständige Atmosphäre bilden würde; es ist dies eine Folge der schnellen Temperaturabnahme mit der Höhe. Auch Strachey[2]) hat dies sowohl aus seinen eigenen Beobachtungen im Himalaya wie aus den Resultaten der Ballonfahrten von Welsh geschlossen. Glaisher findet durch Messungen im Ballon bis zu Höhen von 22000 engl. Fuss die folgenden Abnahmen der Dampfspannung:

Höhe in 1000 engl. Fuss	0	1	2	3	4	5
Spannung	1,0	0,87	0,77	0,67	0,57	0,53
Höhe in 1000 engl. Fuss	6	7	8	10	12	14
Spannung	0,51	0,44	0,37	0,26	0,21	0,22
Höhe in 1000 engl. Fuss	16	18	20	22		
Spannung	0,17	0,17	0,11	0,07		

In einer Höhe von 2000^m hat man also schon die Hälfte des ganzen Wassergehaltes der Atmosphäre unter sich. Die Spannung des Wasserdampfes wird nach Hann[3]) allgemein durch die Formel ausgedrückt:

$$p_h = p_o (1 - 0{,}246 \cdot h + 0{,}01569 \cdot h^2)$$

1) Astron. Nachr. Bd. 16 (1838).

2) Proc. R. S. London (1861).

3) Zeitschr. f. Meteorol. Bd. 9 (1874).

Digitized by Google

wo als Einheit der Höhe h, 1000^m gesetzt sind. Diese Formel ist aus den verlässlichsten bisherigen Messungen abgeleitet.

Es ist also zu erwarten, dass man bei Messung des Potentialgefälles in grossen Höhen ein allmähliches Anwachsen desselben beobachten wird, und einen schliesslichen Uebergang desselben in jenen Maximalwerth, der dem Wasserdampfgehalte 0 entspricht.

Solange man nämlich nicht solche Höhen erreicht, die gegen die Grösse des Erdradius nicht mehr zu vernachlässigen sind, kann man die Niveauflächen als Ebenen betrachten. Bezeichnen wir die Richtung der Normale mit n und zwei darauf senkrechte Richtungen mit x und y, so gilt bekanntlich die Gleichung:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial n^2} = -4\pi\varrho$$

wenn ϱ die Dichte der Elektricität am Punkte x, y, n pro Volumseinheit bedeutet. Nun ist aber $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$, somit $\frac{\partial^2 V}{\partial n^2} = -4\pi\varrho$.

Da nach unserer Voraussetzung in der Luft nur durch den Wasserdampf Elektricität vorhanden sein kann, und zwar negative, so wird $\frac{\partial^2 V}{\partial n^2} = k \cdot p$, wo p den Gehalt an Wasserdampf und k eine Constante bedeutet.

Nach der obigen Formel von Hann ist $p = p_0(1 - \alpha n)$, wenn wir die Glieder mit n^2 vernachlässigen, was bei den geringen Höhen wohl gestattet ist, und wo p_0 den gleichzeitig an der Erdoberfläche herrschenden Wassergehalt bedeutet. Man hat somit

$$\frac{\partial^2 V}{\partial n^2} = kp_0(1 - \alpha n) \quad \text{oder} \quad \frac{\partial V}{\partial n} = kp_0 n\left(1 - \frac{\alpha}{2} n\right) + C.$$

Beobachtet man am Erdboden, also für $n = 0$, und erhält $\frac{\partial V}{\partial n} = B$, so wird in obiger Gleichung $C = B$ oder

$$\frac{\partial V}{\partial n} = kp_0 n\left(1 - \frac{\alpha}{2} n\right) + B.$$

Es ist aber $p = p_0(1 - \alpha n)$ oder $n = -\frac{p - p_0}{\alpha p_0}$ und somit

$$\frac{\partial V}{\partial n} = -k\frac{p - p_0}{\alpha}\left(1 + \frac{p - p_0}{2p_0}\right) + B.$$

In einer solchen Höhe, wo der Wassergehalt der Luft verschwindet, also wo $p = 0$ ist, würde man für $\frac{\partial V}{\partial n}$ jenen Werth erhalten, der auch an der Erdoberfläche bei möglichster Abwesenheit von Wasserdampf

Digitized by Google

gefunden wird, und der, wie früher gezeigt wurde, ungefähr $600 \frac{V}{m}$ beträgt; bezeichnen wir diesen mit A, so ergibt sich

$$A = k \frac{p_0}{\alpha} \cdot \frac{1}{2} + B \text{ oder } k = \frac{2\alpha (A - B)}{p_0}.$$

Man hat somit in beliebiger Höhe

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 2(A - B) \frac{p_0 - p}{p_0} \left(1 - \frac{p_0 - p}{2 p_0}\right) + B,$$

wo $A = 600 \frac{V}{m}$ und B dasjenige Potentialgefälle ist, das gleichzeitig an der Erdoberfläche beobachtet wird.

Wenn wir nach dieser Formel die früher besprochene Beobachtung im Luftballon berechnen, so finden wir Folgendes:

n	p	$\frac{\partial V}{\partial n}$ beob.	$\frac{\partial V}{\partial n}$ ber.
0	1	92	—
440	0,892	193	195
550	0,865	193	219
660	0,838	193	240
1000	—	—	313

Man hat also auch eine quantitative Uebereinstimmung, soweit man es unter den früher schon erwähnten Umständen der Ballonfahrt nur erwarten konnte. In Fig. 5 ist B die berechnete Curve des Potentialgefälles für den 6. Juni 1885. AA' würde dieselbe darstellen wenn gar kein Wasserdampf sich in der Luft befinden würde. a, b, c sind die drei Beobachtungen im Ballon.

Nach der Volta'schen Verdampfungstheorie müsste der Wasserdampf positiv sein, und man hätte die Formel

$$\frac{\partial V}{\partial n} = -k \frac{p - p_0}{\alpha} \left(1 + \frac{p - p_0}{2 p_0}\right) + B$$

und für $p = 0$ wäre $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$, somit

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 2B \left(\frac{p - p_0}{p_0}\right) \left(1 + \frac{p - p_0}{2 p_0}\right) + B.$$

Digitized by Google

Nach dieser Formel berechnet, würde sich ergeben:

n	$\frac{\partial V}{\partial n}$ beob.	$\frac{\partial V}{\partial n}$ ber.
0	92	—
500	193	71
1000	—	52

In Fig. 5 stellt die Curve C das Potentialgefälle für Volta's Theorie dar; man sieht, dass die Erfahrung nicht eine Abnahme, sondern eine Zunahme des Potentialgefälles mit der Höhe ergibt.

Die Niveauflächen um die Erde herum werden auch bei idealem Wetter keine Kugelflächen sein; da der Wassergehalt der Luft in den

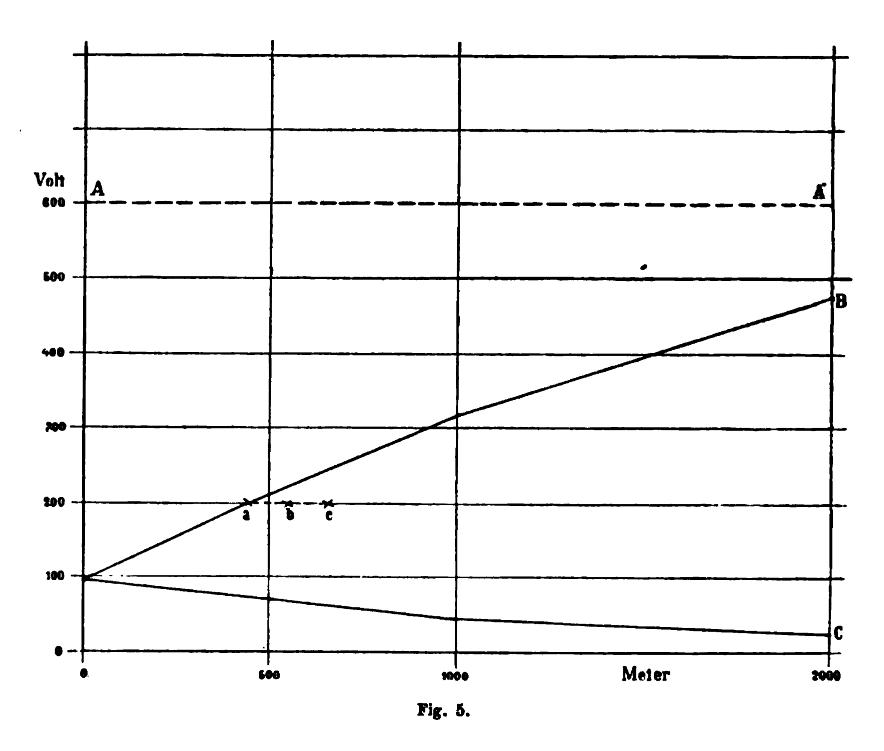


Fig. 5.

Aequatorialgegenden ein viel grösserer ist, als in den Polarländern, so wird auch in jenen das Potentialgefälle ein viel niedrigeres sein müssen; die Niveauflächen werden also in der Nähe der Pole bei weitem dichter aneinander liegen. Es ist nicht unmöglich, dass mit diesem Umstande auch die Existenz des Polarlichtes in einigem Zusammenhange steht. Leider besitzen wir aus den Polargegenden nur ganz unverlässliche Messungen der Luftelektricität, so dass sich in experimenteller Beziehung über diese Frage nichts sagen lässt.

Digitized by Google

Aus dem Potentialgefälle $\frac{\partial V}{\partial n}$ in der Richtung der Normalen n auf die Erdoberfläche lässt sich die mittlere Dichte μ an derselben berechnen, wie dies auch schon von Pellat[1]) auf Grund der Peltierschen Theorie und der allerdings sehr mangelhaften Messungen von Thomson geschehen ist. Man hat die bekannte Relation:

$$\mu = -\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\partial V}{\partial n}.$$

Für $\frac{\partial V}{\partial n}$ hätten wir jenen Werth einzusetzen, der sich bei vollständiger Abwesenheit des Wasserdampfes in der Luft ergeben würde; derselbe ist nicht bekannt, doch zeigen die betreffenden Beobachtungen des vorigen Kapitels, dass unterhalb einer gewissen Grenze sich das Potentialgefälle nur mehr sehr wenig ändert; man kann den erwähnten Beobachtungen zufolge $\frac{\partial V}{\partial n} = 600 \frac{V}{m}$ setzen, ohne dass man dabei befürchten muss, um mehr als 5% zu fehlen. Es soll im folgenden alles in absoluten, elektrostatischen Einheiten (U. E.) ausgedrückt werden. Nach den Messungen von W. Thomson ist 1 Volt = 0,0029 — 0,0037 U. E. Nach meinen eigenen ist 1 Volt = 0,0033 U. E., und letzterer Werth soll den Rechnungen zu Grunde gelegt werden. Man hat demnach

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 600 \frac{V}{m} = 0{,}02 \text{ U. E. und } \mu = 0{,}0016 \text{ U. E.}$$

Das Potential, welches die Erde hat, lässt sich gleichfalls aus dem Werthe $\frac{\partial V}{\partial n}$ leicht bestimmen; bezeichnet man den Halbmesser der Erde mit R, so hat man allgemein für alle Punkte ausserhalb der Erde die Gleichung:

$$V + dV = \frac{V \cdot R}{R + dR}$$

oder wenn wir die Richtung des Radius mit n bezeichnen:

$$\frac{V}{\partial V} + \frac{R}{\partial n} = 0 \text{ und } V = -R \frac{\partial V}{\partial n}.$$

Für R haben wir den Werth $R = 7 \cdot 10^8$ zu setzen und erhalten so

$$V = -14 \cdot 10^6 \text{ U. E.} = -4 \cdot 10^9 \text{ Volt.}$$

---

1) J. d. Phil. (2) Bd. 4 (1885).

Digitized by Google

Die Elektricitätsmenge M, mit welcher die Erde geladen ist, ergibt sich aus Folgendem:

$$M = V \cdot R = - 10^{16} \text{ U. E.}$$

Man ist versucht zu glauben, dass diese ungeheuere Elektricitätsmenge auf die Körper an der Erdoberfläche eine bedeutende Abstossungskraft ausüben müsste; dieselbe ist jedoch äusserst gering, da die Entfernung der elektrischen Massen eine sehr grosse ist. Es wird pro Quadratcentimeter der Erdoberfläche eine Kraft K ausgeübt:

$$K = 2\pi\mu^2 = 0{,}000016 \text{ Dyn.} = 0{,}000000016^g \text{ oder } = 16 \cdot 10^{-9g}$$

Diese Kraft ist so gering, dass sie kaum durch irgend welche Hilfsmittel nachweisbar sein dürfte.

Die elektrische Ladung der Erde repräsentirt infolge ihres hohen Potentials auch einen sehr bedeutenden Arbeitsvorrath; wenn wir diese elektrische Ladung als durch den Process der Verdichtung der Urmaterie entstanden denken, so darf die Energie, welche sie enthält, jedenfalls nicht grösser sein, als die bei der Contraction der Masse gewonnene Arbeit. Die elektrische Energie ε der Erde ist gegeben durch die Relation:

$$\varepsilon = 0{,}5\, M \cdot V = 7 \cdot 10^{22} \text{ U. E.}$$

Dieser Arbeitsvorrath repräsentirt eine Wärmemenge $W = 1{,}7 \cdot 10^{18}$ Calorien, wenn man das mechanische Aequivalent der Wärme gleich 425 setzt. Würde diese Wärmemenge der Erdmasse wieder zurückgegeben, so würde deren Temperatur dadurch um einen gewissen Betrag ϑ steigen; setzen wir die mittlere Dichte der Erde gleich 5 und ihre specifische Wärme gleich 1, so wäre:

$$\vartheta = 0{,}24 \cdot 10^{-9} \text{ Grad Celsius.}$$

Um diese minimale Grösse wäre also die Temperatur der Erde höher, wenn sich bei ihrer Constituirung keine elektrische Ladung entwickelt hätte; dieser Arbeitsvorrath von $7 \cdot 10^{22}$ U. E. ist aber ein so geringer, dass er nur eben hinreichen würde, eine 1^{cm} dicke Schicht der Erdoberfläche um etwa 2^{cm} zu heben. Man ersieht daraus also, dass von der Bildungsarbeit der Erde nur ein ganz verschwindend kleiner Theil in Form von elektrischer Energie aufgespeichert ist.

Wenn in dem normalen elektrischen Feld der Erde mit dem Werth $\frac{\partial V}{\partial n} = 600 \frac{V}{m}$ sich Wassermassen in Dampfform erheben, so nehmen sie negative Elektricität von der Erdoberfläche mit; dadurch muss an dem betreffenden Orte der Werth von $\frac{\partial V}{\partial n}$ abnehmen. Um wie viel er sinkt, das hängt von dem Potential ab, welches der Wasserdampf in

Digitized by Google

seiner neuen Lage annimmt, und darüber lässt sich a priori nichts aussagen. Aber so viel ist gewiss, dass dieses Potential einen um so grösseren absoluten Werth haben wird, je dichter die einzelnen elektrisirten Wasserkügelchen an einander liegen, und dieses Potential kann dem absoluten Werthe nach sehr wohl ebenso gross, ja noch grösser werden als das der Erde. Der Werth von $\frac{\partial V}{\partial n}$ wird in diesem Falle durch Null ins Negative übergehen, wie es auch die Beobachtungen bei bewölktem Himmel oder bei einbrechendem Regen lehren. Das fallende Regenwasser wird demnach auch immer negativ elektrisch sein, und so der Erde die Elektricitätsmenge wieder zurückgeben, die ihr beim Verdampfen entzogen wurde. Einzelne Wolkenmassen werden also stets negativ sein und durch ihre Anwesenheit den Werth von $\frac{\partial V}{\partial n}$ herabdrücken, wie dies auch aus den schon mitgetheilten Beobachtungen hervorgeht. Es ist von mancher Seite auch behauptet worden, dass es zuweilen positive Wolken gebe; mir ist selbst ein solches Beispiel nicht vorgekommen, doch lässt sich die Existenz wenigstens scheinbar positiver Wolken wohl begreifen. Es kann nämlich eine Wolke durch Verdunstung oder Regen ihren Elektricitätsgehalt theilweise oder ganz verloren haben, so dass sie das Potential annimmt, welches ihrem Orte im elektrischen Felde der Erde entspricht; nähert sich eine solche dann der Erdoberfläche, so muss infolge der eintretenden Induction der Werth von $\frac{\partial V}{\partial n}$ steigen, d. h. die Wolke wirkt wie ein positiv elektrischer Körper. Dasselbe gilt in erhöhtem Maasse auch von Schneewolken, denn die feinen Eisnadeln werden ihre negative Ladung bald an die Umgebung abgeben und so das Potential annehmen, das ihrer Lage im Raum entspricht, d. h. diese Eis- oder Schneemassen müssen positiv sein gegen die Erde, namentlich wenn sie aus beträchtlicher Höhe herab gelangen. Es muss hier besonders betont werden, dass die oben erwähnte Induction auch eintritt, obgleich die Wolke als Ganzes einen Isolator bildet, der genau so constituirt ist, wie alle Isolatoren; die Wolke besteht nämlich aus einzelnen leitenden Partikelchen, die durch einen isolirenden Zwischenraum von einander getrennt sind, sie besitzt daher eine Diëlektricitätsconstante K, die, wie bei allen Isolatoren, durch die Gleichung

$$K = \frac{2v + 1}{1 - v}$$

bestimmt ist, wo v denjenigen Bruchtheil der Volumseinheit bedeutet, der durch leitende Substanz, in unserem Falle also durch Wasser

Digitized by Google

ausgefüllt ist Leider ist dieser Werth v für Wolken oder Nebel noch nicht bestimmt, so dass sich über die Grösse von K auch nichts aussagen lässt. Ich kann mich deshalb auch nicht mit der Ansicht von Pellat[1]) einverstanden erklären, der zufolge das untere Ende einer Wolke durch Induction positiv, das obere aber negativ elektrisch wird und so bei etwaiger Trennung beider Hälften durch Wind zwei gesonderte, entgegengesetzt elektrische Massen entstehen sollen, die zur Bildung von Blitzen Veranlassung geben. Es würde ein solcher Vorgang die ganze Masse als leitend voraussetzen; ich habe mich aber zu wiederholten Malen davon überzeugt, dass in einem Gebirgsthale das Potentialgefälle durchaus nicht auf Null sinkt, wenn dichte Wolkenmassen tagelang ringsum auf den Bergen aufliegen, dass im Gegentheil in diesem Falle das Potentialgefälle ein ziemlich normales ist, d. h. dass sich solche Wolkenmassen wie annähernd unelektrische Isolatoren verhalten. Es ist auch eine allgemein anerkannte Thatsache, dass im Nebel oder in Wolken der Werth $\frac{\partial V}{\partial n}$ oft ein sehr beträchtlicher ist; man kann also Wolken nicht einfach als leitende Massen betrachten.

Dass die starke und plötzliche Entwicklung von Elektricität bei Gewittern mit der Condensation von kleinen Wassertröpfchen zu grossen in Verbindung steht, ist eine allgemein anerkannte Annahme, die, soweit mir bekannt ist, zuerst von A. v. Humboldt in seiner „Reise in die Aequinoctialgegenden des neuen Continents" ausgesprochen wurde. In der That erklärt diese Annahme die Erscheinung in der einfachsten Weise. Man darf aber nicht vergessen, dass eine solche Condensation, resp. Steigerung des Potentials nicht ins Unbegrenzte gehen kann, ohne die Stabilität der tropfenförmigen Wassermasse zu zerstören, d. h. ohne den Tropfen zu zerstäuben. Lord Rayleigh[2]) hat diese Grenze schon aus der Capillaritätsconstante des Wassers berechnet. Bezeichnet man letztere mit T, den Radius des Tropfens mit R und das zum Zerstäuben nöthige Potential mit V, so besteht die Relation:

$$V = \sqrt{16 \cdot \pi \; R \cdot T}.$$

Für Tropfen von der Grösse R_1 und R_2 hat man somit $\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$. Für einen Tropfen von 1^{mm} Durchmesser findet Lord Rayleigh ungefähr $V = 5000$ Volt. Man kann sich nun die Frage stellen, wie gross darf das Potential der Tropfen R_1 sein, damit bei

1) J. d. Ph. (2) Bd. 4 (1885).

2) Ph. Mag. (5) Bd. 14 (1882).

Digitized by Google

ihrer Vereinigung zu Tropfen R_2 letztere noch bestehen können. War das Potential der ersteren φ_1, so wird das der letzteren φ_2:

$$\varphi_2 = \varphi_1 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

Im äussersten Fall kann $\varphi_2 = V_2$ werden also:

$$\varphi_1 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = V_1 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ oder } \varphi_1 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot V_1.$$

Sollen z. B. aus Tropfen von $R_1 = 0{,}5^{\text{mm}}$ solche von $R_2 = 2^{\text{mm}}$ werden, so darf das Potential der ersteren nicht grösser als 625 Volt sein. Es werden die ursprünglichen Wassertröpfchen offenbar noch viel kleiner und daher ihr Potential auch noch viel niedriger sein müssen, wenn sich daraus sichtbare Tropfen bilden sollen, es ist aber auch leicht einzusehen, dass diese Bedingung erfüllt wird.

Die Potentialdifferenzen, die zur Bildung von Blitzen nothwendig sind, sind bekanntlich nicht so enorm gross, als es den Anschein hat, weil die Schlagweite beträchtlich schneller wächst, wie die Potentialdifferenzen. Ich glaube aber, dass die bei Gewittern wirksamen Potentialdifferenzen ihren Grund nicht so sehr in der localen Anhäufung elektrischer Massen haben, als vielmehr in der gegenseitigen Lage der letzteren im elektrischen Feld der Erde. Wenn man bedenkt, dass zwei vollkommen identische Wolken, die in einer Höhendifferenz von 100^{m} übereinander liegen, bloss infolge dieser Lage schon eine Potentialdifferenz von 60000 Volt haben, so wird man in diesem Umstande wohl die Erklärung des Phänomens finden, dass Blitze fast immer in verticaler Richtung und nur äusserst selten in horizontaler verlaufen. Die Beobachtungen, welche über die Anordnung der Wolken bei Gewittern gemacht wurden, namentlich die Aufzeichnungen des amerikanischen Luftschiffers Wist[1]) stimmen alle darin überein, dass man es in den allermeisten Fällen mit zwei Wolkenschichten in verschiedener Höhe zu thun hat, zwischen denen dann die Blitze übergehen. Wist gibt an, dass durchschnittlich 50 Blitze zwischen den beiden Wolkenschichten auf einen in anderer Richtung kommen.

Die Condensation bei Regenbildung muss eine sehr bedeutende sein, denn die Durchmesser der kleinsten Wassertröpfchen in Wolken variiren nach directen mikroskopischen Messungen von Waller[2]) von $0{,}0001-0{,}015^{\text{mm}}$; nach den Angaben von Dines[3]) zwischen 0,016—0,033;

1) Cosmos vol. III (1853).
2) Ph. Trans. (1847).
3) Naturforscher Bd. 14 (1881).

Digitized by Google

nach Assmann[1]) zwischen 0,018 — 0,035. Es ist daher natürlich, dass bei plötzlicher Condensation das Potential beträchtlich steigt; dadurch erhält aber auch $\frac{\partial V}{\partial n}$ an dem betreffenden Orte plötzlich einen grossen Werth und damit ist die Gefahr eines Blitzschlages gegeben.

Wenn die Erde bei ihrer Entstehung eine starke negative Ladung angenommen hat, so lässt sich Aehnliches auch von den übrigen Himmelskörpern, z. B. der Sonne erwarten; es ist bekannt, dass schon öfters der Versuch gemacht wurde, gewisse astronomische Erscheinungen auf elektrische Ursachen zurückzuführen, so von Zöllner[2]), von Siemens[3]) u. A. Vielleicht, dass man in dieser elektrischen Kraft einmal die Ursache mancher Störungen in der Bewegung von Himmelskörpern, z. B. des Merkur, finden wird, die sich anderweitig bisher nicht erklären lassen. Der auffallende Zusammenhang zwischen den Vorgängen an der Sonnenoberfläche und gewissen physikalischen Erscheinungen auf der Erde, in erster Linie dem Erdmagnetismus, gibt in dieser Hinsicht jedenfalls einen beachtenswerthen Fingerzeig.

Es folgt aus der unitarischen Theorie, dass die verschiedenen Himmelskörper unseres Sonnensystems negative Ladungen besitzen müssen, die ihren Massen direct proportional sind. Die Masse der Sonne ist 355000 mal grösser als die der Erde, das Gleiche würde also auch von ihrer Ladung gelten. Es ist aber das Potentialgefälle an einer Kugel vom Radius R und der Ladung M gleich $\frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{M}{R^2}$. Für die Erde beträgt dieser Werth 600 $\frac{V}{m}$; der Radius der Sonne ist aber 112 mal grösser als der der Erde, mithin wird, wenn der Index s sich auf die Sonne bezieht:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_s = \frac{M_s}{R_s^2}$$

oder

$$\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_s = \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_\varepsilon \cdot \frac{355000}{12544} = 600 \cdot 28 = 16800 \ \frac{V}{m}.$$

So gross wäre also das Potentialgefälle an der Sonnenoberfläche. Die Intensität des elektrischen Feldes der Sonne in der Entfernung der Erde würde aber doch sehr gering sein; es beträgt diese Entfernung 208 Sonnenradien und somit würde das Potentialgefälle der

1) Zeitschr. f. Met. Bd. 2 (1885).
2) Akad. Leipzig (1872).
3) Akad. Berlin (1883).

Digitized by Google

Sonne an der Erdoberfläche nur mehr $0,4 \frac{V}{m}$ betragen, also eine Grösse, die für unsere Messapparate vollkommen verschwindet gegen die Variationen, denen das elektrische Feld der Erde unterworfen ist. Selbst wenn man die durch die Sonne auf der Erde hervorgerufene Induction mit in Betracht zieht, würde diese Grösse erst den Werth $1,2 \frac{V}{m}$ erreichen, also immer noch nicht nachweisbar sein.

In Kürze zusammengefasst, haben sich somit die folgenden Resultate ergeben:

1. Von allen bisherigen Theorien der Luftelektricität steht nur die von Peltier mit den Thatsachen nicht im Widerspruch.

2. Peltier's Theorie erklärt alle bekannten Erscheinungen vollkommen.

3. Die wirklich existirende Elektricitätsart ist die negative, d. h. ein Körper, welcher Elektricität im Ueberschuss enthält, erscheint uns negativ elektrisch.

Man hat schon aus verschiedenen physikalischen Erscheinungen die Vermuthung abgeleitet, dass die negative Elektricität die wirklich existirende ist; so hat dies z. B. Ettingshausen[1]) aus dem Hall'schen Phänomen, und Thompson[2]) aus den sogenannten Artunterschieden der beiden Elektricitäten geschlossen; das Vorstehende würde demnach diese Vermuthungen bestätigen.

4. Der absolute Nullpunkt der Elektricität liegt bei $+ 4 \cdot 10^9$ Volt; d. h. ein Punkt, der von allen elektrischen Massen unendlich weit entfernt ist, hat ein Potential, das um $4 \cdot 10^9$ Volt höher ist, als dasjenige der Erde.

Wien, phys. Cab. d. Univ.

---

1) Wied. Ann. Bd. 11 (1880).
2) Phil. Mag. (1884).

Digitized by Google

Ueber Pendelbewegung bei ablenkenden Kräften, nebst Anwendung auf das Foucault'sche Pendel.

Von

K. Weihrauch,

Professor der physikalischen Geographie in Dorpat.

I.

Es sei l die Länge eines mathematischen Pendels, a die Länge des halben Schwingungsbogens, t die vom Momente der ersten grössten Elongation an gerechnete Zeit, u der mit der Ruhelage zur Zeit t gebildete Winkel, $r = l \cdot u$ der zu u gehörende Bogen, dann hat man bei unendlich kleinen Schwingungen, wenn nur die Schwere auf das Pendel wirkt

$$\frac{d^2 r}{d t^2} = -\frac{g}{l} r = -f^2 r \tag{1}$$

Von den Hindernissen der Bewegung soll ganz abgesehen werden[1]). Man wird den ganzen Schwingungsbogen als geradlinig betrachten dürfen, was sich mit der in Gl. 1 gemachten Voraussetzung, dass $\sin u$ durch u ersetzt werden dürfe, d. h. dass die Schwingungen unendlich klein seien, deckt. Auf das Pendel wirke nun ausser der Schwere noch eine Kraft N ein, welche beständig der augenblicklichen Geschwindigkeit des Pendels proportional sei, und deren Richtung immer nach dem Krümmungscentrum der unter solchen Umständen von dem Pendel beschriebenen Trajectorie gehe. In der durch den ursprünglichen Ruhepunkt des Pendels gehenden Horizontalebene nehme ich diesen Punkt als Ursprung eines rechtwinkligen Coordinatensystems; die Richtung vom Ursprung nach dem Punkte, wo sich das Pendel in der ersten grössten Elongation befindet, sei die der positiven x-Axe, so dass das Pendel zur Zeit $t = 0$, die Coordinaten $x = +a$, $y = 0$ hat. Die y-Axe werde in einem solchen Sinne positiv gerechnet, dass die positive x-Axe durch eine in der Richtung Nord über West gehende Drehung um $\frac{\pi}{2}$ in die Lage der positiven y-Axe gelangt.

1) In einer demnächst zu veröffentlichenden Abhandlung werde ich zeigen, dass das Problem auch mit Berücksichtigung dieser Hindernisse unter gewissen Voraussetzungen über deren Natur lösbar ist.

Digitized by Google

Zur Zeit t sei das Pendel in den Punkt P mit den Coordinaten x, y gekommen. In P wirkt auf das Pendel infolge der Schwere eine Kraft, die nach Gl. 1 durch $-f^2 r$ dargestellt wird, wo

$$r^2 = x^2 + y^2 \tag{2}$$

Die Componenten dieser Kraft nach den Axen sind

$$\left.\begin{aligned} X_1 &= -f^2 r \cdot \frac{x}{r} = -f^2 x \\ Y_1 &= -f^2 r \cdot \frac{y}{r} = -f^2 y \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Die Geschwindigkeit v des Pendels ist in P, wenn ds das Bogenelement der Trajectorie, gleich $\frac{ds}{dt}$; nach der oben ausgesprochenen Voraussetzung ist dann, wenn unter $2h$ eine beliebige Constante verstanden wird,

$$N = 2hv = 2h\frac{ds}{dt} \tag{4}$$

Im Anfange der Bewegung, zur Zeit $t = 0$, ist der Krümmungshalbmesser der Trajectorie jedenfalls unendlich gross, und ich will annehmen, der Krümmungsmittelpunkt liege dann, zwar im Unendlichen, aber auf der positiven Seite der y-Axe, d. h. die Kraft N hat die Tendenz, das Pendel in P nach rechts aus seiner Bahn zu treiben, wenn man selbst mit dem Pendel die Trajectorie durchläuft. Dann sind, wie man leicht findet, die Componenten der Kraft N nach den Axen

$$\left.\begin{aligned} X_2 &= N \cdot \frac{dy}{ds} = 2h\frac{dy}{ds}\cdot\frac{ds}{dt} = 2h\frac{dy}{dt} \\ Y_2 &= -N \cdot \frac{dx}{ds} = -2h\frac{dx}{ds}\cdot\frac{ds}{dt} = -2h\frac{dx}{dt} \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Die Beschleunigungen längs der x- und y-Axe werden daher $X_1 + X_2$ und $Y_1 + Y_2$, so dass die Differentialgleichungen der Bewegung sind

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -f^2 x + 2h\frac{dy}{dt} \tag{6}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -f^2 y - 2h\frac{dx}{dt} \tag{7}$$

Differentiirt man Gl. 6 nach t und combinirt mit Gl. 7, so erhält man

$$y = -\frac{1}{2f^2h}\left((f^2 + 4h^2)\frac{dx}{dt} + \frac{d^3x}{dt^3}\right) \tag{8}$$

Digitized by Google

Differentiirt man hier abermals und setzt den Werth für $\frac{dy}{dt}$ in Gl. 6 ein, so entsteht

$$\frac{d^4 x}{dt^4} + 2(f^2 + 2h^2)\frac{d^2 x}{dt^2} + f^4 x = 0. \tag{9}$$

Zur Integration setzt man bekanntlich

$$x = e^{mt} \tag{10}$$

und hat m zu bestimmen aus der Gleichung

$$m^4 + 2(f^2 + 2h^2)m^2 + f^4 = 0. \tag{11}$$

Dies gibt $$m = \pm i\sqrt{f^2 + 2h^2 \pm 2h\sqrt{f^2 + h^2}} \tag{12}$$

oder $$m = \pm i\left(\sqrt{f^2 + h^2} \pm h\right). \tag{13}$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\sqrt{f^2 + h^2} = F \tag{14}$$

$$\left.\begin{aligned} F + h &= \mu \\ F - h &= \nu \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

dann wird $m_1 = \mu i \quad m_2 = -\mu i \quad m_3 = \nu i \quad m_4 = -\nu i$ (16

und das allgemeine Integral von Gl. 9, wenn die Constanten durch c bezeichnet werden

$$x = c_1 e^{\mu i} + c_2 e^{-\mu i} + c_3 e^{\nu i} + c_4 e^{-\nu i}. \tag{17}$$

Durch Entwicklung der Exponentialausdrücke und Einführung von vier neuen Constanten geht Gl. 17 über in

$$x = C_1 \cos\mu t + S_1 \sin\mu t + C_2 \cos\nu t + S_2 \sin\nu t \tag{18}$$

wozu dann die Gl. 8 kommt

$$y = -\frac{1}{2f^2 h}\left((f^2 + 4h^2)\frac{dx}{dt} + \frac{d^3 x}{dt^3}\right) \tag{19}$$

Zur Bestimmung der Constanten hat man folgende Bedingungen. Für $t = 0$ muss

$$\left.\begin{aligned} x &= a \\ \frac{dx}{dt} &= 0 \\ y &= 0 \\ \frac{dy}{dt} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

sein, d. h. man erhält die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} C_1 + C_2 &= a \\ S_1\mu + S_2\nu &= 0 \\ S_1\mu^3 + S_2\nu^3 &= 0 \\ C_1\mu^2 + C_2\nu^2 &= af^2 \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Digitized by Google

Daraus folgt $$S_1 = S_2 = 0 \tag{22}$$

$$C_1 = \frac{a(f^2 - \nu^2)}{\mu^2 - \nu^2} \qquad C_2 = \frac{a(\mu^2 - f^2)}{\mu^2 - \nu^2} \tag{23}$$

oder mit Rücksicht auf Gl. 14 und 15

$$C_1 = \frac{a(F-h)}{2F} \qquad C_2 = \frac{a(F+h)}{2F} \tag{24}$$

Mit diesen Werthen wird

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{a}{2F}[(F-h)\cos(F+h)t + (F+h)\cos(F-h)t] \\ y &= \frac{a}{2F}[-(F-h)\sin(F+h)t + (F+h)\sin(F-h)t] \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Durch Entwickelung der trigonometrischen Ausdrücke erhält man schliesslich die Resultate in der einfachen Gestalt

$$\left.\begin{aligned} x &= a\left(\cos Ft \cdot \cos ht + \frac{h}{F}\sin Ft \cdot \sin ht\right) \\ y &= a\left(-\cos Ft \cdot \sin ht + \frac{h}{F}\sin Ft \cdot \cos ht\right) \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Führt man Polarcoordinaten $x = r\cos\vartheta$, $y = r\sin\vartheta$ ein, so liefern die Gleichungen 26

$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{\frac{h}{F}\cdot\operatorname{tg}Ft - \operatorname{tg}ht}{1 + \frac{h}{F}\cdot\operatorname{tg}Ft\cdot\operatorname{tg}ht} \tag{27}$$

oder $$\operatorname{tg}\vartheta = \operatorname{tg}\left[\operatorname{arc tg}\left(\frac{h}{F}\cdot\operatorname{tg}Ft\right) - ht\right] \tag{28}$$

$$\vartheta = m\pi + \operatorname{arc tg}\left(\frac{h}{F}\cdot\operatorname{tg}Ft\right) - ht \tag{29}$$

wo m eine ganze positive Zahl bedeutet, deren Werth sich leicht nach den Vorzeichen von x und y bestimmen lässt.

Man erhält ferner

$$r = a\sqrt{\cos^2 Ft + \frac{h^2}{F^2}\sin^2 Ft} \tag{30}$$

oder

$$r = a\sqrt{1 - \left(\frac{F^2 - h^2}{F^2}\right)\sin^2 Ft} \tag{31}$$

Man sieht hieraus, dass r niemals gleich Null werden kann, d. h. das Pendel passirt niemals die ursprüngliche Ruhelage. Der Radiusvector erlangt vielmehr seinen kleinsten Werth für

$$\sin^2 Ft = 1 \tag{32}$$

Digitized by Google

d. h.
$$r = \frac{ah}{F} \tag{33}$$

in den Zeiten
$$t = (n + \tfrac{1}{2})\frac{\pi}{F} \tag{34}$$

wo n eine beliebige ganze positive Zahl.

Die Trajectorie des Pendels berührt daher einen um den Ursprung mit dem Radius $\frac{ah}{F}$ gezogenen Kreis in den eben angegebenen Zeitpunkten von aussen.

Der grösste Werth des Radiusvectors, und zwar selbstverständlich a, wird erreicht für
$$\sin^2 Ft = 0, \tag{35}$$

d. h.
$$t = \frac{n\pi}{F} \tag{36}$$

Zu diesen Maximalelongationen, die alle einen Kreis vom Halbmesser a innerlich treffen, mögen die Anomalieen ϑ_n $\left(\text{zur Zeit } t_n = \frac{n\pi}{F}\right)$ gehören, dann hat man aus Gl. 29, abgesehen von gewissen hinzuzufügenden Vielfachen von π
$$\vartheta_n = -\frac{n\pi h}{F} \tag{37}$$

Der Unterschied der Anomalieen bei der n^{ten} und $(n+2)^{\text{ten}}$ Maximalelongation beträgt also $\frac{2\pi h}{F}$.

Man hat beispielsweise, wenn $h < \frac{F}{6}$ vorausgesetzt wird,

die erste Maximalelongation zur Zeit $t = 0$, $\vartheta_0 = 2\pi$

" zweite " " " $t = \frac{\pi}{F}$, $\vartheta_1 = \pi - \frac{\pi h}{F}$

" dritte " " " $t = \frac{2\pi}{F}$, $\vartheta_2 = 2\pi - \frac{2\pi h}{F}$.

" vierte " " " $t = \frac{3\pi}{F}$. $\vartheta_3 = \pi - \frac{3\pi h}{F}$

Ueberhaupt rücken also die Punkte der äussersten Elongationen allmählich und zwar gleichförmig auf der Kreisperipherie vom Radius a fort und zwar in der Richtung von Nord über Ost. Die Zeit zwischen 2 aufeinanderfolgenden äussersten Elongationen, die Schwingungsdauer des Pendels, ist constant und zwar
$$\tau = \frac{\pi}{F}. \tag{38}$$

Digitized by Google

Da in der Zeit 2τ das Pendel jedesmal um den Winkel $\frac{2\pi h}{F}$ auf dem äusseren Kreise fortschreitet, so erfolgt die Durchlaufung der ganzen Peripherie $2a\pi$ in der Zeit

$$\mathsf{T} = \frac{2\pi}{h} \tag{39}$$

Ganz dasselbe findet man, wenn man die Anomalieen der Minimalelongationen untersucht; die Zeiten der letzteren liegen genau in der Mitte zwischen den Zeiten für die angrenzenden Maximalelongationen.

Mit Rücksicht auf die Werthe von F und f in Gl. 14 und 1 kann die Schwingungsdauer des Pendels in die Gestalt gebracht werden

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{l}{g + lh^2}} \tag{40}$$

Die Schwingungsdauer τ' des nur unter dem Einfluss der Schwere befindlichen Pendels ist aber

$$\tau' = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{41}$$

woraus sofort erkannt wird, dass immer

$$\tau < \tau' \tag{42}$$

d. h. ein Pendel schwingt beim Hinzutreten einer Kraft, welche immer der augenblicklichen Geschwindigkeit des Pendels proportional ist und normal zur Bahn derselben wirkt, rascher, als unter dem alleinigen Einfluss der Schwere.

Das Verhältnis $\tau : \tau'$ ist ein ächter, mit wachsender Pendellänge abnehmender Bruch. Für $l = \infty$ wird $\tau' = \infty$ und $\tau = \frac{\pi}{h}$. Eine physikalische Begründung dieses Verhältnisses beider Schwingungsdauern wird sich im folgenden Abschnitt ergeben.

II.

Bezüglich der Gestalt der Trajectorie lässt sich folgendes bemerken. Aus den Gleichungen 26 erhält man

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} : \frac{dx}{dt} = -\operatorname{tg} ht \tag{43}$$

Ist β der Winkel, den die Tangente in P mit der positiven x-Axe bildet, so hat man daher

$$\operatorname{tg} \beta = -\operatorname{tg} ht, \tag{44}$$

d. h. die Winkel β nehmen gleichförmig ab, während das Pendel seine Bahn durchläuft. Für $t = 0$ ist $\beta = \pi$; für $t = \frac{\pi}{2F}$ aber, d. h. für

Digitized by Google

die erste Minimalelongation, jedenfalls

$$\beta = \pi - \frac{h\pi}{2F} > \frac{\pi}{2} \tag{45}$$

weil

$$h < F \tag{46}$$

d. h. der Theil der Trajectorie von $t = 0$ bis $t = \frac{\pi}{2F}$ kehrt dem Ursprung der Coordinaten überall die convexe Seite zu. Ausserdem ergibt Gl. 44, dass die ganze Trajectorie in jedem ihrer Punkte nur eine Tangente hat.

Unter einem Zweige der Trajectorie mag das Stück derselben zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maximalelongationen, für $t = \frac{n\pi}{F}$ und $t = \frac{(n+1)\pi}{F}$, verstanden werden; auf diesem Zweige wird die Minimalelongation zur Zeit $t = (n + \frac{1}{2})\frac{\pi}{F}$ erreicht. Es sei nun Δ ein beliebiger Zeitraum $\leq \frac{\pi}{2F}$, so ergibt die Gl. 30, dass für die beiden Zeitpunkte

$$t = (n + \tfrac{1}{2})\frac{\pi}{F} \mp \Delta \tag{47}$$

immer

$$r = a\sqrt{\sin^2 F\Delta + \frac{h^2}{F^2}\cos^2 F\Delta} \tag{48}$$

ist, d. h. dass für Zeiten, welche um den nämlichen Betrag vor und hinter einer Minimalelongation liegen, die Radienvectoren gleich gross sind. Für die betreffenden Anomalieen findet man aus Gl. 28, dass

$$\operatorname{tg}\vartheta = \operatorname{tg}\left[\pm \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{h}{F}\cot F\Delta\right) - h(n + \tfrac{1}{2})\frac{\pi}{F} \pm h\Delta\right] \tag{49}$$

während die Anomalie der Minimalelongation gegeben ist durch

$$\operatorname{tg}\vartheta = \operatorname{tg}\left(\pm\frac{\pi}{2} - h(n + \tfrac{1}{2}\frac{\pi}{F}\right) \tag{50}$$

und zwar mit $+\frac{\pi}{2}$, wenn man die Minimalelongation als Abschluss der vorhergehenden Zeit, mit $-\frac{\pi}{2}$, wenn man dieselbe als Anfang der folgenden Zeit rechnet. Bildet man die Differenzen zwischen den entsprechenden Argumenten, so erkennt man, dass die Radienvectoren in gleichen Zeiten vor und nach der Minimalelongation mit dem Radiusvector der letzteren zu beiden Seiten gleiche Winkel bilden. Der Punkt, in welchem der Zweig den inneren Kreis berührt, theilt daher den Zweig in zwei congruente, zu dem betreffenden Radiusvector symmetrisch liegende Theile.

Digitized by Google

Nennt man einen Doppelzweig das System der beiden zu der nämlichen Maximalelongation gehörenden Zweige, so kann man genau in derselben Weise zeigen, dass der gemeinsame Punkt des äusseren Kreises den Doppelzweig in zwei congruente Zweige theilt, welche symmetrisch zum Radiusvector a jenes Punktes liegen. Alle Zweige der Trajectorie sind daher congruent und kehren dem Ursprung überall die convexe Seite zu, da dies von der Hälfte des ersten Zweiges oben streng bewiesen worden.

Aus Gl. 28 erhält man für die Zeit einer Maximalelongation $\left(t = \frac{n\pi}{F}\right)$ die betreffende Anomalie durch

$$\operatorname{tg} \vartheta = \operatorname{tg}\left(-\frac{n\pi h}{F}\right) \tag{51}$$

und für den Winkel β der Tangente an die Curve in jenem Punkte aus Gl. 44 den Ausdruck

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}\left(-\frac{n\pi h}{F}\right) \tag{52}$$

d. h. der Radiusvector bei einer Maximalelongation ist gleichzeitig Tangente an die Trajectorie.

Fasst man dies mit dem oben gesagten zusammen, so erkennt man, dass der innere Kreis von allen Zweigen der Trajectorie berührt wird, während auf dem äusseren lauter Rückkehrpunkte der Curve liegen.

Ist ds das Bogenelement der Trajectorie, also

$$ds^2 = dx^2 + dy^2, \tag{52a}$$

so ergeben die Gleichungen 26 sofort

$$\left.\begin{aligned} dx &= -a\frac{(F^2-h^2)}{F}\sin Ft\cos ht\cdot dt \\ dy &= a\frac{(F^2-h^2)}{F}\sin Ft\cdot\sin ht\cdot dt \end{aligned}\right\} \tag{52b}$$

mithin

$$ds = a\frac{(F^2-h^2)}{F}\sin Ft\cdot dt \tag{52c}$$

Die Curve ist also rectificirbar. Für die Länge L eines Zweiges hat man

$$L = \int_{t=0}^{t=\pi:F} ds = 2a\left(1-\frac{h^2}{F^2}\right) \tag{52d}$$

d. h. ein jeder Zweig L der Trajectorie ist kleiner als der Durchmesser $2a$ des äusseren Kreises, oder als die Länge einer Schwingung des nur unter dem Einfluss der Schwere befindlichen Pendels.

Digitized by Google

Die geometrische Construction von L ist sehr einfach. In Fig. 1 sind um O mit dem Radius $OB = a$ und dem Radius $OC = \frac{ah}{F}$, gemäss Gl. 33, der äussere und innere Kreis beschrieben; man zieht

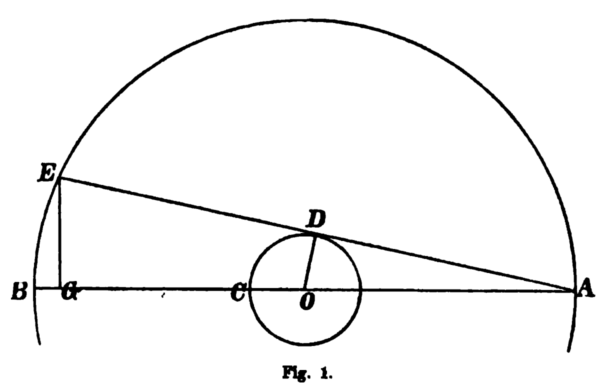


Fig. 1.

von A die Tangente ADE an den inneren Kreis, fällt von E die Normale EG auf AB, dann ist $AG = L$. Man hat nämlich BG: Sehne BE = Sehne $BE : BA$, oder, da Sehne $BE = 2\,OD = \frac{2ah}{F}$, $BG = \frac{2ah^2}{F^2}$, mithin $AG = L$.

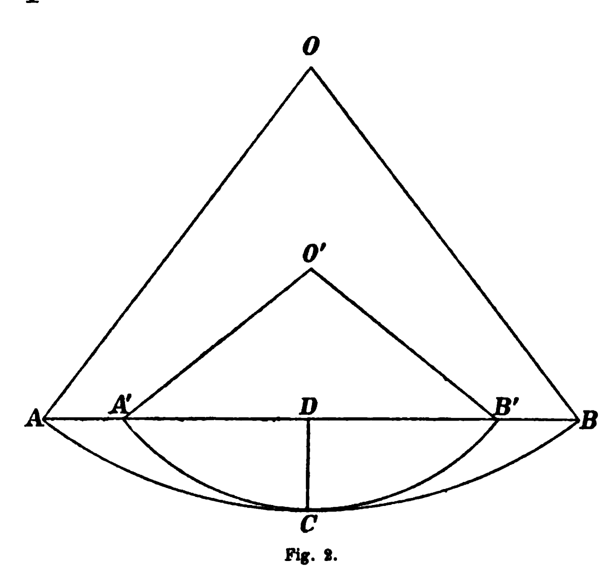


Fig. 2.

Die potentielle Energie des Pendels ist immer genau die nämliche, sobald es auf einen Punkt des äusseren Kreises anlangt. Da nun das unter dem Einfluss der Schwere und der Kraft N schwingende Pendel die nämliche potentielle Energie auf einem kürzeren Wege, als das nur unter dem Einfluss der Schwere schwingende Pendel wieder erreicht, indem dieses dazu die Strecke $2a$, jenes aber nur die Strecke $L < 2a$ zurückzulegen hat, so muss bei letzterem die Schwingungsdauer kleiner sein, als bei ersterem. Hiermit erklärt sich physi-

Digitized by Google

kalisch der in I. mathematisch begründete Satz vom Verhältnis der Schwingungsdauer.

Geometrisch lässt sich dies folgendermaassen darstellen. Es sei in Fig. 2 O der Aufhängepunkt eines in der Bahn ACB schwingenden Pendels, dessen Länge l also gleich OA. Soll dieselbe potentielle Energie, entsprechend derselben Hubhöhe CD, bei kleinerer Bahnlänge erreicht werden, so muss das Pendel etwa von A' ausgehend über C nach B' schwingen. Man erkennt daraus sofort, dass dazu ein Radius $O'A' < OA$, d. h. eine kleinere Pendellänge, folglich auch eine kürzere Schwingungsdauer gehört.

III.

Bei der Bewegung eines Foucault'schen Pendels liegt bekanntlich eine solche gleichmässige Durchlaufung der Kreisperipherie, wie sie für das in 1. behandelte Pendel gefunden ward, vor, und zwar erfolgt, wenn T die Dauer einer Rotation der Erde um ihre Axe (= 86 164,09 Secunden mittlerer Sonnenzeit), eine volle Drehung in der nördlichen geographischen Breite φ während der Zeit $T : \sin\varphi$ im Sinne Nord über Ost, genau wie bei jenem Pendel. Der Vorgang beim Foucault'schen Pendel kann daher durch eine Kraft, wie die mit N in Gl. 1 bezeichnete,

$$N = 2hv \tag{53}$$

in Gl. 4, erklärt werden. Zur Bestimmung von h hätte man aus Gl. 39

$$\mathsf{T} = \frac{2\pi}{h} = \frac{T}{\sin\varphi} \tag{54}$$

oder, wenn man die Winkelgeschwindigkeit ω der Erdrotation

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{55}$$

einführt

$$h = \omega \sin\varphi \tag{56}$$

und

$$N = 2v\omega \sin\varphi. \tag{57}$$

Die Bewegung des Foucault'schen Pendels kann daher auf den bekannten Satz zurückgeführt werden, dass infolge der Erdrotation bei jeder Bewegung mit der Geschwindigkeit v längs der Erdoberfläche eine Kraft von der Grösse $2v\omega\sin\varphi$ auftritt, welche auf der nördlichen Halbkugel das bewegte Theilchen senkrecht nach rechts aus seiner ursprünglichen Bahn treibt[1]). Wäre, was ich hier nicht weiter untersuchen kann, die Möglichkeit ausgeschlossen, dass eine Zunahme der Anomalieen für die Maximalelongationen von genau derselben Grösse und in demselben Zeitintervalle, wie oben, durch eine andere, als die von mir bezüglich N gemachte Annahme ebenfalls geliefert werden

1) Dieser Gedanke ist schon bei Günther, Lehrbuch der Geophysik, Bd. 1 S. 231 ausgesprochen, ohne dass daselbst ein strenger Beweis versucht worden wäre.

Digitized by Google

könnte, dann müsste in der obigen Deduction ein neuer Beweis für die Art und Grösse der Ablenkung horizontaler Bewegungen infolge der Erdrotation gegeben sein.

Man wird also nur umgekehrt behaupten dürfen, dass die Anwendung des anderweitig bewiesenen Satzes von der Ablenkung horizontaler Bewegungen infolge der Erdrotation (indem man von Hause aus $N = 2v\omega \sin\varphi$ setzt) eine insoweit strenge Ableitung für die Dauer

$$\mathsf{T} = T : \sin\varphi \tag{58}$$

eines vollen Umlaufs des Foucault'schen Pendels in der Breite φ liefert, als man mit unendlich kleinen Schwingungen operiren darf und von den Hindernissen der Bewegung absieht. Weitere Voraussetzungen liegen nicht zu Grunde; es sind namentlich keine Vernachlässigungen, wie sie bei der theoretischen Ableitung von Gl. 58 bei Anderen fast durchweg angenommen worden sind, z. B. die von ω^2, hier zugelassen worden.

Die Formel 58 gilt mithin mit demselben Grade von Genauigkeit, mit dem man die Schwingungsdauer des mathematischen Pendels gleich $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ rechnet.

Nicht uninteressant ist es, dass nach I. die Schwingungsdauer τ des Foucault'schen Pendels kleiner ausfällt, als die Schwingungsdauer τ' des mathematischen Pendels von gleicher Länge, das nur dem Einflusse der Schwere unterworfen ist. Man hat aus Gl. 40 und 41

$$\tau : \tau' = 1 : \sqrt{1 + \frac{l\,\omega^2 \sin^2\varphi}{g}} \tag{59}$$

Bei dem ausserordentlich kleinen Werth von ω hat die Sache freilich nicht die allergeringste praktische Bedeutung.

Um eine Vorstellung von der Gestalt der Trajectorie zu geben, habe ich für ein am Pol schwingendes Foucault'sches Pendel den in Fig. 3 dargestellten besonderen Fall ausgewählt. Es war dabei erforderlich ein Pendel von ausserordentlich grosser Schwingungsdauer zu fingiren, wenn der innere Kreis in der Zeichnung darstellbar sein sollte. Ich nahm τ so, dass das Foucault'sche Pendel in 36 Schwingungen die ganze Kreisperipherie durchlaufen müsste, d. h. $\tau = T : 36 = 2393{,}447$ Secunden.

Man hat dann

$$h = \omega = 0{,}000072922$$

$$\vartheta_1 = \frac{\pi h}{F} = \frac{2\pi}{36}$$

$$F = 18\,\omega = 0{,}0013126$$


Digitized by Google

$$f = \sqrt{F^2 - h^2} = \omega \cdot \sqrt{323} = 0{,}0013106$$

$$\tau' = \frac{\pi}{f} = 2397{,}149 \text{ Secunden,}$$

$$\tau - \tau' = 3{,}702 \text{ Secunden,}$$

ferner, wenn am Pol $g = 9{,}8313^m$ gerechnet wird

$$l = \frac{g}{f^2} = 5724021^m = \tfrac{9}{10} \text{ des Erdradius.}$$

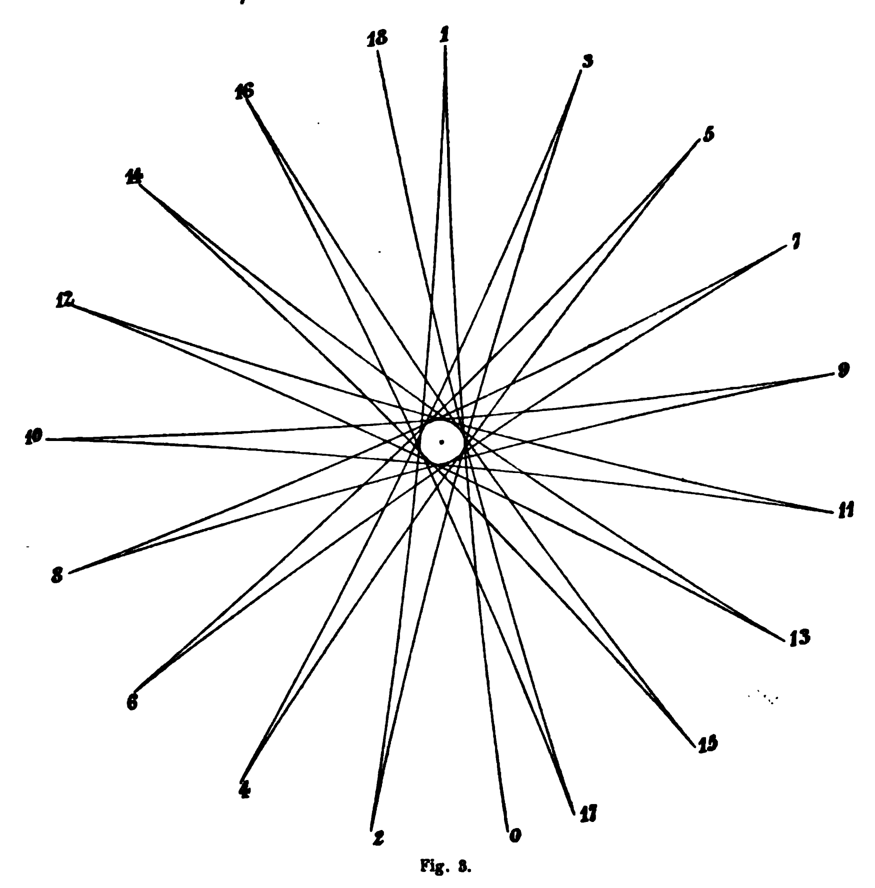


Fig. 3.

In der Figur ist nur die Hälfte der 36 Zweige der Trajectorie dargestellt. Der erste, zweite, dritte ... Zweig sind mit 01, 12, 23 ... bezeichnet. Man ersieht aus der Figur, dass die Darstellung der Trajectorie eines Foucault'schen Pendels, wie sie in Günther's Lehrbuch der Geophysik Bd. 1 S. 230 angegeben worden, eine irrige ist.

Dorpat, 2. Juni 1886.

Digitized by Google

Zwei Methoden zur Messung der elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens.

Von

B. Nebel.

Victor von Lang bediente sich bei seiner sinnreichen Methode[1]) zur Messung der elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens zweier Lichter und gibt an, wie schwer es gewesen sei, die beiden Lichter in gleichem Zustand zu halten. Vieles mag an der etwas schwachen Batterie gelegen sein, indessen lehrt die Erfahrung, dass der Lichtbogen nicht axial mit den Kohlen bleibt, sondern sich fortwährend ändert, wodurch das übereinstimmende Brennen der beiden Lichter sehr erschwert wird. — Daher liegt die Frage nahe, gibt es eine Methode, bei welcher nur eine Lampe zur Verwendung kommt. Die Möglichkeit wird an den beiden folgenden Methoden erwiesen, die ganz allgemein abgeleitet werden und eine Reihe von Specialfällen, unter anderem auch die V. v. Lang'sche Methode, umfassen.

I. Methode mittels Wechsel der Messbatterie.

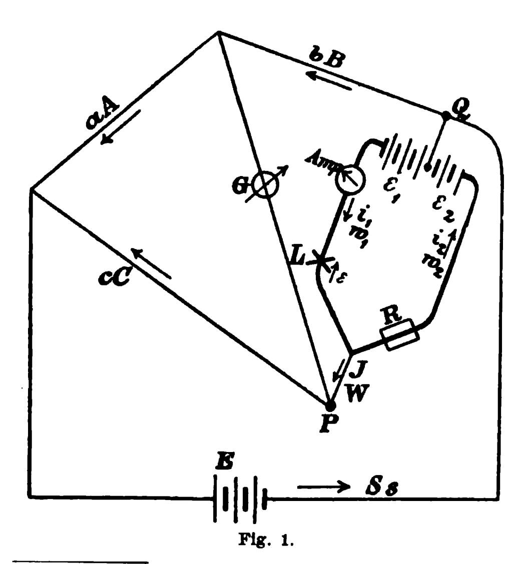


Fig. 1.

In dem Zweig PQ der Wheatstone'schen Brücke (Fig. 1) befindet sich die Bogenlampe L und die dazu nöthige Elektricitätsquelle $\mathcal{E}\ (= \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)$; dieser Zweig kann bezüglich der Brückencombination durch eine elektromotorische Kraft e und einen Widerstand x ersetzt werden (Fig. 2). Stellt man mittels der Kirchhoff'schen Sätze sechs Gleichungen aus Fig. 2 auf, eliminirt aus diesen die fünf Stromstärken S, X, A, B, C, so lautet

1) Wied. Ann. Bd. 26 S. 844 (1885) und diese Zeitschr. 1885 Heft VIII.

Digitized by Google

die resultirende Gleichung:

$$\frac{e}{E} = \frac{ax - cb}{c(s+b) + a(s+c)}. \qquad (1$$

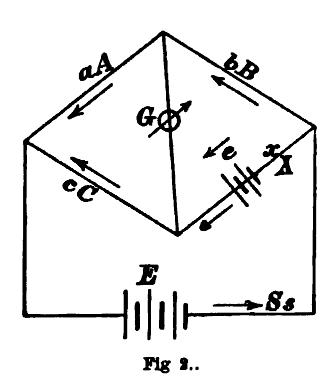


Fig 2..

Nach Umkehrung der Messbatterie E mittels eines Stromwechslers erhält man als resultirende Gleichung:

$$\frac{e'}{-E} = \frac{ax' - cb'}{c(s+b') + a(s+c)} \qquad (2$$

Aus den Gleichungen 1 und 2 folgt:

$$\frac{e[c(s+b) + a(s+c)]}{ax - cb} + \frac{e'[c(s+b') + a(s+c)]}{ax' - cb'} = o. \qquad (3$$

In diese Gleichung sind nachstehende, aus Fig. 1 folgenden Werthe von e, e', x, x' einzusetzen:

$$e = \frac{(\mathcal{E}_1 - \varepsilon) w_2 - \mathcal{E}_2 w_1}{w_1 + w_2} \qquad (4 \qquad\qquad x = W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} \qquad (5$$

$$e' = \frac{-[(\mathcal{E}_1 - \varepsilon) w_2' - \mathcal{E}_2 w_1]}{w_1 + w_2'} \qquad (6 \qquad\qquad x' = W + \frac{w_1 w_2'}{w_1 + w_2'} \qquad (7$$

Ordnet man Gl. 3 nach w_1 und ε, so nimmt sie folgende Gestalt an:

$$A \cdot w_1^2 + B \cdot w_1 \varepsilon + C \cdot w_1 + D \cdot \varepsilon + F = o. \qquad (8$$

Die Werthe der Coefficienten hier anzugeben, unterlasse ich wegen ihrer Grösse, zumal sie leicht ableitbar und für das Weitere ohne wesentliche Bedeutung sind.

Bei dem Wechsel der Messbatterie E muss die Stromstärke im Lampenzweig unverändert bleiben, was durch den Regulator R (Fig. 1) erreicht wird, dann geht aber e in e' und x in x' über.

Wendet man die Kirchhoff'schen Sätze auf Fig. 1 an, so lassen sich 7 Gleichungen aufstellen, aus welchen man die Stromstärken S, A, B, C, J, i_2 eliminirt und für i_1 erhält:

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \varepsilon + \mathcal{E}_2 + w_2 E \dfrac{a}{c(s+b) + a(s+c)}}{w_1 + w_2}; \qquad (9$$

nach Wechsel der Messbatterie:

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \varepsilon + \mathcal{E}_2 - w_2' E \dfrac{a}{c(s+b') + a(s+c)}}{w_1 + w_2'}. \qquad (10$$

Digitized by Google

Durch Gleichsetzen von Gl. 9 und 10 resultirt eine lineare Gleichung zwischen ε und w_1 von der Form:

$$G \cdot \varepsilon + H \cdot w_1 = K. \qquad (11$$

Die Gleichungen 8 und 11 ergeben die Werthe ε und w_1. ε ist aber die gesuchte elektromotorische Kraft des Lichtbogens.

Specielle Fälle:

Allen Fällen gemeinsam sei $W = o$ und $c = a$.

I. $e \neq o,\ e' \neq o$

1. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon \neq \mathcal{E}_2,\ \mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2$
   - a) $w_1 = w_2,\ w_2' \neq w_1$
   - b) $w_1 \neq w_2,\ w_2' = w_1$
2. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon = \mathcal{E}_2$
3. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$
   - a) $w_1 \neq w_2,\ w_2' \neq w_1$
   - b) $w_1 = w_2,\ w_2' \neq w_1$
   - c) $w_1 \neq w_2,\ w_2' = w_1$

II. $e = o,\ e' \neq o$

1. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon \neq \mathcal{E}_2,\ \mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2$
   - a) $w_2' \neq w_1$
   - b) $w_2' = w_1$
2. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon = \mathcal{E}_2$
3. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$
   - a) $w_2' \neq w_1$
   - b) $w_2' = w_1$

III. $e \neq o,\ e' = o$

1. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon \neq \mathcal{E}_2.\ \mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2$
   - a) $w_2 \neq w_1$
   - b) $w_2 = w_1$
2. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon = \mathcal{E}_2$
3. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$
   - a) $w_2 \neq w_1$
   - b) $w_2 = w_1$

Fall I, 3a wäre für die praktische Verwendung dieser Methode der geeignetste, indem $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_2$ durch Anlegen eines Spannungsgalvanometers oder eines Differentialgalvanometers mit vorgelegtem grösseren Widerstand gleich gemacht werden.

Digitized by Google

II. Methode durch Ein- und Ausschalten des Lichtbogens.

Mit eingeschalteter Lampe erhält man, wie bei der ersten Methode (Fig. 1 und 2):

$$\frac{e}{E} = \frac{ax - cb}{c(s+b) + a(s+c)}, \tag{12}$$

nach Ausschaltung des Lichtbogens:

$$\frac{e'}{E} = \frac{ax' - cb'}{c(s+b') + a(s+c)}, \tag{13}$$

wobei:

$$e = \frac{(\mathfrak{E}_1 - \varepsilon) w_2 - \mathfrak{E}_2 w_1}{w_1 + w_2} \quad (14 \qquad x = W + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} \tag{15}$$

$$e' = \frac{\mathfrak{E}_1 w_2' - \mathfrak{E}_2 w_1'}{w_1' + w_2'} \quad (16 \qquad x' = W + \frac{w_1' w_2'}{w_1' + w_2'}. \tag{17}$$

Aus Gl. 12 und 13 folgt:

$$\frac{[(\mathfrak{E}_1 - \varepsilon) w_2 - \mathfrak{E}_2 w_1][c(s+b) + a(s+c)]}{(w_1 + w_2) \cdot (ax - cb)} =$$

$$= \frac{[\mathfrak{E}_1 w_2' - \mathfrak{E}_2 w_1'][c(s+b') + a(s+c)]}{(w_1' + w_2')(ax' - cb')} \tag{18}$$

Mit Berücksichtigung von Gl. 15 und 17 erhält man aus Gl. 18 eine lineare Gleichung zwischen ε und w_1 von der Form:

$$M \cdot \varepsilon + N \cdot w_1 = Q. \tag{19}$$

Aus dem gleichen Grunde wie früher unterlasse ich, die Werthe der Coefficienten dieser Gleichung hier anzugeben.

Die Bedingungsgleichung, dass bei ein- und ausgeschaltetem Lichtbogen der Strom i_1 constant ist, wird ebenso wie bei der ersten Methode abgeleitet und lautet:

$$i_1 = \left[\frac{E \cdot w_2 \cdot a}{c(s+b) + a(s+c)} + \mathfrak{E}_1 - \varepsilon + \mathfrak{E}_2\right] \frac{1}{w_1 + w_2} =$$

$$= \left[\frac{E \cdot w_2' \cdot a}{c(s+b') + a(s+c)} + \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2\right] \frac{1}{w_1' + w_1'} \tag{20}$$

oder

$$\varepsilon + T \cdot w_1 = U. \tag{21}$$

Durch Auflösen der Gleichungen 19 und 21 erhält man die Werthe w_1 und ε, welch letzteres die elektromotorische Kraft des Lichtbogens ist.

Specielle Fälle:

Den folgenden speciellen Fällen sei gemeinsam: $W = o$, $w_2' = w_2$; ferner entweder $a = c$ und b variabel, oder ac als ausgespannter Draht und b constant, wodurch die obigen Formeln schon eine grosse Vereinfachung erfahren.

Digitized by Google

I. $e \neq o,\ e' \neq o$

1. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon \neq \mathcal{E}_2,\ \mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2$
   a) $w_1 \neq w_2 \neq w_1'$
   b) $w_1 = w_2,\quad w_1' \neq w_2$
   c) $w_1 \neq w_2,\quad w_1' = w_2$
   d) $w_1 = w_2 = w_1'$
2. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon = \mathcal{E}_2$
   a) $w_2 \neq w_1'$
   b) $w_2 = w_1$
3. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$
   a) $w_2 \neq w_1$
   b) $w_2 = w_1$

II. $e = o,\ e' \neq o$

1. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon \neq \mathcal{E}_2,\ \mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2$
   a) $w_1' \neq w_2$
   b) $w_1' = w_2$
2. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon = \mathcal{E}_2$
   a) $w_1' \neq w_2$
   b) $w_1' = w_2$
3. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$

III. $e \neq o,\ e' = o$

1. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon \neq \mathcal{E}_2,\ \mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2$
   a) $w_1 \neq w_2$
   b) $w_1 = w_2$
2. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon = \mathcal{E}_2$
3. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$
   a) $w_1 \neq w_2$
   b) $w_1 = w_2$

IV. $e = o,\ e' = o$

1. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon \neq \mathcal{E}_2,\ \mathcal{E}_1 \neq \mathcal{E}_2$
2. $\mathcal{E}_1 - \varepsilon = \mathcal{E}_2$
3. $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$

Der Fall IV, 2, welcher die Bedingung $w_1 = w_2$ enthält, verlangt, dass $i_1 \neq i_2$ ist, denn wäre $i_1 = i_2$, so würde J (Fig. 1) gleich Null sein, was unstatthaft ist. $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 - \varepsilon$ sagt aber, dass man in dem Zweig i_2 auch einen Lichtbogen anbringen kann, was der V. v. **Lang**-schen Methode entspricht. Da nun $i_1 \neq i_2$ sein kann, so folgt wegen der Abhängigkeit des Lichtbogenwiderstands von der Stromstärke $w_1 \neq w_2$; dies ist gegen die Voraussetzung V. v. **Lang**. Ausdrücklich sei indessen bemerkt, dass dieser Einwand gegen die V. v. **Lang**'sche

Digitized by Google

Methode nur vom streng mathematischen Standpunkte aus gemacht werden kann; denn die V. v. Lang'sche Methode genügt der Praxis vollkommen, da in Anbetracht der variablen Lichtbogenverhältnisse und unter der Voraussetzung eines kleinen Messbatteriestromes $i_1 = i_2$ angenommen werden darf.

Der Fall I, 3a dürfte für experimentelle Untersuchungen der geeignetste sein, weshalb ich auf denselben näher eingehen möchte.

Genau auf die gleiche Weise wie früher erhält man aus Fig. 3 mittels der Kirchhoff'schen Sätze:

$$\frac{e}{E} = \frac{ax - cb}{b(s + c) + a(s + b)} \qquad (22$$

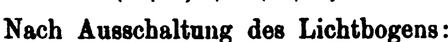


Fig. 3.

Nach Ausschaltung des Lichtbogens:

$$\frac{e'}{E} = \frac{a'x' - c'b}{b(s + c') + a'(s + b)}, \qquad (23$$

wobei:

$$e = \frac{\mathfrak{E}_1(w_2 - w_1) - \varepsilon w_2}{w_1 + w_2} \qquad (24 \qquad\qquad x = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} \qquad (25$$

$$e' = \frac{\mathfrak{E}_1(w_2 - w_1')}{w_1' + w_2} \qquad (26 \qquad\qquad x' = \frac{w_1' w_2}{w_1' + w_2}. \qquad (27$$

Aus Gl. 22 und 23 folgt:

$$\frac{[\mathfrak{E}_1(w_2 - w_1) - \varepsilon w_2][b(s + c) + a(s + b)]}{a w_1 w_2 - cb(w_1 + w_2)} =$$

$$= \frac{\mathfrak{E}_1(w_2 - w_1')[b(s + c') + a'(s + b)]}{a' w_1' w_2 - c'b(w_1' + w_2)} \qquad (28$$

oder:

$$A \cdot \varepsilon + B \cdot w_1 = G. \qquad (29$$

Die Bedingungsgleichung für die Constanz der Stromstärke i_1 bei ein- und ausgeschaltetem Lichtbogen ist:

$$i_1 = \left[\frac{E w_2 \cdot a}{b(s + c) + a(s + b)} + 2\mathfrak{E}_1 - \varepsilon\right] \frac{1}{w_1 + w_2} =$$

$$= \left[\frac{E w_2\, a'}{b(s + c') + a'(b + s)} + 2\mathfrak{E}_1\right] \frac{1}{w_1' + w_2} \qquad (30$$

oder:

$$\varepsilon + F \cdot w_1 = H. \qquad (31$$

Aus Gl. 29 und 31 erhält man die elektromotorische Kraft ε des Lichtbogens, sowie den Widerstand w_1.

Zur Berechnung der Grössen ε und w_1 ist es nöthig, die Zahlenwerthe von s, b, a, c, a', c', w_2, w_1', $\mathfrak{E}_1$, E zu ermitteln.

Digitized by Google

s und b werden vor dem Versuch bestimmt.

a, c, a', c' erhält man während des Versuchs.

w_2, w_1' kann man bei Anwendung von Batterien und Accumulatoren jederzeit, bei Maschinen (s. u.) dagegen erst nach längerem Betriebe bestimmen.

E wird entweder vor dem Versuch durch Anlegen eines Spannungsgalvanometers oder eines Elektrometers an seine offenen Pole gemessen oder während des Versuchs aus der Spannungsdifferenz der Pole und der eines bekannten Widerstandes, sowie der Stromstärke berechnet.

$\mathfrak{E}_1$ wird gleich $\mathfrak{E}_2$ gemacht durch Anlegen eines Spannungsgalvanometers oder eines Differentialgalvanometers mit vorgeschalteten grösseren Widerständen.

$\mathfrak{E}_1$ kann sowohl aus der Spannungsdifferenz, dem inneren Widerstand und der Stromstärke i_1 berechnet oder mittels eines Elektrometers gemessen werden.

Die Constanz der Messbatterie E während der Versuche wurde bei obigen Ableitungen als selbstverständlich angenommen.

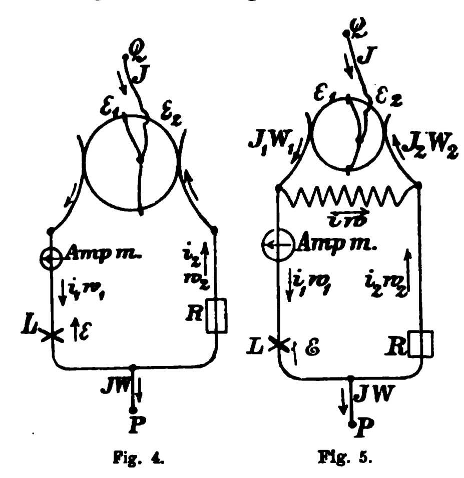


Fig. 4. Fig. 5.

Will man Maschinen für die Speisung des Lichtbogens verwenden, so hat man sich den Zweig PQ (Fig. 1) durch die Fig. 4 resp. 5 ersetzt zu denken. Die Theilung in die elektromotorischen Kräfte $\mathfrak{E}_1$ und $\mathfrak{E}_2$ findet bei den Maschinen in der Weise statt, dass man diametral mit einander verbundene Federn auf dem Collector schleifen lässt, von denen aus die Verbindung mit Q hergestellt wird. Die vorhergehenden Ableitungen behalten ihre Gültigkeit, wenn man Elemente, Accumulatoren oder Serienmaschinen verwendet, bei den letzteren nur dann, wenn $\mathfrak{E}_2' = \mathfrak{E}_2$ angenommen wird, d. h. wenn S sehr klein ist. Benutzt man dagegen Nebenschluss- oder Compoundmaschinen, so hat man bei Methode I für x resp. x' in Gl. 5 und 7 zu setzen:

$$x = W_1\left(1 + \frac{w_1}{w}\right) + w_1 - \frac{[(W_1 + w_1)w + W_1(w_1 + w_2)][W_1 w + (W_1 + W_2 + w)w_1]}{w[(W_1 + W_2 + w_1 + w_2)w + (W_1 + W_2)(w_1 + w_2)]}, \quad (32$$

Digitized by Google

$$x' = W'_1\left(1 + \frac{w_1}{w^1}\right) + w_1 -$$

$$-\frac{[(W'_1 + w_1)w' + W'_1(w_1 + w'_2)]\ [W'_1 w' + (W'_1 + W'_2 + w')w_1]}{w'[(W'_1 + W'_2 + w' + w'_2)w' + (W'_1 + W'_2)(w_1 + w'_2)]}; \quad (33$$

statt Gl. 4 und 6 die Werthe:

$$e = (\mathcal{E}_1 - \varepsilon) + (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)\frac{w_1}{w} -$$

$$-\frac{[(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)(w_1 + w_2 + w) - \varepsilon w][W_1 w + (W_1 + W_2 + w)w_1]}{w[(W_1 + W_2 + w_1 + w_2)w + (W_1 + W_2)(w_1 + w_2)]}, \quad (34$$

$$e' = (\mathcal{E}'_1 - \varepsilon) + (\mathcal{E}'_1 + \mathcal{E}'_2)\frac{w_1}{w'} -$$

$$-\frac{[(\mathcal{E}'_1 + \mathcal{E}'_2)(w_1 + w'_2 + w') - \varepsilon w'][W'_1 w' + (W'_1 + W'_2 + w')w_1]}{w'[(W'_1 + W'_2 + w_1 + w'_2)w' + (W'_1 + W'_2)(w_1 + w'_2)]}; \quad (35$$

statt Gl. 9 und 10 erhält man mit Anwendung der Kirchhoff'schen Sätze:

$$i_1 = \frac{\dfrac{E\frac{a}{c}[(w_2 + W_2)w + w_2(W_1 + W_2)]}{s\left(\frac{a}{c} + 1\right) + b + a} + (\mathcal{E}_1 - \varepsilon + \mathcal{E}_2)w - \varepsilon(W_1 + W_2)}{(w_1 + w_2)w + (w_1 + w_2 + w)(W_1 + W_2)} \quad (36$$

und:

$$i_1 = \frac{\dfrac{E\frac{a}{c}[(w'_2 + W'_2)w' + w'_2(W'_1 + W'_2)]}{s\left(\frac{a}{c} + 1\right) + b' + a} + (\mathcal{E}'_1 - \varepsilon + \mathcal{E}'_2)w' - \varepsilon(W'_1 + W'_2)}{(w_1 + w'_2)w' + (w_1 + w'_2 + w')(W'_1 + W'_2)} \quad (37$$

Bei Methode II hingegen hat man statt Gl. 15 und 17 zu setzen:

$$x = W_1\left(1 + \frac{w_1}{w}\right) + w_1 -$$

$$-\frac{[(W_1 + w_1)w + W_1(w_1 + w_2)][W_1 w + (W_1 + W_2 + w)w_1]}{w[(W_1 + W_2 + w_1 + w_2)w + (W_1 + W_2)(w_1 + w_2)]} \quad (38$$

und:

$$x' = W'_1\left(1 + \frac{w'_1}{w'}\right) + w'_1 -$$

$$-\frac{[(W'_1 + w'_1)w' + W'_1(w'_1 + w'_2)][W'_1 w' + (W'_1 + W'_2 + w')w'_1]}{w'[(W'_1 + W'_2 + w'_1 + w'_2)w' + (W'_1 + W'_2)(w'_1 + w'_2)]}, \quad (39$$

ferner statt Gl. 14 und 16:

$$e = \mathcal{E}_1 - \varepsilon + (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)\frac{w_1}{w} -$$

$$-\frac{[(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2)(w_1 + w_2 + w) - \varepsilon w][W_1 w + (W_1 + W_2 + w)w_1]}{w[(W_1 + W_2 + w_1 + w_2)w + (W_1 + W_2)(w_1 + w_2)]} \quad (40$$

Digitized by Google

und:

$$e' = \mathfrak{E}'_1 + (\mathfrak{E}'_1 + \mathfrak{E}'_2)\frac{w'_1}{w'} - \tag{41}$$

$$-\frac{(\mathfrak{E}'_1 + \mathfrak{E}'_2)(w'_1 + w'_2 + w')[W'_1 w' + (W'_1 + W'_2 + w')w'_1]}{w'[(W'_1 + W'_2 + w'_1 + w'_2)w' + (W'_1 + W'_2)(w'_1 + w'_2)]}.$$

Die Bedingung der Stromgleichheit im Lichtbogenzweige vor und nach Ausschaltung des Lichtbogens lautet statt Gl. 20:

$$i_1 = \frac{\dfrac{E\frac{a}{c}[(w_2 + W'_2)w + w_2(W_1 + W_2)]}{s\left(\frac{a}{c} + 1\right) + b + a} + (\mathfrak{E}_1 - \varepsilon + \mathfrak{E}_2)w - \varepsilon(W_1 + W_2)}{(w_1 + w_2)w + (w_1 + w_2 + w)(W_1 + W_2)} =$$

$$= \frac{\dfrac{E\frac{a}{c}[(w'_2 + W'_2)w' + w'_2(W'_1 + W'_2)]}{s\left(\frac{a}{c} + 1\right) + b' + a} + (\mathfrak{E}'_1 + \mathfrak{E}'_2)w'}{(w'_1 + w'_2)w' + (w'_1 + w'_2 + w')(W'_1 + W'_2)}. \tag{42}$$

Die beiden im Vorhergehenden angegebenen Methoden beruhen auf streng mathematischer Basis; es wird aber bei denselben die Kenntnis von Grössen verlangt, die sich in der Praxis schwer genau bestimmen lassen, einmal sind es die elektromotorischen Kräfte E und $\mathfrak{E}_1$, wenn ich die für die Praxis geeignetsten Specialfälle der beiden Methoden im Auge halte, sodann der innere Widerstand der Elektricitätsquelle der Bogenlampe, welcher bei Verwendung von Accumulatoren oder Maschinen sehr klein ist.

Was die beiden Methoden selbst betrifft, so haben sie mehr einen theoretischen Charakter, besonders in ihrer allgemeinen Darstellung; welche Resultate sich damit in der Praxis erzielen lassen, dies bedarf noch der näheren experimentellen Untersuchung.

Stuttgart, techn. Hochschule 1886.

Digitized by Google

Die Schwere, analytisch dargestellt, als ein mechanisches Princip rotirender Körper.

Von

J. W. Haeussler.

Zu der nachfolgenden Untersuchung wurde ich durch die Betrachtung geführt, dass die Umdrehungsgeschwindigkeit rotirender Massen wächst, wenn Theile derselben der Axe genähert werden[1]). Dieser Fall tritt für die Erde jedesmal ein, wenn in der Gegend des Aequators ein gehobener Gengenstand zur Erde wieder herabfällt. Es ist deshalb von Interesse, diesen Fall einmal ganz allgemein zu untersuchen. Wir wählen dazu eine rotirende Kugel, und betrachten die Veränderung, welche ihre Umdrehungsgeschwindigkeit erfährt, wenn ein Massenpunkt von ihrer Oberfläche nach aussen hin verschoben wird, und dabei zugleich die Bedingung erfüllt wird, dass die Energie des Systems vor und nach der Verschiebung ungeändert bleibt. Wir wollen hierbei auch noch die Annahme machen, dass die Kugel keine Schwere besitzen soll, oder vielmehr, da die Schwere eine Eigenschaft der Himmelskörper ist, welche man nicht gut als nicht vorhanden annehmen kann, so wollen wir die Untersuchung von dem Gesichtspunkte aus führen, als ob wir von der Existenz der Schwere nichts wüssten.

Es ist also gegeben: eine rotirende Kugel vom Radius R, welche aus mehreren Substanzen zusammengesetzt sein kann, und welche in der Secunde r Umdrehungen machen soll. Bezeichnen wir die Masse der Kugel mit m, so ist $\frac{2}{5}mR^2$ das Trägheitsmoment derselben, und wenn u die fortschreitende Geschwindigkeit eines Punktes bezeichnet, welcher um die Längeneinheit von der Rotationsaxe entfernt ist, so ist

$$E = \tfrac{1}{2}\,\tfrac{2}{5}\,mR^2u^2$$

die kinetische Energie der rotirenden Kugel. Da nun

$$\frac{u}{2\pi} = r$$

ist, so können wir auch

$$E = \tfrac{4}{5}\,\pi^2 mR^2r^2$$

schreiben.

---

1) Ein Experiment dieser Art beschreibt W. Holtz in Wied. Ann. Bd. 21.

Digitized by Google

Ich will an dieser Stelle gleich erwähnen, dass die Einführung des Begriffs der Masse Bedenken erregen könnte, weil man gewöhnt ist, den Begriff der Masse mit der Vorstellung des Gewichtes zu verbinden. Denn die Masse eines Körpers ist gleich dem Cewichte desselben, dividirt durch seine Beschleunigung beim freien Fall. Die Ursache des Gewichtes aber, sowie auch die Ursache der Beschleunigung führt man auf die Schwere zurück und diese erklärt man sich durch die Anziehung der Materie. Der Begriff der Masse hat aber trotzdem mit der Anziehung der Materie nichts zu thun, weil die allgemeine Definition der Masse eines Körpers ein reines Zahlenverhältnis ist, welches für denselben unter allen Umständen einen ganz constanten Werth hat, und von welcher die vorige Definition der Masse nur ein ganz besonderer Fall ist. Allgemein ist die Masse eines Körpers der Quotient aus dem Werthe einer constanten Kraft, wenn sie eine Secunde auf einen Körper wirkt, dividirt durch die Geschwindigkeitszunahme des Körpers infolge der Kraft. Die vorige Definition ist in dieser enthalten, und ist nur von Interesse für die praktische Auswerthung der Masse eines Körpers, indem dieser Ausdruck die Beschleunigung enthält in dem einen Falle, wenn die Einheit der Kraft gleich der Einheit des Gewichtes angenommen wird, und die wirkende Kraft ebenso gross ist, wie das bewegte Gewicht. Wir brauchen also, wenn wir von der Masse eines Körpers sprechen, nicht an die Beschleunigung desselben beim freien Fall zu denken, denn das durch die Masse ausgedrückte Zahlenverhältnis existirt auch ohne die Annahme von der anziehenden Eigenschaft der Materie. Wir brauchen uns nicht einmal den Körper in Bewegung zu denken, denn das Zahlenverhältnis der Masse bleibt für einen Körper auch im ruhenden Zustande dasselbe.

Auf dieser Kugel soll nun, gleichviel durch welche Veranlassung ein Massenelement dm, welches wir uns in irgend einem Punkte P der Oberfläche concentrirt denken, verschoben werden, und zwar soll die Verschiebung in gerader Linie nach aussen hin stattfinden, wobei die Richtung der Verschiebung eine beliebige sein kann. Diese Verschiebung ist eine auf der Kugel geleistete Arbeit, welche wir, da sie unendlich klein ist, mit dL bezeichnen wollen. Die Bedingung der constanten Energie für das ganze System kann aber nur erfüllt sein, wenn die zu dieser Arbeit verbrauchte Kraft von der kinetischen Energie der Rotation entnommen ist. Die Kugel wird also nach der Verschiebung mit der veränderten Geschwindigkeit $r + dr$ rotiren, ausserdem ist ihre Masse um den unendlich kleinen Werth dm verändert. Es ist demnach

$$\tfrac{4}{5}\,\pi^2 (m + dm)\, R^2 (r + dr)^2$$

Digitized by Google

die kinetische Energie der Kugel nach der Verschiebung des Massenpunktes dm.

Der gedachte Punkt beschreibt nach der Verschiebung einen Kreis um die Kugel, und vollendet in der Secunde ebenso viel Kreisläufe, wie die Kugel in der gleichen Zeit Umdrehungen macht. Würde der Punkt mehr oder weniger Kreisläufe machen, so würde dies eine weitere Verschiebung von seinem Ausgangspunkte bedingen. Wir haben eine solche Annahme aber nicht gemacht, sondern eine einmalige Verschiebung vorausgesetzt; es muss deshalb nach der Verschiebung der Abstand des Punktes von seiner anfänglichen Lage auf der Kugel ungeändert bleiben. Die kinetische Energie des Punktes nach seiner Verschiebung lässt sich leicht bestimmen, denn bezeichnen wir mit v die Geschwindigkeit, mit welcher derselbe in seiner Kreisbahn fortschreitet, so ist $\frac{1}{2}\, dm v^2$ die kinetische Energie des Massenpunktes dm.

Die Bedingung der constanten Energie für das ganze System vor und nach der Verschiebung kann aber nur erfüllt sein, wenn

$$\tfrac{4}{5}\pi^2 m R^2 r^2 = dL + \tfrac{4}{5}\pi^2 (m + dm) R^2 (r + dr)^2 + \tfrac{1}{2}\, dm v^2$$

ist, woraus sich ergibt

$$dL + \tfrac{8}{5}\pi^2 R^2 m r\, dr + \tfrac{4}{5}\pi^2 R^2 r^2 dm + \tfrac{1}{2}\, dm v^2 = 0.$$

In dieser Gleichung lässt sich die Geschwindigkeit v noch näher bestimmen. Der betrachtete Punkt ist nach der Verschiebung von der Mitte der Kugel um den verlängerten Radius $R + dR$ entfernt, und wenn dieser mit der Rotationsaxe der Kugel den Winkel α bildet, so ist der senkrechte Abstand des Punktes von der Rotationsaxe

$$(R + dR) \sin \alpha,$$

und weil der Punkt mit der Kugel $r + dr$ Kreisläufe in der Secunde beschreibt, so ist dessen Geschwindigkeit

$$v = 2\pi (R + dR) \sin \alpha\, (r + dr)$$
$$v^2 = 4R^2\pi^2 \sin^2 \alpha\, r^2 + 8R\, dR\, \pi^2 \sin^2 \alpha\, r^2 + 8R^2\pi^2 \sin^2 \alpha\, r\, dr.$$

Dieser Werth in die obige Gleichung eingesetzt, gibt mit Vernachlässigung der Producte unendlich kleiner Grössen

$$dL = -\tfrac{8}{5}\pi^2 R^2 m r\, dr - \tfrac{4}{5}\pi^2 R^2 r^2 dm - 2\, dm R^2 \pi^2 r^2 \sin^2 \alpha.$$

Setzt man für die Arbeit dL das Product aus dem verschobenen Gewicht dq und der Wegestrecke ds, so ist

$$dL = dq\, ds,$$

worin ds einen constanten Werth hat, dagegen kann dq einen nach der Lage des Punktes P veränderlichen Werth besitzen. Den Begriff des Gewichtes in die Gleichung einzuführen, scheint indess nicht rathsam,

Digitized by Google

weil wir vorläufig noch keine Einheit haben, durch welche die Grösse des Gewichtes ausgedrückt werden kann. Wir wollen deshalb, weil jede Verschiebung, sowohl der ruhenden Materie aus ihrer Lage, wie auch der bewegten Materie aus ihrer Bewegungsrichtung eine Kraft erfordert, welche dem überwundenen Widerstand an Grösse gleich ist, das Gewicht dq durch die Hamilton'sche Kraftfunction ersetzen und schreiben dann

$$dq = -\frac{dU}{ds}$$

$$dL = -\frac{dU}{ds}\,ds.$$

Setzt man den für die Arbeit dL gefundenen Werth in die obige Gleichung ein, so wird dieselbe

$$-\frac{dU}{ds}\,ds =$$

$$-\tfrac{8}{5}\pi^2 R^2 m r\,dr - \tfrac{4}{5}\pi^2 R^2 r^2\,dm - 2\,dm\,R^2\pi^2 r^2 \sin^2\alpha.$$

Die Richtung und Grösse der Kraft $-\frac{dU}{ds}$ ist uns noch unbekannt; wir wollen also zunächst die Richtung aufsuchen. Legen wir zu diesem Zwecke durch irgend einen Punkt des Raumes ein rechtwinkliges dreiaxiges Coordinatensystem, und seien a, b, c die Coordinaten des Mittelpunktes der Kugel und x, y, z die Coordinaten des Punktes P, so ist der Radius der Kugel

$$R = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}.$$

Nennen wir φ den Winkel, welchen die Richtung der Verschiebung ds mit der Verlängerung dR des durch P gelegten Radius bildet, so ist

$$ds = dR\cos\varphi$$

und für dR erhält man durch Differentiation der vorletzten Gleichung nach x, y, z hin

$$dR = \frac{(x-a)\,dx + (y-b)\,dy + (z-c)\,dz}{R}.$$

Wenn man diese Werthe in die obige Gleichung einsetzt, so geht dieselbe über in

$$-\frac{dU}{ds}\,\frac{(x-a)\,dx + (y-b)\,dy + (z-c)\,dz}{R}\cos\varphi =$$

$$-\tfrac{8}{5}\pi^2 R^2 m r\,dr - \tfrac{4}{5}\pi^2 R^2 r^2\,dm - 2\,dm R^2\pi^2 r^2\sin^2\alpha,$$

oder wenn man die Gleichung durch R^2 dividirt, so ist

Digitized by Google

$$-\frac{dU}{ds}\left[\frac{x-a}{R^3}\,dx+\frac{y-b}{R^3}\,dy+\frac{z-c}{R^3}\,dz\right]\cos\varphi=$$

$$=-\tfrac{8}{5}\pi^2 m\,r\,dr-\tfrac{4}{5}\pi^2 r^2\,dm-2\,dm\,\pi^2 r^2\sin^2\alpha.$$

Nun ist aber der Ausdruck auf der linken Seite die unendlich kleine Aenderung eines Potentials und zwar des Potentials der ganzen Kugel auf einen Punkt ihrer Oberfläche. Denn lässt man in den beiden identischen Ausdrücken

$$-\frac{U}{R}=-\frac{U}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}}$$

die veränderlichen Grössen x, y, z um unendlich kleine Werthe zunehmen, und bezeichnet man die Veränderung, welche die linke Seite der Gleichung dadurch erfährt, mit

$$-d\frac{U}{R},$$

so erhält man

$$-\frac{U}{R}-d\frac{U}{R}=$$

$$-\frac{U}{\sqrt{(x+dx-a)^2+(y+dy-b)^2+(z+dz-c)^2}}$$

oder

$$-\frac{U}{R}-d\frac{U}{R}=-U[(x-a)^2+(y-b)^2$$

$$+(z-c)^2+2(x-a)\,dx+2(y-b)\,dy+2(z-c)\,dz]^{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{U}{R}-d\frac{U}{R}=-U[R^2+2(x-a)\,dx$$

$$+2(y-b)\,dy+2(z-c)\,dz]^{-\frac{1}{2}}$$

$$-\frac{U}{R}-d\frac{U}{R}=$$

$$-\frac{U}{R}\left[1+\frac{2(x-a)\,dx+2(y-b)\,dy+2(z-c)\,dz}{R^2}\right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Entwickelt man den Ausdruck in der Klammer nach dem binomischen Lehrsatz, so erhält man, wenn man die Potenzen der unendlich kleinen Grössen vernachlässigt

$$-d\frac{U}{R}=U\left(\frac{x-a}{R^3}\,dx+\frac{y-b}{R^3}\,dy+\frac{z-c}{R^3}\,dz\right),$$

und weil die Function U dasselbe ausdrückt, wie ihr Differentialcoefficient $-\frac{dU}{ds}$, nämlich die Kraft, durch welche die Arbeit der Verschiebung des Punktes P gemessen wird, so ist auch

Digitized by Google

$$-d\frac{U}{R} = -\frac{dU}{ds}\left(\frac{x-a}{R^3}dx + \frac{y-b}{R^3}dy + \frac{z-c}{R^3}dz\right).$$

Fügen wir diesen Ausdruck in unsere obige Gleichung ein, so wird dieselbe

$$-d\frac{U}{R}\cos\varphi = -\tfrac{8}{5}\pi^2 m r dr - \tfrac{4}{5}\pi^2 r^2 dm - 2dm\pi^2 r^2 \sin^2\alpha.$$

Wenn man diese Gleichung integrirt, welche Operation wir nachher ausführen wollen, so drückt die Summe aller Aenderungen des Potentials das Potential der betrachteten Kugel aus. Der Begriff des Potentials setzt aber voraus, dass die Agentien [1], auf welche das Potential Bezug hat, sich anziehen, und zwar mit einer Kraft, welche dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist. Wenn diese Bedingung nicht im voraus erfüllt ist, so existirt kein Potential; da aber die Integration der Gleichung ein Potential ist, so muss auch die Voraussetzung des Potentials erfüllt sein, nämlich die anziehende Kraft. Die ganze Kugel zieht also jeden Punkt ihrer Oberfläche mit einer Kraft an, welche dem Quadrate ihres Radius umgekehrt proportional ist. Der Werth des Potentials ändert sich mit der Rotationsgeschwindigkeit, und ist dem Quadrate derselben direct proportional; wird also die Rotationsgeschwindigkeit $r = 0$, so wird auch das Potential gleich Null. Für eine nicht rotirende Kugel existirt demnach kein Potential, also auch keine anziehende Kraft. Die Ursache der anziehenden Kraft kann also nur in der rotirenden Bewegung zu suchen sein.

Wenn aber die rotirende Bewegung die Ursache der anziehenden Kraft ist, so kann dieselbe nicht durch die Form der Kugelgestalt bedingt sein, sondern es muss jeder Körper von beliebiger Form, sobald derselbe sich in rotirender Bewegung um seinen stabilen Schwerpunkt befindet, ein Potential besitzen. Es folgt dies auch daraus, dass man jede Form eines Körpers aus einer Kugel entstehen lassen kann, indem man nach und nach die einzelnen Theile der Kugel verschiebt. Mit der Verschiebung der Theile wird das Potential nicht vernichtet, sondern nur geändert; es muss also ein rotirender Körper von beliebiger Form ebenfalls ein Potential besitzen. Das Potential eines Körpers von beliebiger Form auf einen gegebenen Punkt ist aber die Summe der Potentiale aller Theilchen des Körpers auf den betreffenden Punkt, und weil dies nur möglich ist, wenn die einzelnen Theile sich ebenfalls gegenseitig anziehen, so folgt weiter, dass jeder Punkt eines rotirenden

1) Das Maass der Agentien ist im vorliegenden Falle das Gewicht der sich anziehenden Substanzen, dessen Einheit nachher genauer bestimmt werden soll.


Digitized by Google

Körpers auf jeden anderen Punkt desselben Körpers ebenfalls eine anziehende Wirkung ausübt [1]).

Für das Potential ist bewiesen, dass für jeden Punkt auf der Oberfläche einer Kugel die anziehende Kraft in die Richtung des Radius fällt. Die Verschiebung eines Massenpunktes hat also ihren grössten Werth, wenn der Winkel $\varphi = 0^0$, mithin $\cos\varphi = 1$ ist. Die anziehende Kraft der Kugel auf den betrachteten Punkt ihrer Oberfläche, während derselbe in der Richtung des Radius verschoben wird, ist also

$$-d\frac{U}{R} = -{}^{8}\pi^2 mr\,dr - \tfrac{4}{5}\pi^2 r^2 dm - 2dm\pi^2 r^2 \sin^2\alpha.$$

Dieser Werth wird noch etwas geändert durch die Centrifugalkraft, welche der Anziehung entgegen wirkt, und welche je nach der Lage des Punktes auf der Oberfläche der Kugel einen verschiedenen Werth haben kann. Nach den Gesetzen der Kreisbewegung ist die Centrifugalkraft für den betrachteten Punkt

$$\frac{dmv^2}{R\sin\alpha},$$

und wenn man für v^2 den vorhin gefundenen Ausdruck einsetzt, so erhält man mit Vernachlässigung der Producte unendlich kleiner Grössen

$$4dmR\pi^2 r^2 \sin\alpha.$$

Es ist also die wirkliche Anziehungskraft der Kugel

$$-d\frac{Q}{R} = -d\frac{U}{R} - 4dmR\pi^2 r^2 \sin\alpha$$

und dies gibt in Verbindung mit der obigen Gleichung

$$-d\frac{Q}{R} = -\tfrac{8}{5}\pi^2 mr\,dr - \tfrac{4}{5}\pi^2 r^2 dm$$

$$-2dm\pi^2 r^2 \sin^2\alpha - 4dmR\pi^2 r^2 \sin\alpha.$$

Durch Integration der Gleichung erhält man

$$-\int d\frac{Q}{R} = -\tfrac{8}{5}\pi^2 m\int_r^{r_1} r\,dr$$

$$-(\tfrac{4}{5}\pi^2 r^3 + 2\pi^2 r^2 \sin^2\alpha + 4R\pi^2 r^2 \sin\alpha)\int_0^{m_0} dm.$$

$$-\int d\frac{Q}{R} = -\tfrac{4}{5}\pi^2 m(r_1^2 - r^2)$$

$$-(\tfrac{4}{5}\pi^2 r^2 + 2\pi^2 r^2 \sin^2\alpha + 4R\pi^2 r^2 \sin\alpha)m_0.$$

---

1) Die bekannten Versuche von Cavendish und Maskelyne haben für die Erde bewiesen, dass die einzelnen Theile derselben sich ebenso gut nach demselben Gesetze anziehen, wie die ganze Erde jeden Punkt anzieht.

Digitized by Google

Setzt man noch

$$m = \frac{q}{g}; \quad m_0 = \frac{q_0}{g}$$

wenn q das Gewicht der ganzen Kugel und q_0 das Gewicht des verschobenen Gegenstandes auf derselben bedeutet, und zwar bezogen auf eine Gewichtseinheit, welche sogleich näher bestimmt werden soll, so erhält man für die Beschleunigung g beim freien Fall den Werth

$$g = \frac{\frac{4}{5}\pi^3 q (r^2 - r_1^2) - (\frac{4}{5}\pi^2 r^3 + 2\pi^2 r^2 \sin^2\alpha + 4R\pi^2 r^2 \sin\alpha) q_0}{-\int d\frac{Q}{R}}.$$

Die Summe aller Aenderungen des Potentials ist die von dem wirksamen Agens geleistete Arbeit, welches im vorliegenden Falle die rotirende Bewegung der Kugel ist. Wird das Potential durch die Aenderung kleiner, so verringert sich das wirkende Agens, also die Geschwindigkeit der Rotation, wird das Potential grösser, so vermehrt sich dieselbe. Der Verlust an kinetischer Energie, welchen die Kugel durch Verminderung ihrer Umdrehungsgeschwindigkeit erfährt, findet sich wieder in der aufgespeicherten Arbeit des gehobenen Gewichtes q_0. Es ist deshalb die Abnahme des Potentials gleich der Arbeit des gehobenen Gewichtes. Diese Arbeit aber ist gleich dem Producte aus der Wegestrecke s und dem Drucke, welchen das Gewicht q_0 des verschobenen Gegenstandes auf seine Unterlage ausübt, und zwar, wenn man denjenigen Druck gleich der Einheit setzt, welchen ein bestimmtes Volumen einer bestimmten Substanz gegen die Mitte der Kugel hin ausübt, wenn der Schwerpunkt desselben um die Einheit der Länge von der Mitte der Kugel entfernt gedacht wird, so ist

$$-\int d\frac{Q}{R} = \frac{q_0}{R^2} s.$$

Setzt man dagegen denjenigen Druck gleich der Gewichtseinheit, welchen das betrachtete Volumen gegen die Mitte der Kugel hin ausübt, wenn es sich auf der Oberfläche, also im Abstande R von der Mitte der Kugel befindet, so ist

$$-\int d\frac{Q}{R} = q_0 s.$$

Vermittelst des letzten Werthes wird die obige Gleichung

$$g = \frac{1}{s}\left[\frac{4}{5}\pi^2 \frac{q}{q_0}(r^3 - r_1^2) - (\frac{4}{5}\pi^2 r^2 + 2\pi^2 r^3 \sin^2\alpha + 4R\pi^2 r^3 \sin\alpha\right].$$

Die Zahl g kann also je nach der Lage des Punktes auf der Oberfläche der Kugel einen verschiedenen Werth haben.

Digitized by Google

Wendet man die gefundene Gleichung auf die Erde an, so ist deren Rotationsgeschwindigkeit $r = \frac{1}{24 \cdot 60 \cdot 60}$, also $r^2 = \frac{1}{7464960000}$ zu setzen. Der Werth der beiden Glieder $-(\frac{4}{3} \pi^2 r^2 + 2 \pi^2 r^2 \sin^2 \alpha)$ ist also verschwindend klein, so dass man dieselben, ohne einen nennenswerthen Fehler zu begehen, vernachlässigen kann. Setzt man ausserdem das Gewicht $q_0 = 1$ und die Wegestrecke $s = 1$, so ist

$$g = \frac{4}{3} \pi^2 q (r^2 - r_1^2) - 4 R \pi^2 r^2 \sin \alpha.$$

Da man gewöhnt ist, die Lage eines Punktes auf der Erde durch Grade zu bezeichnen, welche vom Aequator ab gerechnet werden, so ist, wenn wir den Complementwinkel zum Winkel α mit ϑ bezeichnen

$$\sin \alpha = \cos \vartheta$$

$$g = \frac{4}{3} \pi^2 q (r^2 - r_1^2) - 4 R \pi^2 r^2 \cos \vartheta$$

Das zweite Glied auf der rechten Seite bedeutet die Aenderung der Zahl g infolge der Centrifugalkraft. Die anziehende Kraft der Erde allein ergibt den Werth

$$g_0 = \frac{4}{3} \pi^2 q (r^2 - r_1^2).$$

Die Zahl g ist dem Gewichte, oder der Dichtigkeit der Erde und der Differenz der Quadrate ihrer Rotationsgeschwindigkeit direct proportional. Die Grösse r_1 bedeutet die verminderte Rotationsgeschwindigkeit der Erde, wenn auf ihrer Oberfläche ein Gegenstand von der Einheit des Gewichtes in der Richtung des Radius um die Einheit der Länge gehoben wird. Wenn die Erde still stände, so wäre die Rotation $r = 0$, also auch die Beschleunigung beim freien Fall gleich Null. Die Körper auf der Oberfläche der Erde würden also, wenn sie still stände, keine Schwere besitzen.

Leider kann die Gleichung nicht zur Berechnung der Zahl g benutzt werden, weil wir den Werth der Grösse r_1 nicht kennen. Wir können jedoch die Grösse r_1 berechnen, wenn wir für g_0 den aus Versuchen bekannten Werth einsetzen. Wir haben dann

$$r_1 = \sqrt{r^2 - \frac{g_0}{\frac{4}{3} \pi^2 q}}$$

und weil das Gewicht der Erde gleich dem Producte aus ihrem Volumen und ihrer mittleren Dichtigkeit δ ist, so haben wir

$$q = \frac{4}{3} R^3 \pi \, 1000 \, \delta$$

zu setzen, wenn der Radius R in Metern gegeben ist. Es wird also

$$r_1 = \sqrt{r^2 - \frac{g_0}{\frac{4}{3} \pi^2 \frac{4}{3} R^3 \pi \, 1000 \, \delta}}$$

Digitized by Google

Nimmt man den Radius der Erde im Mittel zu 6366738^m an und die mittlere Dichtigkeit $\delta = 6$; setzt man ferner die Zahl $g_0 = 9{,}83089$, welcher Werth sich aus den Versuchen Sabine's für den Nordpol ergibt, an welchem die Centrifugalkraft gleich Null ist, so erhält man für die Differenz in der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde die Zahl

$$r - r_1 = 8291 \cdot 10^{-24}.$$

Die Rotation der Erde wird also um 8291 Quadrillionstel Umdrehungen vermindert, wenn ein Kilo einer Substanz auf die Höhe von einem Meter gehoben wird. Umgekehrt muss die Rotationsgeschwindigkeit der Erde um denselben Werth vergrössert werden, wenn dieser Gegenstand von seiner höheren Lage zur Erde wieder herabgelegt wird. Da nun ein Körper, wenn er nicht unterstützt ist, von selbst zur Erde herabfällt, so scheint die Erde das Princip zu befolgen, die Geschwindigkeit ihrer Rotation möglichst zu vergrössern, indem sie ihre einzelnen Theile so zu lagern bestrebt ist, dass die Gegenstände vom grössten specifischen Gewicht im Mittelpunkte liegen und die anderen Gegenstände immer in einzelnen concentrischen Kugelschalen um diesen Kern herum, nach der abnehmenden Dichtigkeit derselben geordnet. Bei unserer Rechnung ist die Voraussetzung gemacht, dass bei der Aenderung der Lage eines Gegenstandes auf der Erde keine andere Arbeit geleistet wird. Wenn die kinetische Energie eines zur Erde herabfallenden Körpers in eine andere Erscheinungsform, beispielsweise eines Wasserfalls durch ein Mühlrad in mechanische Arbeit theilweise umgesetzt wird, so kann die Rotationsgeschwindigkeit der Erde nur um denjenigen Theil der Arbeit zunehmen, welcher nicht in diese mechanische Arbeit verwandelt wird. Die Schwankungen in der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde infolge der Verschiebung der Theile auf ihrer Oberfläche sind zwar unmessbar klein, jedoch müssen dieselben vorhanden sein, wenn das Princip von der Erhaltung der Kraft streng durchgeführt werden soll.

Digitized by Google

Messungen der durch Anspannen von Drähten bewirkten Quercontraction.

Dritte Mittheilung [1]).

Von

H. Götz und **A. Kurz.**

(Schluss der Stahldraht-Untersuchungen.)

§ 1. Recapitulation und Ergänzung über den Apparat (S. 10):

Volum des Drahtes $v = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot l$ vor, und

$$v' = (d - \delta)^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot l \text{ nach der Spannungszunahme.}$$

Also $v - v' = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot l \cdot 2\frac{\delta}{d} = v \cdot 2\frac{\delta}{d}$, und die verhältnismässige Volumabnahme

$$\frac{v - v'}{v} = 2\frac{\delta}{d}.$$

Nun ist das Verhältnis der Quercontraction zur Längsdilatation

$$\sigma = \frac{\delta}{d} : \frac{\lambda}{l},$$

und die letztere wird bei n Schraubengängen à 4^{mm} pro 1000^{mm} Länge (l)

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{4n}{1000} \text{ (} n \text{ war stets } < 1).$$

Folglich $\sigma = \frac{v - v'}{v} \cdot \frac{1000}{8n}$, oder mit der Abkürzung $v = q \cdot 1000$, wo

$$q = d^2 \cdot \frac{\pi}{4} \text{ von vornherein bekannt ist,}$$

$$\sigma = \frac{v - v'}{8qn};$$

---

1) Erste oder vorläufige Mittheilung S. 9—15, die zweite S. 274—282.

Digitized by Google

$v - v'$ wird am Glasrohr und n an der Schraubenspindel des Apparates abgelesen. Ein numerirter Theilstrich am Glasrohr bis zum nächsten numerirten bedeutet (s. erste Mittheilung S. 9) 2,09 cbmm und die betreffende Länge ist je in 10 Theile getheilt, so dass noch die Hundertel von nahe 2 cbmm geschätzt werden können.

Die Wassermessung am Apparate, wenn kein Draht durchgezogen ist, ergab auf zwei Mal (am 30. März bei 7° C.) 148 000 und 151 000, also rund 150 000 cbmm. Ist D der innere Durchmesser des Eisenrohres, für welches ausser der Länge 1000 mm noch wegen des Stückes, an dem das gläserne Capillarrohr sich befindet, 100 mm und wegen des horizontalen Verbindungsstückes 80 mm, also die Gesammtlänge 1180 mm zu rechnen ist, so berechnet sich

$$D = 12{,}8^{\text{mm}},$$

was mit der Messung $D = 13^{\text{mm}}$ stimmt.

Ein durchgezogener Draht von 1 oder 2 etc. Quadratmillimeter Querschnitt beeinträchtigt den vorhin genannten Wasserinhalt bezw. um 1000 oder 2000 etc. Cubikmillimeter.

§ 2. Der Apparat als Thermometer betrachtet:

Für die Hülle aus Eisen ist $v_t = v_0\,(1 + \alpha t)$, worin $\alpha = 0{,}000011$ der Ausdehnungscoefficient, und für den Wasserinhalt mag bis zu Temperaturen, die in Wirklichkeit 20° nicht erreichten, gesetzt werden

$$v_t = v_0\,(1 - a\,t + b\,t^2),$$

wo $a = 0{,}000060$ und $b = 0{,}0000075$[2]).

Aus beiden ergibt sich die scheinbare Ausdehnung des Wassers (wie bei den gewöhnlichen Quecksilberthermometern die scheinbare Ausdehnung des Quecksilbers bekannt ist) bei der Temperaturzunahme von 0 bis t

$$\frac{v_t - v_0}{v_0} = (-a - \alpha + bt)t = (-0{,}000071 + 0{,}0000075\,t)\,t.$$

Dieselbe beträgt beispielsweise von

0 bis 4°	. . .	— 0,00026
0 „ 8°	. . .	— 0,00028
0 „ 12°	. . .	— 0,00006
0 „ 13°	. . .	Null
0 „ 16°	. . .	+ 0,00040 resp. 0,00044
0 „ 20°	. . .	+ 0,00110 resp. 0,00103,

wobei die zwei nach „resp." gesetzten Resultate statt aus obiger Formel aus der gewöhnlich benutzten Dichtigkeitstabelle des Wassers erreicht

2) Siehe Kurz, Rep. d. Phys. Bd. XXI S. 516 ff.

Digitized by Google

wurden. (In den übrigen Fällen stimmen die beiderlei Resultate überein.)

Demnach würde das Wasser im capillaren Glasrohre des Apparates, wo eine (in Zehntel getheilte) Abtheilung wenig über 2 ^{cbmm} Raum fasst, bei der Temperaturzunahme von 12° auf 13° steigen um 150000 · 0,00006 oder 9 ^{cbmm} oder etwas über 4 Scalentheile der Glasröhre.

Im § 2 unserer ersten Mittheilung (S. 11) zeigten wir die Methode, mittels welcher gestrebt wurde, die geringeren (am gewöhnlichen Thermometer gar nicht ablesbaren) Temperaturänderungen sowie Nachwirkungen und andere störende Einflüsse aus den Messungsresultaten zu eliminiren. Gleichzeitig mit dem Apparate hatten wir auch einen cylindrischen Mantel aus Eisenblech von 15 ^{cm} Weite bezogen, der den Apparat mit Ausnahme seines das Glasrohr tragenden Theiles so umgibt, dass der Zwischenraum mit Schnee oder gestossenem Eis ausgefüllt und also der ganze Vorgang bei 0° Temperatur beobachtet werden kann. Im Nachfolgenden sind auch mehrere solche Versuche mitgetheilt und durch die Temperaturangabe 0° kenntlich gemacht worden.

§ 3. Fortsetzung und Schluss der Messungen mit der Collektion verschieden gehärteter Stahldrähte derselben Sorte (zweite Mittheilung § 1—12). Die beiden Klemmen, mittels welcher der Versuchsdraht oben und unten gepackt wird, wurden, wie auf S. 287 mitgetheilt, abgeändert, so dass ein Conus in der Mitte jeder Klemme sich beim stärkeren Anziehen des Drahtes um so stärker einpresste.

Auf den dunkel- und den hellblauen Stahldraht a. a. O. folgte nun der dunkelgelbe Stahldraht I: Gemäss der Einleitung zu unserer zweiten Mittheilung benutzen wir auch im folgenden jeweils die zweite der beobachteten „korrigirten Volumabnahmen" (in Scalentheilen des capillaren Glasrohres) und fanden am

26. Februar hiefür 0,85 bei 0° (Schneeversuch)
27. „ „ 0,90 „ 0° „

mit einer Anspannung um 1 ^{mm} Länge. Am ersteren Tage hatten wir dreimal je 1 ^{mm} Spannungszunahme gegeben (beim 4. Millimeter waren je wiederholt ähnliche Drähte der zweiten Mittheilung gesprungen) und um 2 ^{mm} hernach zurückgedreht. Wahrscheinlich deshalb erschien am 27. Februar schon eine höhere und am 28. Februar eine noch grössere Zahl. An diesem Tage sprang auch das stählerne Futter beider Klemmen. Nach frischer Einspannung am 1. März beobachteten wir ebenfalls, sowie am 2. März, solche höhere Resultate.

Digitized by Google

Am 4. März traten ganz andere Klemmschrauben, die wir von Herrn Mechaniker Deyrer dahier hatten anfertigen lassen, in Thätigkeit. Bei diesen wird der Draht auf eine grössere Strecke hin (4^{cm}) durch zweimal zwei Schrauben zwischen zwei Eisenplatten festgehalten. Die beiden Platten sind zu diesem Zwecke noch mit einer keilförmigen Furche versehen.

Auch ward an der Zugspindel concentrisch eine feste Pappscheibe von Halbkreisform angebracht und durch 8 Radien in gleiche Theile getheilt, so dass wir fürderhin $^1/_{16}$ Umdrehung der Spindel, das ist $^1/_4{}^{mm}$ der Längszunahme des (1^m langen) Versuchsdrahtes ablesen konnten.

Beträgt z. B. die Ausdehnung des Drahtes $^1/_2{}^{mm}$ auf 1000 ursprüngliche Länge und der Elasticitätsmodul 20000 Kilogramm : Quadratmillimeter, so erhält man nach der bekannten Formel

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{20000} \cdot \left(\frac{P}{q}\right) \cdot 1000$$

die Anspannung $\frac{P}{q} = 10^{kg}$ durch Quadratmillimeter, was noch innerhalb der Elasticitätsgrenze liegt. Wenn letztere bei 20^{kg} ungefähr angenommen wird, so ist mit zwei solchen Anstrengungen diese Grenze noch nicht überschritten. Deshalb gaben wir vom 7. März an immer nur je $^1/_2$ und vom 13. April an nur je $^1/_4{}^{mm}$ Verlängerung.

Wir fanden als zweite korrigirte Volumabnahme des Drahtes am

6. März	0,38	Scalentheile für	1^{mm}	bei	4° C.
7. „	0,25	„	„ $^1/_2$	„	—
9. „	0,29	„	„ $^1/_2$	„	4° C.
	0,55	„	„ $^1/_2$	„	— am Nachmittage
10. „	Störung bei der zweiten Volumabnahme				
11. „	0,55	Scalentheile für	$^1/_2{}^{mm}$	bei	4° C.
12. „	0,70	„	„ $^1/_2$	„	4° C.

also anfänglich weniger, dann aber mehr als am 26. und 27. Februar. Ersteres kann auf Rechnung der Accommodation des Drahtes I gesetzt werden (0,50 am 7. März, 0,58 am 9. März für 1^{mm}) und die grösseren Zahlen 1,10 am 11. März und 1,40 am 12. März auf Rechnung der Starrheit und der Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze. Denn am 13. März nachmittags riss der Draht, nachdem viermal je $1^1/_2{}^{mm}$ Längszunahme gegeben worden war, 8 Minuten nach der letzten Anspannung.

Dunkelgelber Stahldraht II. Am 18. März kam bezw. 0,87 für $^1/_2{}^{mm}$, am 19. März $0{,}76^{mm}$, nachdem am 18. März der Draht wieder ganz entspannt worden war. Es verlohnt sich wohl, voriger

Digitized by Google

Verticalreihe der wachsenden Zahlen vom 6. bis zum 12. März folgen zu lassen alle Ablesungen vom

19. März vormittags 0,58 0,76 0,98 1,42 1,40 für je $^1/_2$ mm
dann zurück und
nachmittags 0,28 0,43 0,54 0,74 1,11 desgl.

und bei 0° C. (mit Schnee) am

20. März	0,62	0,77	0,60	1,05	für je $^1/_2$ mm, sowie am
21. „	0,53	0,57	0,85	1,20	„ „
25. „	0,30	0,58	0,74	1,24	„ „
nachmittags	0,23	0,60	0,75		

Sollte dieser grössere Werth der zweiten korrigirten Volumabnahme, rund 0,60, d. h. 1,20 auf 1 mm gedachter Verlängerung, der Temperatur zugeschrieben werden, gegenüber 0,50 bis 0,60 (auf 1 mm) am 7. und 9. März, oder einem zu supponirenden Weicherwerden durch die wiederholten Versuche? Wir müssen uns da vorläufig auf die Mittheilung der gewonnenen Versuchszahlen beschränken.

Dieser dunkelgelbe Stahldraht II war der erste, den wir absichtlich nicht bis zum Zerreissen anstrengten; wir nahmen ihn am 30. März heraus und ersetzten ihn durch das Exemplar

Dunkelgelber Stahldraht III, welcher am 2. April beim 2. Halbmillimeter der Streckung die Volumabnahme 0,97 und am 4. April 1,08 aufwies. Am letztern Tage riss derselbe schon nach dem 4. Halbmillimeter, obwohl die drei am 2. April gegebenen Halbmillimeter wieder nachgelassen worden waren (durch Zurückdrehen der Spindel der Zugschraube). Die Temperatur war am 2. April 10 und am 4. April 10,5° C.

Hellgelber Stahldraht I. Am 12. April beobachteten wir 0,60 und am 13. April 0,55 für $^1/_2$ mm. Vom 15. April ab gaben wir successive nur mehr $^1/_4$ mm, also $^1/_{16}$ der Umdrehung der Zugspindel und erhielten an diesem Tage 0,25, am 15. April gar nur 0,15, am 16. April 0,18, am 17. April 0,20, am 20. April 0,23, am 21. April 0,20, am 24. April 0,28, am 27. April wieder 0,21.

Der Draht sprang nicht. Nehmen wir als Mittel der acht letzten Zahlen ungefähr 0,20 Volumabnahme für $^1/_4$ mm, also 0,80 für 1 mm, so stimmt dieser Draht mit dem dunkelblauen II der zweiten Mittheilung überein.

Hellgelber Stahldraht II. Am 10. Mai 0,18, am 11. Mai 0,24, am 12. Mai 0,27 für je $^1/_4$ mm, wie früher stets bei der zweiten Streckung. Der Draht sprang nicht. Die erste Zahl 0,18, oder 0,72 für 1 mm stimmt mit dem Resultate des dunkelblauen Stahldrahtes III

Digitized by Google

der zweiten Mittheilung überein. Die folgenden höheren Werthe können vielleicht auf ein Weicherwerden des Drahtes hindeuten.

Glasharter Stahldraht. Am 26. Mai erhielten wir 0,30 für $^1/_4{}^{mm}$. Nachdem wir die insgesammt gegebenen drei Viertelmillimeter wieder durch Zurückdrehen der Zugspindel aufgehoben hatten und, weil beim dritten Viertel ein Rutschen des Drahtes durch die oberen Klemmschrauben bemerkt worden war, diese fester anzuziehen begonnen hatten, sprang der Draht. Es scheint also jener 2. Viertelmillimeter, obwohl sich hiefür nach obiger Elasticitätsformel nur die Anspannung von 5 resp. 10^{kg} pro Quadratmillimeter ergibt, für den spröden Draht schon zu viel gewesen zu sein; jedenfalls war dies mit der Manipulation des stärkeren Anziehens der genannten Klemmschrauben der Fall.

Berechnung der Quercontraction σ für die genannten Stahldrähte:

Dunkelgelb I: σ nur am 7. und 9. März ungefähr $^1/_5$, wie es am Schlusse der zweiten Mittheilung für die härtere Qualität vermuthet werden konnte; dann aber bedeutend höher.

Dunkelgelb II und III auch bedeutend höher.

Hellgelb I und II verhielten sich ähnlich wie Dunkelgelb I.

Der glasharte Stahldraht entzog sich ganz der Controlle, da man das vereinzelte Resultat $\sigma = {}^2/_5$ nur als solches anführen kann.

Im Zusammenhalte mit den in der ersten und zweiten Mittheilung angegebenen Stahldrähten wurde am häufigsten

$$\sigma = 0{,}30,$$

seltener

$$\sigma = 0{,}40 \text{ und } \sigma = 0{,}20$$

beobachtet; der kleinste genannte Werth allerdings bei den härteren Sorten. Wo eine besondere Messung nicht gemacht werden kann oder will und bezüglich der gewöhnlich angewandten Stahldrähte wird man also wohl mit

$$\sigma = 0{,}35 \text{ oder } {}^1/_3$$

als erster Annäherung rechnen dürfen.

§ 4. Vergleich des im § 3 Mitgetheilten mit Messungen anderer Autoren aus früherer Zeit. In Fr. Neumann's Vorlesungen[3]) wird Cagniard de la Tours vereinzelter Messung ($\sigma = {}^1/_4$) mit einem Drahte im Wasser und alsdann Messungen von Wertheim gedacht, welche „viel näher $^1/_3$ als $^1/_4$“ ergaben; ferner dass Fr. Neumann selbst für Eisendraht $^1/_4$, für andere Drähte näher $^1/_3$ gefunden habe. Am Schlusse von § 68 wird da noch eine „ein-

3) Schon angeführt in der dritten Anmerkung unserer ersten Mittheilung S. 9.

Digitized by Google

wurfsfreie Entscheidung der durch Wertheim angeregten Frage" gewünscht. Am Schlusse von § 77 werden Kirchhoff's[4]) und Okatow's[5]) Messungen mit Metallstäben erwähnt, „welche sämtlich den von der Theorie geforderten Werth $\frac{1}{4}$ merklich übersteigen". Dasselbe zeigen die Versuche von Schneebeli[6]), und nach Anführung noch weiterer Messungen von anderen Autoren heisst es wiederum: „Es bleibt die Frage zu entscheiden, inwieweit die beobachteten Abweichungen (von dem aus der Theorie damals gefolgerten Werthe) von dem Mangel der untersuchten Materialien an Gleichheit ihres Gefüges herrühren, und welcher Antheil den der Theorie zu Grunde liegenden Hypothesen zur Last fällt." Wir vertreten, wie schon früher gesagt, die Ansicht, dass σ als zweite Elasticitätsconstante geradeso aus der Messung zu bestimmen ist, wie die erste, der Elasticitätsmodul E.

Schneebeli's genannte Arbeit schliesst mit drei Sätzen, deren beide ersten wegen ihrer inneren Verwandtschaft zu unserem vorigen Paragraphen noch angeführt werden sollen: 1. σ ist bei Stahlstäben im federharten und im weichen Zustande in den Grenzen der Beobachtungsfehler unabhängig von den Dimensionen der Stäbe, wenigstens bei den hier untersuchten Dimensionen. 2. σ ist für weichen Stahl etwas grösser als für federharten.

Von der fraglichen Anisotropie der Drähte haben wir schon in der Einleitung zur ersten Mittheilung (S. 9) Erwähnung gethan. Isotrope Körper vorausgesetzt, berechnet sich aus E und σ der Schub- oder Torsions-Elasticitätsmodul

$$T = \frac{E}{2(\sigma + 1)} = \tfrac{2}{5} E \text{ für } \sigma = \tfrac{1}{4} \text{ und}$$
$$T = \tfrac{3}{8} E \text{ für } \sigma = \tfrac{1}{3},$$

das ist ein geringer Unterschied ($\frac{1}{40}$) für das Verhältnis $\frac{T}{E}$ bei einem viel grösseren Unterschied ($\frac{1}{12}$) des Verhältnisses σ. Auch für den Grenzwerth $\sigma = \frac{1}{2}$, der beim Kautschuk zutreffen soll[7]), oder $T = \frac{1}{3} E$, gilt diese Bemerkung. Wird umgekehrt für isotrope Körper das σ aus E und T berechnet, so darf man sich nicht wundern, wenn es auch auf diesem Wege bei Stäben nicht sehr genau herauskommt und ebenfalls zu directen Messungen auffordert.

---

4) Pogg. Ann. Bd. 108 S. 369—392 (1859).
5) Pogg. Ann. Bd. 119 S. 11 (1863).
6) Pogg. Ann. Bd. 140 S. 589—621 (1870).
7) S. Röntgen in Pogg. Ann. Bd. 159 S. 601 ff. (1876).

Digitized by Google

Elektrische Theorie in der Schule[1]).

Von

A. Kurz.

1. Dass man sich die auf einer Kugelfläche $4\pi r^2$ gleichmässig vertheilte Masse e im Mittelpunkt derselben concentrirt denken darf, dass also die Anziehungs- oder Abstossungskraft, die sie auf einen Massenpunkt ε im Abstande $R > r$ ausübt,

$$\frac{e\varepsilon}{R^2}$$

ist, bedarf eines besonderen Beweises, wozu Serpieri in dem dort angeführten Buche, Anhang III, nach Massotti, mit geringen eigenen Aenderungen (seiner Angabe gemäss), nahe 8 Seiten verwendet. Da mir dies zu viel war, so habe ich im § 2 meines Artikels mich einstweilen mit der Analogie des Schwerpunktes begnügt, wenngleich diese nur für $R = \infty$ zutrifft, nämlich wenn die von den einzelnen Theilchen von e auf ε ausgeübten Kräfte zu einander parallel sind.

Nun steht mir aber ein kurzer Beweis zur Verfügung, zu dem ich nach der Lektüre eines ähnlichen, von Januschke in der Zeitschr. f. d. Realschulwesen S. 257 ff., geführt wurde und welchen ich darum jetzt nachliefere:

Die Flächendichte mag der Kürze wegen 1 sein. Dann ist das Potential in dem Punkte, wo ε sitzt,

$$\Sigma \frac{2\pi \cdot r \sin\alpha \cdot r d\alpha}{\varrho},$$

wo $r \sin\alpha$ den Radius eines Parallels senkrecht zu R, $r d\alpha$ die geringe Zonenbreite, ϱ die Mantellinie des Kegels mit der Spitze in ε und dem Parallel als Grundkreis. Ich usurpire dabei von der Differentialrechnung nur die kurze Bezeichnung $d\alpha$ und verlange nicht im weiteren die Kenntnis, dass aus

$$\varrho^2 = r^2 + R^2 - 2Rr\cos\alpha$$

1) Nachtrag zu dem Artikel S. 242—251 im vorigen Bande.

Digitized by Google

durch Differentiiren folge $\varrho d\varrho = Rr \sin \alpha d\alpha$, sondern leite dieses ab durch Bildung

$$(\varrho + d\varrho)^2 = r^2 + R^2 - rRr \cos(\alpha + d\alpha),$$

oder $$\varrho^2 + 2\varrho d\varrho = r^2 + R^2 - 2Rr\,[\cos\alpha - \sin\alpha \cdot d\alpha],$$

da die Weglassung von $d\varrho^2$ z. B. in der Wärmelehre und die Annäherung $\cos d\alpha = 1$, sowie $\sin d\alpha = d\alpha$ in der Optik (Schwingungslehre) und in anderen Kapiteln der Physik oft genug vorkommt. Durch Subtraction erhält man dann das vorhin durch Differentiirung erhaltene Resultat.

Also ist jenes Potential $= \Sigma \frac{2\pi r d\varrho}{R} = \frac{2\pi r}{R} \Sigma d\varrho = \frac{2\pi r}{R} \cdot 2r = \frac{4\pi r^2}{R}$, was zu beweisen war.

2. Zu § 11 und 12 meiner früheren Abhandlung: Berechnet man die Widerstände der beiden Platinspiralen, welche abwechslungsweise im Riess'schen Elektrothermometer eingeschaltet waren, so findet man ungefähr 7 und 2 Ohm, die man allerdings gegenüber dem Gesammtwiderstande von ungefähr 7000 Ohm, wie im § 12 aus der Messung gefunden wurde, vernachlässigen kann. Man braucht also, wenn man das eine Mal die eine, dann die andere Platindrahtspirale im Luftthermometer einschaltet, bezw. die andere und die eine Spirale aussen nicht hinzuzuschalten. Immerhin ist das letztere wenigstens didaktisch richtiger, indem die Weglassung nur eine Annäherung bedeutet.

Digitized by Google

Zur Lehre von der Interferenz[1]).

Von

Dr. Al. Handl,

k. k. Universitäts-Professor in Czernowitz.

Bekanntlich hat schon Fresnel zur Lösung der Aufgabe: „Die Resultirende zweier Schwingungen von gleicher Richtung und Dauer, aber verschiedener Phasenzeit und Schwingungsweite zu ermitteln", ein graphisches Verfahren angegeben, welches der Construction des Kräfte-Parallelogrammes ganz ähnlich ist und in folgendem besteht: Wenn in Fig. 1 die Geraden $AB = a_1$ und $AC = a_2$ die Schwingungsweiten der interferirenden Schwingungen und der Winkel $BAC = \varphi = 2\pi\delta / T$ den Phasenunterschied derselben darstellen, so ist die Grösse der resultierenden Schwingungsweite durch die Länge der Diagonale AD des Parallelogrammes $ABDC$ dargestellt und die Phasenunterschiede der resultirenden Schwingung gegen die einzelnen Componenten sind durch die Winkel DAB und DAC bestimmt.

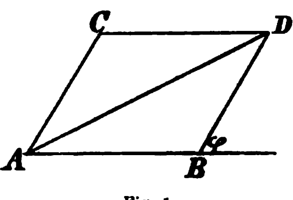


Fig. 1.

Obwohl dieser Satz in mehrere Lehrbücher aufgenommen worden ist, scheint man keinen weiteren Gebrauch von demselben gemacht zu haben, wenigstens ist mir nichts darüber bekannt geworden. Und doch liegt eine Anwendung desselben sehr nahe, welche mir mit Rücksicht auf den Zweck, den man damit erreichen kann, der Mittheilung werth zu sein scheint.

Bei Besprechung der Beugungserscheinungen an Spalten und Gittern wird man nämlich auf folgende Frage geführt: „n Strahlen von gleicher Schwingungsweite und je gleichen Phasenunterschieden, also von der Form:

$$a\,[\cos u + \cos(u + \varphi) + \cos(u + 2\varphi) + \cdots$$
$$+ \cos(u + \overline{n-1} \cdot \varphi)]$$

kommen zur Interferenz; wie gross muss $\varphi = 2\pi\delta / T$ sein, damit diese n Strahlen sich vollständig auslöschen?" Die Rechnung, mittels welcher diese Frage gelöst werden kann, ist von Eisenlohr in „Pogg. Ann.", Bd. 98, angegeben; sie ist aber immerhin nicht so einfach, dass man sie nicht lieber durch die folgende Betrachtung ersetzen sollte.

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus der Zeitschr. f. d. Realschulwesen Bd. 11 Wien.

Digitized by Google

Sowie man das Ergebnis der Interferenz zweier Schwingungen durch Zeichnung einer dem Kräfteparallelogramme ähnlichen Figur, welche wir das Schwingungs-Parallelogramm nennen wollen, ermitteln kann, so wird man zum Auffinden des Interferenzergebnisses einer beliebigen Zahl von Schwingungen ein dem Kräftepolygone ähnliches Schwingungspolygon verwenden können. Man hat zu dem Zwecke (Fig. 2) die Schwingungsweiten $a_1 a_2 a_3 \ldots a_n$ der einzelnen interferirenden Schwingungen in einer Ebene so aneinander zu schliessen, dass die Winkel $\varphi_{1,2}, \varphi_{2,3} \ldots .$ zwischen je zweien derselben den zwischen ihnen bestehenden Phasenunterschieden $\delta_{1,2}, \delta_{2,3} \ldots .$ entsprechen. Verbindet man endlich den Endpunkt (N) der letzten nach dieser Regel aufgetragenen Linie mit dem Anfangspunkte (A) der ersten durch eine Gerade, so erhält man Schwingungsweite und Phasenzeit der Resultirenden. Sollen die gegebenen Schwingungen sich gegenseitig aufheben, so müssen die beiden letztgenannten Punkte zusammenfallen, das Schwingungspolygon muss ein geschlossenes sein. Um die vorhin gestellte Aufgabe in dieser Weise zu lösen, müssen alle Seiten des Polygons einander gleich und auch je zwei derselben gegen einander gleich geneigt sein. Eine Lösung der Aufgabe wird also durch Construction eines regelmässigen n-Eckes gefunden werden. Die Grösse eines Aussenwinkels $\varphi = 2\pi\,\delta/T$, wobei eben δ die gesuchte Phasendifferenz ist, wird für das n-Eck als $\varphi = 2\pi/n$ gefunden. Somit ist $\delta = T/n$ eine Lösung der gestellten Aufgabe. Die übrigen Lösungen ergeben sich aus der Bemerkung, dass das Polygon auch dann, und zwar nur dann wieder ein geschlossenes wird, wenn die Winkel zwischen zwei anstossenden Seiten 2φ, 3φ, ... $r\varphi$ werden, wobei r jede ganze, nicht durch n theilbare Zahl sein kann. Die Phasenunterschiede werden:

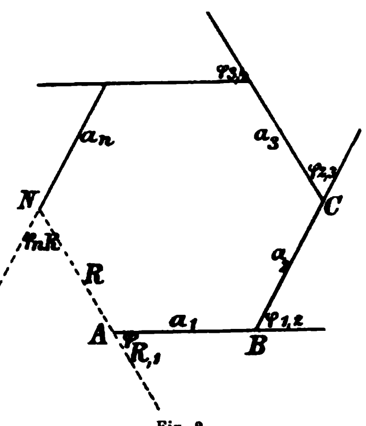


Fig. 2.

$$\delta = \frac{2T}{n}, \frac{3T}{n}, \ldots \frac{rT}{n}.$$

Wäre aber $r/n = z$ eine ganze Zahl, so würde

$$\varphi = 2\pi\,\delta/T = 2\pi z,$$

d. h. die Seiten des Polygons würden sich zu einer geraden Linie ausstrecken und die Schlusslinie (die resultierende Schwingungsweite) würde $A = na$, die Lichtstärke würde ein Maximum werden.

Digitized by Google

Eingesendete Bücher.

W. Winter, Lehrbuch der Physik zum Schulgebrauche. Th. Ackermann, München 1886 mit 495 S. und 353 Abb. Das Buch ist für Mittelschulen namentlich realistische, sowie für Lehrerbildungsanstalten berechnet und zeichnet sich sowohl durch eine eigenartige Anordnung des Stoffes wie durch Rücksichtnahme auf die neueren Fortschritte der Wissenschaft aus; letzteres tritt besonders bei der Behandlung des Galvanismus hervor. Die Ausstattung des Buches ist eine vorzügliche.

Dr. B. Weinstein, Handbuch der physikalischen Maassbestimmungen. Bd. I. J. Springer, Berlin 1886; 524 S. 14 Mk. Das Werk zerfällt in zwei Bände. Der vorliegende erste Band beschäftigt sich lediglich mit den Rechnungsmethoden die zur Ausgleichung und Untersuchung der Beobachtungsfehler dienen. Die eigentliche Lehre von den physikalischen Maassbestimmungen ist dem zweiten Bande vorbehalten. Es ist gewiss ein grosses Verdienst des Verfassers die zumeist von Astronomen und Gäodäten gebrauchten Rechenmethoden gesammelt und für den speciellen Gebrauch des Physikers eingerichtet zu haben. Der Inhalt des ersten Bandes zerfällt in folgende 5 Abschnitte: I. Die Beobachtungsfehler und die Theorien ihrer Ausgleichung. II. Theorie der zufälligen Fehler; Ausgleichung einfacher Messungen. III. Zusammengesetzte Messungen, Abschweifung über Determinanten und die Theorien linearer Gleichungen. IV. Ausgleichung von Untersuchungen. V. Interpolation, Differentiation und Quadratur. Die Ausstattung des Werkes ist eine vorzügliche.

Digitized by Google

Im Kommissionsverlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen und direkt oder durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

Telegraph und Telephon in Bayern.

Ein Handbuch

zum Gebrauche für Staats- und Gemeinde-Behörden, Beamten und die Geschäftswelt.

Bearbeitet von

Michael Schormaier und **Joseph Baumann.**

Lex. 8°. IX und 312 Seiten mit 44 in den Text gedruckten Abbildungen und einer Karte des kgl. bayr. Eisenbahn- und Telegraphennetzes. Gebunden Preis 7 M.

Inhalt: I. Teil. **Einleitung.** — Die **Stromquellen.** — A. Die galvanischen Elemente, das Leclanché-, Daniell-, Meidinger-, Kohlfürst-, Marié Davy- und Fuller-Element. B. Die Accumulatoren. C. Die elektrischen Maschinen. — **Die Arten der Stromverwendung.** Arbeitsstrom, Ruhestrom, Telephonschaltung, Morse-Alphabet, Hughes-Schaltung, Baudot, Telephonschaltung mit Mikrophon, chemischer Telegraph, Kabeltelegraphie. — **Die Leitung.** — **Apparatenlehre.** a) Staatstelegraphen, I. das Morse-Apparatsystem, 1. Morse-Schreibapparat, 2. Taster, Einfacher Stromlauf, A. Arbeitsstrom, B. Ruhestrom, Morse-Zeichen. II. Hilfsapparate, 1. Relais, 2. Blitzableiter, 3. Galvanoskop, 4. Umschalter, 5. Übertrager, 6. künstliche Widerstände, 7. das Wittwer'sche Läutewerk. III. Typendruck-Telegraphenapparat von Hughes; Hauptteile des Hughes-Apparates, Laufwerk, Klaviatur, Schlittenachse, Elektromagnet, Typenradachse, Druckachse, Kommutator, Interruptor, Blitzableiter, Stromlauf, Leistungsfähigkeit. b) Eisenbahntelegraphen. Allgemeine Übersicht. I. Magnetzeigertelegraph von Siemens & Halske. II. Elektrische Signal-Läutewerke, System Siemens, 1. Signal-Läutewerke, a) Induktor, b) Stationsläutewerk, c) Registrierapparat, d) Bahnwärterläutebude, e) Sperrsignalläutewerke. III. Elektrische Signal-Läutewerke, System Frischen. IV. Telephon. c) Die Telephonapparate, a) Apparate bei den Teilnehmern, b) Zwischenumschalter, c) Apparate der Umschaltebureaus. — **Betriebsstörungen und Messinstrumente.** — Leitungsstörungen und Störungen der Stationseinrichtungen, die Mefsinstrumente, Untersuchungen der technischen Einrichtungen einer Telegraphenstation bei Betriebsstörungen, Feststellung, ob der Fehler innerhalb oder aufserhalb der Station liegt, Einzeluntersuchung der inneren Einrichtung einer Telegraphenstation, Untersuchung von Telephonstationen. — **Die Feldtelegraphie und die städtischen Feuertelegraphen.** — Die Feldtelegraphie. A. Allgemeiner Teil. I. Organisation der Feld- und Etappentelegraphie. I. Heimische Staatstelegraphie, II. Etappentelegraphie, III. Feldtelegraphie, IV. Vorpostentelegraphie, V. Ballon- und Brieftaubendienst. 1. Die Feldtelegraphenabteilungen, 2. die Reserve-Feldtelegraphenabteilungen, 3. die Etappentelegraphenstationen, 4. Chef der Militärtelegraphie, 5. die heimische Staatstelegraphie. II. Verwertung und Unterbrechung der ständigen Telegraphenanlagen auf dem Kriegsschauplatze. B. Organisatorischer Teil. I. Zusammenstellung der Feld- und Reserve-Feldtelegraphenabteilung, II. Bekleidung, Ausrüstung, Bewaffnung und Verpflegungsetat, III. Mobilmachung und Demobilmachung. C. Technischer Teil. I. Die Feldtelegraphenbatterien, II. die Leitungsmaterialien, III. die Stationsapparate, IV. die Fahrzeuge der Telegraphenabteilung. Die städtischen Feuertelegraphen. — **Das Telegraphennetz, die Telephonanlagen und die pneumatische Anlage in München.** — Das Telegraphennetz, die Telephonanlagen, pneumatische Anlage zur Telegrammbeförderung in München. — **Geschichtliche, statistische, biographische und literarische Angaben.** — **Mafse.** —

II. Teil. **Organisation.** — A. Im Allgemeinen. B. Im Einzelnen. Stellung der Telegraphie im Reiche, Telegraphenverwaltungsbehörden, Eisenbahnbetriebstelegraphen und ihr Verhältnis zur Staatstelegraphie, Telegraphenunterrichtskurs, Amtsbibliotheken. — **Telegraphenbetrieb.** — **Telegraphenordnung mit Erläuterungen.** — Nachtrag zur Telegraphenordnung. — **Telegraphen-, Rechnungs- und Kassawesen.** — Zusammenstellung der wesentlichen Bestimmungen über die gebührenfreie Beförderung von Telegrammen.

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/8)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (6/8)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (5|8)



Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Hülfstafeln für barometrische Höhenmessungen

berechnet und herausgegeben

von

Ludwig Neumeyer,

Hauptmann und Sectionschef im Topographischen Bureau des kgl. bayer. Generalstabes.

Supplement zu Carl's Repertorium für Experimental-Physik Bd. 13. *Preis M. 4. 50.*



(12|8)

Digitized by Google

XXII. Band. 9. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

HARVARD COLLEGE
NOV 4 1886
LIBRARY.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 9. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,
Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigen Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 8).

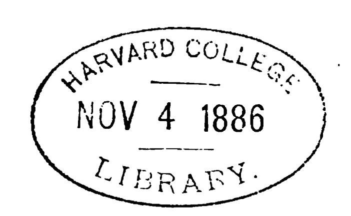
Jahrgang 1886 Nr. 23 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 24 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg,* *Verlagsbuchhandlung.

Digitized by Google


HARVARD COLLEGE
NOV 4 1886
LIBRARY.

Bemerkungen zu den Vorschlägen des Herrn A. Schmidt, betreffend die magnetischen Variationsbeobachtungen.

Von

H. Wild.

Herr A. Schmidt hat in einem, im 22. Bande S. 265 dieser Zeitschrift erschienenen Aufsatz den Vorschlag gemacht, die Variationen der erdmagnetischen Kraft nicht wie bisher durch diejenigen der Declination, Horizontal- und Verticalintensität auszudrücken, sondern dieselben ausser durch die letztere Verticalcomponente der ganzen Kraft noch durch die beiden Horizontalcomponenten parallel und senkrecht zum astronomischen Meridian darzustellen. Diese Veränderung befürwortet Herr Schmidt deshalb, weil nach ihm aus den letzteren Variationselementen unmittelbarer die störenden Kräfte zu berechnen resp. zu erkennen sind und deshalb auch für verschiedene Orte vergleichbarer werden. Er belegt dies zunächst durch Beispiele für die periodischen Variationen und proponirt sogar zum Schluss, statt der Variationen für Declination und Horizontalintensität direct diejenigen der beiden Horizontalcomponenten parallel und senkrecht zum astronomischen Meridian vermittels entsprechend orientirter Bifilarapparate zu beobachten, die Messung der Verticalcomponente sei ja ohnedies bereits beiden Bestimmungsarten gemein.

Da ich nun schon im Jahre 1882 in meiner Abhandlung „Das magnetische Ungewitter vom 30. Jan. bis 1. Febr. 1881“[1]) nach denselben von Herrn A. Schmidt neu reproducirten Formeln eine Ableitung der drei fraglichen rechtwinkligen Componenten der störenden Kräfte aus den gewöhnlichen Variationselementen vorgenommen habe, um daraus die Richtung und Grösse der störenden

1) Mémoires de l'Acad. des Sc. de St. Pétersbourg 7ᵉ série vol. XXX Nr 3 (Février 1882) p. 14 etc.

Digitized by Google

Kräfte für die 8 Orte zu berechnen, von welchen mir jenes Mal genügend vollständige Beobachtungen vorlagen, so sei es mir gestattet, hier einige Bemerkungen zu den Vorschlägen des Herrn A. Schmidt zu machen.

Aus meiner obigen Praxis geht zunächst ohne weiteres hervor, dass ich die Ansicht des Herrn Schmidt ganz theile, es seien theoretischen Untersuchungen über die Aenderungen des Erdmagnetismus die Variationen seiner Horizontalcomponenten und nicht diejenigen der Declination und Horizontalintensität zu Grunde zu legen. Um dies zu erleichtern, wäre es gewiss wünschenswerth, dass nach dem Vorschlage des Herrn Schmidt in den Publicationen wenigstens die Schlussresultate (Monats- und Jahresmittel des täglichen Ganges) ausser in der bisherigen Form auch nach den Componenten der Variationskraft angegeben würden. Damit aber dieser Mehraufwand von Rechnungsarbeit der Observatorien auch den möglichsten Nutzen schaffe, wäre es meines Erachtens wünschenswerth, dass eine Verständigung erzielt werde, um diese Erweiterung in den Publicationen aller magnetischen Observatorien zugleich eintreten zu lassen.

Da es gegenwärtig kaum magnetische Observatorien gibt — es sind mir wenigstens keine solchen bekannt, — wo nicht ausser den Variationen der Declination mindestens noch solche der Horizontalintensität beobachtet werden und wo nicht ebenso absolute Messungen der Declination und Horizontalintensität stattfinden, so können ja die beiden Horizontalcomponenten stets nachträglich aus den in bisheriger Weise bestimmten und mitgetheilten Daten berechnet werden. Infolge dessen kann ich die weiteren Propositionen des Herrn Schmidt, welche dahin zielen, die Bestimmung resp. Mittheilung der Aenderungen der Elemente in der bisherigen Weise als nutzlos resp. wenigstens als nur secundäre Bedeutung habend ganz zu beseitigen, ja sogar Instrumente zur directen Beobachtung der Variationen der beiden Horizontalcomponenten statt der Declination und ganzen Horizontalintensität einzurichten, meinerseits nicht ganz gutheissen. Ausser für theoretische Untersuchungen über die Natur des Erdmagnetismus und der störenden Kräfte hat die Bestimmung der magnetischen Elemente und ihrer Variationen doch auch noch eine hervorragend praktische Bedeutung und da sind es gerade die bisher direct bestimmten Elemente der Declination und Horizontalintensität, welche wir vorzugsweise bedürfen, und man würde wohl nicht mit Unrecht bemerken, dass es, wenn nur die eine oder andere Art der Bestimmungselemente mitgetheilt werden sollte, doch billiger wäre, die für die Praxis unmittelbar zu verwerthenden Grössen zu geben und der theoretischen Betrachtung die Herleitung der für sie maassgebenden Daten aus ihnen zu überlassen,

Digitized by Google

als umgekehrt der Praxis die Berechnung der ihr nöthigen Werthe aus mehr theoretisch wichtigen zuzumuthen.

An und für sich ist es ja in der That möglich, zur directen Bestimmung der Variationen der beiden Horizontalcomponenten parallel und senkrecht zum astronomischen Meridian, besondere Bifilarapparate einzurichten, wovon der Magnet des ersteren senkrecht zum astronomischen Meridian und der des letzteren parallel dazu orientirt wäre, die Ausführung und der Gebrauch dieser Apparate stösst indessen doch auf einige Schwierigkeiten. Während nämlich die Variation δH der ganzen Horizontalintensität H mit dem gewöhnlichen Bifilar nach der einfachen Formel:

$$\delta H = H\,(\operatorname{cotg} z \cdot \delta z + \mu \cdot \delta t)$$

aus der Beobachtung der Aenderung δz des Torsionswinkels z und der Variation δt der Temperatur des Bifilars (μ ist der Temperaturcoefficient des Bifilars) abgeleitet wird, findet man die Variation δX der Horizontalcomponente X parallel dem astronomischen Meridian, die aus den bisherigen Variationselementen δd der Declination d und δH nach der Formel

$$\delta X = \cos d \cdot \delta H - H \sin d \cdot \delta d$$

zu berechnen ist, jetzt aus der Beobachtung am senkrecht zum astronomischen Meridian orientirten Bifilar nach der Formel:

$$\delta X = (X \operatorname{cotg} z' - Y)\,\delta z' + X\mu\,\delta t = X\,[(\operatorname{cotg} z' - \operatorname{tg} d)\,\delta z' + \mu\ \ \delta t],$$

wo z' den neuen Torsionswinkel und $\delta z'$ seine Variation darstellen. Die Variation δY aber, der Horizontalcomponente Y senkrecht zum astronomischen Meridian, die aus den gewöhnlichen Variationsbeobachtungen nach der Formel:

$$\delta Y = \sin d \cdot \delta H + H \cdot \cos d \cdot \delta d$$

zu berechnen ist, wird aus der beobachteten Aenderung $\delta z''$ des Torsionswinkels z'' des zweiten parallel zum astronomischen Meridian orientirten Bifilars abgeleitet nach der Formel:

$$\begin{aligned}\delta Y &= (Y \cdot \operatorname{cotg} z'' + X)\,dz'' + Y \cdot \mu \cdot \delta t = \\ &= Y\,[(\operatorname{cotg} z'' + \operatorname{cotg} d)\,\delta z'' + \mu \cdot \delta t].\end{aligned}$$

Hieraus ist ersichtlich, dass die neuen Apparate die Variationen der betreffenden Horizontalcomponenten nur in Abhängigkeit je von der andern Componente oder von der Declination geben, während, sowohl das Unifilarmagnetometer, als das gewöhnliche Bifilarmagneto-

Digitized by Google

meter die Variation des betreffenden Elementes ganz unabhängig von einem andern bestimmen lassen. Ueberdies ist die richtige Orientirung der neuen Bifilare viel schwieriger als die des gewöhnlichen Bifilars oder gar des Unifilarmagnetometers. Endlich ergeben die letzteren unmittelbar die Grössen, welche wir für die Reduction der bezüglichen absoluten Messungen bedürfen, während ich deren jeweilige Berechnung aus δX und δY mit Herrn Schmidt zwar nicht als schwierig, wohl aber als die Genauigkeit der Resultate beeinträchtigend erachte.

St. Petersburg, 12./24. Juli 1886.

Digitized by Google

Ueber die Spannungsverhältnisse des elektrischen Lichtbogens.

Von

Dr. **B. Nebel.**

Frölich sagt in seiner Arbeit: „Ueber den Widerstand des elektrischen Lichtbogens"[1]) bei der Discussion der Curve, welche die Beziehung zwischen der Spannungsdifferenz und der Bogenlänge angibt: „Der Grund der Unregelmässigkeit dieser Linie liegt wohl grösstentheils darin, dass die Beobachtungen zu verschiedenen Zeiten von verschiedenen Beobachtern und mit verschiedenen Messinstrumenten angestellt wurden, möglicherweise aber auch darin, dass die Spannung nicht bloss von der Bogenlänge, sondern auch von der Stromstärke abhängt, wie der scheinbare Widerstand. Wenn überhaupt eine solche Abhängigkeit existirt, so sprechen obige Beobachtungen dafür, dass die Spannung am Lichtbogen (bei gleicher Bogenlänge) bei kleinen Stromstärken grösser ist, als bei grossen. Dies würde einem der Zersetzungszelle entgegengesetzten Verhalten entsprechen; indessen möchte ich dies nicht als bewiesen ansehen, bevor es nicht durch genauere Versuche bestätigt ist." Die nachstehende Untersuchung wird ergeben, dass die Vermuthung Frölich's nicht ganz zutrifft.

Da die Maschinen unserer Hochschule zu derartigen Versuchen ungeeignet waren, so wandte ich mich an die „Elektrotechnische Fabrik Cannstatt" in Cannstatt, die mir in ihrer Fabrik das nöthige Material in bereitwilligster Weise zur Verfügung stellte, wofür ich auch hier meinen besten Dank aussprechen möchte.

Als Kohlenhalter diente eine an einem Gestell befestigte Schwerd-sche Bogenlampe, bei welcher der Regulirungsmechanismus ausgeschaltet wurde; das Einstellen auf constanten Lichtbogen geschah mit der Hand durch Drehen des Zahnrades. — Was die Bestimmung der Lichtbogenlänge betrifft, so scheint mir das Verfahren von Peukert[2]) nicht einwurfsfrei zu sein. Da die genaue Messung des Lichtbogens

---

1) Frölich, Elektrotechn. Zeitschr. (Berlin) Bd. 4 S. 150 (1883).

2) Peukert, Zeitschr. f. Elektrotechn. (Wien) Bd. 3 S. 111 (1885).

Digitized by Google

durch die Kraterbildung an der positiven Kohle erschwert ist, so feilte er seine Kohlen eben, die es auch nach der sehr kurzen Zeit einer Ablesung geblieben seien, und projicirte sie auf eine dicht hinter denselben angebrachte Millimeterscala. Meiner Ansicht und Erfahrung nach hat Peukert dadurch die Verhältnisse des Lichtbogens wesentlich gestört; charakteristisch ist eben das selbständige Zuspitzen der negativen Kohle und die Kraterbildung der positiven, wodurch die Oberfläche am Ende der positiven Kohle vergrössert wird. Sodann ist der stationäre Zustand des Lichtbogens nicht abgewartet worden, während doch die Stromstärke sich so lange ändert, bis die Kohlenenden ihren constanten Glühgrad erreicht haben. Schliesslich misst Peukert den axialen Abstand der Kohlen und erhält somit auch zu kleine Werthe, weil der Lichtbogen selbst bei Kraterbildung nicht immer axial bleibt, geschweige denn bei ebenen Kohlen. So lange der Lichtbogen nicht immer axial bleibt, so lange lässt sich die Länge desselben nicht mit derjenigen Genauigkeit ermitteln, wie es sonst bei einer gegebenen Länge der Fall ist. —

Nachdem ich die Kohlen vertical gestellt hatte, projicirte ich den Lichtbogen mit einer Linse von kurzer Brennweite auf einen Schirm, der in etwas mehr als ein Meter Enfernung aufgestellt war. Die Linse ist trotz der vorgeschalteten Glimmerplatte bei stärkeren Strömen während der Vorversuche gesprungen, weshalb ich bei den definitiven Versuchen zwischen dem Lichtbogen und der mit einer Blende versehenen Combination zweier Linsen von 15 und 34^{cm} Brennweite ein parallelepipedisches Gefäss von $2,3^{cm}$ Dicke (Lichtweite) einschaltete, in welchem fortwährend concentrirte Alaunlösung zu- und abfliessen konnte; zum Ueberfluss war vor den Linsen noch eine Glimmerplatte. — Vor den Versuchen überzeugte ich mich durch Messungen, dass das Bild des Lichtbogens durch das Einschalten der Flüssigkeit keineswegs gestört wurde, ausserdem wurde die Vergrösserung, die eine 7,89fache war, unter denselben Verhältnissen bestimmt, unter denen die Projection des Lichtbogens stattfand. Als Schirm benutzte ich braun getheiltes Millimeterpapier, bei welchem die halben Centimeterlinien mit Tusch mehr hervorgehoben wurden. — Unter den angeführten Umständen war das Licht der positiven Kohle sehr gedämpft, so dass die von Peukert angegebene Irradiationswirkung kaum vorhanden gewesen sein dürfte. Wenn ich aber auch eine solche von 1^{mm} auf den Schirm annehmen wollte, was gewiss viel ist, so würde dies bei der wahren Bogenlänge noch innerhalb der Fehlergrenze liegen.

Zur Bestimmung der Kratertiefe drückte ich die positiven Kohlen in halberstarrtes Siegellack ab und erhielt aus einer Reihe von Messungen mit dem Sphärometer die später angegebenen Mittelwerthe.

Digitized by Google

Die Stromstärke wurde durch Rheostate auf das gewünschte Maass gebracht, was an einem Elektrodynamometer von Siemens & Halske abgelesen wurde.

Betreffs der Spannungsdifferenz geben die früheren Beobachter nicht an, an welcher Stelle und in welcher Weise sie das Spannungsgalvanometer an die Kohlen angelegt haben. Bei der Messung des Widerstandes der Kohlen bemerkte ich, dass man wegen der Veränderlichkeit des Widerstandes infolge von Erschütterungen das Spannungsgalvanometer nicht an die Pole der Lampe, sondern an den Kohlenhaltern anbringen muss. Vor und nach den einzelnen Versuchen bestimmte ich die Kohlenlängen und konnte somit aus dem kalt gemessenen Kohlenwiderstand den Spannungsverlust in den Kohlen angenähert berechnen. Da aber der Widerstand der Kohlen mit steigender Temperatur abnimmt, so würde sich ein zu grosser Spannungsverlust ergeben, daher suchte ich den Widerstand der Kohlen in warmem Zustand in der Weise zu messen, dass ich die Kohlen einige Zeit brennen liess, dann sie rasch in Berührung brachte und sie mittels eines Umschalters in die Wheatstone'sche Brücke einschaltete. Die hierbei auftretenden Thermoströme waren indessen so gross, dass ich total verschiedene Zahlen erhielt, je nachdem ich den Messbatteriestrom wechselte. Es blieb mir daher nichts anderes übrig, als über die Kohlen 4^{cm} lange Hülsen aus Kupferblech zu schieben, die in der Längsrichtung aufgeschlitzt waren und daher federnd wirkten. An den Hülsen war ein starker Kupferdraht angelöthet, mit welchem das Spannungsgalvanometer verbunden wurde. Die Hülsen waren bis auf 1^{cm} den Kohlenenden genähert, bei den dicken Kohlen, die stärker glühten, auf $1{,}5^{cm}$. Aus einer grösseren Zahl Messungen an 10^{mm}-Kohlen erhielt ich als Uebergangswiderstand der mit einem Druck von 400^{g} (Gewicht des oberen Kohlenhalters) aufeinander gepressten Kohlen 0,06 S. E. (= 0,057 O.), als doppelten Uebergangswiderstand von Kohle und Kupferhülse 0,04 S. E. (= 0,038 O.), was bei dem Spannungsgalvanometer mit grossem Widerstand zu vernachlässigen ist. Als Widerstand der Kohle, die sich zwischen den beiden, 2^{cm} von einander entfernten Hülsen befand, erhielt ich sowohl für positive, als auch für negative Kohle 0,016 Ohm. Wenn ich eine mittlere Stromstärke von 20 Ampère zu Grunde lege, so würde das einen Spannungsverlust von 0,32 Volt ausmachen. Dabei sind aber die Widerstände der kalten Kohle benutzt, in heissem Zustand würde dieser Verlust weit geringer sein, so dass er ebenfalls innerhalb der Fehlergrenze bleibt.

Die von mir verwendeten Kohlen sind von Gebrüder Siemens in Charlottenburg, und zwar reichte für jede Kohlensorte ein Kohlenpaar für sämmtliche Versuche. Die negative Kohle war eine homogene,

Digitized by Google

die positive eine Dochtkohle; beide hatten die gleiche Dicke und im kalt gemessenen Zustand variirten die Widerstände nur äusserst wenig von einander.

Bei den Vorversuchen benutzte ich eine kleinere Schwerd'sche Serienmaschine für zwei Bogenlampen, vertauschte sie aber bei den definitiven Versuchen mit einer grösseren Schwerd'schen, gusseisernen Nebenschlussmaschine für Glühlampenbeleuchtung; nur der letzte Versuch in der nachfolgenden Tabelle wurde mit einer andern Nebenschlussmaschine ausgeführt, ebenso mit einem anderen Elektrodynamometer. Indessen eignete sich die letztere Maschine für weitere Versuche nicht, weshalb ich leider da abbrechen musste, zumal ich die frühere Maschine nicht mehr erhalten und wegen Versuche, die in der Fabrik angestellt wurden, nur selten mehr ankommen konnte.

Die Versuche wurden in der Weise ausgeführt, dass ich den Lichtbogen, dessen Bild auf dem Schirm stets eine ganze Anzahl von Centimetern betrug, herstellte, hernach wurde von dem Beobachter des Elektrodynamometers der Strom mittels Rheostate, die theils im Hauptstrom, theils im Nebenschluss lagen, auf ein bestimmtes Maass gebracht. War dies erreicht, so erhielt der dritte Beobachter, der sich in einem anderen Zimmer befand, durch ein Glockensignal das Zeichen zum Ablesen des Spannungsgalvanometers, was er nach demselben erwiderte. Jede Spannungsmessung wurde 5mal ausgeführt und daraus das Mittel genommen. In weitaus den meisten Fällen blieb die grösste Abweichung von dem Mittelwerth unter 0,5 Volt, in vielen Fällen war sie sogar Null, jedoch kamen auch grössere Abweichungen vor, die namentlich dann auftraten, wenn die Stromstärke für die betreffende Bogenlänge zu stark wurde. Sobald ein fortwährendes Zischen stattfand, war der Strom zu stark, und der Rand der Kohle wurde unregelmässig verzehrt. Einige dieser Werthe habe ich in die Tabelle aufgenommen, um das damit verbundene, starke Sinken der Spannungsdifferenz zu zeigen.

Als Kratertiefe ergab sich im Mittel bei Kohlen mit:

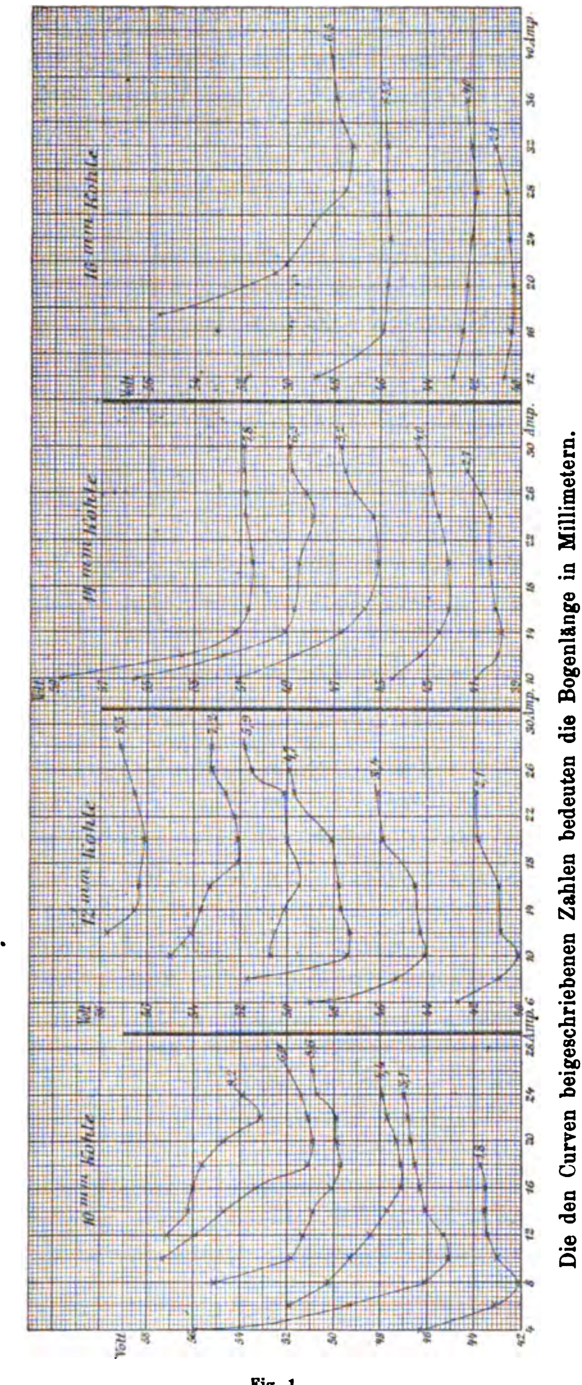
10^{mm}	Durchmesser	$0{,}6^{mm}$
12	„	0,8
14	„	1,4
16	„	1,4

Das etwas niedere Ergebnis bei der 16^{mm}-Kohle lässt sich wohl dadurch erklären, dass diese Kohle gewöhnlich bei stärkeren Strömen als den verwendeten, gebraucht wird, bei welchen sich der Krater besser ausbildet.

In der nachstehenden Tabelle sind die Beobachtungsresultate niedergelegt; dazu möchte ich aber bemerken, dass ich mir wohl be-

Digitized by Google

Abhängigkeit der Spannungsdifferenz von der Stromstärke bei constantem Lichtbogen.



Die den Curven beigeschriebenen Zahlen bedeuten die Bogenlänge in Millimetern.

Fig. 1.

wusst bin, dass es illusorisch ist, die Spannungsdifferenzen auf hundertstels Volt anzugeben; indessen habe ich es dennoch gethan, weil meine Zahlen, Mittelwerthe aus je 5 Beobachtungen, beim Abrunden sehr oft gleich würden, wodurch das langsame Variiren bei Stromänderung nicht hervortreten würde, was sich doch bei den Beobachtungen deutlich zu erkennen gab.

(Tabelle siehe S. 533.)

Die im Kopf der Tabelle stehenden Zahlen bedeuten die in Centimeter angegebenen Lichtbogenbilder auf dem Schirm, die darunter stehenden, eingeklammerten Zahlen dagegen die wahre Länge des Lichtbogens, wobei auch die Kratertiefe berücksichtigt ist. Die in der Tabelle selbst enthaltenen Zahlen bedeuten die Spannungsdifferenzen in Volt an den Enden des Lichtbogens.

Nicht nur jede Verticalreihe lässt erkennen, dass bei constanter Lichtbogenlänge die Spannungsdifferenz bei Stromzunahme anfangs stark sinkt, ein Minimum erreicht und dann langsam wieder steigt, während Frölich nur von einem Sinken spricht, sondern auch die mit diesen Werthen hergestellten Curven (Fig. 1) zeigen, dass dieses Minimum mit zunehmender Bogenlänge erst bei grösserer Stromstärke auftritt. Im Uebrigen sind diese Curven so regellos, dass sie keines einfachen analytischen Ausdruckes fähig sind. — Um mich zu überzeugen, ob das starke Sinken der Spannungsdifferenz am Anfang vielleicht durch einen noch nicht eingetretenen stationären Zustand bedingt sei, ging ich wiederholt am Ende einer Versuchsreihe sofort auf den Anfang wieder zurück, wobei sich jedesmal das starke Anwachsen der Spannungsdifferenz wieder zeigte.

Zeichnet man die Curven über die Abhängigkeit der Spannungsdifferenz von der Lichtbogenlänge bei constanter Stromstärke auf, also die horizontalen Werthe der Tabelle, so tragen jene, wie Frölich schon nachgewiesen hat, den Charakter gerader Linien, die aber nur dann ein deutliches Bild ergeben können, wenn man jede Reihe durch eine besondere Farbe auszeichnet, was hier nicht geschehen kann, weshalb ich deren Mittheilung unterlasse. Für jede Kohlensorte habe ich die Curven nebeneinander gezeichnet, so dass ich vier Bilder von Curvenbüscheln erhielt. Auffallend in jedem Büschel ist, dass bei Bogenlänge als Abscisse und Spannungsdifferenz als Ordinate die Linien sich mit zunehmender Stromstärke gegen die Abscisse neigen, und dass die Curven die Ordinatenaxe in Punkten schneiden, die verhältnismässig wenig von einander entfernt sind; bei geringeren Stromstärken und dort, wo überhaupt weniger Beobachtungszahlen vorliegen, weichen die Linien wieder mehr ab. — Stellt man die analytischen

Digitized by Google

Ampère	10^{mm}-Kohlen						12^{mm}-Kohlen						14^{mm}-Kohlen					16^{mm}-Kohlen			
	1^{cm} (1,8)	2^{cm} (3,1)	3^{cm} (4,4)	4^{cm} (5,6)	5^{cm} (6,9)	6^{cm} (8,2)	1^{cm} (2,1)	2^{cm} (3,4)	3^{cm} (4,7)	4^{cm} (5,9)	5^{cm} (7,2)	6^{cm} (8,5)	1^{cm} (2,7)	2^{cm} (4,0)	3^{cm} (5,2)	4^{cm} (6,5)	5^{cm} (7,8)	1^{cm} (2,7)	2^{cm} (4,0)	3^{cm} (5,2)	4^{cm} (6,5)
4	46,28	55,88																			
6	43,18	49,32	51,94				42,66	49,00													
8	42,08	46,16	50,20	55,18			40,90	45,36	51,68												
10	43,00	45,06	49,24	51,82	57,26		40,16	44,12	47,40	50,74	55,04		40,84	44,42	51,16	55,50	58,66				
12	43,40	45,30	48,38	51,22	55,88	57,06	40,82	44,34	47,32	50,54	54,10	57,62	40,00	43,34	48,80	51,76	53,56	40,76	42,98	48,80	
14	43,46	46,08	47,68	50,84	54,64	56,20			47,72	50,06	53,66	56,44	39,80	42,46	46,70	49,12	51,20				
16	43,52	46,26	47,02	50,14	53,36	56,02	40,90	44,52	47,82	49,42	53,23	56,36	40,10	42,07	45,78	48,68	50,70	40,36	42,44	45,96	55,46
18	43,72	46,58	47,18	49,66	51,06	55,62					52,04										
20	37,60*	46,74	47,32	49,96	50,98	54,76	41,82	45,92	48,14	50,00	52,10	56,08	40,34	42,16	45,08	48,42	50,54	40,30	42,32	45,74	50,42
22		46,78	47,69	49,96	51,14	53,10					52,22										
24		47,00	47,90	50,66	51,38	53,92	41,98	46,16	49,72	50,06	52,62	56,52	40,39	42,56	45,32	47,92	50,76	40,52	42,08	45,64	48,88
26		44,14*		50,84	51,84				49,98	51,58	53,22		40,78	42,80	46,04	48,22	50,78				
28										51,80	53,22	57,10	41,23	42,96	46,50	48,78	50,82	40,58	41,94	45,72	47,44
30													37,68*	43,40	46,68	48,92	50,90				
32																		41,12	42,12	45,72	47,20
34																					47,74
36																			42,22	45,78	47,90
38																					48,06

*) Zischen.

Digitized by Google

Ausdrücke dieser Curven her, welche die schon von Frölich aufgestellte Form haben:

$$D = a + b \cdot L,$$

wo a und b Constante, D die Spannungsdifferenz in Volt und L die Lichtbogenlänge in Millimeter bedeuten, so erhält man aus denjenigen Horizontalen der Tabelle, welche die zahlreichsten Beobachtungen haben, die folgenden Werthe:

Amp.	10mm-Kohlen $D =$	12mm-Kohlen $D =$	14mm-Kohlen $D =$
10			$30{,}7 + 3{,}6 \cdot L$
12	$39{,}3 + 2{,}2 \cdot L$	$35{,}2 + 2{,}6 \cdot L$	$32{,}4 + 2{,}8 \cdot L$
14	$39{,}4 + 2{,}0 \cdot L$		$33{,}8 + 2{,}3 \cdot L$
16	$39{,}2 + 2{,}0 \cdot L$	$35{,}1 + 1{,}4 \cdot L$	$34{,}1 + 2{,}8 \cdot L$
18	$39{,}2 + 1{,}8 \cdot L$		
20		$38{,}0 + 1{,}9 \cdot L$	$34{,}4 + 2{,}1 \cdot L$
24		$38{,}6 + 2{,}1 \cdot L$	$34{,}9 + 1{,}9 \cdot L$
28			$35{,}3 + 2{,}0 \cdot L$
30			$35{,}9 + 1{,}9 \cdot L$

Ein Blick auf diese Ergebnisse zeigt, dass die Constante a in der Relation: $D = a + b \cdot L$ mit zunehmendem Querschnitt der Kohle abnimmt, was auch bei der 16mm-Kohle auftritt, nur haben die Resultate wegen der wenigen Beobachtungen eine weit geringere Werthigkeit, weshalb sie nicht angeführt werden. Ob die Constante a bei der gleichen Kohle vom Strom abhängig ist oder nicht, lässt sich mit Bestimmtheit jetzt noch nicht entscheiden, obwohl für ersteres die dritte Verticalreihe spricht; dass aber die Constante b etwas von der Stromstärke abhängt, ergibt wohl die erste und dritte Verticalreihe, während die zweite Abweichungen zeigt.

Mit dem unzweideutigen Nachweis der Veränderlichkeit der Constanten a mit dem Kohlendurchmesser ist jetzt die Verschiedenheit der durch die früheren Beobachter gewonnenen Zahlenwerthe, die bisher lediglich auf die Schwierigkeit, den Lichtbogen genau zu messen, zurückgeführt wurden, grösstentheils gerechtfertigt. Leider hat keiner der Beobachter den Kohlenquerschnitt angegeben, so dass ich deren Resultate mit den meinigen diesbezüglich nicht vergleichen kann. Frölich[1]) fand als Constante 39, Peukert[2]) 35, V. von Lang[3]) 39,

1) Fröhlich, a. a. O.

2) Peukert, a. a. O.

3) V. von Lang, Wiener Akad. Bd. 91 S. 844 (1885); Wied. Ann. Bd. 26 S. 145 (1886); Elektrotechn. Zeitschr. Bd. 7 S. 134 (1886); Centralblatt f. Elektrotechn. Bd. 7 S. 299, 316, 443 (1885); und Bd. 8 S. 173 (1886).

Digitized by Google

Edlund[1]) 41,9; daraus berechnet der letztere den Mittelwerth 38,66 Volt.

Dividirt man die in der ersten Tabelle enthaltenen Spannungsdifferenzen durch die nebenstehenden Stromstärken, so erhält man den scheinbaren Widerstand des elektrischen Lichtbogens. Jetzt will ich aber, statt die berechneten Zahlenwerthe anzugeben, die gezeichneten Curven (Fig. 2) mittheilen, die ebenfalls zeigen, dass sie sich mit zunehmender Stromstärke gegen die Abscissenaxe neigen, was seinen Grund hat in der wachsenden Leitungsfähigkeit sowohl der Kohle, als auch der Luft mit der Temperatur.

Nach diesen Ergebnissen zeichnete ich auch die von Peukert gefundenen Beobachtungsresultate auf, dabei zeigte sich, dass die drei ersten Curven der Abhängigkeit der Spannungsdifferenz von der Bogenlänge bei constanter Stromstärke sich mit zunehmender Stromstärke gegen die Abscissenaxe drehen, während die zwei letzten Curven diese Drehung nicht befolgen. Dieses Verhalten kann einmal daher rühren, dass Peukert's Lichtbogen nur über die kurze Zeit einer Ablesung existirte, somit kein stationärer Zustand vorhanden war, sodann, was sich hauptsächlich auf die beiden letzten Curven bezieht, von den grossen Lichtbogenlängen, die eine Grösse von 20^{mm} erreichten. Wenn ich einen derartigen Lichtbogen herstellte, so erhielt ich eine $5-10^{cm}$ hohe Flamme, die seitlich an den Kohlen aufstieg und sich um dieselben bewegte. Die Wirkung einer solchen Flamme zeigte sich bei mir durch Entzündung eines in 15^{cm} Entfernung aufgestellten Schirmes aus Pappe. Dass grosse Lichtbogenlängen sich nicht mehr zu Messungen eignen, glaube ich ferner auch aus Frölich's Angaben schliessen zu dürfen; denn er ging nur einmal bis zu 16^{mm} Bogenlänge, dagegen blieb er in 38 von 47 Fällen unter 10^{mm}, obgleich er Strom in genügendem Maasse gehabt hätte.

Die von Peukert aufgestellten Curven des scheinbaren Widerstandes des elektrischen Lichtbogens stimmen mit den meinigen nicht ganz überein, einmal weil er nach seiner Methode der Bestimmung der Lichtbogenlängen etwas andere Spannungsdifferenzen erhalten muss, sodann weil ich nicht weiss, wie dick die Kohlen waren, und in welcher Art die Spannungsdifferenz an den Kohlen gemessen wurde, ob mit oder ohne Berücksichtigung des Kohlenwiderstandes. —

Obwohl Edlund glaubt, dass durch die Untersuchung von V. von Lang[2]) unzweideutig nachgewiesen ist, dass die Constante a eine

1) Edlund, Wied. Ann. Bd. 26 S. 518 (1885), Pogg. Ann. Bd. 131 S. 586, (1867); Bd. 133 S. 353 und Bd. 134 S. 250 und 337 (1868); Bd. 139 S. 354 (1870).

2) V. von Lang, a. a. O.


Digitized by Google

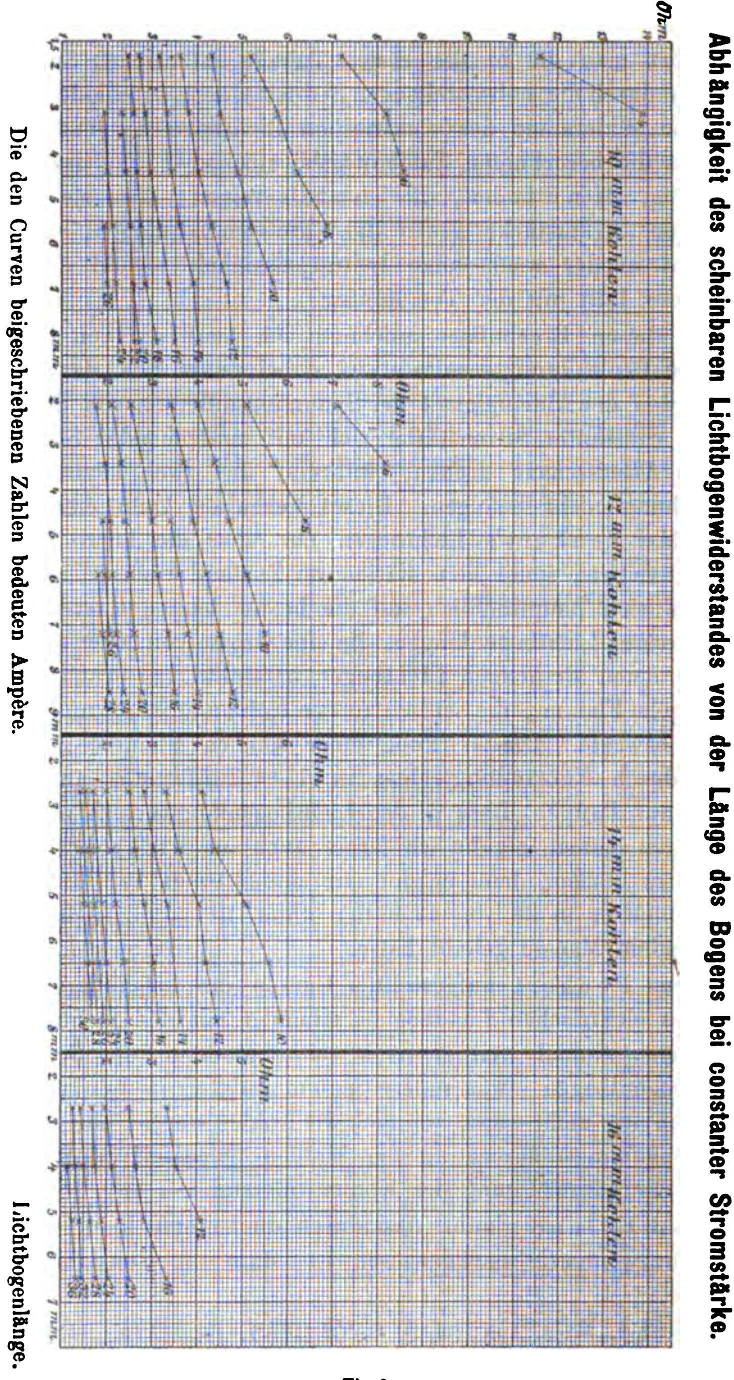

Abhängigkeit des scheinbaren Lichtbogenwiderstandes von der Länge des Bogens bei constanter Stromstärke.
Ohm
10 mm Kohlen
12 mm Kohlen
14 mm Kohlen
16 mm Kohlen
Die den Curven beigeschriebenen Zahlen bedeuten Ampère.
Lichtbogenlänge.

Fig. 2.

elektromotorische Gegenkraft sei, so scheint sie mir doch nicht denselben Charakter zu haben, wie z. B. die Polarisation bei Flüssigkeiten; denn nicht nur macht sich bei dem Lichtbogen ein anfängliches Sinken der Spannungsdifferenz mit wachsender Stromstärke geltend, sondern es nimmt auch die Constante a mit zunehmendem Kohlenquerschnitt ab. Weitere Vermuthungen über diese Constante a anzustellen, halte ich für unthunlich, zumal deren schon viel zu viel angegeben sind; hier können nur neue Untersuchungen dieses Räthsel allmählich lösen.

Die im Vorliegenden gewonnenen Resultate sind, kurz zusammengefasst, folgende:

1. Bei constanter Lichtbogenlänge sinkt die Spannungsdifferenz bei Stromzunahme anfangs stark, erreicht ein Minimum und steigt dann wieder langsam.

2. Dieses Minimum der Spannungsdifferenz verschiebt sich mit wachsender Lichtbogenlänge im Sinne der Stromzunahme.

3. In der von Frölich aufgestellten Beziehung zwischen Spannungsdifferenz und Lichtbogenlänge ($D = a + b \cdot L$) ist bis jetzt nicht erwiesen, ob die Constante a von der Stromstärke abhängt, während eine solche, allerdings sehr gering, bei der Constanten b vorhanden zu sein scheint.

4. Die Constante a, genannt die elektromotorische Gegenkraft des Lichtbogens, nimmt mit wachsendem Kohlendurchmesser ab.

5. Die Constante a kann keine elektromotorische Gegenkraft im Sinne derjenigen bei Flüssigkeiten sein.

Digitized by Google

Die Unabhängigkeit der Stärke der Absorptionskraft von der Temperatur und daraus abgeleitete Folgerungen für die chemische Affinität.

Von

W. Müller-Erzbach.

Die bekannte Thatsache, dass feste Körper bei erhöhter Temperatur einen geringeren Procentsatz an Gas absorbiren, kann auf eine Veränderung der beiden einwirkenden Stoffe zurückgeführt werden, oder sie beruht wie die von der Temperatur abhängige magnetische Anziehung auf einem abweichenden Verhalten eines derselben. Im letzteren Fall liegt es nahe, sie in einer grösseren Energie der Gasmoleküle zu suchen und bei näherer Erwägung gewinnt diese Auffassung die grössere Wahrscheinlichkeit für sich. Wie die Wärmeentwicklung durch den chemischen Process von der Temperatur unabhänig bleibt, sobald die Wärmecapacität sich nicht ändert, ebensowenig sollte man erwarten, dass die Intensität der Adhäsionskraft an sich von der Temperatur beeinflusst wird, da die specifische Wärme eines absorbirten Gases oder Dampfes nach der Verdichtung als wenig veränderlich angesehen werden darf. Da die Anziehung, z. B. zwischen Thonerde und Wasserdampf, sich bis auf das 15000fache eines Moleküldurchmessers erstreckt, so wird das einzelne Wassermolekül nicht bloss durch ein einzelnes Thonerdemolekül, sondern durch eine ganze in der Nähe befindliche Gruppe derselben angezogen. Deshalb erfolgt auch keine Trennung durch grössere Molecularbewegung der Thonerde, wie es ja bei einer chemischen Verbindung möglich ist, sondern die Anziehung hört erst dann auf wirksam zu sein, wenn entferntere Wassermoleküle durch die Ausdehnung der Schichten oder durch die Schwingungsweite ihrer molecularen Bewegung aus der Wirkungssphäre der Thonerde herausgerissen werden. Eine unmittelbar aufliegende Wasserschicht würde demnach selbst bei den höchsten Temperaturen zurückbleiben, wenn nicht die Moleküle des Wassers an sich durch eine solche Temperatur eine Zerlegung erfahren.

Digitized by Google

Nach dieser Ansicht müsste die Stärke der Anziehungskraft für die gleiche Entfernung stets dieselbe sein, während die Menge des absorbirten Stoffes mit zunehmender Wärme abnehmen würde. Die letztere Folgerung entspricht den bekannten Beobachtungen, und ich habe versucht, die erstere an der Absorption des Wasserdampfes durch Thonerde zu prüfen.

Nimmt man nach meiner im 28. Bande von Wiedemann's Annalen[1]) dargelegten Auffassung die Potentialdifferenz des absorbirten und des unverbundenen Wassers von derselben Temperatur als Maassstab für die Stärke der Adhäsion an, so hat man in der Abkühlung, welche zu einer gleich starken Verminderung der Dampfspannung erforderlich ist, das calorische Aequivalent für die mechanische Anziehung. Ob man dabei die letztere als potentielle Energie oder als Umwandlung der einen Form von kinetischer Energie in eine andere ansieht, bleibt völlig gleichgiltig. Ich habe nun in der früher von mir angegebenen Weise nach der Verdampfungsgeschwindigkeit für denselben Procentsatz an Wasser und für dasselbe Thonerdepräparat die relative Dampfspannung bei gewöhnlicher und bei höherer Temperatur gemessen, so dass ich dann mit Hilfe der bekannten Tabellen die Zahl der Temperaturgrade finden konnte, um welche man reines Wasser von der Beobachtungstemperatur abkühlen müsste, wenn es dieselbe Spannung wie das absorbirte Wasser annehmen soll. Die so aus den Temperaturdifferenzen abgeleiteten Calorien geben hinreichend genau den Grad der Anziehung an, welche die Thonerde bei höherer und bei gewöhnlicher Temperatur auf eine Wasserschicht von gleicher Entfernung ausübt, weil die specifische Wärme und ebenso die Abstände der Wasserschichten innerhalb der vorkommenden Temperaturgrenzen von 12° und 59° ohne grösseren Fehler als constant angesehen werden können. Die Calorien sind nach der specifischen Wärme des Eises 0,502 berechnet, weil das absorbirte Wasser in der weit überwiegenden Menge als fest anzusehen ist. Auf diese Weise sind die Resultate der Beobachtungen in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt, in welcher die mittleren Temperaturen stets aus der Menge des aus der Vergleichungsröhre verdampften Wassers bestimmt sind.

(Tabelle siehe S. 540.)

Die Unterschiede der der Adhäsion äquivalenten Calorien für gewöhnliche und für höhere Temperaturen sind demnach bald positiv bald negativ und zugleich sind die absoluten Werthe derselben im

1) In der Abhandlung „Das Gesetz der Abnahme der Absorptionskraft bei zunehmender Entfernung".



Vergleiche zu den Abweichungen in den Dampfspannungen gleichartiger Versuche so gering, dass man nach dem Ergebnisse der Vergleichung die Stärke der Absorptionskraft als von der Temperatur unabhängig ansehen muss.

Mittlerer Procentgehalt an absorb. Wasser	Mittlere Temperatur	Relative Dampfspannung	Adhäs.-kraft nach Wärmeeinheiten	Mittlere Temperatur	Relative Dampfspannung	Adhäs.-Kraft	Unterschied der Wärmeeinheiten
14,3	16,9°	0,457	5,8	59,1°	0,577	5,65	+ 0,15
10,0	17,6	0,28	9,4	41,3	0,34	9,55	— 0,15
8,2	15,9	0,13	14,1	48,5	0,20	15,9	— 1,8
7,7	14,4	0,07	17,85	43,6	0,105	18,8	— 0,95
6,8	12,2	0,031	22,25	46,7	0,06	22,9	— 0,65

Auf höhere Temperaturen als 59° habe ich die Versuche nicht ausgedehnt, weil bei einer stärkeren Dampfspannung des neben dem absorbirten vorhandenen unverbundenen Wassers die Absorption der Dämpfe durch die Schwefelsäure nicht schnell genug erfolgt und deshalb relative Dampfspannung wie mittlere Versuchstemperatur nicht genau genug bestimmt werden können.

In den festen wasserhaltigen Salzen wie in den wässrigen Salzlösungen ist zwar das Wasser durch chemische Affinität gebunden, aber auch die Absorption ist bekanntlich von der chemischen Beschaffenheit der reagirenden Stoffe wesentlich abhängig und so erschien es mir von Interesse, die Anziehung des Wassers in seinen Verbindungen nach der vorher bezeichneten Weise zu messen und zu untersuchen, ob diese Anziehung sich von der Temperatur abhängig erweist oder nicht. Meine früheren Bestimmungen der relativen Dampfspannung während der Dissociation der Salze sprachen zwar schon für die Unveränderlichkeit der Affinität, aber sie lagen innerhalb so enger Temperaturgrenzen, dass sie eine entscheidende Beantwortung der aufgeworfenen Frage nicht zuliessen. Zur Entscheidung waren jedoch neue Versuche nicht erforderlich, da dazu eine vollkommene ausreichende Zahl älterer Beobachtungen vorlag. Ich habe unter denselben diejenigen von G. Wiedemann[1]) über die Dampfspannung wasserhaltiger Salze und die von A. Wüllner[2]) über die Dampfspannung wässriger Salzlösungen benutzt. Für die Versuche von Wiedemann

1) Pogg. Jubelband S. 474 (1874).

2) Pogg. Ann. Bd. 103 S. 529.

Digitized by Google

braucht man nur wie oben diejenige Temperatur zu ermitteln, welche in dem unverbundenen Wasser dieselbe Spannung hervorruft wie sie das gebundene Wasser zeigt, um dann in dem Abstande von der Versuchstemperatur und nach der specifischen Wärme 0,502 die Zahl der Calorien zu finden, welche der auf die Gewichtseinheit des verdunstenden Wassers ausgeübten Anziehung gleichwerthig ist.

Art des Salzes	Temperatur	Dampfspannung	Wärmeeinheiten nach der Verminderung der Spannung
$ZnSO_4 + 7H_2O$	30°	20,3mm	3,8mm
	40	44,2 – 43,6	2 — 2,15
	50	73,1	2,2
	60	116,6	2,6
	70	170,8	3,5
	85,5	376,4	2
	88	427	1,7
$MgSO_4 + 7H_2O$	24,3°	17,8mm	1,95mm
	35	35,6	1,4
	40	47,2	1,4
	50	75,7	1,9
	60	122,5	2,0
	70,4	190,3	2,4
	80	276	3
$NiSO_4 + 7H_2O$	25°	19,3mm	1,6mm
	35	36,4 — 38.4	1,2 — 0,75
	45	63,7	1,1
	55	105,6	1,1
	65	163,8 — 165,9	1,45 — 1,3
	83	342,5	1,9
$CoSO_4 + 7H_2O$	22,1°	15,9mm	1,8mm
	35	34,6	1,7
	45	62,3 — 65	1 — 1,35
	55	106	1
	65	168,2	1,1
	75	252,6	1,6
	85	377,4	1,75
	90	447,9	2,1
$FeSO_4 + 7H_2O$	20°	10,9mm	3,7mm
	50	74,8	2,0
	60	131,3	1,35
	75	263,9	1,05
	85	397,7	1,1
	93,5	548,9	1,2

Digitized by Google

Die Dampfspannungen sind zwar infolge der Anwendung der barometrischen Messungsmethode durchschnittlich etwas grösser als ich einige derselben nach der Verdampfungsgeschwindigkeit bestimmt habe, aber wegen der gleichartigen Abweichung stand zu erwarten, dass sie etwa vorkommende grössere Zunahmen oder Abnahmen in der chemischen Anziehung erkennen lassen müssten. Der Betrag der äquivalenten Wärmeeinheiten schwankt nun um gewisse Mittelwerthe ganz regellos und daher kann man nach diesen Versuchen mit der grössten Bestimmtheit behaupten, dass die Anziehung des gebundenen Wassers von der Temperatur unabhängig ist.

Für Flüssigkeiten lässt sich die Dampfspannung nach der barometrischen Methode mit grösserer Genauigkeit bestimmen, aber dafür ist die Anwendung des Kraftmaasses der Calorien durch die Veränderlichkeit in der specifischen Wärme erschwert. Ist aber die Wärmecapacität einer Lösung z. B. geringer als die des in der Lösung vorhandenen Wassers, so muss bei jeder Temperaturerhöhung die Vergrösserung der Dampfspannung gegen diejenige des unverbundenen Wassers zurückbleiben und ein ähnlicher Einfluss wird sich überall da geltend machen, wo die Wärmecapacität der Lösung von der mittleren Capacität der Componenten abweicht. Man hat demnach allgemein den störenden Einfluss der Wärmecapacität vorauszusetzen und es fragt sich nur, wie weit man neben demselben bei gleichartiger Abweichung eine Regelmässigkeit in der Zahl der wegen des flüssigen Aggrepatzustandes natürlich nach der specifischen Wärme 1 berechneten Calorien finden kann.

Art des gelösten Salzes	Temp.	Verminderung der Dampfspannung		Der Spannungsabnahme äquivalente Wärmeeinheiten	
Chlornatrium	19,9°	1,47 mm für 10% Salz		1,4 cal. für 10%	
	29,9	2,05 do.		1,2 do.	
	30,8	2,88 do.	5,27 für 20%	1,6 do.	3,0 für 20%
	68,6	12,84 do.	27,49 do.	1,3 do.	3,0 do.
	91,2	32,37 do.	66,70 do.	1,5 do.	3,1 do.
	100,7	49,31 do.	94,99 do.	1,8 do.	3,6 do.
Natriumsulfat	26,3°	0,70 mm für 10%	0,60 für 20%	0,47 cal. für 10%	1,07 für 20%
	58,4	3,06 do.	6,23 do.	0,47 do.	0,96 do.
	95,8	15,23 do.	28,90 do.	0,64 do.	1,22 do.
	100,2	18,37 do.	36,55 do.	0,68 do.	1,35 do.

Digitized by Google

Art des gelösten Salzes	Temp.	Verminderung der Dampfspannung		Der Spannuugsabnahme äquivalente Wärmeeinheiten	
Kaliumsulfat	28,0°	0,59^{mm} für 5%	1,28 für 10%	0,35 cal. für 5%	0,75 für 10%
	39,3	1,20 do.	2,20 do.	0,42 do.	0,76 do.
	49,5	1,88 do.	3,96 do.	0,42 do.	0,88 do.
	60,3	2,37 do.	4,94 do.	0,34 do.	0,71 do.
	69,3	3,55 do.	7,00 do.	0,36 do.	0,70 do.
	80,4	5,41 do.	11,10 do.	0,37 do.	0,76 do.
	90,9	7,39 do.	14,96 do.	0,36 do.	0,75 do.
	100,9	9,50 do.	18,10 do.	0,35 do.	0,67 do.
Chlorkalium	23,1°	0,70^{mm} für 10%	1,39 für 20%	0,6 cal. für 10%	1,07 für 20%
	31,5	1,19 do.	2,58 do.	0,6 do.	1,30 do.
	41,5	2,28 do.	4,66 do.	0,7 do.	1,50 do.
	51,7	4,46 do.	9,11 do.	0,9 do.	1,90 do.
	62,5	7,31 do.	14,43 do.	0,9 do.	1,90 do.
	92,6	23,46 do.	48,19 do.	1,1 do.	2,20 do.
	100,3	30,78 do.	61,90 do.	1,1 do.	2,20 do.
Kalisalpeter	38,4°	0,99^{mm} für 10%	1,88 für 20%	0,37 cal. für 10%	0,70 für 20%
	61,7	3,56 do.	7,36 do.	0,48 do.	1,00 do.
	75,9	6,21 do.	12,97 do.	0,50 do.	1,00 do.
	100,6	21,21 do.	40,46 do.	0,80 do.	1,50 do.
Rohrzucker	29,2°	1,49^{mm} für 50%	2,68 für 100%	0,84 cal. für 50%	1,50 für 100%
	51,6	3,86 do.	7,23 do.	0,80 do.	1,50 do.
	90,9	16,43 do.	34,14 do.	0,81 do.	1,70 do.
	100,9	23,76 do.	49,79 do.	0,88 do.	1,78 do.
Kalium-hydroxyd	11,7°	0,50^{mm} für 10%	2,29 für 30%	0,8 cal. für 10%	3,7 für 30%
	55,4	6,34 do.	22,43 do.	1,1 do.	3,9 do.
	72,1	12,15 do.	44,50 do.	1,1 do.	4,0 do.
	99,2	35,59 do.	127,04 do.	1,3 do.	4,7 do.
Natrium-hydroxyd	14,5°	1,25^{mm} für 10%	2,64 für 20%	1,6 cal. für 10%	3,3 für 20%
	45,7	5,30 do.	12,04 do.	1,4 do.	3,2 do.
	56,1	8,85 do.	19,60 do.	1,5 do.	3,2 do.
	69,4	16,55 do.	35,61 do.	1,7 do.	3,6 do.
	99,5	54,15 do.	114,30 do.	2,0 do.	4,2 do.
Nickelsulfat	48,7°	1,73^{mm} für 10%	3,12 für 20%	0,40 cal. für 10%	0,73 für 20%
	86,5	8,65 do.	16,01 do.	0,48 do.	0,89 do.
	99,3	13,20 do.	25,90 do.	0,49 do.	0,96 do.

Die übrigen Lösungen ergeben ähnliche Resultate und deshalb sind weitere Beispiele nicht hinzugefügt. In den meisten Fällen ergibt sich mit steigender Temperatur und besonders nahe unter 100° eine Zunahme in der Zahl der Wärmeeinheiten, die jedenfalls in der oben angedeuteten Weise mit der specifischen Wärme im Zusammenhang

Digitized by Google

steht. Schon Person[1]) hatte nachgewiesen und Berthelot hat es bestätigt, dass in der Regel die Auflösung eines Salzes in derselben Wassermenge bei höherer Temperatur eine geringere Menge Wärme bindet als bei niedrigerer Temperatur. Person erklärt es damit, dass die Wärmecapacität der getrennten Bestandtheile einer Lösung gewöhnlich grösser ist als diejenige der Lösung selbst und dass deshalb durch die Vereinigung bei höherer Temperatur eine der Erhöhung entsprechende Wärmemenge frei wird. In demselben Maasse aber wie diese Wärmemenge wächst wegen der Verminderung der zurückgehaltenen Wärme, ebenso muss die Dampfspannung der Lösung wegen der geringeren Menge der aufgenommenen Wärme und geringeren Energie im Vergleiche zum freien Wasser fortwährend abnehmen. Dagegen zeigen die einzelnen Werthe der der Affinität entsprechenden Wärmeeinheiten innerhalb engerer Temperaturgrenzen von 10° bis 20°, in welchem die specifische Wärme selbst bei den Flüssigkeiten wenig veränderlich ist, allgemein eine ganz ausreichende Uebereinstimmung, obgleich die Verminderung der Dampfspannung in denselben Grenzen bis auf das Dreifache ansteigen kann. Die umfassenden Messungen der Dampfspannung von Salzlösungen, welche G. Tammann[2]) unlängst mitgetheilt hat, führen im ganzen zu einem mit dem angegebenen gleichen Resultate, beim schwefelsauren Kali sind die Abweichungen grösser, beim Kalisalpeter und Kochsalz geringer, doch wächst die Zahl der Calorien mit zunehmender Temperatur durchschnittlich regelmässiger als nach den vorstehend angeführten Werthen.

Wüllner hat bei den von ihm untersuchten Lösungen drei Gruppen unterschieden, bei der ersten — Chlornatrium, Glaubersalz und Natriumhydroxyd — bildet die Verminderung der Dampfspannung nach seiner Ansicht einen constanten Bruchtheil der Spannung des freien Wassers, bei dem schwefelsauren Kali nimmt die Verminderung mit steigender Temperatur ab und bei den übrigen nimmt sie zu. Für die erste Gruppe müsste unter der Voraussetzung proportionaler Verminderung die Zahl der Wärmeeinheiten wachsen, z. B. bei der 20procentigen Kochsalzlösung zwischen 30,8° und 100,7°, der Spannungsverminderung von $5{,}3^{mm}$ und der berechneten von 125^{mm} entsprechend, von 3,0 bis 4,8, während sie thatsächlich bei 100,7 nur den Werth 3,6 erreicht. Da sich nun in der vorher erklärten Weise der geringere Unterschied von 3,0 und 3,6 vermuthlich auf eine Veränderung in der specifischen Wärme zurückführen lässt, so glaube ich für die Anziehung des Wassers zum Salze einen zutreffenderen Aus-

1) Ann. chem. phys. (3) vol. 33 p. 437.
2) Wied. Ann. Bd. 24 S. 523.

Digitized by Google

druck gefunden zu haben. Zur Entscheidung müssten freilich die Veränderungen der Wärmecapacitäten bekannt sein, aber da an sich die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung nach der neuen Auffassung für die erste Gruppe der Lösungen sogar noch etwas grösser ist, so ist in diesem Falle das Messen nach Wärmeeinheiten mindestens als gleich zulässig anzusehen. Für die zweite Gruppe, das schwefelsaure Kali, trifft meine Berechnung mit der Beobachtung sehr genau zusammen, nach den Angaben von Tammann findet jedoch die gewöhnliche Steigerung statt. Für die 50procentige Zuckerlösung stimmt wieder meine Berechnung mit der Beobachtung überein, aber die concentrirteren Zuckerlösungen wie die übrigen der dritten Gruppe würden auch bei meinem Maassstabe wie nach Wüllner eine zunehmende Wasseranziehung ergeben, wenn man eben nicht eine veränderte Wärmecapacität annehmen dürfte.

Obgleich demnach die Dampfspannungen der wasserhaltigen Salze und der Salzlösungen nicht die Sicherheit des Schlusses zulassen wie die Absorptionserscheinungen, so kann man doch mit Rücksicht darauf, dass die Dissociationsspannungen der Salze nach beiden Seiten ungefähr gleich abweichen und dass die Salzlösungen in engeren Temperaturgrenzen übereinstimmende Resultate ergeben, mit ziemlich grosser Wahrscheinlichkeit behaupten, dass auch die Anziehung des chemisch gebundenen Wassers von der Temperatur unabhängig ist. Da man aber andrerseits diese Folgerung für die chemische Anziehung wie für die Adhäsion schon a priori und besonders wegen der Constanz der Verbindungswärmen als richtig annehmen kann, so erhält man in der Uebereinstimmung des abgeleiteten Resultates eine Bestätigung für die Richtigkeit des gewählten Kraftmaasses. Die nach demselben für die Affinität des Wassers gefundenen Werthe sind von den bei der Auflösung der Salze bestimmten Bildungswärmen wesentlich verschieden, weil sie ausschliesslich die Grösse der einseitigen Veränderung des gebundenen Wassers ausdrücken, während jene die Abnahme in der Gesammtenergie aller Componenten darstellen. Da in der letzteren jedoch die Abnahme der potentiellen Energie des Wassers mit enthalten ist, so muss sie mit der ersteren ab- und zunehmen, wie es bei den bisher darauf geprüften Verbindungen von Schwefelsäure und von verschiedenen Salzen mit Wasser auch wirklich der Fall war. Zur Beurtheilung der Stärke der chemischen Anziehung innerhalb einer Verbindung ist die Kenntnis der Veränderung des einen der Bestandtheile jedenfalls hinreichend, sie gewährt aber ausserdem einen zuverlässigeren Anhalt als die Berücksichtigung aller Aenderungen, weil durch die letztere die Vertheilung der Anziehung wie der Zustandsänderungen auf die ein-

Digitized by Google

zelnen Componenten als eine erschwerende und fast unlöslich erscheinende Aufgabe hinzukommt.

Das Princip der relativen Dampfspannung lässt sich in der Form wie für die Wasserverbindungen nur auf eine kleine Zahl anderer Verbindungen anwenden, weil die durch Dissociation bei gewöhnlicher oder höherer Temperatur abgeschiedenen Bestandtheile meist nicht für sich im unverbundenen Zustande verdampft werden können. Vergleicht man jedoch statt dessen die Dampfspannung einer der loseren Verbindungen mit allen übrigen, so kann man dadurch ebenfalls einen festen Maassstab gewinnen. Der Gewichtsverlust von Chlorcalcium-Ammoniak würde z. B. in Verbindung mit dem Gewichtsverluste von Chlorsilberammoniak oder Chlorzinkammoniak die relative Spannung des Ammoniaks in allen drei Fällen ergeben und es lassen sich ebenso die zerlegbaren Verbindungen von Chlor, Brom, Jod, Schwefel, Sauerstoff oder der Kohlensäure nach dem Grade ihrer Festigkeit bestimmen, so dass dann die relative Dampfspannung in weiter Ausdehnung gefunden werden kann.

Infolge einer Untersuchung über die Wasserhaut des Glases halten es die Herren E. Warburg und T. Ihmori[1]) für wahrscheinlich, dass der Wasserbeschlag als eine Auflösung von Alkali[2]) an der Oberfläche des Glases aufgefasst werden kann. Die Ausdehnung der Versuche auf pulverförmige Körper ist dabei zwar erst in Aussicht gestellt, aber ich möchte schon jetzt darauf hinweisen, dass meine Versuche über diese Absorption durch pulverförmige Körper[3]), die übrigens einen ähnlichen Gang in der Aufnahme der Dämpfe zeigten wie sie in jener Abhandlung nach der Beobachtung im Vacuum beschrieben sind, dieselbe Menge an absorbirtem Wasser oder Schwefelkohlenstoff ergaben, wenn auch die Pulver wiederholt zwischen den einzelnen Versuchen mit Wasser ausgekocht waren. Für Kobaltoxyd und Thonerde wurde ausserdem noch durch besondere Versuche festgestellt, dass sie durch Uebergiessen mit flüssigem Wasser benetzt und an der Luft getrocknet, den gleichen Procentsatz davon zurückhalten, welchen sie nach dem Erhitzen aus feuchter Luft aufnehmen.

1) Wied. Ann. Bd. 27 S. 481.

2) Nach der an der Wasserhaut beobachteten Dampfspannung müsste man die gebildete Lösung als eine sehr concentrirte ansehen, denn die Verminderung in der Spannkraft des Lösungswassers ist grösser als bei einer 30 proc. Natronlösung.

3) Repert. Bd. 21 S. 407.

Digitized by Google

Ueber den Zusammenhang zwischen dem thermischen und dem mechanischen Ausdehnungscoefficienten von Metalldrähten und Kautschukfäden.

Von

A. Kurz.

§ 1. Im Nachfolgenden ist stets der lineare thermische Coefficient gemeint

$$k = \frac{\Delta l}{l \cdot \Delta t} \tag{1}$$

und der mechanische Längsdehnungscoefficient innerhalb der Elasticitätsgrenze

$$\frac{1}{E} = \frac{\Delta l}{l \cdot \Delta p}, \tag{2}$$

also der reciproke Elasticitätsmodul[1]), wobei Δp die auf die Querschnittseinheit treffende Belastungszunahme ($\Delta P : q$) bedeutet.

§ 2. Dahlander[2]) mass das k zwischen 15 und 100° bei verschiedenen Belastungen an einem Messing- und an einem Neusilberdraht und fand in beiden Fällen ein Wachsthum Δk mit Δp. Bei der Belastung P_2, kann man denken, ist nämlich der Draht ein anderer; er hat also einen anderen Ausdehnungscoefficienten k_2 als bei der Belastung P_1, für welche k_1 gilt; die Gl. 1 gilt also je für eine bestimmte Belastung P oder Spannung p.

Ebenso aber gilt auch die Gl. 2 nur für je eine bestimmte Temperatur t; bei höherer Temperatur ist der Elasticitätsmodul E ein anderer.

---

1) Da E leider häufig auch Elasticitätscoefficient genannt wird, wie man sonst $1:E$ nennen könnte, so wählte ich die oben auch im Titel stehende Benennung.

2) Pogg. Ann. Bd. 145 S. 147 — 152 (1872) „Ueber den Ausdehnungscoefficienten von Metalldrähten bei verschiedener Anspannung" (Auszug aus einer Abhandlung d. Akad. d. Wissensch. zu Stockholm).

Digitized by Google

§ 3. Dahlander fand für einen Messingdraht von $0{,}7^{\mathrm{mm}}$ Dicke zwischen 15 und 100^0

$$k \text{ zunehmend von } 0{,}0000186 \text{ bis } 0{,}0000193, \text{ als}$$
$$P \text{ zunahm von } \tfrac{3}{4} \text{ bis } 6\tfrac{1}{4}{}^{\mathrm{kg}};$$

ich unterlasse die Angabe der zwischen diesen zwei Werthepaaren von ihm angeführten sechs Werthepaare und finde aus ersteren

$$\varDelta k = 0{,}00000070 \text{ entsprechend } \varDelta P = 5{,}5^{\mathrm{kg}}.$$

Nehme ich dagegen das Mittel aus den sieben Paaren der Differenzen von zwei successiven Beobachtungen, so kommt

$$\varDelta k = 0{,}00000009 \text{ entsprechend } \varDelta P = 0{,}8^{\mathrm{kg}}\ (\varDelta p = 2).$$

Die sich hieraus ergebende nahe Proportionalität lässt vermuthen, dass der Draht hierbei nicht viel über seine Elasticitätsgrenze hinaus angestrengt worden sein mag. In höherem Maasse hat Dahlander diese Vorschrift, die er am Schlusse seiner Abhandlung ausdrücklich wiederholt, beim Neusilberdraht übertreten. Für diesen fand ich

$$\varDelta k = 0{,}00000090 \text{ entsprechend } \varDelta P = 6{,}25^{\mathrm{kg}}$$

aus dem Anfangs- und Endpaare, und als Mittel aus den fünf successiven Paaren

$$\varDelta k = 0{,}00000019 \text{ entsprechend } \varDelta P = 1{,}5^{\mathrm{kg}}\ (\varDelta p = 5).$$

Eine nähere Betrachtung aller einzelnen Differenzen lässt dieselben aber noch weniger übereinstimmend erscheinen, als die eben angeführten und diejenigen vom Messingdrahte.

§ 4. Die in § 1 und § 2 hervortretende Analogie zwischen k und $\frac{1}{E}$, sowie zwischen den reciproken Begriffen $\varDelta t$ und $\varDelta p$[3]) führt nun unter einer gewissen, noch näher zu bezeichnenden Annahme zu einer Gleichung zwischen jenen beiden Ausdehnungscoefficienten, nämlich zu

$$\varDelta k \cdot \varDelta t = \varDelta \frac{1}{E} \cdot \varDelta p \tag{3}$$

welche, wenn auch in anderer Form, von Dahlander abgeleitet wird (Gl. 4 daselbst). Wenn man nämlich bei der Temperatur t den Fall der Gl. 2 hervorruft und alsdann den Draht von der Länge $(l + \varDelta l)$ auf die Temperatur t' erwärmt, so nimmt derselbe die Länge an

$$L = (l + \varDelta l)(1 + k' \varDelta t),$$

3) $k \cdot \varDelta t = \frac{1}{E} \cdot \varDelta p = \frac{\varDelta l}{l}$ sind nullter Dimension.

Digitized by Google

wobei k' der mittlere Ausdehnungscoefficient sei im Intervalle

$$\varDelta t = t' - t$$ [4]).

Wenn man aber zuerst den Fall der Gl. 1 hervorgerufen hätte, wobei für die dabei herrschende mindere Belastung der mittlere Ausdehnungscoefficient k gelten soll, so käme zunächst

$$l' = l(1 + k\varDelta t),$$

und bei der hierauf erfolgenden Spannungszunahme

$$\varDelta l' = \frac{1}{E'} \cdot \frac{l'}{\varDelta p}.$$

Nun hält Dahlander die Annahme für „sehr wahrscheinlich, aber keineswegs vollkommen bewiesen", dass die erstere oder (umgekehrte) letztere Reihenfolge der Processe zum selben Resultate führen soll, also

$$L = l' + \varDelta l' = L'.$$

Sagen wir gleich, dass diese Annahme für hinreichend kleine $\varDelta t$ und $\varDelta p$ die einfachste ist und ungefährlich, dass sie aber für grössere solche Differenzen von vornherein willkürlich und auch falsch ist. Mit derselben wird nach der Substitution, Weglassung des Factors l und des Summanden 1

$$(k' - k)\varDelta t + \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{E'}\right)\varDelta p + \left(\frac{k'}{E} - \frac{k}{E'}\right)\varDelta p \varDelta t = 0,$$

und mit Weglassung des letzten dieser drei Glieder und Einführung von $\varDelta k$ und $\varDelta \frac{1}{E}$ folgt die Gl. 3.

Diese letzte Gleichung, welche Dahlander auch am Schlusse seiner Abhandlung, in den „Resultaten" derselben, nochmals wiederholt, lässt derselbe aber zwei Seiten vorher noch nicht als Endgleichung bestehen, sondern leitet daraus, mittels eines schwer begreiflichen lapsus, noch eine weitere Gleichung (Gl. 5 daselbst) ab, welche keinen Sinn hat, welche er aber zu Vergleichen mit Resultaten von Kohlrausch und Loomis [5]) benutzt. Auf diese Gleichung, nicht aber auf die ganze Betrachtung Dahlanders, zielen mit Recht die Worte, welche jüngst Grätz [6]) darüber ausgesprochen hat.

---

4) Dahlander schreibt da statt $1 + k'(t' - t)$ den Quotienten $\frac{1 + k't'}{1 + k't}$, was zwar bei der schliesslichen Rechnung nichts schadet.

5) Pogg. Ann. Bd. 141 S. 481—503 (1870): „Ueber die Elasticität des Eisens, Kupfers und Messings, insbesondere ihre Abhängigkeit von der Temperatur".

6) Wied. Ann. Bd. 28 S. 354—364 (1886): „Ueber die Abhängigkeit der Elasticität des Kautschuks von der Temperatur und ihre Beziehung zum thermischen

Digitized by Google

§ 5. Ich benutzte noch, der Uebersicht wegen, die im § 2 und 3 erwähnten Messungen **Dahlanders** gemäss der Gl. 3, und finde mit dem zweiten Werthepaar Δk, Δp, das ich in § 3 für **Messing** angegeben habe

$$\Delta \frac{1}{E} = 0{,}000004 \qquad (\Delta t \text{ dort } 85^0);$$

nimmt man $E = 9000 \frac{\text{Kilogramm}}{\text{Quadratmillimeter}}$, so ist $\frac{1}{E} = 0{,}000110.$

Für den Neusilberdraht ist analog

$$\Delta \frac{1}{E} = 0{,}0000035, \text{ und mit}$$

$$E = 13000 \text{ (etwa) } \frac{1}{E} = 0{,}0000770.$$

Nimmt $\frac{1}{E}$ mit der Temperatur zu, so nimmt E mit derselben ab. Also rührt die Zunahme Δk mit der Temperatur von dieser gleichzeitigen Verminderung des Elasticitätsmoduls her und P. d. **Saint-Robert** kann immerhin noch im Rechte sein, wenn er theoretisch eine Minderung von k mit der Steigerung von p voraussetzte, obwohl **Dahlanders** Versuche das Gegentheil zu besagen scheinen.

§ 6. Ueber diese Verminderung des Moduls in Eisen-, Kupfer- und Messingdrähten mit der Zunahme der Temperatur handelt die in Anmerkung 5 citirte Mittheilung. Hier wird der Torsionselasticitätsmodul oder kürzer Torsionsmodul mit E bezeichnet und aus Torsionsschwingungen errechnet (S. 490 a. a. O.). Es müsste aber daselbst heissen

$$E = \frac{\pi^2 K l}{g \cdot \frac{1}{2} \pi r^4 \cdot T^2}, \tag{4}$$

wo K das Trägheitsmoment des schwingenden Gewichtes, l und r die Länge und den Radius des Drahtes, T die einfache Schwingungszeit bedeuten[7]).

Bei Erhöhung der Temperatur t um Δt wird

$$E + \Delta E = \frac{\pi^2 K}{\frac{1}{2} g \pi} \cdot \frac{l + \Delta l}{(r + \Delta r)^4} \cdot \frac{1}{(T + \Delta T)^2}$$

Ausdehnungscoefficienten". In dieser Abhandlung wird (S. 356) die Gleichung 3 für „falsch" erklärt, „weil Glieder gleicher Ordnung weggelassen wurden". Das ist aber offenbar nicht der Fall. Zum Ueberflusse mag dies noch im § 9 oben nachgesehen werden.

7) Sieh meine Mittheilungen in diesem Repertorium S. 46 (1883) und S. 89 (1884).

Digitized by Google

und durch Division beider Gleichungen, sowie nach leichter Reduction und Annäherung

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta l}{l} - \frac{4\Delta r}{r} - \frac{2\Delta T}{T};$$

mit Annahme gleicher thermischer Ausdehnung in der Länge und Quere wird daraus

$$\frac{\Delta E}{E} = -3\frac{\Delta r}{r} - 2\frac{\Delta T}{T},$$

oder mit Einführung des linearen Coefficienten k (§ 1 oben)

$$\frac{\Delta E}{E} = -3k\Delta t - 2\frac{\Delta T}{T} \tag{5 [8]}$$

§ 7. Wiederum, um eine Uebersicht zu erhalten (vergl. § 5), benutzte ich die S. 486 a. a. O. angegebene Tabelle der Schwingungszeiten T und Temperaturen t, um mir die Differenzen Δt und ΔT zu berechnen:

$\Delta t =$	4,09	3,18	5,18	7,27	5,86	5,74	5,18	4,70	4,79
$\Delta T =$	0,0303	245	422	441	311	399	235	262	287

$\Delta t =$	4,05	1,72	von 76° auf 24 fallend
$\Delta T =$	204	094	von 21 auf 20$\frac{3}{8}$ Sec. fallend.

Daraus ist für's Erste die Abnahme ΔE bei der Zunahme Δt ausser Zweifel gesetzt, indem Δt und ΔT von gleichem Vorzeichen sind (s. Gl. 5). Ferner berechnete ich statt der 2. und 3. Tabelle S. 493 und 495 a. a. O. für

	$\frac{\Delta t}{t}$	$\frac{\Delta T}{T}$
den Anfang meiner Reihe:	= 0,055	= 0,0015,
die Mitte „ „	120	20,
das Ende „ „	72	5,

woraus

$$\frac{\Delta T}{T} = 0{,}03\frac{\Delta t}{t} \text{ im Anfange}, = 0{,}02\frac{\Delta t}{t} \text{ in der Mitte}, = 0{,}01\cdot\frac{\Delta t}{t}$$

am Ende folgt für

$t = 75°$ 50° 25° ungefähr,

8) S. 491 a. a. O. und S. 362 der in Anm. 6 citirten Abhandlung fehlt beim „cubischen Coefficienten“ $3k$ der Factor Δt, der auch von der Gleicheit der Dimensionen gefordert wird; vergl. Anm 3.

Digitized by Google

also $\frac{\Delta T}{T} = 0{,}0004\,\Delta t$ in diesen 3 Fällen, welche hiermit nur zeigen würden, dass das Glied $-3k\Delta t$ in Gl. 5 oder etwa $-0{,}00006\,\Delta t$, bezw. $-0{,}00003\,\Delta t$ für Messing und Eisen, hinter dem Gliede $-2\frac{\Delta T}{T}$ oder $-0{,}0008\,\Delta t$, in diesem Falle wenigstens, zurückstehen würde und vielleicht angesichts der übrigen Störungen in Wegfall kommen müsste.

§ 8. Weiteres hierüber weglassend, muss ich nur noch wiederholen, dass in § 6 das E die Torsionsmoduli bezeichnet, welche auf S. 501 angegeben werden

als gleich	3470	1950	1600 $\frac{\text{Kilogramm}}{\text{Quadratmillimeter}}$
beim	Eisen	Kupfer	Messing.

Bei der Verification dieser Zahlen mittels der S. 500 a. a. O. angegebenen Maasse fand ich nach der richtigen Formel 4 mit der Abkürzung $\pi^2 = 10$ und $g = 10000^{mm}$ (durch Secunde Quadrat) als Torsionsmoduli für

Eisen	Kupfer	Messing
6810	3900	3220,

das ist gerade das Doppelte der vorhin angegebenen Werthe [9]).

Alsdann werden a. a. O. aus der Schallgeschwindigkeit die gewöhnlichen Moduli 20000, 12000, 9800 abgeleitet, welche also nur das 3fache der vorigen Zahlen sind. Also $3 = 2\,(1 + \mu)$, wo μ das bekannte Verhältnis der Quercontraction zur Längsdilatation (a. a. O. steht $6 = 4\,[1 + \mu]$), für welches allerdings hiermit der Grenzwerth $\mu = \frac{1}{2}$ sich ergäbe. Vergl. dagegen die Abhandlungen von Götz und Kurz in diesem Bande des Repertoriums.

§ 9. Kehren wir nunmehr wieder zu § 4 zurück und lassen die dortige „Annahme“ fallen, so erhalten wir statt der Gl. 7 daselbst eine, diese letztere als speciellen Fall in sich schliessende, Gl. 6, die jetzt abgeleitet werden soll: Statt $L - L' = 0$ ist nämlich (mit den Bezeichnungen von § 4)

---

9) Also kann a. a. O. auch nicht mit der S. 490 und S. 501 nochmals angegebenen Formel gerechnet worden sein, deren Nenner $g \cdot m r^2 \cdot T^2$ lautet, wo m die Masse der Längeneinheit des Drahtes bedeuten sollte, sondern mit dem Nenner $g \cdot \pi r^4 \cdot T^2$.

Digitized by Google

$$L - L' = l\left[\left(1 + \frac{1}{E}\varDelta p\right)(1 + k'\varDelta t) - \left(1 + \frac{1}{E'}\varDelta p\right)(1 + k\cdot\varDelta t)\right]$$

$$= l\left[(k' - k)\varDelta t - \left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E}\right)\varDelta p + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{E}\cdot k' - \frac{1}{E'}k\right)\varDelta p \varDelta t\right],$$

wobei das letzte der drei Glieder rechts nur im Hinblick auf Anm. 6 noch eine kurze Weile lang mitgeführt wird. Mit Taylors Reihe wird daraus:

$$L - L' = l\left[\frac{\partial k}{\partial p} - \frac{\partial(1:E)}{\partial t} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{E}\,\frac{\partial k}{\partial p}\,dp - k\frac{\partial(1:E)}{\partial t}\,dt\right)\right] dp\,dt.$$

Schreiben wir nun, um mit der in Anm. 6 genannten Abhandlung möglichst in Einklang zu kommen, $p = P : q$, und lassen das Glied dritter Ordnung weg, so kommt

$$L - L' = l\left[\frac{\partial k}{\partial P} - \frac{1}{q}\,\frac{\partial(1:E)}{\partial t}\right] dP dt = l\cdot\delta\cdot dP\cdot dt,$$

wo δ nur eine Abkürzung bedeutet und zur Gleichung führt

$$\frac{\partial k}{\partial P} - \frac{1}{q}\,\frac{\partial(1:E)}{\partial t} = \delta \qquad (6^{10})$$

oder

$$\frac{\partial k}{\partial P} + \frac{1}{qE^2}\cdot\frac{\partial E}{\partial t} = \delta.$$

Bei den Metalldrähten des §3 fanden wir $\frac{\partial k}{\partial P}$ positiv und bei denjenigen des § 5 und 7 $\frac{\partial E}{\partial t}$ negativ. Immerhin macht der grosse Divisor qE^2 wahrscheinlich, dass bei allen oder wenigstens den meisten Metallen das Vorzeichen von $\frac{\partial k}{\partial P}$ überwiegen, also δ positiv erscheinen werde. Vergl. Schluss von § 5.

10) Hiernach ist in Gleichung 1 S. 357 der in Anm. 6 cit. Abhandlung der Factor bei δ wegzulassen; δ ist von der minus ersten Dimension des Kilogrammes und der Temperatur.

Digitized by Google

§ 10. Wenn dagegen beim Kautschuk nach den Versuchen von Joule[11] $\frac{\partial k}{\partial P}$ negativ ist, so kann allerdings das δ wie bei den Metallen dennoch positiv sein, wenn $\frac{\partial E}{\partial t}$ es ist und dieses Glied mit dem hier kleinen Divisor qE^2 in der Gl. 6 den Ausschlag gibt.

Grätz führt a. a. O. S. 362 als Resultat seiner Torsionschwingungsversuche (Kautschuk) ein Wachsen des Torsionsmoduls mit der Temperatur an von 0,4 bis 0,7% pro 1° und in der Nähe von 20°, gegenüber einer Abnahme des Torsionsmoduls von Metalldrähten (in der Nähe von 0°) um 0,04 bis 0,05%[12]) nach Versuchen von Kohlrausch und Loomis. Da Röntgen[13]) für Kautschuk das Verhältnis μ (s. § 8) gleich $\frac{1}{2}$ gefunden habe, und Grätz den Torsionsmodul gleich $0{,}16^{\mathrm{kg}}$ durch Quadratmillimeter gefunden (S. 363 a. a. O.), so ergibt sich als gewöhnlicher Elasticitätsmodul beinahe

$$E = 0{,}5 \frac{\text{Kilogramm}}{\text{Quadratmillimeter}} \quad ^{13})$$

Die Gl. 6 schreibe ich nun in der Form

$$\frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial t} = \left(\delta - \frac{\partial k}{\partial P}\right) \cdot Eq = \left(\delta \cdot q - \frac{\partial k}{\partial p}\right) E,$$

um, als Mittel von den genannten 0,4 bis 0,7% einsetzend 0,55, zu erhalten

$$0{,}0055 = \left(\delta - \frac{\partial k}{\partial P}\right) 0{,}5\, q;$$

für $\frac{\partial k}{\partial P}$ benutzt Grätz Joule's Beobachtungen (Anm. 11) und findet es nahe gleich (— 0,0001); q berechnete ich aus dem von Grätz berechneten Radius $0{,}552^{\mathrm{mm}}$ als nahe gleich 1^{qmm}. Auf diese Art käme $\delta = 0{,}01$ heraus (also $\frac{\partial k}{\partial P}$ ohne merklichen Einfluss), und mit dem Modulus der Anm. 13 ungefähr $\delta = 0{,}05$[14]).

---

11) Sieh die Abhandlung der Anm. 6 S. 357. S. 364 daselbst ist Joule citirt mit Phil. Trans. vol. 149 p. 106 (1860), welche Abhandlung mir jetzt nicht vorliegt.

12) In dem Rechenbeispiele von § 7 oben wäre es 0,08 bis 0,09%.

13) Pogg. Ann. Bd. 159 S. 601—606 (1876). Für den Elasticitätsmodul von zwei Kautschukstäben fand Röntgen ungefähr 0,1 ($\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{13}$) Kilogramm per Quadratmillimeter. Bezüglich μ hält Röntgen für wahrscheinlich (S. 606), dass es abnehme mit zunehmender Dehnung

14) a. a. O. dagegen $\delta = 0{,}0004$.

Digitized by Google

§ 11. Zur Bedeutung der Grösse δ. Diese geht zwar aus § 9 hervor, insbesondere aus der vor Gl. 6 stehenden Gleichung

$$\delta \cdot \varDelta P \cdot \varDelta t = \frac{L - L'}{l},$$

wobei die Prozedur des § 4 (s. 2 Zeilen nach der Gl. 3), ins Auge zu fassen ist. Eine einfachere Anschauung gewinnt man aber, vergl. Grätz a. a. O. S. 364, aus folgendem:

Wenn die Länge l des Kautschukfadens durch die Belastungszunahme $\varDelta P$ für den Querschnitt q oder $\varDelta p$ für die Querschnittseinheit gestreckt und alsdann um $\varDelta t$ erwärmt wird (Ausdehnungscoefficient wieder k' bei dieser höheren Belastung), und wenn alsdann umgekehrt $\varDelta p$ wieder nachgelassen wird (Elasticitätsmodul E' bei dieser höheren Temperatur $t + \varDelta t$) und endlich die Temperatur t wieder hergestellt wird, so ist die schliessliche Länge

$$l' = l\left(1 + \frac{1}{E}\varDelta p\right)(1 + k'\varDelta t)\left(1 - \frac{1}{E'}\varDelta p\right)(1 - k\varDelta t)$$

oder nahezu

$$l' = l\left[1 + (k' - k)\,\varDelta t - \left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E}\right)\varDelta p\right]$$

oder

$$\frac{l' - l}{l} = \left[\frac{\partial k}{\partial p} - \frac{\partial(1:E)}{\partial t}\right]\varDelta p \varDelta t,$$

und wenn man wieder Gl. 6 benutzen will,

$$\frac{l' - l}{l} = \delta \cdot \varDelta P \cdot \varDelta t;$$

also bei dieser letzteren Prozedur, welche in Bezug auf die Zugkraft P und die Temperatur t ein Kreisprocess genannt werden kann, bedeutet δ die Verlängerung der Länge 1 für $\varDelta P$ und $\varDelta t = 1$.

Es liegt hier sozusagen eine Erweiterung des Begriffes des reciproken Elasticitätsmoduls $\frac{1}{E}$ vor. Besser wird wohl sein, die Zugspannung p pro Quadratmillimeter des Querschnitts (q) in der Formel zu belassen und einzuführen

$$\frac{l' - l}{l} = \left(\frac{\partial k}{\partial p} + \frac{1}{E^2}\frac{\partial E}{\partial t}\right)\varDelta p \varDelta t = \delta' \cdot \varDelta p \varDelta t,$$

während die Gl. 2 im § 1 mit analoger Schreibung lautet

$$\frac{l' - l}{l} = \frac{1}{E}\varDelta p.$$

Digitized by Google

Ebenso kann man auch δ' gewissermaassen eine Erweiterung des Begriffes des thermischen Längsdehnungscoefficienten nennen, da die Gl. 1 im § 1 auch mit

$$\frac{l'-l}{l} = k\Delta t$$

geschrieben werden kann.

In dem Zahlenbeispiele am Schlusse des § 10 und mit dem Vorbehalte der Giltigkeit desselben ist, weil q nahe 1^{qmm}, P und p, sowie δ und δ' gleichbedeutend, und es würde bei der Belastungsänderung $\Delta p = \frac{1}{100}{}^{k}$ und der Temperaturänderung $\Delta t = 10^0$, welche beide die Grenze der Elasticität nicht überschreiten mögen,

$$\frac{l'-l}{l} = 0{,}001 \text{ bis } 0{,}005$$

zu beobachten sein[15]).

§ 12. Ich habe auch die S. 364 und 357 a. a. O. citirte Abhandlung von Schmulewitsch verglichen, kann sie aber leider wegen Mangels numerischer Daten nicht weiter benutzen, als indem ich die graphische Darstellung daselbst anführe, aus welcher wie am Schlusse von § 10 die positive Natur von $\frac{\partial E}{\partial t}$ hervorleuchtet und die Nullität von $\frac{\partial k}{\partial P}$.

Wenn der Kautschukfaden bei genügender Anspannung, heisst es daselbst (vergl. Anm. 15), erwärmt wird, so „wirkt die Wärme ausdehnend, anderseits vergrössert sie die Elasticität“ und der letztere Theil dieser „algebraischen Summe von zwei molecularen Vorgängen“ überwiegt, es resultirt Verkürzung; dagegen bei kleiner Belastung überwiegt der erste Theil, bis zu einer gewissen Belastung (von Null an) verlängert das Erwärmen auch den Kautschukfaden.

---

15) P gleich Null anzunehmen (S. 364 a. a. O.) verstösst gegen das Elasticitätsgesetz [(2) im § 1] oder wenigstens gegen die Entwicklung im § 9 u. f., was man auch daraus sieht, dass Drähte und Kautschukfäden durch ein passendes Gewicht P gespannt sein müssen, welches alsdann um ΔP vermehrt wird. Vergl. § 12.

16) Pogg. Ann. Bd. 144 S. 280—287 (1872) „Ueber den Einfluss der Wärme auf die Elasticität des Kautschuks“.

Diese Abhandlung hat auch Puschl erwähnt, sieh die Notiz in diesem Repertorium Bd. 11 S. 102—105 (1875) „Ueber die Volumveränderung des Kautschuks durch Wärme“. Da hier E und μ (Anm. 13) in Frage kommt, so liegt dieselbe ausserhalb meines gegenwärtigen Rahmens.

Digitized by Google

Ueber die Einwirkung der Entladung hochgespannter Elektricität auf feste in Luft suspendirte Theilchen[1]).

Von

A. v. Obermayer und **M. Ritter v. Pichler.**

Die Einwirkung elektrischer Entladungen auf staubige Luft sind von John Aitken[2]) in einem Vortrage an der Royal Edinburg Society am 31. Jänner 1884 und von Oliver Lodge[3]) in einem Vortrage an der Royal Dublin Society am 2. April 1884 einer eingehenden Erörterung unterzogen worden. Insbesondere O. Lodge hat hierbei auf die praktische Seite der diesbezüglichen Erscheinungen und auf deren Beziehungen zu Naturerscheinungen hingewiesen.

Wir haben einige der, von den genannten Forschern angegebenen Versuche, in ähnlicher Weise ausgeführt und daran eine Untersuchung geknüpft, welche den Zweck hatte, festzustellen, in welcher Weise in Luft schwebende feste Partikel durch Entladungen hochgespannter Elektricität abgeschieden werden können und welcher Art die physikalischen Vorgänge hierbei sind. Die hervorragende Stelle, welche in dieser Untersuchung die Entladung der Elektricität aus Spitzen spielt, veranlasste uns, einige bisher nicht ausgeführte Versuche hierüber anzustellen. Wir können diese Versuche noch nicht als abgeschlossen betrachten und gedenken dieselben fortzusetzen, nachdem die dazu nöthigen Apparate angefertigt sein werden.

Wir theilen im Nachfolgenden die bisher von uns angestellten Versuche und die vorläufigen Ergebnisse der Versuche über das Ausströmen der Elektricität aus Spitzen mit.

---

1) Von den Herren Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 93 S. 408 (1886).

2) Aitken, Nature vol. XXIX p. 322.

3) O. Lodge, Nature vol. XXXI p. 265. On dust.

Digitized by Google

1. Versuche über das Niederschlagen von Rauch mittels Elektricität.

Die ersten Versuche, die wir unternahmen, bestanden im Niederschlagen von Terpentinrauch in einem, mit geeigneten Messingfassungen versehenen Glasrohre von 11 cm Durchmesser und 111 cm Länge, in welchem die elektrischen Entladungen zwischen Spitzenkämmen stattfanden, die an Messingstangen befestigt waren, welche isolirt, nahe parallel mit der Röhrenachse, durch die Messingfassung geführt waren.

Das Glasrohr konnte mit Terpentinrauch gefüllt werden, bis es durch den Rauch ganz undurchsichtig wurde, auch war es möglich, den Rauch, wiewohl sehr langsam, continuirlich durchströmen zu lassen.

Wurden zwischen den Spitzenkämmen die Entladungen einer Doppelinfluenzmaschine [1]), mit Scheiben von 46 cm Durchmesser bei eingeschalteten Leydnerflaschen übergehen gelassen, so trat sofort ein lebhaftes Wirbeln des Rauches ein; in weniger als einer Secunde war das Rohr wieder durchsichtig und in den folgenden drei bis vier Secunden war der Rauch in grossen Flocken, im Bereiche der Spitzenkämme niedergeschlagen. Der noch weiter in das Rohr einströmende Rauch erreichte die Spitzenkämme überhaupt nicht, sondern wurde schon früher an den Wänden des Rohres, theils in Flocken, theils in Fäden abgeschieden.

Dieser Versuch gelang gleich gut, ob zwischen den Spitzenkämmen Funkenentladungen oder Büschelentladungen stattfanden.

Mit den Funken eines Ruhmkorff'schen von Marcus construirten Inductors war trotz der beträchtlichen Schlagweite eine wesentlich längere Zeit erforderlich, um den Rauch vollkommen zu beseitigen.

Die ausgiebigere Elektrisirung, welche die Rauchpartikel durch die continuirlich wirkende Influenzmaschine erfahren, ist somit zum Gelingen des Versuches wesentlich.

Bei einem anderen späteren Versuche mit einer Magnetelektromaschine von Marcus, welche mehrere Centimeter lange Funken gibt, fand der eben gezogene Schluss seine Bestätigung.

Das überraschende Resultat, welches wir in dem, mit Terpentinrauch gefüllten Rohre erhielten, veranlasste uns, einen dergleichen Versuch bei einer grösseren Kesselanlage von 400 qm Heizfläche zu unternehmen. Die Einrichtung des Rauchabzuges gestattete aber ein Ablagern der, zu Flocken geballten Rauchtheile nicht und der mächtige Zug der Esse, welcher im Stande war, schwere Packpapiere aus dem

1) Carl, Repertorium Bd. 6 Staudigl, S. 116.

Digitized by Google

Rauchabzugskanal durch die Esse in die Luft zu führen, hat wohl verursacht, dass dieser Versuch resultatlos blieb.

Hierauf wurde unter günstigeren Verhältnissen der Versuch gemacht, den Rauch in einem 20^{cm} weiten Rohre niederzuschlagen, welches an dem Geburth'schen Füllofen des Laboratoriums, mittels Kniestücken zweimal rechtwinkelig gebogen, angesetzt war. In dem zum Schornstein führenden, oberen, horizontalen Theile des Rohres war mittels eines Glasrohres isolirt, ein Eisenstab nach der Achse des Bohres durch die Rückwand des Kniestückes eingeführt.

Dieser Eisenstab trug an seinem Ende und 25^{cm} dahinter je eine, mit acht gegen die Rohrwand gerichteten Spitzen versehene Scheibe.

Hinter den beiden Scheiben waren in dem Rohre durch Glasplatten zu schliessende Fenster, je zwei einander gegenüber, eingeschnitten, so dass es möglich wurde, die Vorgänge im Inneren des Rohres zu beobachten.

Vorläufige Versuche mit einer einzigen, acht Spitzen tragenden Scheibe und einer Influenzmaschine ergaben bei Büschelentladungen eine wesentliche Verminderung des Rauches; die Funkenentladungen erwiesen sich weitaus unwirksamer.

Die zweite Scheibe mit den Spitzen wurde erst dann angewendet, nachdem uns Herr Prof. Lang die in dem physikalischen Cabinete der Wiener Universität befindliche, der unseren ganz gleiche Doppelinfluenzmaschine, mit dankenswerther Bereitwilligkeit zur Verfügung gestellt hatte und wir in der Lage waren, durch Nebeneinanderschalten der beiden Maschinen intensivere Büschelentladungen zu erzeugen.

Es war sehr leicht wahrzunehmen, dass aus allen sechszehn Spitzen Büschelentladungen gegen die Röhrenwand stattfanden.

Der intensivste durch die Fenster wahrgenommene Rauch verschwand bei Beginn der Entladungen nahezu vollständig und trat sofort wieder in ursprünglicher Stärke auf, wenn die Elektroden der Maschinen geschlossen wurden.

Eigenthümlicher Weise waren die Resultate dieses Versuches auffallend günstiger, wenn die Spitzen mit den negativen, die Röhre mit den positiven Elektroden der Maschinen verbunden waren, als bei der umgekehrten Anordnung.

Es scheint übrigens, dass auch der Rauch eines Zimmers sich auf demjenigen Spitzenkamme der Influenzmaschine stärker niederschlägt, welcher mit der negativen Elektrode verbunden ist, aus dem also die positive Elektricität zur Scheibe niederströmt.

Digitized by Google

2. Versuche über den Kundt'schen ähnliche, elektrische Staubfiguren.

Nachdem sich für das Gelingen der vorbeschriebenen Versuche die Büschelentladungen aus Spitzen als wesentlich erwiesen hatten, so lag es nahe, diese Erscheinung mit anderen bekannten, bei Büschelentladungen auftretenden Erscheinungen in Beziehung zu bringen, um wo möglich einen Versuch aufzufinden, welcher die Wirkung der Entladung auf in Luft schwebende Theilchen in einfacher Weise studiren lässt.

Eine solche, die Büschelentladungen begleitende Erscheinung sind die von Kundt[1]) entdeckten und von Schneebeli[2]) und Carras[3]) weiter untersuchten elektrischen Staubfiguren auf leitenden Metallplatten. Diese Figuren werden erhalten, wenn eine Leydnerflasche mittels einer Kugel oder Spitze gegen eine, mit ihrer äusseren Belegung verbundene, mit Licopodium oder Schwefel bestaubte Platte entladen wird. Versucht man den Staub nach der Entladung wegzublasen, so bleibt er auf einem Kreise an der Platte haften, dessen Durchmesser von der Entfernung von Spitze und Platte (Schneebeli), von der Stärke der Entladung (Carras) und der Dichte der Elektricität an der Entladungsstelle abhängt.

Ist die Entladungsstelle negativ, so bilden sich diese Figuren unter allen Umständen; ist sie positiv, so entstehen sie mit Sicherheit nur, wenn die Entladungsstelle eine Spitze ist

Man erhält diese Figuren, wie aus unseren Versuchen hervorgeht, auch, wenn Spitze und Platte mit den Polen einer Influenzmaschine verbunden werden und durch einige Secunden eine Entladung unterhalten wird. Die Durchmesser der Staubkreise sind für beide Elektricitäten gleich gross. Eine Bewegung der Staubtheilchen wurde nicht wahrgenommen.

Wir fanden bei Anwendung einer feinen Nähnadel als Spitze bei einer Entfernung von 45^{mm} zwischen Spitze und einer 215^{mm} im Durchmesser haltenden Messingscheibe, mit positiver Spitze, sehr scharf begrenzte Kreisflächen von 165^{mm} Durchmesser in drei aufeinander folgenden Versuchen. Mit negativer Spitze ergaben sich nacheinander Kreisflächen von 165, 175, 150, 165, 165^{mm} d. i. im Mittel 165^{mm} Durchmesser.

Die Kundt'schen Staubkreise gehen in Staubringe über, wenn die Metallscheibe nicht vorher bestaubt angewendet, sondern erst während der Büschelentladung bestaubt wird.

---

1) Kundt, Pogg. Ann. Bd. 136 S. 612.
2) Schneebeli, Züricher Vierteljahrschrift 1873.
3) Carras. Pogg. Ann. Bd. 140 S. 160.

Digitized by Google

So wurden mit einer feinen Spitze, im Abstande von 45^{mm} von einer Weissblechscheibe, deren Durchmesser 370^{mm} betrug, bei vorhergehendem Bestauben bei positiver und negativer Spitze, Kreise von 200^{mm} Durchmesser erhalten, nachdem das bewegliche Pulver weggeblasen war.

Beim Bestauben während der Büschelentladung lagerte sich bei negativer Spitze das angewandte Schwefelpulver auf einer Ringfläche von 200^{mm} äusserem und 100^{mm} innerem Durchmesser ab. Während die Contour des äusseren Umfanges sich scharf von dem etwas ausserhalb aufgefallenen Staube, welcher weggeblasen werden konnte, abhob, war die innere Contour gegen die Mitte verwaschen. Bei positiver Spitze wurde eine Ringfläche von 200^{mm} äusserem und 50^{mm} innerem Durchmesser erhalten, auf welche eine zweite stärker bestaubte Ringfläche von 150^{mm} äusserem und 50^{mm} innerem Durchmesser aufgelagert schien.

Die positive und die negative Figur sind bei diesem Versuche zwar gleich gross, zeigen aber doch einigen Unterschied.

Die Staubfiguren, welche wir beobachteten, zeigen eine ringförmige Form erst von einer bestimmten Entfernung der Spitze und Platte an. Ist die Spitze sehr nahe, so sind dieselben Staubkreise, umgeben von einer nahezu staubfreien Ringfläche, die gegen die Ränder der Platte von schwacher Bestaubung begrenzt wird. Bei grösserer Entfernung fällt diese schwache Bestaubung über den Rand der Platte hinaus.

Eine feine negative Spitze gegen eine positive Scheibe, von 215^{mm} Durchmesser, gab Staubfiguren, deren Dimensionen aus nachfolgender Tabelle ersichtlich sind, worin s den Abstand von Spitze und Platte, D_a und D_i den äusseren und inneren Durchmesser der Staubkreise oder Staubringe und D den inneren Durchmesser der bestaubten Ringfläche bezeichnen, welche an den Rändern der Platte auftritt.

s	D_a	D_i	D	
Millimeter				
5	30	0	70	
10	55	0	100	
15	75	35	130	
20	90	40	160	
30	110	55	—	grösser als 215^{mm}
45	135	65	—	
60	160	75	—	

Die Erklärung der Kundt'schen Figuren liegt in der Elektrisirung der schlecht leitenden bereits auf der Platte aufliegenden Staub-

Digitized by Google

theilchen und darin, dass diese Staubtheilchen die Elektricität isolirend festhalten und zufolge dieses Umstandes an der leitenden Platte haften. Die Grenze, bis zu welcher die auf dar Platte aufliegenden Theilchen elektrisirt werden, so dass sie haften können, ist allerdings sehr scharf gezogen.

Die ringförmigen Figuren, welche wir beobachteten, sind in gleicher Weise wie die Kundt'schen zu erklären; es macht sich bei denselben jedoch die Wirkung des elektrischen Windes geltend diese verhindert eine Ablagerung des Staubes in der Mitte der Figur. Die von der Spitze gegen die Platte getriebene Luft führt die Staubtheilchen in divergirenden Richtungen nach aussen und lagert sie auf der Platte ab; durch die Elektrisirung von der Spitze aus, wie bei den Kundt-schen Figuren, bleibt der Staub bis zu einer gewissen Entfernung hin so haften, dass er nach dem Aufhören der Entladung nicht weggeblasen werden kann.

In den, durch die beschriebenen, ringförmigen Staubfiguren gebotenen Erscheinungen sahen wir denjenigen einfachen Versuch, welcher die Vorgänge beim Niederschlagen von festen Partikeln aus Gasen, mittels Elektricität in möglichst einfacher Weise darzustellen gestattet und welcher bei etwaigen praktischen Anwendungen im Auge behalten werden muss.

3. Elektrische Entladungen zwischen Spitzen und Drahtnetzen.

Die vorbeschriebenen Versuche über ringförmige Staubfiguren haben wir noch einer weiteren Abänderung unterzogen, indem wir statt Metallplatten Drahtnetze anwandten. Auch hierbei wurden mit Hilfe von Entladungen Staubfiguren erhalten, aber es wurde der Vortheil erreicht, dass die Stärke und räumliche Ausdehnung des elektrischen Windes einer Untersuchung unterzogen werden konnte.

Ein hierher gehöriger Versuch war der, dass einem vertical aufgestellten Drahtnetze von 1^{cm} Maschenweite eine feine Nadelspitze auf 7^{cm} Entfernung horizontal gegenübergestellt, und das Netz mit der einen, die Spitze mit der andern Elektrode der beiden, nebeneinander gekuppelten Influenzmaschinen verbunden wurden.

Während die Büschelentladung aus der Spitze wurde Schwefelpulver auf dieselbe herabgesiebt. Es gruppirte sich dasselbe während des Fallens in der Nähe der Spitze in die Ringform und wurde gegen das Netz geblasen; zum Theile blieb es auf diesem haften, zum Theil wurde es durch das Netz hindurch getrieben. Wenn das Pulver nicht zu reichlich angewendet wurde, fiel gar nichts davon zu Boden.

Auf dem Drahtnetze bildete sich ein ringförmiger Staubbelag von 380^{mm} äusserem und 150^{mm} innerem Durchmesser.

Digitized by Google

Um eine weitere Vorstellung von der Wirkung der Spitze zu erlangen, wurden 14^{cm} unterhalb der Mitte des ringförmigen Staubbelages, auf einem Hebetische, hinter dem Netze blaues Papier bis auf 2^{m} Entfernung ausgearbeitet. Das Pulver, welches von der Spitze durch das Netz geblasen wurde, lagerte sich auf dem blauen Papier ab. Die Figur, welche hierbei entstand, glich für die negative Spitze und das positive Drahtnetz dem Längsschnitte der Flamme eines Bunsenbrenners. Durch den dunklen Fleck am Netze wurde kein Staub geblasen und dem entsprechend reichte in die Staubfigur auf dem Papiere eine am Grunde 150^{cm} breite, nahezu staubfreie Zunge, bis auf 350^{mm} vom Netze. Zu beiden Seiten dieser Zunge war das Pulver ziemlich dicht gelagert, und zwar bis auf 1200^{mm} vom Netze; darüber hinaus nahm die Ablagerung allmählich ab; die feinsten Staubtheilchen wurden bis über 2^{m} geblasen.

Bei Anwendung einer positiven Spitze wurde dasselbe Resultat erlangt, nur war die staubfreie Zunge weniger markirt.

Wird statt Schwefelpulver das leichtere Licopodium aus einem Glase auf die Spitze gestreut, so beobachtet man dieselben Erscheinungen, nur mit dem Unterschiede, dass dieses Pulver vom elektrischen Winde, durch das Netz hindurch, weit weg bis zu den Zimmerwänden geführt wird. In dieser Form ist der Versuch ein sehr anschaulicher Vorlesungsversuch.

Der Staub, welcher von dem elektrischen Winde durch das Drahtnetz geblasen wird, lagert sich auf einem hinter das erste Netz gestellten zweiten Netze zum grossen Theile ab.

Den Versuch mit dem Drahtnetze haben wir noch in anderer Form ausgeführt. Es wurde aus einem Siebe von 1^{mm} Maschenweite eine cylindrische Röhre von 19^{cm} Durchmesser und 100^{cm} Länge gebildet und dieselbe vertical befestigt. In die Achse dieser Röhre wurde von unten isolirt ein Stab eingeführt, welcher vier Drahtspitzen an seinem Ende und vier andere Drahtspitzen, 48^{cm} unterhalb derselben, trug. Das Netz und der Draht wurde mit den entgegengesetzten Elektroden beider Influenzmaschinen verbunden und eine Büschelentladung eingeleitet.

Schwefelpulver, welches von oben in den Cylinder hineingesiebt wurde, fiel gar nicht durch denselben hindurch, sondern wurde zum grossen Theile am Netze abgelagert, zum Theile durch dasselbe hindurchgeblasen. Den vier oberen Spitzen standen vier ringförmige Staubflächen mit staubfreien (dunklen) Innenflächen gegenüber.

Der Versuch gelingt auch mit einer einzigen Influenzmaschine und vier Spitzen an dem in der Achse befindlichen Stabe. Als wir das Innere des unter 1. erwähnten Glasrohres mit einem Drahtgitter

Digitized by Google

auskleideten und aus vier Spitzen eine Influenzmaschine gegen dieselbe entluden, konnten wir 35^{g} Schwefelpulver am Netze und zwischen Netz und Glaswand niederschlagen.

In der Entladung der Elektricität aus Spitzen gegen ein röhrenförmiges, mit einem Mantel umgebenen Drahtnetze erblicken wir diejenige Versuchsanordnung, welche sich den gegebenen Verhältnissen angepasst, zur Reinigung staubiger und rauchiger Luftarten besonders eignet.

4. Einige auf die Entladung der Elektricität aus Spitzen bezügliche Messungen.

Um von den Vorgängen bei den Spitzenentladungen eine bestimmtere Vorstellung zu erhalten, haben wir eine feine Nadelspitze in verschiedenen Entfernungen einem Drahtnetze von 1^{cm} Maschenweite gegenübergestellt und die, der Spitzenentladung äquivalente Schlagweite, den absoluten Werth des Potentials und Geschwindigkeit und Ausdehnung des elektrischen Windes gemessen. Die Umdrehungszahl der Maschine wurde mittels eines Metronomes möglichst gleichförmig erhalten.

Für die Stromstärke ist es uns auch gelungen, ein Maass zu erhalten, aber erst als wir die Versuche unterbrechen mussten und nur mehr über eine Maschine zu verfügen hatten. Es schien sich die Stromstärke mit der Distanz von Spitze und Pol ein wenig zu ändern; dieselbe betrug ungefähr 0,00005 Ampère.

Der Potentialwerth, welcher die Entladung bei verschiedenen Spitzenabständen begleitet, ändert sich mit der entladenen Elektricitätsmenge; er ist grösser, wenn die beiden Maschinen nebeneinander gekuppelt, als wenn sie einzeln entladen werden.

Es zeigte sich dies zunächst an den, der Spitzenentladung äquivalenten Schlagweiten zwischen den Elektroden der Maschinen. Die positive Electrode ist aus einer Kugel von 53,7^{mm} Durchmesser gebildet, welche in der Achse eine Warze trägt, eine Einrichtung, welche die Schlagweite etwas vergrössert. Die negative Elektrode ist eine Kugel von 25^{mm} Durchmesser.

Es wurde gefunden:

Spitzendistanz	Aequivalente Schlagweite für eine Maschinen	für zwei Maschinen
20^{cm}	3,55^{cm}	4,95^{cm}
30	5,45	7,40

Digitized by Google

Unter Anwendung zweier, neben einander verbundener, mit zwei Leydenerflaschen versehenen Maschinen wurde für die verschiedenen Spitzendistanzen, nebst der äquivalenten Schlagweite, das Potential auch in absolutem Maasse nach einer von Macart angegebenen Methode gemessen. Die so gefundenen Werthe sind indessen als eine grobe Annäherung anzusehen.

Die nachfolgende Tabelle enthält in der ersten Rubrik die Spitzendistanzen s in Centimetern; in der zweiten die äquivalenten Schlagweiten D in Centimetern; in der dritten die entsprechende Potentialdifferenz V in Volts; in der vierten die Potentialwerthe per Centimeter Schlagweite $\frac{V}{D}$. Während der Messung war die Spitze negativ.

s cm	D cm	V	$\frac{V}{D}$
2,5	0,70	23000	33000
5	1,10	28000	25500
10	2,37	44000	18500
15	3,67	53000	14400
20	4,97	60000	12100
25	6,07	64000	10500
30	7,47	69000	9250
35	—	70000	—
40	8,33	74000	8870
50	8,55	—	—

Aus der Tabelle ist zu ersehen, dass die äquivalenten Schlagweiten, sich, trotz Vergrösserung der Spitzenentfernungen, einer Grenze nähern, und dass die Schlagweiten rascher als die entsprechenden Potentiale wachsen.

Die letztere Thatsache ist übrigens schon mehrfach beobachtet und wurde insbesondere von Mascart einer eingehenderen Untersuchung unterzogen.

Ueber die Ausdehnung des elektrischen Windes haben die Staubfiguren auf den Drahtnetzen und auf den dahinter gebreiteten Papieren Aufschluss gegeben.

Die Stärke des elektrischen Windes, in verschiedenen Entfernungen von der Spitze wurde mittels eines Anemometers von Fuess in Berlin gemessen, welches uns Herr Brückner zur Verfügung stellte.

Die acht ungemein leicht beweglichen, schief gestellten Flügel, wahrscheinlich aus Aluminiumblech, rotiren innerhalb eines Messing-

Digitized by Google

blechringes von 7 cm Durchmesser nnd setzen ein Zählwerk in Bewegung, welches die Windgeschwindigkeiten in Metern abzulesen gestattet und bis zu Millionen von Metern summirt. Zu den abgelesenen Windwegen in Metern war per Minute Versuchsdauer eine von der Umdrehungsgeschwindigkeit des Anemometers unabhängige Correction von 9 m zu addiren. Das Anemometer wurde so aufgestellt, dass seine Achse mit der Nadelspitze in ein und derselben Horizontalebene zu liegen kam. Bei der centralen Aufstellung des Anemometers ging die Richtung der Achse durch die Nadelspitze.

Die Windgeschwindigkeit ist bei demselben Abstande von Spitze und Drahtnetz, unter Anwendung beider Maschinen nur wenig grösser, als unter Anwendung einer einzelnen Maschine; dafür ist, wie auch die Staubfiguren erkennen lassen, die seitliche Ausdehnung der in Bewegung gesetzten Luftmenge bei einer Maschine etwas kleiner.

So wurde bei centraler Aufstellung und bei Abstände von Spitze und Netz gleich 7 cm, von Spitze und Mittelebene des Anemometers gleich 36 cm für eine Maschine 1,3 $m^1\,\mathrm{sec}^{-1}$ und für zwei Maschinen 1,6 $m^1\,\mathrm{sec}^{-1}$ gefunden.

Bei zwei anderen Versuchsreihen mit negativer Spitze und zwei Influenzmaschinen ergaben sich Resultate, welche in der folgenden Zusammenstellung enthalten sind. Hierin bedeutet s den Abstand von Spitze zum Netz; D den Abstand zwischen der Mittelebene des Anemometerrades und einer dazu parallelen Ebene durch die Nadelspitze; und zwar bei $r = 0$, d. i. centraler Aufstellung, $r = 3{,}5$ cm u. s. w. bei seitlicher Aufstellung des Anemometers, wobei die Lage der Anemometerachse jederzeit parallel gehalten wurde. Die Aufstellungen wurden rechts von der Mitte, vom Anemometer aus gesehen, genommen.

$s = 7$ cm $D =$	12 cm	57 cm	107 cm	157 cm	207 cm
$r = 0$	1,71 $m^1\,\mathrm{sec}^{-1}$	1,69	1,19	0,61	0,35
$r = 3{,}5$ cm	1,26	—	—	—	—
$r = 7{,}0$	0,33	—	0,73	—	—
$r = 14{,}0$ —	keine Anzeige	—	a. d. Grenze	—	—

$s = 30$ cm $D =$	35 cm	130 cm
$r = 0$	1,29 $m^1\,\mathrm{sec}^{-1}$	0,74
7,0	1,15	—
14	0,65	0,73
21	0,52	—
28	0,34	0,47
42	keine Anzeige	a. d. Grenze.

Digitized by Google

Nach diesen Messungsergebnissen ist es begreiflich, dass in Luft suspendirte Theilchen durch die Wirkung des elektrischen Windes allein schon auf beträchtliche Entfernungen geführt werden können und die Befreiung eines Zimmers von Rauch durch eine Spitzenentladung, wie sie von Lodge ausgeführt würde, findet hierin und in einer, bis zu den Wänden des Zimmers reichenden, elektrisirenden Wirkung eine befriedigende Erklärung.

Alle Funkenentladungen, welche von derartigen Luftbewegungen, wie der elektrische Wind, nicht begleitet sind, können daher nur weitaus weniger wirksam sein.

Digitized by Google

Untersuchungen über das Verhältnis zwischen dem elektrostatischen und elektromagnetischen Maasssystem. II[1]).

Von

Dr. **Ignaz Klemenčič.**

Unter den Methoden, welche Maxwell (Lehrbuch d. Elektr. u. d. Magn., Deutsch von Weinstein, S. 516) zur Bestimmung des Verhältnisses zwischen dem elektrostatischen und elektromagnetischen Maasssystem anführt, befindet sich auch ein Verfahren, welches von Siemens[2]) im Jahre 1860 zur Messung des Isolationswiderstandes von Kabeln angegeben wurde. In neuester Zeit wird bei Siemens und Halske[3]) in Berlin die Capacität von Condensatoretalons auf diese Weise in absolutem elektromagnetischem Maasse bestimmt. Das Wesen der Methode besteht darin, dass man einen Condensator bis zu einem gewissen Potentiale ladet; ihn dann während einer gewissen Zeit durch einen grossen Widerstand mit der Erde verbindet und hierauf das Potential der im Condensator zurückgebliebenen Elektricität untersucht.

Aus dem Verhältnisse der Potentialwerthe vor und nach der theilweisen Entladung, ferner aus der Dauer der Ableitung und dem nach elektromagnetischem Maasse gemessenen Widerstande, lässt sich die Capacität des Condensators in den erwähnten Einheiten bestimmen. Um das Verhältnis v zu bestimmen, bedarf man nur noch der Kenntnis der Condensatorcapacität nach elektrostatischem Maasse.

Zu diesem letzteren Zwecke kann man natürlich nur sog. Luftcondensatoren verwenden, bei denen Rückstandsbildungen ausgeschlossen sind. Es standen mir drei solche Condensatoren zur Verfügung, welche zusammen eine Capacität von 0,04375 $m \cdot f$ (Mikrofarads) hatten. Ihre Capacität war beträchtlich grösser als jene des von Siemens als Etalon gebrauchten Luftcondensators (Cap. = 0.02752 $m \cdot f$).

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 93 S. 470 (1886). Vergl. die Abhandlung I dieses Repertorium Bd. 20 Heft 7.

2) Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität, S. 977.

3) Proposition d'une unité de lumière et remarques sur l'exécution des unités électriques par Siemens & Halske. Berlin, p. 8.

Auch: Conférence internationale pour la détermination des unités électriques. 2. Session, Paris 1884, p. 65.

Digitized by Google

Durch Vergleich mit dem in meiner ersten Abhandlung[1]) beschriebenen Condensator wurde die Capacität der drei erwähnten Luftcondensatoren im absoluten elektrostatischen Maasse bestimmt.

Die Widerstände, durch welche der Condensator theilweise entladen werden soll, müssen bei den hier angegebenen Capacitäten ziemlich beträchtlich sein, falls das Potential der im Condensator befindlichen Elektricität nach einer mehrere Secunden dauernden Ableitung noch einen gut messbaren Werth haben soll. Siemens verwendet zu diesem Zwecke seine Graphitwiderstände, und zwar solche von mehreren Hundert Megohm, wodurch er die Entladung ausserordentlich verzögert. Will man mit geringeren Widerständen arbeiten, so muss man natürlich die Dauer der theilweisen Entladung verkürzen und bei Widerständen von weniger als 1 Megohm und den soeben angeführten Werthen der Capacität darf diese Zeit kaum mehr als einige Hundertstel einer Secunde betragen. Im vorliegenden Falle wurde dieser zweite Weg eingeschlagen und zur theilweisen Entladung des Condensators, ein Bruchtheil der Schwingungsdauer einer Stimmgabel benutzt. Die Anordnung für die Ladung und Entladung des Condensators war dieselbe wie bei den in der ersten Abhandlung beschriebenen Versuchen; nur wurde hier die Dauer der Entladung gemessen. Die grossen Widerstände wurden aus einer Lösung von Zinkvitriol hergestellt und den aus der Anwendung von flüssigen Widerständen resultirenden Uebelständen durch verschiedene Vorsichtsmaassregeln soweit als möglich vorgebeugt. Die Herstellung von Metallwiderständen von die er Grösse und ihre Anwendung zu diesem Zwecke ist übrigens nur eine Geldfrage; die Sicherheit der Beobachtungen würde durch die Benutzung solcher jedenfalls gewinnen.

Die aus den vorliegend beschriebenen Beobachtungen gerechneten einzelnen Werthe von v stimmen mit dem aus ihnen abgeleiteten Mittelwerthe $3{,}015 \times 10^{10}$ bis auf 0,20% überein. Die Uebereinstimmung dieses Mittelwerthes mit dem früheren, aus den Untersuchungen nach der ersten Methode abgeleiteten ($3{,}0188 \times 10^{10}$) ist eine vortreffliche. Dem jetzt gefundenen Werthe von v kann jedoch nicht dasselbe Gewicht beigelegt werden, wie dem vorigen, da mir überhaupt diese Methode für eine v Bestimmung minder geeignet erscheint als die vorige; die Summe der für eine Berechnung nöthigen Beobachtungen ist nämlich in dem vorliegenden Falle viel grösser als bei der ersten Methode, und schon ein Theil derselben genügt, um das v nach den in der ersten Abhandlung angegebenen Formeln zu berechnen. Eine v Bestimmung nach der hier durchgeführten Methode bietet daher vielleicht

1) Sitzber. der Wiener Akad. Bd. 89.

Digitized by Google

ein grösseres Interesse, wenn man sie als einen Beitrag zur Kentnis der sog. continuirlichen Condensatorentladung auffasst[1]).

Bei der Aufstellung der für die Entladung giltigen Formeln wird vorausgesetzt, dass die Capacität der Ableitungsdrähte gegen die des Condensators zu vernachlässigen sei; eine Bedingung, welche bei der Anwendung von sog. Paraffincondensatoren, welche eine Capacität von mehreren $m \cdot f$ besitzen, zumeist erfüllt ist. Anders ist es bei Luftcondensatoren; hier kann man den Einfluss der Ableitungsdrähte leicht unterschätzen.

Die hier getroffene Anordnung ermöglicht es, diesen Einfluss zu eliminiren. Es lässt sich nämlich zeigen, dass es bei einer bestimmten Entladungsdauer und Condensatorcapacität immer einen Widerstand gibt, bei dem das Resultat durch die Capacität der Ableitungsdrähte nicht beeinflusst wird.

Schliesslich sei es mir erlaubt, noch auf einen Punkt hinzuweisen, der ein gewisses, praktisches Interesse bietet, nämlich auf die Anwendung des Platinquecksilbercontactes. Im diesjährigen Jännerhefte des „Philosophical Magazin“ veröffentlichte Lord Rayleigh[2]) anlässlich der Ohmbestimmung von Prof. Himstedt unter Anderem einige Bemerkungen über Quecksilbercommutatoren. Lord Rayleigh beschäftigte sich schon im Jahre 1870 mit einer v Bestimmung und wollte dazu einen Stimmgabelinterruptor mit Quecksilbercontacten benutzen. Es gelang ihm jedoch nicht, auf diese Weise einen vertrauenswürdigen Galvanometerausschlag zu erhalten. J. J. Thomson, der im Jahre 1883 eine Bestimmung des v· ausführte, construirte zu diesem Zwecke einen Commutator mit trockenen Platincontacten, welcher von einer Stimmgabel getrieben wird. Bei den meisten Arbeiten, die ich während der letzten fünf Jahre ausgeführt habe, bediente ich mich der Stimmgabelinterruptoren mit Platinquecksilbercontacten. Sie wurden beinahe ausschliesslich zur Ladung und Entladung von Condensatoren verwendet, functionirten stets sicher und dürften kaum die Ursache einer Fehlerquelle gewesen sein. Die vorliegende Untersuchung lässt mich über die Brauchbarkeit solcher Interruptoren noch ein viel günstigeres Urtheil fällen, da in diesem Falle die an dieselben gestellten Anforderungen bedeutend höher und die Leistungen trotzdem sehr befriedigend waren, wie dies aus den Resultaten ersehen werden kann.

---

1) H. Aron (Pogg. Ann. Bd. 159 untersuchte den Vorgang bei der Entladung von Leydner Flaschen. Es braucht kaum erwähnt zu werden, dass Condensatoren mit Glas oder Paraffin als Dielektricum, den theoretischen Bedingungen sehr wenig entsprechen.

2) On Prof. Himstedt's Determination of the Ohm: To the Editors of the Philosphical Magazine and Journal.


Digitized by Google

Die Methode und Anordnung der Versuche.

Ladet man einen Condensator von der Capacität C bis zum Potentiale P und verbindet ihn hierauf durch einen Widerstand R mit der Erde, so besitzt das Potential nach der Zeit t noch einen Werth, welcher durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$p = Pe^{-\frac{t}{CR}}.$$

Bedeuten q und Q die den Potentialen p und P entsprechenden Elektricitätsmengen, so kann man auch schreiben:

$$q = Qe^{-\frac{t}{CR}}. \tag{1}$$

Bei der Entwicklung dieser Formel wird vorausgesetzt, dass die Capacität der Ableitungsdrähte gegen die des Condensators zu vernachlässigen sei und dass der Ableitungsdraht keine bemerkenswerthe Induction auf sich selbst ausübe. Berücksichtigt man den eventuellen Coefficienten der Selbstinduction S der Ableitungsdrähte, so gilt für diesen Fall nach W. Thomson [1]) die Differentialgleichung:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{S}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{CS} = 0.$$

Die im Condensator nach der Zeit t befindliche Elektricitätsmenge q ist durch die hieraus folgende Gleichung:

$$q = Q\,\frac{e^{-\alpha t}}{2\gamma}\left[(\gamma + \alpha)\,e^{\gamma t} + (\gamma - \alpha)\,e^{-\gamma t}\right] \tag{2}$$

gegeben. Darin bedeutet Q die zur Zeit $t = 0$ im Condensator befindliche Elektricitätsmenge. Ferner ist:

$$\alpha = \frac{R}{2S};\ \gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} \text{ wo } \beta^2 = \frac{1}{CS}.$$

Bekanntlich unterscheidet man hier zwei Fälle. Ist $\beta^2 > \alpha^2$, so bekommen wir eine oscillatorische Entladung des Condensators. Für $\beta^2 < \alpha^2$ geht die Entladung continuirlich vor sich. Unter den bei dieser Untersuchung obwaltenden Umständen war β^2 klein gegen α^2 oder $\frac{4S}{CR^2}$ klein gegen 1. Entwickelt man:

$$\sqrt{1 - \frac{4S}{CR^2}}$$

und bleibt bei den ersten Potenzen von $\frac{4S}{CR^2}$ stehen, und vernachläs-

1) Wiedemann, Lehre etc., Bd. 4 S. 166.

Digitized by Google

sigt man das zweite Glied der eckigen Klammer gegen das erste, so bekommt man:

$$q = Qe^{-\frac{t}{CR}}\left(1 + \frac{S}{CR^2}\right).$$

Dieser Ausdruck wird für $S = 0$ identisch mit 1.

Um die Versuche durchzuführen, wurde die durch die Fig. 1 angedeutete Anordnung der Apparate getroffen. Die im Querschnitte sichtbaren Theile GG der beiden Zinken einer Stimmgabel, sammt den Bügeln und Platinspitzen s_1, s_2, s_3, s_4 ferner die Quecksilbernäpfchen 1, 2, 3, 4 mit den entsprechenden Zuleitungsdrähten bildeten

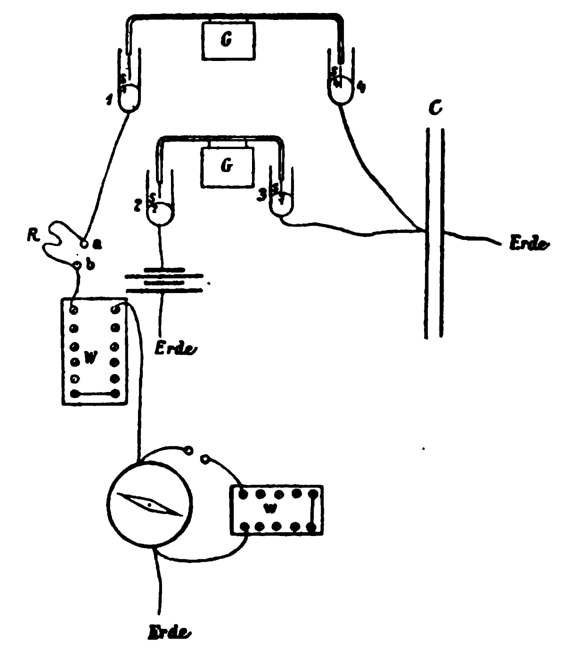


Fig. 1.

den schon in den früheren Abhandlungen[1]) beschriebenen Commutator, welcher die Ladung und Entladung des Condensators zu besorgen hatte. Die Stimmgabel machte 32,02 Doppelschwingungen in der Secunde. Die Schwingungszahl wurde wie bei den früheren Versuchen mit Hilfe einer zweiten Stimmgabel bestimmt und controlirt. Ihre stroboskopische Schwingungsdauer variirte während der ganzen Zeit zwischen 6,4—6,8 Secunden. Ich habe daher allen Berechnungen den mittleren Werth von 32,02 Doppelschwingungen zu Grunde gelegt.

1) Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 89 und 91.

Digitized by Google

Das Quecksilbernäpfchen 2 war mit einer Batterie von 1 oder 2 Daniell'schen Elementen verbunden, welche zur Ladung des Condensators diente. Je ein Ende der Batterie und des mit dem Näpfchen 1 leitend verbundenen Galvanometers, sowie die eine Belegung des Condensators waren zur Erde abgeleitet. In die Leitung zwischen dem Galvanometer und dem Näpfchen 1 konnten aus dem Rheostaten W Widerstände bis zu 10000 S. E. und überdies bei ab Zinkvitriolwiderstände bis zu 1 Megohm eingeschaltet werden. Der Widerstandskasten w diente dazu, um vor dem Galvanometer eine passende Nebenschliessung anzubringen.

Schwingt die Stimmgabel, so wird der Condensator Nmal in der Secunde geladen und ebenso oft durch das Galvanometer entladen. Sind die Verhältnisse in der Galvanometerleitung derart, dass in der kurzen Zeit t, während welcher die Platinspitze in 1 ins Quecksilber taucht, die ganze im Condensator befindliche Elektricitätsmenge zur Erde abfliesst, so ist der am Galvanometer beobachtete Ausschlag

$$\Psi = nkQ,$$

wo k eine Constante bedeutet. Fliesst während der Zeit t nur ein Theil ab, so dass noch die Elektricitätsmenge q im Condensator zurückbleibt und beobachtet man in diesem Falle am Galvanometer den Ausschlag ψ, so ist:

$$\Psi - \psi = Nk(Q - q).$$

Auf Grund dessen lässt sich die Gl. 3 schreiben:

$$\Psi - \psi = \Psi e^{-\frac{t}{CR}}\left(1 + \frac{S}{CR^2}\right).$$

Bezeichnet man das elektrostatische System durch ein angehängtes s und das elektromagnetische durch ein angehängtes m und setzt

$$\mu = \frac{S}{CR^2}$$

so ist:

$$v^2 = \frac{\log\left(\frac{\Psi(1+\mu)}{\Psi - \psi}\right) C_s R_m}{t \log e}. \qquad (4$$

Das benutzte Galvanometer war ein Meyerstein'sches mit astatischem Nadelpaar. Die Entfernung der Scala vom Spiegel $= 215^{cm}$. Da die Nadel nicht aperiodisch schwang, mussten die Ruhelagen immer aus Umkehrpunkten abgeleitet werden. Vermittelst eines die Leitung unterhrechenden Schlüssels wurde die Nadel jedesmal rasch soweit

Digitized by Google

beruhigt, dass die Ruhelagebestimmung aus drei Umkehrpunkten mit Sicherheit vorgenommen werden konnte. Die Schwingungsdauer der Nadel betrug 10,5 Secunden.

Von der Selbstinduction in der Galvanometerleitung entfiel natürlich der grösste Theil auf die Galvanometerrolle. Für diese wurde $S = 144{,}000^{km}$ gefunden[1]). μ ist ein ganz kleines Correctionsglied, welches nur bei den kleineren hier angewandten Widerständen etwa 0,0037 ausmachte. Bei jedem Versuche wurden die Messungen in folgender Reihenfolge gemacht. Zuerst wurde der Werth der Zinkvitriolwiderstände R bestimmt und Ψ beobachtet, hierauf wurde t und schliesslich ψ gemessen und darauf dieselbe Beobachtung in umgekehrter Reihenfolge noch einmal gemacht. Obwohl der ganze Beobachtungsvorgang ziemlich lange währte, so konnten die Messungen doch mit einer beträchtlichen Genauigkeit ausgeführt werden, da die Platinquecksilbercontacte sehr sicher functionirten und die Temperaturschwankungen im Zimmer nicht gross waren. Das zu den Contacten verwendete Quecksilber wurde auf die gewöhnliche Weise gereinigt, dann gekocht und durch ein reines durchlöchertes Papier filtrirt. Stellte es sich heraus, dass der Contact unsicher war, was man am Galvanometer sofort bemerkte, so wurden die Platinspitzen frisch geputzt, indem man sie mit sehr feinem Schmirgelpapier abrieb und mit reinem Papier abwischte. Ferner wurde das Quecksilber in den Näpfchen durch frisches ersetzt. Zuweilen functionirten die Contacte einige Tage hindurch ohne frisch gereinigt werden zu müssen. Hin und wieder jedoch, obwohl sehr selten, musste der Versuch wegen mangelhaften Contactes unterbrochen werden, obschon gerade vorher alles geputzt wurde. Es muss jedoch bemerkt werden, dass die Anforderungen, welche in unserem Falle an den Contact gestellt wurden, ausserordentliche waren. Die geringste Unregelmässigkeit, welche etwa beim Beginne des Contacts auftrat, konnte störend wirken, da durch den Contact ein Vorgang eingeleitet wurde, der bei der Unterbrechung noch nicht abgelaufen war. In Fällen, wo die Dauer des Eintauchens, resp. Contacts, grösser ist, als die des eingeleiteten Vorganges (Entladung des Condensators bei geringem Widerstande), kommt es auf anfängliche Unregelmässigkeiten gar nicht an und bei den Untersuchungen über die Dielektricitätsconstante der Gase hat es sich gezeigt, dass die Contacte unter diesen Bedingungen sogar durch 14 Tage functioniren können, ohne frisch geputzt und erneuert werden zu müssen.

---

1) Der Coefficient der Selbstinduction der Galvanometerrolle wird durch das Einhängen des dicken, astatischen Napelpaares um etwa 5 % vergrössert.


Digitized by Google

Die Condensatoren und die Bestimmung ihrer Capacität in elektrostatischem Maasse.

Zu den Versuchen wurden drei Condensatoren verwendet, die ich mit den Buchstaben *A*, *B* und *D* bezeichnen will. Alle drei waren aus übereinander gelagerten Metallplatten zusammengesetzt. Die Luft bildete das dielektrische Medium. Die einzelnen Metallplatten waren durch kleine Kammmassestückchen von einander getrennt. *A* war der bereits beschriebene[1]) zur Untersuchung der Dielektricitätsconstante der Gase verwendete Condensator. *B* und *D* wurden aus 2^{mm} dicken Kesselblechplatten von je 20^{cm} im Quadrat gebildet. Je zwei benachbarte Platten waren durch vier $1{,}2^{mm}$ dicke Kammmasseplättchen von einander getrennt. Die ungeraden Platten bildeten die eine, die geraden die andere Belegung. *B* bestand aus 51, *D* aus 39 Platten. Die Condensatoren waren an einem trockenen Orte aufgestellt und sorgfältig vor Staub geschützt. Um ihre Capacität in absolutem elektrostatischen Maasse auszudrücken, wurde dieselbe mit der eines Stahlplattencondensators[2]), den ich kurz mit *NC* (Normalcondensator) bezeichnen will, verglichen. Der Vergleich wurde jedesmal bei zwei Entfernungen der Stahlplatten vorgenommen, nämlich bei $\delta_1 = 0{,}1108^{cm}$ und $\delta_2 = 0{,}3330^{cm}$. Die entsprechenden Capacitäten des *NC* in elektrostatischem Maasse, gerechnet nach der Formel von Kirchhoff, waren $c_1 = 1017{,}1^{cm}$ und $c_2 = 350{,}3^{cm}$. Da die Capacität des *NC* ziemlich klein, daher das Verhältnis zwischen *NC* und irgend einem der drei Condensatoren *A*, *B* und *D* ziemlich gross war, so konnte eine der verschiedenen vorgeschlagenen Nullmethoden nicht angewendet werden. Um den Vergleich durchzuführen, wurden *A* und *NC* mit Batterien von verschiedener elektromotorischer Kraft mittels des Stimmgabelinterruptors mehrmals in der Secunde geladen und ebenso oft durch ein Galvanometer entladen. Selbstverständlich wurde das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte der ladenden Batterien fortwährend controlirt. Die auf diese Weise unter verschiedenen Umständen gewonnenen Werthe der Capacität C_A des Condensators *A* stimmen untereinander gut überein.

Zum Vergleiche benutzte ich Daniell'sche Elemente (D. E.) oder Bunsen'sche Elemente (B. E. mit doppelt chromsaurem Kali). *A* wurde immer nur mit einem von diesen Elementen geladen. Es wurde theils ein Meyerstein'sches Galvanometer (M. G.) theils ein Wiedemann'sches (W. G.) verwendet. *N* bedeutet wie gewöhnlich die Schwingungszahl der Stimmgabel, resp. die Anzahl der Ladungen und

1) Wiener Sitzb. Bd. 91.

2) Vide I. Abhandl. Wiener Sitzb. Bd. 89.

Digitized by Google

Entladungen in der Secunde. Der erste Vergleich zwischen A und NC wurde Ende Mai 1885 ausgeführt, nachdem A schon länger als einen Monat zusammengesetzt war. Es ergaben sich folgende Mittelwerthe aus je fünf Vergleichen:

Ende Mai 1885, $N = 64$, M. G. Lad.
Batt. für NG 6 D. E. . . . . $C_A = 14{,}03\, c_1 = 40{,}92\, c_2$
Anfangs Juni 1885, $N = 32$, W. G.
Lad. Batt. für NC 7 D. E. . . . . $= 14{,}10\, c_1 = 40{,}83\, c_2$
25. November 1885, $N = 32$, M. G.
Lad. Batt. für NC 6 B. E. . . . . . $= 14{,}13\, c_1 = 40{,}88\, c_2$
10. Februar 1886, $N = 32$, M. G.
Lad. Batt. für NC 6 B. E. . . . . $= 14{,}14\, c_1 = 41{,}06\, c_2$.

Die Zahlen sprechen dafür, dass die Capacität von A mit der Zeit etwas zugenommen hat, was sich durch eine Senkung der Platten infolge Nachgebens der isolirenden Kammmasseplättchen leicht erklären lässt. Die Berechnung der Capacität von A wurden die Beobachtungen vom 25. November und 10. Februar zu Grunde gelegt. Mit A wurden die Condensatoren B und D verglichen[1]). Es wurde gefunden:

$$\frac{C_B}{C_A} = 1{,}0032, \frac{C_D}{C_A} = 0{,}7654.$$

---

1) Folgende Tabelle gibt die einzelnen Resultate der Vergleiche zwischen A, B und D. Die Condensatoren wurden durch die unter El. eingetragene Anzahl von Elementen mittels des Stimmgabelinterruptors geladen und durchs Galvanometer entladen.

Datum	Element	$\frac{C_B}{C_A}$	Mittel	$\frac{C_D}{C_A}$	Mittel
16./1	1 D. E.	1,0008		0,7644	
„	2 „ „	1,0020	1,0014	0,7634	0,7636
„	3 „ „	1,0015		0,7630	
„	1 „ „	1,0010		0,7635	
„	2 „ „	1,0014	1,0013	0,7636	0,7635
„	3 „ „	1,0016		0,7635	
11./2	1 „ „	1,0028		0,7658	
„	2 „ „	1,0032	1,0032	0,7651	0,7654
„	3 „ „	1,0032		0,7654	

Die Condensatoren B und D wurden am 15. Januar zusammengesetzt. Bis zum 11. Februar ist eine Senkung der Platten und daher Zunahme der Capacität zu constatiren. Ein Vergleich (11. Februar) zwischen A, dann $B+D$ und $A+B+D$ ergab folgende Verhältnisse:

$$C_A : C_{B+D} : C_{A+B+D} = 1 : 1{,}7679 : 2{,}7695.$$

Die einzelnen Zahlen stimmen vortrefflich und sind ein Beweis der Exactheit, mit welcher der Stimmgabelinterruptor functionirte.

Digitized by Google

Daraus ergibt sich:

$$C_A = 14366^{cm} \qquad C_B = 14412^{cm} \qquad C_D = 10996^{cm}.$$

Messung der Zeit t.

t bedeutet jene Zeit, während welcher der Contact zwischen der Platinspitze s_1 und dem Quecksilber im Näpfchen 1 hergestellt war. Während dieser Zeit konnte die Elektricität vom geladenen Condensator durch einen grossen Widerstand und durch das Galvanometer zur Erde abfliessen. Diese Zeit ist offenbar ein Bruchtheil einer Doppelschwingung der Stimmgabel. Würde bei ruhender Stimmgabel die Platinspitze gerade bis zur Oberfläche des Quecksilbers reichen und der Contact sofort bei der gegenseitigen Berührung hergestellt werden, dann wäre $1 = \frac{1}{2N}$. Im allgemeinen war dies nicht der Fall und t musste experimentell bestimmt werden. Dies ist in folgender Weise geschehen. Nachdem aus dem Etalon w ein passender Nebenschlusswiderstand vor dem Galvanometer und überdies aus W ein grösserer Widerstand in die Hauptleitung eingeschaltet war, wurde der von der Ladungskette zum Näpfchen 2 führende Draht mit dem Näpfchen 1 leitend verbunden und dadurch die Kette dauernd geschlossen; dabei zeigte das Galvanometer einen Ausschlag Φ. Hieraut wurde derselbe Draht aus Näpfchen 1 herausgezogen und mit 4 leitend verbunden. Jetzt war die Kette nur so lange geschlossen, als der Contact zwischen 4 und dem Quecksilber in 1 dauerte. War in diesem Falle der Galvanometerausschlag φ zu beobachten, so war:

$$t = \frac{1}{N} \frac{\varphi}{\Phi} \text{ [1]}.$$

Die Widerstände.

Die grossen Widerstände, durch welche die Entladung der Condensatoren verzögert werden sollte, wurden aus gebogenen, mit einer Zinkvitriollösung gefüllten Capillarröhren gebildet. Bei den Versuchen wurden zwei solche Röhren benutzt (Fig. 2). Die Länge des capillaren Theiles war ungefähr $= 50^{cm}$. Eine der Röhren war gefüllt mit einer Zinkvitriollösung vom sp. G. 1,132, die andere mit einer solchen vom sp. G. 1,103. In die Lösungen tauchten breite, amalgamirte Zinkstreifen. Nach längerem Gebrauche stellte

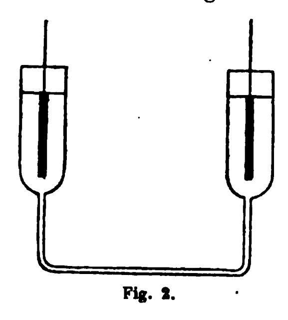


Fig. 2.

1) Da der Widerstand in der Nebenschliessung klein war, sowohl gegen den der Galvanometerrolle als auch gegen den in der Hauptleitung, und da die Leitung

Digitized by Google

sich bei diesen Widerständen eine kleine Polarisation ein, die jedoch durch ein frisches Amalgamiren beseitigt werden konnte. Eine kleine dauernde Polarisation in den Zinkvitriolwiderständen beeinträchtigte übrigens das Resultat nicht, da ihr Einfluss durch's Commutiren eliminirt wurde. Da der Widerstand der Zinkvitriollösungen von der Temperatur ausserordentlich abhängt, so wurden die Röhren in eine grosse, mit Wasser gefüllte Wanne gestellt. Dadurch wurden die Temperaturschwankungen in den Röhren auf etwa 0,5° pro Tag reducirt. Wenn man jedoch Morgens das Wasserbad durch Zugiessen einer kleinen Portion warmen Wassers nahezu auf jene Temperatur brachte, welche der Zimmertemperatur um etwa 2 Uhr Nachmittags entsprach, so konnte die Temperatur des Wasserbades durch eine Zeit von 6 – 7 Stunden bis auf 0,1° constant erhalten werden.

Der Widerstand dieser Röhren wurde mit dem eines Siemensschen Etalons verglichen, indem eine Kette einmal durch den Zinkvitriolwiderstand und dann durch eine aus Etalonwiderständen gebildete Verzweigung und durch das Galvanometer geschlossen wurde. Aus dem bekannten Widerstande der Galvanometerrolle und der einzelnen Zweige wurde der Widerstand R der Röhren bestimmt. Zur Berechnung der Widerstände in absolutem Maasse wurden die bereits in der ersten Abhandlung verwendeten Zahlen benutzt, welche auch derzeit noch die grösste Wahrscheinlichkeit für sich zu haben scheinen[1]).

Der Widerstand der Galvanometerrolle ϱ wurde als Mittel aus mehreren Messungen $= 4477 \times 10^9$ abs. E. bei 16,2° gefunden.

Ueber den Einfluss der Capacität der Ableitungsdrähte auf den Entladungsvorgang.

Die ersten Entladungsversuche hatte ich mit dem Condensator A allein angestellt und dabei drei Widerstände von der Grösse benutzt, dass bei der Entladung durch dieselben in der Zeit t etwa ein Drittel, die Hälfte und zwei Drittel von der Gesammtladung des Condensators in die Erde abfliessen konnte. Es stellte sich jedoch heraus, dass

mit Ausnahme der Galvanometerrolle keine nennenswerthe Selbstinduction besass, so verliefen die Schliessungs- und Oeffnungsextraströme im Galvanometerzweige nahezu mit gleicher Intensität.

1) Dorn (Wied. Ann. Bd. 22) hat auf eine eigenthümliche Construction der Siemens'schen Stöpselrheostaten aufmerksam gemacht. Unter Berücksichtigung dessen habe ich eine Calibrirung des Stöpseletalons Nr. 2159 nach Chwolson vorgenommen und den Widerstand der gemeinsamen Zuleitungsdrähte im Mittel = 0,00031 S. E. gefunden. Die Einheit dieses Elatons wurde mit der Elliotcopie Nr. 7 der B. A. U. verglichen, und die Widerstandsmessungen auf diese letztere bezogen.


Digitized by Google

die aus diesen Beobachtungen gerechneten Werthe von v nicht übereinstimmten, sondern mit dem Widerstande regelmässig abnahmen. So ergab eine Bestimmung bei den Widerständen 1,92, 1,19 und 0,73 Megohm für v die Werthe 3,048, 3,018 und $3{,}000 \times 10^{10}$, Unterschiede die über die Grenzen der Beobachtungsfehler hinausgingen. Die Vermuthung, dass die der theoretischen Entwicklung zu Grunde gelegten Bedingungen hier nicht ganz vorhanden und die Capacität der Ableitungsdrähte gegen die des Condensators nicht zu vernachlässigen wäre, wurde durch den Versuch vollkommen bestätigt. Um über die Art des davon herrührenden Fehlers einen Aufschluss zu erhalten, hatte ich die Capacität in den Ableitungsdrähten absichtlich dadurch vergrössert, dass ich in dieselben Condensatoren von verschiedener Capacität einschaltete und den Einfluss derselben auf die Grösse des Ausschlages ψ beobachtete. Ueberdies hatte ich mir noch die Condensatoren B und D gebaut, um bei den späteren Versuchen über eine grössere Capacität zu verfügen.

Die nachfolgenden Tabellen I, II und III gewähren eine Einsicht in die Art des Fehlers, welcher durch die Capacität der Ableitungsdrähte verursacht wird. k bedeutet die unbekannte Capacität der Ableitungsdrähte, c die Capacität des in die Ableitung zwischen der Unterbrechungsstelle und dem Widerstande R eingeschalteten Nebencondensators, C jene des sich entladenden Condensators. Jedes ψ und $\Psi - \psi$ hat zwei Rubriken, entsprechend den beiden Fällen, wo die Capacität in der Ableitung nur k oder $k + c$ war. Für die Werthe $\Psi - \psi$ ist die Differenz in Procenten in der mit Δ überschriebenen Rubrik angeführt. R ist in Megohm angegeben. Ψ bedeutet den der Gesammtladung entsprechenden Ausschlag.

Tabelle I.

Cond. A; $C = 14366$, $c = 1190^{cm}$.

R	Ψ	ψ		$\Psi - \psi$		Δ%
		k	$k+c$	k	$k+c$	
0,182	346,8	344,0	342,9	2,8	3,9	+ 39,0
0,565	„	278,3	275,1	68,5	71,7	+ 4,7
1,238	„	186,9	190,5	149,9	156,3	− 4,4
1,982	„	132,5	143,1	214,3	203,7	− 5,0

Digitized by Google

Tabelle II.

Cond. $A + B + D$; $C = 39774$, $c = 1190^{cm}$.

R	Ψ	ψ		$\Psi - \psi$		Δ%
		k	$k+c$	k	$k+c$	
0,183	956,3	778,4	778,2	173,9	178,1	+ 2,4
0,567	„	419,6	426,0	536,7	530,3	− 1,2
1,242	„	227,6	243,5	728,7	712,8	− 2,2
1,988	„	148,9	188,6	807,4	767,7	− 4,9

Tabelle III.

Cond. $A + B + D$; $C = 39774$, $c = 388^{cm}$.

R	Ψ	ψ		$\Psi + \psi$		Δ%
		k	$k+c$	k	$k+c$	
0,184	956,7	798,7	797,9	158,0	158,8	+ 0,51
2,001	„	155,6	162,1	801,7	795,1	− 0,82

Wie aus den Tabellen zu ersehen, sind die Fehler bei kleinen und grossen Widerständen regelmässig entgegengesetzt bezeichnet. Es muss daher dieser Fehler bei einem bestimmten Widerstande gleich 0 sein. Die Capacität der Ableitungsdrähte beeinflusst daher bei unserer Anordnung der Versuche den Galvanometerausschlag ψ auf zweierlei Arten, welche entgegengesetzt wirken. Zunächst wirkt sie sofort nach Beginn der Entladung in dem Sinne, dass sie die Capacität des sich entladenden Condensators gewissermaassen vergrössert. Die am Condensator nach der Zeit t zurückgebliebene Elektricitätsmenge ist daher:[1])

$$q' = e^{-\frac{t}{(C+k)R}}$$

während:

$$q = Qe^{-\frac{t}{CR}}$$

1) Da sich bei der Entladung längs des Ableitungsdrahtes ein Potentialgefälle herstellt und daher nicht der ganze Ableitungsdraht zu demselben Potentiale geladen erscheint, wie der Condensator, so stellt uns hier k nicht den wirklichen Werth der Capacität der Ableitungsdrähte dar, sondern einen kleineren.

Digitized by Google

zurückbleiben würde, wenn $k = 0$ wäre. Bezeichnen wir den Galvanometerausschlag im ersten Falle mit χ, im zweiten, idealen Falle mit ψ, so ist:

$$\Psi - \chi = \Psi e^{-\frac{t}{(C+k)R}}; \quad \Psi - \psi = \Psi e^{-\frac{t}{CR}}.$$

Bei der Unterbrechung der Entladung sind die Ableitungsdrähte geladen und zwar bis zu einem dem Ausschlage $\Psi - \chi$ proportionalen Werthe des Potentiales. Während der Zeit, wo die Entladung des Condensators unterbrochen ist, entladen sich diese Theile und vergrössern dadurch den am Galvanometer hervorgebrachten Ausschlag.

Wir bekommen daher folgende Gleichung für den Zusammenhang zwischen dem wirklich beobachteten Ausschlage ψ' und dem, dem idealen Falle entsprechenden ψ:

$$\psi' = \psi + \Psi\left(e^{-\frac{t}{CR}} - e^{-\frac{t}{(C+k)R}}\right) + \frac{k}{C}(\Psi - \chi). \qquad 5)$$

Es wird $\psi' = \psi$, wenn die Bedingungsgleichung:

$$e^{-\frac{t}{CR}} - e^{-\frac{t}{(C+k)R}} + \frac{k}{C} e^{-\frac{t}{(C+k)R}} = 0$$

erfüllt ist.

Daraus folgt:

$$R = -\frac{\alpha t}{C(1+\alpha)\log(1-\alpha)} = \frac{t}{C}\left(1 - \frac{3\alpha}{2} + \frac{17\alpha^2}{12} \cdot \cdot\right) \qquad 6)$$

wobei $\frac{k}{C} = \alpha$ gesetzt wurde.

Bei dem Widerstande, welcher dieser Gleichung genügt, ist also die Capacität der Ableitungsdrähte ohne Einfluss auf das Resultat.

Für $t = 0{,}014$ Secunden und $C = 39774^{cm}$ bekommt man folgende Werthe für diesen Widerstand:

$k =$	$\alpha =$	$R =$
100^{cm}	0,0025	0,315 Megohm
500 „	0,0126	0,311 „
1000 „	0,0250	0,306 „

$t = 0{,}014$ Secunden $C = 14366^{cm}$:

$k =$	$\alpha =$	$R =$
100^{cm}	0,007	0,869 Megohm
1000 „	0,070	0,792 „

Man sieht, dass sich für ein und dasselbe t und C dieser Widerstand mit dem Werthe von k wenig ändert. Da man nun k, wenn auch nicht genau bestimmen, so doch ungefähr schätzen kann, so lassen sich die Widerstände leicht berechnen, bei welchen man beobachten soll, um vom Einflusse der Capacität der Ableitungsdrähte unabhängig zu bleiben.

Digitized by Google

Resultate.

In den nachfolgenden Tabellen ist bezeichnet mit:

El., die den Condensator ladenden Elemente. D. E. = Daniell'sches Element. R der Widerstand der die Zinkvitriollösung enthaltenden Röhren in Megohm. Φ und φ die zur Berechnung der Zeit t bestimmten Galvanometerausschläge. Ψ die der Gesammtladung des Condensators entsprechende Ablenkung der Galvanometernadel. ψ die der theilweisen Entladung des Condensators entsprechende Ablenkung der Galvanometernadel.

$$M = \log\left[\frac{\Psi(1+\mu)}{\Psi-\psi}\right]\frac{R}{t}$$

v das Verhältnis zwischen dem elektrostatischen und elektromagnetischen Maasssystem.

Eine Reihe der Versuche wurde mit den Condensatoren A, B und D zusammen gemacht, die andere bloss mit dem Condensator A.

Um den Einfluss der Capacität der Ableitungsdrähte zu eliminiren, mussten die Beobachtungen nur bei Widerständen, die der Gl. 6 nahezu entsprechen, gemacht werden. Dabei ist der Umstand von grossem Vortheil, dass dieser Widerstand von k nicht gerade stark abhängt, so dass es genügt, für k nur schätzungsweise einen Werth anzunehmen, um sich über die Grösse des entsprechenden R zu orientiren. In unserem Falle wurde k als zwischen 100 und 1000^{cm} liegend, angenommen, und darnach R gewählt. Zu dem Zinkvitriolwiderstande wurden gewöhnlich noch einige feste Widerstände hinzugefügt und auf diese Weise R innerhalb enger Grenzen variirt. Die festen Widerstände wurden einem Siemens'schen (10,000 S. E.) oder einem Breguet'schen (100,000 Ohm) Widerstandskasten entnommen.

Von den in den Tabellen angeführten Daten gehören, wie leicht ersichtlich, je drei aufeinanderfolgende zu einer Beobachtungsreihe mit nahezu gleichem t. Es wurde nämlich während einer solchen Beobachtungsreihe weder an dem Quecksilbernäpfchen, noch an den Platinspitzen irgend etwas verschoben oder gerichtet. Je drei zusammengehörige Werthe von φ sollten daher gleich gross sein. In der Tab. V ist dies nahezu erfüllt; in Tab. IV nehmen jedoch die Werthe von φ regelmässig ab, was eine Abnahme der Contactdauer bedeutet. Diese geringe Abnahme lässt sich jedoch leicht erklären. Da nämlich jedesmal vor Beginn des Versuches die Platinspitze so gestellt wurde, dass sie gerade der höchsten Stelle der Quecksilberkuppe gegenüberstand, so musste jede Bewegung des Näpfchens eine Verminderung der Contactdauer bewirken. Eine kleine Bewegung oder Verschiebung des Näpfchens konnte aber eintreten, da dasselbe sammt seinem Träger an

Digitized by Google

das Stimmgabelgestell mit Klebwachs befestigt war. Es ist übrigens die Regelmässigkeit der Aenderung des φ auch ein Beweis für die Vortrefflichkeit des Platinquecksilbercontactes.

Tabelle IV.

Condensator: $A + B + D$. Capacität $= 39774^{cm}$.

El.	R	Φ	φ	t in Sec.	Ψ	ψ	M	Mittel M	v
1 D. E.	0,2978	376,6	158,8	0,01317	720,9	457,6	9,927		
„	0,3063	„	158,7	0,01316	„	449,6	9,905	9,921	$3{,}014\times10^{10}$
„	0,3162	„	158,2	0,01312	„	440,8	9,930		
„	0,2975	375,6	167,6	0,01394	717,5	470,8	9,932		
„	0,3060	„	166,9	0,01388	„	462,3	9,932	9,936	$3{,}016\times16^{10}$
„	0,3159	„	166,6	0,01385	„	453,8	9,945		
„	0,3001	389,8	161,7	0,01296	744,6	466,6	9,949		
„	0,3086	„	160,7	0,01288	„	457,4	9,954	9,950	$3{,}018\times10^{10}$
„	0,3185	„	160,0	0,01282	„	447,4	9,946		
„	0,2983	383,8	158,3	0,01288	733,9	459,3	9,924		
„	0,3068	„	157,2	0,01279	„	449,3	9,903	9,917	$3{,}013\times10^{10}$
„	0,3167	„	156,7	0,01275	„	440,5	9,925		

Tabelle V.

Condensator A. Capacität $= 14366^{cm}$.

El.	R	Φ	φ	t	Ψ	ψ	M	Mittel M	v
1 D. E.	0,7934	446,8	183,7	0,01284	255,4	163,8	27,52		
„	0,8129	„	183,5	0,01283	„	161,5	27,54	27,53	$3{,}018\times10^{10}$
„	0,8426	„	183,2	0,01281	„	158,0	27,53		
2 D. E.	0,7886	501,7	214,5	0,01335	517,5	341,0	27,59		
„	0,8080	„	214,4	0,01334	„	335,4	27,46	27,50	$3{,}016\times10^{10}$
„	0,8377	„	214,5	0,01335	„	328,5	27,45		
„	0,7850	775,9	329,5	0,01327	535,0	351,4	27,48		
„	0,8049	„	329,7	0,01327	„	346,6	27,50	27,50	$3{,}016\times10^{10}$
„	0,8346	„	329,6	0,01327	„	339,6	27,52		
„	0,7842	768,0	329,0	0,01338	530,4	349,5	27,37		
„	0,8040	„	328,5	0,01336	„	344,2	27,36	27,38	$3{,}009\times10^{10}$
„	0,8338	„	329,0	0,01338	„	337,8	27,42		

Digitized by Google

Wie schon erwähnt, wurde bei der Bestimmung der Zeit t eine Kette durch einen Widerstand W und durch das Galvanometer, vor dem sich eine Nebenschliessung vom Widerstande w befand, dauernd geschlossen und dabei der Ausschlag Φ beobachtet. In unserem Falle war das dieselbe Kette, durch welche auch der Condensator geladen wurde. Kennt man also W und w und ebenso den Widerstand der Galvanometerrolle ϱ im elektromagnetischen Maasse, so lässt sich aus der nach elektrostatischem Maasse gemessenen Capacität des Condensators, ferner aus Φ und Ψ die Grösse v nach der in der ersten Abhandlung gegebenen Formel berechnen. Bei den in Tab. IV angeführten Beobachtungen war z. B. $w = 28{,}2$, $W = 8477$, $\varrho = 4485$ Ohm. Die Tabellen VI und VII enthalten die auf diese Weise gerechneten Werthe des v in der mit v_1 überschriebenen Rubrik. Unter v_2 sind behufs Vergleiches die entsprechenden, bereits in den Tab. IV und V angeführten v eingetragen.

Tabelle VI.

Condensator: $A + B + D$.

	v_1	v_2
	$3{,}009 \times 10^{10}$	$3{,}014 \times 10^{10}$
	$3{,}013 \times 10^{10}$	$3{,}014 \times 10^{10}$
	$3{,}013 \times 10^{10}$	$3{,}018 \times 10^{10}$
	$3{,}011 \times 10^{10}$	$3{,}013 \times 10^{10}$
Mittel	$3{,}012 \times 10^{10}$	$3{,}015 \times 10^{10}$

Tabelle VII.

Condensator: A.

	v_1	v_2
	$3{,}014 \times 10^{10}$	$3{,}016 \times 10^{10}$
	$3{,}019 \times 10^{10}$	$3{,}018 \times 10^{10}$
	$3{,}012 \times 10^{10}$	$3{,}016 \times 10^{10}$
	$3{,}010 \times 10^{10}$	$3{,}009 \times 10^{10}$
Mittel	$3{,}014 \times 10^{10}$	$3{,}015 \times 10^{10}$

Zunächst ist aus den Tab. VI und VII die gute Uebereinstimmung der Mittelwerthe des v zu constatiren. Diese Mittelwerthe sind jedoch durchwegs kleiner als der aus den Untersuchungen nach der ersten Methode abgeleitete Mittelwerth von $v = 3{,}1088 \times 10^{10}$. Man wird den Unterschied nicht auffallend finden, wenn man bedenkt, dass diese Untersuchung so zu sagen mit ganz anderen Apparaten durchgeführt wurde als die erste. Ich erinnere in dieser Beziehung an die Zinkvitriolwiderstände, an die hier verwendeten Condensatoren, an das Galvanometer, dessen Rollenwiderstand in die Rechnungen eingeführt wurde u. s. w., Umstände, die das Auftreten eines kleinen constanten Fehlers leicht erklären lassen. Es wurde schon erwähnt, dass man den hier gewonnenen Resultaten wegen der grossen Zahl der nothwendigen Messungen, die wohl auch theilweise durch die Anwendung flüssiger Widerstände bedingt waren, nicht jenes Gewicht beilegen kann, wie den durch die erste Untersuchung gewonnenen Werthen. Aus dem

Digitized by Google

gleichen Grunde habe ich auch die Zahl der Beobachtungen nicht sehr weit ausgedehnt.

Aus meinen bisherigen Untersuchungen folgen daher die Werthe:

$v = 3{,}0188 \times 10^{10}$ (1. Methode, 1. Untersuchung),
$v = 3{,}013 \times 10^{10}$ (1. „ 2. „
$v = 3{,}015 \times 10^{10}$ (2. „ 2. „

Der richtige Werth dürfte der ersten Zahl am nächsten liegen. Es ist selbstverständlich, dass sich das Wort „richtig" hier auf das gegenseitige Verhältnis dieser Werthe bezieht.

Von den in neuester Zeit ausgeführten v-Bestimmungen sind zwei zu erwähnen: Im Jahre 1883 bestimmte J. J. Thomson[1]) nach der gleichen Methode, wie ich es in meiner ersten Untersuchung that, den Werth von v und erhielt die Zahl $2{,}963 \times 10^{10}$, welche sich den von anderen englischen Forschern, wie Shida, Ayrton und Perry gefundenen, gut anschliesst. Im Jahre 1885 veröffentlichte R. Colley[2]) eine Abhandlung über neue Methoden zur Beobachtung elektrischer Schwingungen. Hierbei machte er eine Anwendung seiner Untersuchungen auf eine v-Bestimmung und fand für v den Werth $3{,}09 \times 10^{10}$, dem er eine Genauigkeit von 2 — 2,5 % beimisst.

Anhang.

In dem Falle, wo sich in der Galvanometerleitung nur der Widerstand der Galvanometerrolle befand, ging die Entladung des Condensators in Oscillationen vor sich. Es folgt dies aus der Theorie und war auch experimentell nachweisbar. Die Theorie ergibt für die Dauer einer Oscillation τ den Werth:

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{1}{CS} - \frac{1}{4}\frac{R^2}{S^2}}}.$$

Es sei nun z. B. $C = 30774^{\text{cm}}$, $S = 144{,}000^{\text{km}}$, $R = \varrho = 4477 \times 10^{0\,\text{cm/sec}}$, so folgt $\tau = 0{,}00247$ Sec.

Das logarithmische Decrement $\lambda = \frac{1}{2}\frac{R}{S}\tau = 0{,}385$ oder $\lambda_{\text{vulg}} =$ 0,167.

Die Zeit t, während welcher die Entladung vor sich gehen konnte, betrug im Mittel 0,013 Sec. Während dieser Zeit konnten also etwa

1) Wiedemann, Lehre etc., S. 1003.

2) Ueber einige neue Methoden zur Beobachtung elektrischer Schwingungen und einige Anwendungen derselben. Kasan, 1885. Der erste Theil dieser Abhandlung ist in Wied. Ann. Bd. 26 erschienen.

Digitized by Google

5 Schwingungen verlaufen. War nun die Dämpfung wirklich nur so gross, wie es die Theorie ergibt, so musste die Amplitude der fünften Schwingung immerhin noch beträchtlich sein und das konnte zu Fehlern in der Bestimmung des Ψ Veranlassung geben. Es stellte sich jedoch heraus, dass die Dämpfung bedeutend grösser sein müsse, als es die Theorie angibt.

Nichtsdestoweniger wurde bei der Bestimmung des Ψ, um auch den kleinsten Fehler zu vermeiden, in die Galvanometerleitung ein Widerstand von 20,000 Ohm eingeschaltet. Dadurch wurden die Oscillationen so gedämpft, dass das Galvanometer sicherlich immer den richtigen Werth von Ψ angab.

Wenn man die Contactdauer t durch Niederschrauben des Näpfchens 1 allmählich verkleinerte, so bekam man bei einer gewissen Grenze Galvanometerausschläge, welche abwechselnd grösser und kleiner als Ψ waren. War t noch nicht zu klein, so konnte man durch Einschalten von 20,000 Ohm sofort den richtigen, der Gesammtladung des Condensators Ψ entsprechenden Werth bekommen. Es wurden nun jene Zeiten aufgesucht, bei welchen der Galvanometerausschlag ein Maximum oder ein Minimum war. Daraus liess sich die Dauer einer Oscillation rechnen. Man fand:

Für $t = 0{,}00306 = 3/2\ \tau$ $\qquad \tau = 0{,}00204$ Sec.
$0{,}00507 = 5/2\ \tau$ $\qquad 0{,}00202$ „
$0{,}00985 = 9/2\ \tau$ $\qquad 0{,}00223$ „

Wenn ich bemerke, dass der Näpfchenträger und die Schraubvorrichtung etwas mangelhaft waren, so wird man die Uebereinstimmung, namentlich zwischen dem letzten und dem theoretischen Werthe von τ, ganz genügend finden.

Digitized by Google

Im Kommissionsverlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen und direkt oder durch alle Buchhandlungen zu beziehen:

Telegraph und Telephon in Bayern.

Ein Handbuch

zum Gebrauche für Staats- und Gemeinde-Behörden, Beamten und die Geschäftswelt.

Bearbeitet von

Michael Schormaier und **Joseph Baumann.**

Lex. 8°. IX und 312 Seiten mit 44 in den Text gedruckten Abbildungen und einer Karte des kgl. bayr. Eisenbahn- und Telegraphennetzes. Gebunden Preis 7 M.

Inhalt: I. Teil. **Einleitung.** — Die **Stromquellen.** — A. Die galvanischen Elemente, das Leclanché-, Daniell-, Meidinger-, Kohlfürst-, Marié Davy- und Fuller-Element. B. Die Accumulatoren. C. Die elektrischen Maschinen. — **Die Arten der Stromverwendung.** Arbeitsstrom, Ruhestrom, Telephonschaltung, Morse-Alphabet, Hughes-Schaltung, Baudot, Telephonschaltung mit Mikrophon, chemischer Telegraph, Kabeltelegraphie. — **Die Leitung.** — **Apparatenlehre.** a) Staatstelegraphen, I. das Morse-Apparatsystem, 1. Morse-Schreibapparat, 2. Taster, Einfacher Stromlauf, A. Arbeitsstrom, B. Ruhestrom, Morse-Zeichen. II. Hilfsapparate, 1. Relais, 2. Blitzableiter, 3. Galvanoskop, 4. Umschalter, 5. Übertrager, 6. künstliche Widerstände, 7. das Wittwer'sche Läutewerk. III. Typendruck-Telegraphenapparat von Hughes; Hauptteiledes Hughes-Apparates, Laufwerk, Klaviatur, Schlittenachse, Elektromagnet, Typenradachse, Druckachse, Kommutator, Interruptor, Blitzableiter, Stromlauf, Leistungsfähigkeit. b) Eisenbahntelegraphen. Allgemeine Übersicht. I. Magnetzeigertelegraph von Siemens & Halske. II. Elektrische Signal-Läutewerke, System Siemens, 1. Signal-Läutewerke, a) Induktor, b) Stationsläutewerk, c) Registrierapparat, d) Bahnwärterläutebude, e) Sperrsignalläutewerke. III. Elektrische Signal-Läutewerke, System Frischen. IV. Telephon. c) Die Telephonapparate, a) Apparate bei den Teilnehmern, b) Zwischenumschalter, c) Apparate der Umschaltebureaus. — **Betriebsstörungen und Messinstrumente.** — Leitungsstörungen und Störungen der Stationseinrichtungen, die Mefsinstrumente, Untersuchungen der technischen Einrichtungen einer Telegraphenstation bei Betriebsstörungen, Feststellung, ob der Fehler innerhalb oder aufserhalb der Station liegt, Einzeluntersuchung der inneren Einrichtung einer Telegraphenstation, Untersuchung von Telephonstationen. — **Die Feldtelegraphie und die städtischen Feuertelegraphen.** — Die Feldtelegraphie. A. Allgemeiner Teil. I. Organisation der Feld- und Etappentelegraphie. I. Heimische Staatstelegraphie, II. Etappentelegraphie, III. Feldtelegraphie, IV. Vorpostentelegraphie, V. Ballon- und Brieftaubendienst. 1. Die Feldtelegraphenabteilungen, 2. die Reserve-Feldtelegraphenabteilungen, 3. die Etappentelegraphenstationen, 4. Chef der Militärtelegraphie, 5. die heimische Staatstelegraphie. II. Verwertung und Unterbrechung der ständigen Telegraphenanlagen auf dem Kriegsschauplatze. B. Organisatorischer Teil. I. Zusammenstellung der Feld- und Reserve-Feldtelegraphenabteilung, II. Bekleidung, Ausrüstung, Bewaffnung und Verpflegungsetat, III. Mobilmachung und Demobilmachung. C. Technischer Teil. I. Die Feldtelegraphenbatterien, II. die Leitungsmaterialien, III. die Stationsapparate, IV. die Fahrzeuge der Telegraphenabteilung. Die städtischen Feuertelegraphen. — **Das Telegraphennetz, die Telephonanlagen und die pneumatische Anlage in München.** — Das Telegraphennetz, die Telephonanlagen, pneumatische Anlage zur Telegrammbeförderung in München. — **Geschichtliche, statistische, biographische und literarische Angaben.** — **Mafse.** —

II. Teil. **Organisation.** — A. Im Allgemeinen. B. Im Einzelnen. Stellung der Telegraphie im Reiche, Telegraphenverwaltungsbehörden, Eisenbahnbetriebstelegraphen und ihr Verhältnis zur Staatstelegraphie, Telegraphenunterrichtskurs, Amtsbibliotheken. — **Telegraphenbetrieb.** — **Telegraphenordnung mit Erläuterungen.** — Nachtrag zur Telegraphenordnung. — **Telegraphen-, Rechnungs- und Kassawesen.** — Zusammenstellung der wesentlichen Bestimmungen über die gebührenfreie Beförderung von Telegrammen



Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/9)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (16/9)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

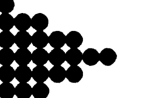
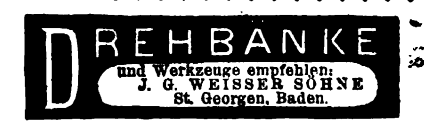
S. SCHUCKERT, Nürnberg,

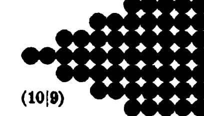
Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15/9)



Das Mechanische Atelier

von **F. MILLER** in **Innsbruck**

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.
Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (2/9)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Soeben erschien:

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

klein 8. VIII und 79 Seiten. **Preis gebunden 1 M. 60 Pf.**

Digitized by Google

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HARVARD COLLE[GE]
NOV 27 1886
LIBRARY.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 10. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

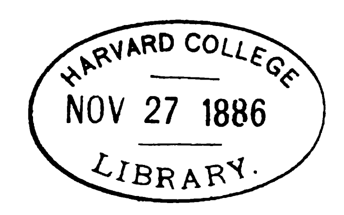
Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 9).

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

Digitized by Google



Ueber die Dämpfung elektrischer Oscillationen.

Von
Dr. Ignaz Klemenčič.

In einem Anhange zu der Abhandlung „Untersuchungen über das Verhältnis . . .“ (Sitzb. der Wiener Akad. Bd. 93 S. 470) wurde ein Versuch, betreffend eine Bestimmung der Schwingungsdauer einer oscillatorischen Condensatorentladung, mitgetheilt. Ich machte später in derselben dort angegebenen Weise jedoch mit verbesserten Hilfsmitteln einige weitere Messungen über die bei Condensatorentladungen auftretenden Schwingungen der Elektricität. Bei diesen Versuchen wurde zunächst das Meyerstein'sche Galvanometer durch ein Wiedemann-sches ersetzt. Letzteres hat eine nahezu aperiodisch schwingende Magnetnadel. Ferner wurde die Vorrichtung, mittels welcher man das Quecksilbernäpfchen 1 (Fig. 1 der cit. Abh.) heben oder senken konnte, in etwas vollkommenerer Weise hergestellt. Das erwähnte Näpfchen war nämlich in diesem Falle an das Ende eines 11^{cm} langen, aus einer dünnen breiten Metallschiene bestehenden Hebels aufgesetzt. Mittels einer gegen die Hebelschiene drückenden Schraube konnten dem Hebelende und mit ihm dem Näpfchen ziemlich feine Verschiebungen nach auf- oder abwärts ertheilt werden. Der Hebel war mit dem Stimmgabelstativ fest verbunden. Bevor ich jedoch einige Daten aus meinen Messungen mittheile, sei es mir erlaubt, noch etliche Bemerkungen über meinen Stimmgabelinterruptor zu machen.

Die vier Spitzen, welche an die Enden der beiden, an die Stimmgabelzinken befestigten Kupferbügel angelöthet waren, bestanden aus feinem Platindraht von etwa 0,02^{cm} Durchmesser. Auch der zu den Kupferbügeln verwendete Draht hatte nur einen Durchmesser von 0,06^{cm}. Die Quecksilbernäpfchen waren aus Glasröhren gebildet und hatten eine Weite von 0,5 — 0,7^{cm}. Damit das Quecksilberniveau bei schwingender Stimmgabel durch das Eintauchen der Platinspitze nicht zu sehr in Bewegung geräth, ist es eben von Vortheil die Platinspitze

Digitized by Google

möglichst dünn zu nehmen; dann aber muss auch darauf geachtet werden, dass sich die Platinspitze genau in ihrer Verlängerung bewegt und nicht etwa auch Schwingungen senkrecht zu dieser Richtung macht. Vortheilhaft ist es auch, die Platinspitze ziemlich genau in der Mitte der Quecksilberoberfläche einstechen zu lassen. Sind diese Bedingungen erfüllt, dann bleibt das Quecksilberniveau auch bei schwingender Stimmgabel und eintauchender Platinspitze ganz ruhig und sorgt man nebstbei für die gehörige Reinheit des Quecksilbers und der Platinspitzen, wie ich es schon in der citirten Abhandlung erwähnte, so kann man sich leicht überzeugen, dass der Contact zwischen Platinspitze und Quecksilber sofort nach der gegenseitigen Berührung eintritt.

Auf einen anderen Umstand, der mir für die Brauchbarkeit eines Stimmgabelinterruptors sehr wesentlich zu sein scheint, bin ich durch eine Bemerkung Himstedt's[1]) aufmerksam gemacht worden. Himstedt benutzte ebenfalls einen Stimmgabelinterruptor, theils um einen Condensator zu laden und zu entladen, theils an Stelle des von ihm später bei der Ohmbestimmung angewendeten Disjunctors. Im ersten Falle bekam er zwar constante Ausschläge; allein die geringe Zahl der Versuche liess kein definitives Urtheil zu bezüglich seiner Brauchbarkeit zu dem erwähnten Zwecke. Im zweiten Falle bewährte er sich nicht. Bei der von ihm benutzten Stimmgabel machten die Zinken Excursionen von ungefähr $0{,}4^{\mathrm{cm}}$. Die Stimmgabelzinken des von mir gebrauchten Interruptors konnten zu Excursionen von nahezu $1{,}5^{\mathrm{cm}}$ angeregt werden und dies scheint mir, neben der Ruhe der Quecksilberoberfläche im Näpfchen ein Vortheil zu sein, der den Erfolg wesentlich fördert. Messungen der hier beschriebenen Art hätten mit einer wenig ausschwingenden Stimmgabel überhaupt gar nicht gemacht werden können. Die Zinken meiner Stimmgabel waren $33{,}6^{\mathrm{cm}}$ lang, $1{,}3^{\mathrm{cm}}$ breit und $0{,}48^{\mathrm{cm}}$ hoch; sie machten mit den aufgesetzten Bügeln 64,2 einfache Schwingungen in der Secunde. Unter den von mir geschilderten Bedingungen functionirte der Interruptor vollkommen verlässlich und er ist in Fällen, wo Condensatoren einfach zu laden und zu entladen sind, gewiss ebensogut brauchbar, wie irgend eine andere zu diesem Zwecke ersonnene Vorrichtung. Bei Messungen der hier beschriebenen Art zeichneter sich jedoch in erster Linie durch seine Bequemlichkeit aus; für exacte Bestimmungen in dieser Richtung wird es sich empfehlen, präciser functionirende Apparate anzuwenden.

Bezeichnet man mit τ die Dauer einer Oscillation und mit λ das logarithmische Decrement derselben, so liefert die Theorie bekanntlich folgende Relationen:

1) Wied. Ann. Bd. 28 S. 338.

Digitized by Google

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{1}{CS} - \frac{1}{4}\frac{R^2}{S^2}}} \tag{1}$$

und

$$\lambda = \frac{1}{2}\frac{R}{S}\tau. \tag{2}$$

Darin bedeutet C die Capacität des Condensators, S den Coefficienten der Selbstinduction und R den Widerstand der Ableitungsdrähte. In Wirklichkeit stellen diese Formeln den Vorgang nicht immer ganz richtig dar, insoferne als man 1. es oft mit Condensatoren zu thun hat, deren dielektrische Schichten eine gewisse Leitungsfähigkeit besitzen und 2. weil die meistentheils in dichten Windungen nebeneinander liegenden Leitungsdrähte (in unserem Falle eine Galvanometerrolle) nicht immer eine vollkommene Isolation unter den einzelnen Schichten dieser Windungen besitzen. Bezeichnet man die Leitungsfähigkeit der dielektrischen Schichten mit α' und die Leitungsfähigkeit der isolirenden Schichten zwischen den Windungen der Rolle mit α, so ist nach Schiller [1])

$$\tau^2 = \frac{SC}{1 + (\alpha + \alpha') R}(\pi^2 + \lambda^2) \tag{3}$$

und

$$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{R}{S} + \frac{\alpha + \alpha'}{C}\right)\tau. \tag{4}$$

Auf die speciellen Verhältnisse unseres Falles übergehend sei erwähnt, dass die hier verwendeten Condensatoren die Luft als dielektrisches Mittel besassen; sie sind in der citirten Abhandlung näher beschrieben; B und D wurden inzwischen umgelegt. Es waren jetzt die Capacitäten

$C_A = 0{,}01582$ Mikroforads
$C_B = 0{,}01616$ „
$C_D = 0{,}01215$ „

Von der guten Isolation der dielektrischen Schichten dieser Condensatoren konnte man sich leicht überzeugen, indem man sie lud, hierauf einige Zeit hindurch (10 Minuten) geladen liess und dann die Ladung untersuchte. Condensator A isolirte am besten. Der Widerstand, welcher im geladenen Condensator dem Ausgleiche der beiden Elektricitäten entgegenwirkte, war ungefähr $= 1{,}5 \times 10^{12}$ Ohm. B und D isolirten zwar nicht so gut, jedoch immerhin soweit, dass die Leitungsfähigkeit ihrer dielektrischen Schichten die Dauer und das logarithmische Decrement der Oscillationen nicht beeinflussen konnte.

1) Pogg. Ann. Bd. 152 S. 535.

Digitized by Google

Die Galvanometerrolle in welcher die oscillatorische Entladung verlief, hatte 8000 Windungen, und der Coefficient der Selbstinduction wurde nach der Maxwell'schen Methode zu 45310^{km} bestimmt. Ihr Widerstand war 3337 S. E. bei 16,4°. Ueber die Leitungsfähigkeit α der isolirenden Schichten zwischen den Windungen der Rolle lässt sich freilich nicht viel sagen; da die Rolle nicht aus zwei parallel nebeneinander laufenden Drähten gewickelt ist. Den hauptsächlichsten Einfluss übt α auf λ aus und Schiller fand, dass selbst eine Rolle aus doppelt mit Seide umsponnenem und reichlich mit Copallack bedecktem Draht, die Dämpfung der Schwingungen in einer nicht zu vernachlässigenden Weise beeinflusste. Wie die Formel jedoch zeigt, ist dieser Einfluss um so geringer, je grösser die Capacität des angewandten Condensators, und daher war es zu erwarten, dass sich derselbe in unserem Falle als sehr gering erweisen würde.

In der citirten Abhandlung wurde mit t die Zeit bezeichnet, während welcher die Platinspitzen in das Quecksilber des Näpfchens 1 eintaucht. Verkürzt man die Zeit t indem man das Näpfchen durch langsames Drehen der Schraube senkt, so beginnt die Galvanometernadel zu wandern, falls die Entladung oscillatorisch verlauft. Die Ausschläge werden bald grösser bald kleiner als jener Ausschlag, den wir bekommen, so lange t noch gross ist und welcher ein Maass ist für die unmittelbar nach der Ladung am Condensator befindliche Elektricitätsmenge. Dieser Ausschlag wurde in der früheren Abhandlung mit Φ bezeichnet und wir wollen, der Kürze halber, diese Bezeichnung auch jetzt beibehalten. Die Schwankungen der Magnetnadel, d. h. die äussersten Abweichungen von der dem Ausschlage Φ entsprechenden Ruhelage, werden um so grösser, je mehr man t verkleinert. Die durch das allmähliche Senken des Näpfchens bewirkten Aenderungen der Ruhelage der Magnetnadel sind nun, was ihre Grösse anbelangt, ein genaues Bild der Schwankungen des Potentials auf den Condensatorbelegungen während des Verlaufes einer Entladung. Um τ angenähert zu bestimmen, wurde t so weit verkleinert, dass sich die Oscillationen deutlich erkennen liessen; hierauf wurde der Werth von t für zwei oder drei aufeinanderfolgende Durchgänge durch die Ruhelage, d. h. für Zeiten nach Verlauf welcher am Condensator gerade das Potential Null herrschte, bestimmt. Die Differenz dieser t gab einen angenäherten Werth für die Schwingungsdauer τ. Mit Hilfe dieses angenähert bekannten τ war es nun leicht zu bestimmen, wie viele Schwingungen in der Zeit t stattfanden; daraus liess sich dann ein genauerer Werth für τ berechnen.

Zur Ladung der Condensatoren wurden 1—5 kleine Bunsen-sche Elemente (mit doppelt chromsaurem Cali) verwendet. — Der

Digitized by Google

Ausschlag Φ wurde stets compensirt, indem man durch eine zweite Galvanometerrolle von wenigen Windungen einen Strom im entgegengesetzten Sinne schickte.

Tab. I gibt das beobachtete und das nach der Formel 1 berechnete τ für drei verschiedene Capacitäten des Condensators.

Tabelle I.

Condensator	τ beobachtet	Mittel τ beobachtet	τ berechnet
A	0,000793 sec 795 „ 818 „ 800 „	0,000802	0,000845
$A+B$	0,001160 „ 1159 „ 1176 „ 1166 „	0,001165	0,001206
$A+B+D$	0,001388 „ 1388 „ 1400 „ 1396 „	0,001393	0,001422

Die Abweichung der beobachteten von den berechneten Werthen ist um so grösser, je kleiner die Capacität des angewendeten Condensators. Da diese Abweichungen durch Beobachtungsfehler nicht erklärt werden können, wie das Rubrik 2 lehrt, so muss man annehmen, dass sich darin der Einfluss der Capacität der Galvanometerrolle und der Ableitungsdrähte äussert. Es wurde nämlich bei der Berechnung die letztgenannte Capacität vernachlässigt. Alle beobachteten Werthe sind etwas kleiner als die berechneten und sind auf einen constanten Fehler, der etwa in S steckt, zurückzuführen.

Um λ experimentell zu bestimmen, wurde Φ wie früher compensirt und hierauf t langsam verkleinert. Nach einiger Uebung gelang es, die Schraube so fein und ruhig zu drehen und das Näpfchen zu senken, dass die nahezu aperiodisch schwingende Magnetnadel langsam von einer Maximalausweichung in die andere überging, oder vielleicht besser gesagt, geschoben wurde. Um das logarithmische Decrement zu bestimmen, brauchte man dann nur 3 oder mehr aufeinanderfolgende Umkehrpunkte zu notiren.

Neben den bereits erwähnten zwei Ursachen, die eine Vergrösserung des logarithmischen Decrements zur Folge haben können, führt

Digitized by Google

Colley[1]) noch eine dritte an; nämlich Eisenkerne, die in die Rolle eingeschoben werden. Colley nimmt an, dass entweder eine innere Reibung der Eisenmoleküle oder ein Einfluss von Inductionsströmen auf die Oscillationen dämpfend einwirkt. Seine Versuche lehrten ihn, dass die Inductionsströme eine vorwiegende Rolle spielen. Nun können aber Inductionsströme auch in anderen massiven metallischen Leitern oder geschlossenen Spiralen auftreten, und es ist leicht einzusehen, dass die Anwesenheit solcher in der Nähe von Rollen, in welchen eine oscillatorische Entladung verlauft, auf die letztere dämpfend einwirken muss. Diesen letztgenannten Umstand können wir daher als eine vierte Ursache der Vergrösserung des logarithmischen Decrements bezeichnen.

Die Galvanometer nach Wiedemann haben bekanntlich einen starken Metalldämpfer, über welchen die Rolle geschoben werden kann, so dass sie ihn zur Hälfte bedeckt. Die Dämpfung der elektrischen Oscillationen muss also in dieser Stellung ausserordentlich kräftig sein und sich vermindern je mehr man mit der Galvanometerrolle vom Dämpfer wegrückt. Es konnte daher zwischen der Beobachtung und Rechnung nur in dem Falle eine Uebereinstimmung erwartet werden, wenn die Rolle vom Dämpfer weit entfernt war.

Tab. II gibt die beobachteten Werthe von λ in Brigg. Log. bei verschiedenen Entfernungen δ der Rolle vom Dämpfer. Dabei bedeutet $\delta = 0$, dass die Rolle ganz an den Dämpfer herangeschoben war. Es sei noch erwähnt, dass der Galvanometermagnet aus drei kurzen Stücken von magnetisirten Nähnadeln bestand, welche an die Rückseite eines Spiegels geklebt waren.

Tabelle II.

δ in cm	λ beob.	λ ber.
0	0,3338	
1	0,2642	
2	0,2330	
4	0,2223	
6	0,2160	
8	0,2155	0,2171

Aus den angeführten Werthen ist der bedeutende Einfluss des Kupferdämpfers klar ersichtlich. Dieser Einfluss fällt rasch mit der Entfernung der Rolle und ist schon bei $\delta = 4^{cm}$ nur mehr sehr gering.

1) Wied. Ann. Bd. 26 S. 432. Bekanntlich benutzte Colley die oscillatorische Condensatorentladung zu einer Bestimmung des v. In meiner citirten Abhandlung führte ich den Colley'schen Werth mit $3,09 \times 10^{10}$ an, wie er in der Originalabhandlung angegeben wurde. Später hat Colley $v = 3,015 \times 10^{10}$ gefunden.

Digitized by Google

Der berechnete Werth stimmt mit den letzten beobachteten sehr gut überein. Es sei übrigens bemerkt, dass die Genauigkeit der Beobachtung bei den letzten Distanzen kleiner ist als bei den ersten, weil mit zunehmender Entfernung auch die Galvanometerausschläge kleiner werden.

Sehr naheliegend war die Frage, in welcher Weise die Dämpfung mit der Leitungsfähigkeit zusammenhängt. Zu diesem Zwecke wurden Cylinder aus Kupfer und Blei in drei verschiedenen Grössen untersucht. Ebenso wurden auch einige Messungen über den Einfluss von in sich geschlossenen Spiralen gemacht. Sowohl die Metallcylinder als auch die Spiralen wurden bei der Untersuchung in die Galvanometerrolle gesteckt und zwar so, dass ihre Axen und Mitten mit denen der letzteren zusammenfielen. Die Galvanometerrolle war in dem Falle an das Galvanometerbrett angeschraubt und 4^{cm} vom Dämpfer entfernt. Tab. III und IV geben die Beobachtungsresultate. $2R$ bedeutet den Durchmesser der Cylinderbasis; die Länge war bei allen gleich $4{,}2^{cm}$ Die Oeffnung der Rolle hatte einen Durchmesser von $5{,}94^{cm}$. Mit λ_0 ist der Werth des Decrements bezeichnet, welcher erhalten wurde, wenn sich keine Metallmassen oder geschlossene Spiralen im Inneren der Rolle befanden.

Tabelle III.

Kupfercylinder.

$2R$	λ_0	λ	$\lambda - \lambda_0$
$5{,}80^{cm}$	0,2219	0,4522	0,2303
3,94 „	„	0,2825	0,0606
2,0 „	„	0,2357	0.0138

Tabelle IV.

Bleicylinder.

$2R$	λ_0	λ	$\lambda - \lambda_0$
$5{,}8^{cm}$	0,2219	0,4553	0,2334
4,0 „	„	0,2761	0,0542
2,0 „	„	0,2272	0,0053

Das im ersten Moment überraschende Resultat, dass die Dämpfung beim grössten Bleicylinder ebenso stark ist wie beim grössten Kupfercylinder, lässt sich erklären, wenn man die für diesen Vorgang giltigen Differentialgleichungen in ähnlicher Weise aufstellt wie es Lodge[1]) in seiner Theorie der Inductionswage gemacht hat. Der dämpfende Einfluss ist nämlich eine Function von R und S, dann aber auch des Coefficienten der gegenseitigen Induction zwischen Metallmasse und Galvanometerspirale, des Coefficienten der Selbstinduction der Metallmasse und ihres Widerstandes. Bei ganz gleichgeformten Massen aus verschiedenen Metallen sind alle Grössen gleich bis auf den Widerstand. Ist nun dieser sehr klein, so kann sein Einfluss gegenüber dem der

1) Ph. Mag. 9, 1880 p. 123.

Digitized by Google

anderen Grössen verschwinden und die Dämpfung für beide Metallmassen gleich gross ausfallen. Wird R kleiner so fällt auch das logarithmische Decrement resp. $\lambda - \lambda_0$, und wird um so kleiner, je geringer die Leitungsfähigkeit ist. Es ist nicht unwichtig zu bemerken, dass die untersuchten Metallmassen keine magnetischen Eigenschaften zeigten.

Für ein $0{,}043^{cm}$ dickes Messingrohr von $4{,}2^{cm}$ Länge und $4{,}15^{cm}$ Durchmesser wurde $\lambda - \lambda_0 = 0{,}0097$ gefunden.

Eine Quecksilbersäule, in ein Glasrohr von $3{,}7^{cm}$ Länge und $4{,}8^{cm}$ Durchmesser eingeschlossen ergab $\lambda - \lambda_0 = 0{,}0304$.

Tab. V gibt einige Daten, betreffend den Einfluss von in sich geschlossenen Spiralen. Dieselben waren auf nahezu cylindrische Korke (Durchmesser $5{,}2^{cm}$) gewickelt und sämmtlich $4{,}2^{cm}$ lang. Spirale Nr. 1 war aus gleichem Draht gewunden wie Nr. 2. n bedeutet die Zahl der Windungen, r den Widerstand in S. E. Die 131 Windungen bildeten zwei Lagen, davon hatte die innere 62 und die äussere 69 Windungen. Nr. 2 und 3 waren auf denselben Kork parallel nebeneinander gewickelt; für dieselben musste daher der Coefficient der Selbstinduction und auch der der Induction durch die Galvanometerrolle nahezu gleich sein.

Tabelle V.

Nr.	n	r	λ_0	λ	$\lambda - \lambda_0$
1	131	2,44	0,2219	0,4126	0,1907
2	23	0,445	„	0,2550	0,0331
3	23	0,116	„	0,3564	0,1345

Wie ersichtlich ist $\lambda - \lambda_0$ dem Widerstande verkehrt, der Zahl von Windungen jedoch direct proportional[1]).

Die Thatsache, dass Metallmassen, welche sich in der Nähe von Inductionsrollen befinden, den Verlauf der in denselben circulirenden Inductionsströme beeinflussen, ist schon längere Zeit festgestellt und Hughes hat bekanntlich ein ausserordentlich empfindliches Instrument, die Inductionswage, construirt, um mittels derselben in Metallen Structurverschiedenheiten nachzuweisen. Dieselbe kann aber auch dazu dienen, um die Anwesenheit von Metallen überhaupt zu constatiren, und wohl

1) Der kräftige Einfluss der Spiralen im Vergleiche zu dem der massiven Metallcylinder ist auffallend, steht jedoch vollkommen im Einklange mit den Thatsachen, welche ich gelegentlich einiger von den Herren Prof. Boltzmann und Ettingshausen mit der Inductionswage gemachter Schulversuche beobachtete, und die auch schon von englischen Physikern festgestellt wurden.

Digitized by Google

das wichtigste, praktischste und zugleich auch edelste Ziel ist es, dieselbe soweit zu vervollkommnen um mit ihrer Hilfe das Vorhandensein und den Sitz von Projectilen im menschlichen Körper mit Sicherheit bestimmen zu können. Der Effect nun, welchen die Anwesenheit von Metallmassen in der Inductionswage bewirkt, ist ganz ähnlich dem hier beobachteten, und Messungen der hier beschriebenen Art dürften in vielen Punkten zum Verständnisse der Inductionswage beitragen und die Theorie derselben beleuchten und verificiren. Die wenigen hier mitgetheilten Daten mögen jedoch in erster Linie dazu dienen, um die Brauchbarkeit und vielseitige Verwendbarkeit des von mir benutzten Stimmgabelinterruptors darzuthun.

Graz, Juli 1886, Physikalisches Institut der Universität.

Digitized by Google

Ueber die Anwendung eiserner Schutzringe bei Spiegelgalvanometern.

Von

F. Uppenborn.

Eiserne Schutzringe wurden schon mehrfach empfohlen, um Galvanometer zu astasiren und gegen die Einwirkung äusserer störender magnetischer Vorgänge zu schützen. Da die Localitäten der Versuchsstation von vorbeifahrenden Strassenfuhrwerken merklich beeinflusst werden, so wurde unternommen zu untersuchen, ob eiserne Schutzringe hierin eine Abhilfe gewähren können. Was die Natur der magnetischen Aenderungen anbelangt, so rühren dieselben nicht von permanent magnetisirten Eisenmassen her, sondern die Schmiedeeisentheile der Fuhrwerke bringen durch Aufsaugung oder Anziehung von magnetischen Kraftlinien eine Aenderung der Richtung der Kraftlinien des Feldes, in welchem sich das Galvanometer befindet, hervor.

Von den vorhandenen Galvanometern wurde für die eigentliche Strommessung ein solches von Edelmann ausgewählt, welches von den genannten Störungen am wenigsten beeinflusst wird. Dasselbe hat in der Hauptsache den von G. Wiedemann angegebenen Aufbau, nur wurde der Stahlring durch einen Siemens'schen Glockenmagneten ersetzt. Der Scalenabstand beträgt ca. 2^{m}. Die meisten Störungen erreichen bei diesem Instrumente nur etwa 1^{mm}. Bei mit Eisen beladenen Fuhrwerken sind sie natürlich erheblich grösser.

Das Galvanometer wurde durch einen darunter gelegten Compensator zunächst astasirt bis der Werth des Feldes etwa auf den fünften Theil reducirt war. Es zeigte sich, dass bei dieser Astasirung die Störungen etwa 5^{mm} erreichten.

Hierauf wurde der Compensator wieder entfernt und es wurden Vergleiche angestellt mit freiem und mit durch den Schutzring umgebenen Galvanometer. Der Schutzring ist aus ausgeglühten Eisendrähten von 2^{mm} Durchmesser hergestellt. Der innere Durchmesser der Eisenwickelung beträgt 205^{mm}, der äussere 260^{mm}, die Breite 76^{mm}; das Gewicht 9^{kg}.

Digitized by Google

Nachdem dieser Schutzring symmetrisch aufgesetzt war, zeigte sich, dass derselbe eine Polarität besass. Der Eisendraht wurde dann nochmals abgewickelt, ausgeglüht und wieder aufgewickelt. Möglichst symmetrisch auf das Galvanometer aufgesetzt, schwächte er das Feld auf etwa 1/8 seiner ursprünglichen Grösse ab. Es wurde nun die Einwirkung eines etwa in die Richtung des magnetischen Meridians, ostwestlich vom Galvanometer, gebrachten Stabes aus weichem Eisen untersucht. Derselbe zeigte sich bei geschütztem Galvanometer um 20 % kleiner als bei ungeschütztem.

In dieser Beziehung ist demnach die Astasirung durch Schutzring der Astasirung durch Compensator entschieden vorzuziehen. Indessen wird durch die langsamere Bewegung der Galvanometernadel einmal das Arbeiten sehr viel zeitraubender, und ausserdem steigt in gleichem Verhältnis die während einer Beobachtung eintretende Aenderung der Ruhelage, so dass also für die Genauigkeit des Arbeitens durch den Schutzring entschieden mehr verloren als gewonnen wird. Jedenfalls muss beim Arbeiten mit dem Schutzring das Galvanometer viel schärfer überwacht werden, als dies sonst erforderlich ist. Der Schutzring dürfte sonach nur in den Fällen empfohlen werden können, wo man gezwungen ist, durch Astasirung die Empfindlichkeit eines Galvanometers zu erhöhen und bei Nullmethoden.

München, Elektrotechnische Versuchsstation.

Digitized by Google

Messung des specifischen Volumens gesättigter Dämpfe und des mechanischen Aequivalentes der Wärme[1]).

Von

A. Perot.

Wendet man auf eine Mischung einer Flüssigkeit mit ihrem Dampfe das Princip der Aequivalenz und das Carnot'sche Princip an, so erhält man die bekannte Gleichung:

$$\lambda = \frac{1}{E}\, T\,(u' - u)\,\frac{dp}{dT}.$$

In dieser Gleichung stellt E das mechanische Aequivalent der Wärme, T die absolute Temperatur, p den Druck in Kilogramm per Quadratmeter, λ die latente Verdampfungswärme, u' das specifische Volumen des Dampfes, u dasjenige der Flüssigkeit dar.

Für nicht sehr hohe Temperaturen kann man für T den angenäherten Ausdruck $(273 + t)$ nehmen; wenn man eine Flüssigkeit untersucht, von welcher λ, $\frac{dp}{dT}$ und u bekannt sind und man ermittelt auf experimentellem Wege u', so wird die Gleichung den Werth von E, dem mechanischen Aequivalent der Wärme, geben.

Es wurden Versuche gemacht, um u' zu bestimmen; die Herrn Fairbairn und Tate einerseits, und Herwig andrerseits, haben versucht, das Volumen einer bekannten Masse von gesättigtem Dampfe bei einer gegebenen Temperatur zu messen. Diese Art der Messung unterliegt jedoch grosser Ungenauigkeit, die aus der Schwierigkeit entsteht, die Messung exact im Augenblick der Sättigung zu machen.

1) Uebers. aus C. R. vol. CII p. 1369 (1886).

Digitized by Google

Um dieser Unzukömmlichkeit abzuhelfen, dachte ich, es wäre besser in umgekehrter Weise vorzugehen, d. h. im Voraus ein gewisses Volumen festzusetzen und dann die Masse gesättigten Dampfes, welche dasselbe ausfüllt, zu bestimmen. Nehmen wir an, in einem mit gesättigtem Dampfe gefüllten Gefässe befinde sich ein Ballon, welchen man, wenn er gefüllt ist, schliessen und herausziehen könne; zieht man nun von dem ganzen Gewicht des gefüllten Ballons das der Hülle ab, so erhält man das Gewicht des darin enthaltenen Dampfes; um u' zu erlangen, bleibt also nur noch das Volumen zu messen.

Ich habe diese Idee auf folgende Weise realisirt: in einem cylindrischen Kupfergefässe von 12^{cm} innerem Durchmesser befestigt man ein Fläschchen mit der Flüssigkeit die man untersuchen will, und einen Ballon zur Dampfdichten-Bestimmung von ungefähr 200^{cbc} Inhalt, dessen Hals in eine feine Spitze ausgezogen ist. Um das äusserste Ende dieser Spitze ist ein feiner Platindraht zweimal herumgewickelt, durch welchen man willkürlich einen Strom gehen lassen kann, der durch Drähte zugeleitet wird, deren einer durch die Wand des Kupfergefässes geht und von diesem durch eine Glasröhre isolirt ist. Sodann wird das Gefäss mittels eines Schraubstückes verschlossen und um einen hermetischen Verschluss ohne Einschaltung eines fetten Leders zu erhalten, gibt man zwischen die beiden Theile des Schraubstückes ein Stück Blei. Man macht das Innere luftleer durch eine ausgezogene Glasröhre, welche man dann an der Lampe zuschmilzt; diese Röhre, sowie diejenige, welche den isolirten Draht enthält, der den Strom zuführt, gehen in das Innere des Gefässes durch eine Stopfbüchse, welche mit einer Mischung von Asbest und Talg gefüllt ist. Der Apparat wird sodann in ein mit Rührvorrichtung versehenes Oelbad gebracht, und dieses erhitzt, bis die Flasche zerbricht und der Ballon sich mit gesättigtem Dampf von der Temperatur des Bades füllt. Man erhöht diese Temperatur, welche man mittels Thermometern misst die mit dem Luftthermometer verglichen worden sind, bis zu dem Grade, den man wünscht und hält sie eine Zeit lang constant; dann lässt man einen Strom durch den inneren Platindraht gehen, bis er rothglühend wird; die Spitze, um die er gewickelt ist, schmilzt und der Ballon ist augenblicklich geschlossen, und zwar so gut wie man es vor dem Löthrohr machen könnte.

Der Apparat wird dann aus einander genommen und der Ballon gewogen; im weiteren kann man vorgehen wie beim Messen der Dampfdichte nach den Angaben von Dumas.

Bisher habe ich mit Wasser und Aether Versuche ausgeführt; ich stelle in Folgendem einige der gefundenen Zahlen zusammen:

Digitized by Google

Wasser.

Temperatur	Gewicht des Liters des Dampfes	u' Specifisches Volumen	E Abgeleitetes Aequivalent
68,20°	0,174g	5,747	424,6
88,60	0,395	2,531	423,3
98,10	0,561	1,782	424,1

Aether.

37,90	5,953	0,168	424,2.

Der mit dem Aether ausgeführte Versuch bietet eine grössere Garantie dar, als die anderen, denn da das Gewicht des Dampfes verhältnismässig gross ist, so sind die relativen Fehler viel kleiner. Die Zahl, die aus diesen Versuchen für das mechanische Aeqivalent der Wärme hervorgeht, ist ungefähr 424.

Digitized by Google

Ueber den Einfluss der Strömungen auf den Charakter der vom Winde erregten Wellen.

Von

J. F. Hermann Schulz.

Im 4. Hefte dieses Jahrganges hat Herr M. Möller eine Abhandlung veröffentlicht, in der er die Richtigkeit der bei den Seeleuten allgemein verbreiteten Ansicht bestreitet, dass bei einander entgegen gerichtetem Strom und Wind, die von letzterem erregten Wellen einen wesentlich anderen, gefährlicheren Charakter besitzen, als wenn keine, oder gar eine dem Winde gleichgerichtete Strömung vorhanden wäre. — Nach seiner Meinung kann eine vorhandene Strömung lediglich die Intensität der Wellenbildung beeinflussen, wie sich dieses deutlich aus folgenden Worten ergibt (S. 257—258):

> „Wellen, welche in einem mit 1^m Geschwindigkeit fliessenden Gewässer selbst entstehen, werden durch die Strömung weniger beeinflusst, als dies bei dem Uebergang in andere Strömungsrichtung beschrieben wurde. — Dieselben fallen etwas grösser aus, wenn Wind und Wellen gegen den Strom sich bewegen, als wenn sie mit dem Strom gerichtet sind. — Dieser Unterschied ist bei schwachem Winde von Bedeutung, bei stärkerem Winde jedoch weniger. Bei einem Winde von 10^m Geschwindigkeit entstehen im Gewässer mit 1^m Gegenströmung Wellen von solcher Höhe, als ein Wind von 11^m Windgeschwindigkeit in ruhigem Wasser erzeugen würde. — Bei gleichgerichteter Bewegung von Wasser und Luft ist die Differenz 10—1 d. i. 9^m für die Erzeugung der Welle maassgebend".

Herr Möller hat indessen bei seiner Schlussfolgerung übersehen, dass es für die Bewegungen der infolge des Windanstosses in der Welle schwingenden Wassertheilchen keineswegs einerlei sein kann, ob sie bei Erhalt des Windanstosses in Ruhe befindlich, oder bereits in einer Bewegung befindlich, die jenem Anstosse entweder gleich- oder aber entgegengerichtet war.

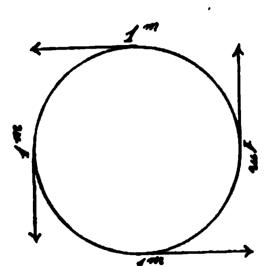
Digitized by Google

Während in einem Gewässer ohne Strömung die in den Wellen schwingenden Wassertheilchen ihre Bahnen lediglich unter dem Einflusse der Windstösse beschreiben, also für eine bestimmte Windstärke auch eine bestimmte Bahn der Wassertheilchen vorhanden ist, ändert sich dieses doch sofort, sobald die Wasserpartikelchen infolge einer Strömung noch einem zweiten Bewegungsimpulse unterliegen. — Je nach dem Sinne und der Stärke dieses zweiten Impulses, muss dann auch die resultirende Bahn der schwingenden Wassertheilchen verschieden ausfallen, und damit der Charakter der Wellenbewegung sich ändern.

Machen wir uns dieses an folgenden Beispielen klar, wobei wir Einfachheit haber die Bahnen der unter dem alleinigen Impulse des Windes schwingenden Wassertheilchen als kreisförmig, und die Geschwindigkeiten als überall gleich gross annehmen wollen; es ist dieses ja nicht der Wirklichkeit gemäss, erlaubt aber immerhin den Einfluss der Strömung zu zeigen. — Die Geschwindigkeit des Windes wollen wir immer derartig nehmen, dass sie in Bezug auf die Wassertheilchen 10^m beträgt, und ferner, dass dann die Schwingungsgeschwindigkeit der Wellenpartikelchen 1^m betrage.

Wir haben dann folgende drei Fälle:

1. Stehendes Wasser. Windgeschwindigkeit 10^m; die Luft trifft also das Wasser mit 10^m Geschwindigkeit.

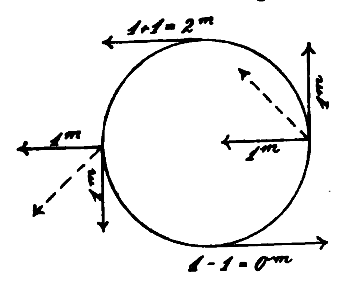


←⋘ Fortschreiten der Welle mit normaler Geschwindigkeit.

←⋘ Wind: 10^m, Strom: 0 } Differenz: 10^m.

Die Richtung der Bewegung der Wassertheilchen entspricht überall der Tangente des Kreises, und die Geschwindigkeit ist überall gleich gross.

2. Mit dem Winde gleichgerichtete Strömung von 1^m. Windgeschwindigkeit 11^m; die Luft trifft also das Wasser wie bei 1. mit 10^m Geschwindigkeit.



←⋘ Fortschreiten der Welle mit beschleunigter Geschwindigkeit. Bei der Beobachtung solcher Wellenbewegungen z. B. hier im Elbstrome, erhält man den Eindruck, dass diese Beschleunigung nicht nur in Bezug auf einen festen Punkt ausserhalb der Strömung stattfindet, sondern auch bezogen auf einen mit dem

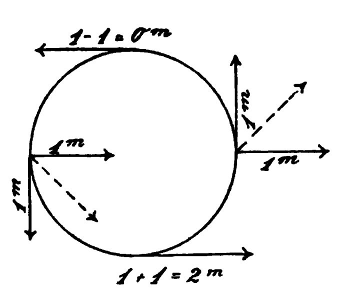
Digitized by Google

Strome treibenden Gegenstand. (Entscheidende Beobachtungen, ob sich dieses thatsächlich, oder nur scheinbar so verhält, konnte ich bisher nicht ausführen.)

← Wind: 11^m } Differenz: 10^m.
← Strom: 1^m

Die Bewegung der Wassertheilchen ist jetzt im oberen Theile der Bahn beschleunigt, im unteren Theile dagegen verzögert und zugleich die Richtung in den einzelnen Punkten der Bahn dergestalt verändert, dass eine bedeutende Verflachung des ganzen Gebildes die Folge ist.

3. Dem Winde entgegengerichtete Strömung von 1^m. — Windgeschwindigkeit 9^m; die Luft trifft das Wasser folglich wie bei 1. und 2. mit 10^m Geschwindigkeit.



← Fortschreiten der Welle mit verzögerter Geschwindigkeit. Wie unter 2. die Beschleunigung, so scheint auch hier die Verzögerung nicht nur eine relative, sondern eine absolute zu sein, d. h. eine Verzögerung auch in Bezug auf einen mit der Strömung fortschreitenden Punkt.

← Wind: 9^m } Differenz: 10^m.
→ Strom: 1^m

Die Bewegung der Wassertheilchen ist jetzt im oberen Theile ihrer Bahn verzögert, im unteren dagegen beschleunigt; die veränderte Richtung in den einzelnen Punkten der Bahn bedingt jetzt das steilere Aufwärtsstreben des Wellengebildes.

Aus vorstehenden Betrachtungen geht wohl genügend hervor, dass die Richtung, resp. überhaupt die Existenz einer Strömung einen wesentlichen Einfluss auf die Gestaltung der Bahnen der schwingenden Wellentheilchen hat, und danach dann der Charakter der Wellenbildung sich verschieden gestalten muss; die aus der steten Erfahrung abgeleitete Ansicht der Seeleute über den Einfluss der Strömungen auf den Seegang ist daher als durchaus begründet anzuerkennen.

Hier, bei Hamburg, beträgt die mittlere Geschwindigkeit der Fluthströmung der Elbe $0{,}60^m$, diejenige der Ebbe $1{,}50^m$ per Secunde, oder mit anderen Worten: je nachdem Fluth oder Ebbe ist, trifft ein in der Richtung des Stromes wehender Wind die Wassertheilchen mit im Mittel $2{,}10^m$ verschiedener Geschwindigkeit. — Nach Herrn Möller's Ausführungen sollte dieses bei stärkeren Winden ohne wesentlichen Einfluss auf die Wellenbildung sein und nur die Intensität derselben

Digitized by Google

verändern, was jedoch durchaus den Thatsachen widerspricht, denn gerade bei stärkeren Winden ist der Unterschied im Charakter des Wellenganges bei Fluth und Ebbe am auffälligsten.

Schliesslich sei noch darauf hingewiesen, dass es bei der Betrachtung und Discussion der obigen Beispiele nicht ausser Acht gelassen werden darf, dass in Wirklichkeit die normale Geschwindigkeit der Wellentheilchen nicht überall gleich gross ist; in der unteren Hälfte muss die Bewegung wegen der zunehmenden Reibung an den tieferen, weniger bewegten, ja zuletzt ganz unbewegten Wassermassen verzögert werden, während in der oberen Hälfte die Bewegung infolge des Einflusses des darüber hinstreichenden Windes beschleunigt sein muss.

Wenn man endlich noch erwägt, dass in den flacheren Wellen des 2. Falles die aufsteigenden Wellentheilchen weniger durch die entgegenwirkende Gravitation verzögert werden, sie also mit grösserer Geschwindigkeit in die vorwärts gerichtete Bahnstrecke eintreten, während bei den steileren und höheren Wellen des 3. Falles gerade das Gegentheil stattfindet, so dürfte auch das anscheinend wirklich vorhandene verschieden schnelle Fortschreiten der Wellen in Bezug auf einen gegebenen Punkt der Wassermasse, physikalisch erklärlich sein. Die Betrachtung der Vorgänge auf der absteigenden Seite der Welle führt zu dem gleichen Resultate betreffs der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen.

Hamburg, September 1886.

Digitized by Google

Zur Photometrie der Sonne[1]).

Von

Prof. **Franz Exner.**

Sehr zahlreich sind die Messungen, die über die objective, physikalische Intensität der Sonnenstrahlung im allgemeinen gemacht wurden, sowie über die Intensität der Wärmewirkung und der chemischen Action im Besonderen; dagegen liegen auffallend wenige Versuche vor zur Vergleichung der optischen Kraft der Sonnenstrahlung mit derjenigen irdischer Lichtquellen. Soweit mir die Literatur zugänglich war, konnte ich überhaupt nur zwei Bestimmungen dieser Art auffinden. die aber keineswegs jenen Grad der Genauigkeit auch nur annähernd erreichen, den derartige Messungen gegenwärtig erreichen können, und der bei dem Interesse, welches die Physik der Sonne allgemein erweckt, auch wünschenswerth erscheint.

Die erste dieser Bestimmungen wurde schon vor langer Zeit von Wollaston[2]) ausgeführt; er verglich nicht direct das Licht der Sonne mit dem einer Kerze, sondern beobachtete das Spiegelbild der Sonne in einer kleinen Thermometerkugel von bekannten Dimensionen und in bekannter Entfernung. Er fand so, dass die Sonne eine weisse Fläche ebenso stark erleuchte wie 49500 Kerzen in der Distanz eines Meters. Diese Messung bezog sich nur auf weisses Licht und ihre Genauigkeit kann nur als sehr zweifelhaft betrachtet werden, da die einzelnen Messungen Resultate ergaben, die unter einander im Verhältnisse von 1 : 6 standen.

Die zweite Messung rührt von Sir W. Thomson[3]) her; er liess das Licht der Sonne durch eine nadelstichförmige Oeffnung gehen und beobachtete, wie vielen Kerzen die Beleuchtung noch äquivalent war. Aus dem gemessenen Verhältnisse des Querschnittes von Flamme und Oeffnung ergab sich die specifische Helligkeit des Sonnenlichtes bezogen auf diejenige einer Kerze. Er fand, dass das Sonnenlicht 53000 englischen Normalkerzen äquivalent sei. Die Messung, die sich gleich-

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 94 (1886).

2) Pogg. Ann. Bd. 16 S. 330.

3) Engineering 1882 und Elektrotechn. Zeitschrift Bd. 4 S. 135.

Digitized by Google

falls nur auf weisses Licht bezog, wurde mit einem Rumford'schen Schattenphotometer ausgeführt, und zwar zu York am 8. December 1881 um 1 Uhr mittags[1]).

Wenn es sich darum handelt, zwei sehr verschieden helle Lichtquellen, wie z. B. die Sonne in eine Normalkerze, mit einander photometrisch zu vergleichen, so begegnen wir der Schwierigkeit, dass die gewöhnlichen Methoden für diesen Fall nicht ausreichen; wir können zur Umgehung dieser Schwierigkeit zwei verschiedene Wege einschlagen: erstens können wir durch successives Einschalten und Messen von Zwischenlichtern die ursprüngliche Intensitätsdifferenz auf ein solches Maass reduciren, dass unsere Apparate ausreichen, oder wir können zweitens die Intensität des zu hellen Lichtes auf irgend eine mechanische Weise auf einen uns bekannten Bruchtheil herunterbringen und diesen dann direct mit der Normalflamme vergleichen.

Welcher von diesen beiden Wegen einzuschlagen sei, darüber kann, wie mir scheint, von vornherein gar kein Zweifel existiren. Im ersteren Falle haben wir mit dem Auge drei, vier vielleicht noch mehr Einstellungen zu machen, d. h. ebensoviele Schätzungen der Gleichheit in der Beleuchtung zweier Flächen, denn auf eine solche kommt schliesslich doch jede photometrische Messung hinaus. Im zweiten Falle werden aber diese Einstellungen vom Auge auf irgend welche Maassstäbe übertragen und das Auge hat nur eine einzige Schätzung vorzunehmen. Nun sind aber die Fehler, die bei Einstellung von Maassstäben gemacht werden, geradezu verschwindend gegen diejenigen, die das Auge begeht, so dass man ohne Zweifel den zweiten Weg mit Vortheil betreten wird.

Es wird zwar die Empfindlichkeit des Auges für Helligkeitsunterschiede zu $^1/_{50}$ bis $^1/_{100}$ angegeben, aber eine derartige Empfindlichkeit wird nur unter besonders günstigen Umständen, namentlich bei passender absoluter Intensität der Beleuchtung (etwa volles Tageslicht) erreicht. Unter minder günstigen Umständen, wie sie in der Photometrie nur zu oft auftreten, sinkt dieselbe bis auf $^1/_{20}$, so dass man bei jeder Einstellung einen Fehler von 5% begehen kann. Das ist aber eine Fehlergrösse, von der bei den Einstellungen eines Maassstabes natürlich nicht die Rede sein kann und gegen die alle anderen Fehler der Messung verschwinden.

Ich habe das Photometer, mit welchem die Messungen der Sonnenintensität ausgeführt wurden, dem Vorstehenden entsprechend construirt.

Die Vergleichung der beiden Lichtintensitäten geschah mit Hilfe eines Ritchie'schen Prismas; dasselbe bestand entweder aus Gyps

1) Auch Arago soll eine derartige Messung ausgeführt und eine viel kleinere Zahl als Thomson erhalten haben; doch konnte ich die betreffende Arbeit nicht ausfindig machen.


Digitized by Google

oder aus Metall, das mit möglichst wenig spiegelndem weissem Papier belegt war. Es muss darauf geachtet werden, dass die beiden rechtwinkelig zu einander gestellten Flächen des Prismas in einer möglichst scharfen Kante zusammenstossen, da dadurch die Sicherheit der Einstellung erhöht wird.

Zur mechanischen Schwächung des intensiven Lichtes wurden gleichzeitig drei Methoden in Anwendung gebracht, bei deren Auswahl namentlich die Vermeidung einer jeden Spiegelung oder Brechung des Lichtes, sowie eine für die Praxis möglichst leichte Handhabung maassgebend waren. Bei Anwendung von Reflexionsspiegeln, Dispersionslinsen, Nicol'schen Prismen und dgl. kann man, wie aus den Fresnel'schen Formeln hervorgeht, sehr bedeutende Fehler — bis zu 8% und mehr — begehen, wenn man nicht jede Einstellung einer besonderen Berechnung unterzieht. Die folgenden drei von diesen Fehlerquellen ganz freien Methoden genügen aber in ihrer Combination, um auch die stärksten Lichtquellen einer directen Messung zugänglich zu machen.

1. Veränderung der Distanz der Lichtquellen vom Prisma, resp. nur der Vergleichsflamme, wenn es sich um Messung der Sonne handelt.

2. Schwächung des Lichtes durch Einschaltung einer rotirenden Scheibe mit abwechselnd undurchsichtigen Sectoren, in den Gang desselben.

3. Schwächung des Lichtes durch Veränderung des Incidenzwinkels.

Von der ersten Methode macht man allgemein bei allen photometrischen Messungen Anwendung; handelt es sich um sehr intensive Lichtquellen, z. B. um die elektrischen Lampen von Leuchtthürmen, so müsste man, wollte man nur diese eine Methode in Anwendung bringen, sehr grosse Distanzen zu Hilfe nehmen, wobei die Absorption in der Luft schon eine nicht mehr zu vernachlässigende Rolle spielt. Die Combination mit den beiden anderen Methoden erlaubt aber noch im äussersten Falle ein Licht von ca. 10000 Kerzen in der Distanz von nur einem Meter mit einer Normalkerze direct zu vergleichen, so dass man für die Photometrie aller künstlichen Lichtquellen mit einem Raume von $4-5^{m}$ Länge vollkommen ausreicht.

Die zweite Methode ist zuerst von Talbot und später noch mehrfach angewendet worden[1]); zwei auf einer gemeinsamen Achse rotirende undurchsichtige Scheiben haben je drei symmetrisch angeordnete Ausschnitte von 60° Centriwinkel. Die eine Scheibe lässt sich gegen die andere auf der Achse verdreben, so dass durch Projection der einen auf die andere die Summe der freien Sectoren allen Centriwinkeln von

1) Vergl. Hammerl, Elektrotechn. Zeitschrift Bd. 4 S. 262.

Digitized by Google

0^0—180^0 entsprechend gemacht werden kann. Wird diese Scheibe senkrecht in den Gang des intensiven Lichtes eingeschaltet, so kann dadurch von diesem nach Belieben ein Betrag von 50—100% abgeblendet werden. Rotirt die Scheibe mit genügender Geschwindigkeit, so erscheint die Prismenfläche dahinter nicht mehr intermittirend, sondern gleichmässig beleuchtet, und zwar mit einer Intensität, die genau dem Betrage der Abblendung entspricht[1]). Einer der undurchsichtigen Sectoren trägt eine Gradtheilung, an welcher dieser Betrag jeweilig abgelesen werden kann. Die Geschwindigkeit der Rotation ist natürlich, sobald das Bild nur gleichmässig erleuchtet erscheint, vollkommen gleichgiltig und kann dieselbe durch ein kleines Uhrwerk, wie man es für stroboskopische Scheiben verwendet oder auch durch die Hand direct bewirkt werden.

Da man selbst bei mässigen Dimensionen der Scheibe leicht auf $\frac{1}{20}^0$ genau einstellt, so wird auch bei einer Abblendung bis auf dreimal 5^0 der Einstellungsfehler noch unter ein Procent betragen.

Zur Verwendung der dritten Methode ist das Ritchie'sche Prisma um eine verticale Achse drehbar, die durch seine vordere Kante hindurchgeht und mit der Achse eines horizontalen Theilkreises zusammenfällt, an welchem die Drehungen des Prismas abgelesen werden können. In der normalen Stellung des letzteren, sieht das Auge gegen die Kante durch eine geschwärzte Röhre, deren Richtung den Prismenwinkel halbirt. Die beiden Lichtquellen befinden sich in einer Geraden, die durch die Kante hindurchsetzt und gegen die Prismenflächen symmetrisch liegt, so dass beide unter gleicher Incidenz von 45^0 getroffen werden. Dreht man nun das Prisma um seine Achse, so wächst der Incidenzwinkel auf der einen Seite und vermindert sich auf der anderen, so dass die Beleuchtungen sich beiderseits in entgegengesetztem Sinne ändern; dadurch wird eine verhältnismässig sichere und — was bei photometrischen Methoden sehr wichtig ist — wenig ermüdende Einstellung ermöglicht.

Die eigentliche Messung wird durch diese Drehung des Prismas gemacht; das Gesichtsfeld des Beobachters besteht dabei lediglich aus zwei scharf aneinanderstossenden Halbkreisen, deren Intensitäten sich gleichzeitig im entgegengesetzten Sinne verändern, so dass man dabei von einem sehr fatalen Umstande befreit ist, der z. B. das Bunsen-sche Photometer trifft. Bei diesem muss entweder eines der Lichter während der Messung verschoben werden, was bekanntlich sehr zu vermeiden ist, oder es muss der Beobachter mit dem Kopfe den Verschiebungen des Papierschirmes folgen. Bei dieser Art der Messung

1) Die Richtigkeit dieser Methode ist bereits durch vielfache Messungen erprobt und geht auch aus den später folgenden Zahlen hervor.


Digitized by Google

ist aber die Gefahr gross, dass man bei wiederholten Einstellungen sich unwillkürlich mehr nach der Lage des Kopfes als nach der Intensität der Beleuchtung richtet.

Würden die Prismenflächen gar nicht spiegelnd reflectiren und wäre die Intensität des diffusen Lichtes vom Ausstrahlungswinkel unabhängig, so wäre der Effect der Drehung des Prismas durch die Tangente des Drehungswinkels gegeben. Da diese beiden Bedingungen aber nicht zutreffen, namentlich die spiegelnde Reflexion bei kleiner Incidenz sehr merkbar ist, so wird eine einmalige Calibrirung des Instrumentes für den Werth der Drehungen nothwendig. Zu diesem Zwecke stellt man zwei Lichtquellen gleicher Intensität beiderseits auf; sind die Entfernungen vom Prisma gleich, so muss letzteres in seiner Normallge an beiden Seitenflächen gleich hell erscheinen. Nun rückt man das eine Licht in eine bekannte grössere Entfernung und ermittelt den Drehungswinkel, der nothwendig ist, um wieder gleiche Helligkeit zu erzielen. Dasselbe macht man mit einer dritten, vierten u. s. f. Entfernung bis man eine genügende Anzahl der den Drehungswinkeln 0—40° (weiter kann man füglich nicht gehen) entsprechenden Werthe ermittelt hat, um daraus mit genügender Genauigkeit eine Curve oder Tabelle entwerfen zu können.

Um für die folgenden Sonnenbeobachtungen eine Kritik der Genauigkeit zu ermöglichen, theile ich hier die für meinen Apparat giltige Tabelle mit. Unter δ sind die Drehungswinkel angegeben, und unter k das Intensitäsverhältnis zweier Lichter, die sich gleich weit vom Prisma befinden und bei dem betreffenden Winkel eine gleiche Beleuchtung erzeugen.

δ	k	δ	k
0°	1,0	27°	2,90
3	1,1	28	3,10
5	1,2	29	3,40
8	1,4	30	3,65
10	1,5	31	3,95
13	1,6	32	4,40
15	1,7	33	4,90
17	1,8	34	5,45
20	1,95	35	6,05
21	2,00	36	7,05
22	2,15	37	8,15
23	2,25	38	10.00
24	2,40	39	12,20
25	2,55	40	15,80
26	2,70		

Digitized by Google

Wie man sieht, wächst der Werth eines Grades, sehr schnell mit der absoluten Grösse der Drehung, es bedeutet dies aber nicht etwa eine verminderte Empfindlichkeit bei schieferer Stellung des Prismas, sondern es rührt dies daher, dass in dieser Lage der Wechsel der Beleuchtung, wie natürlich, ein viel rascherer ist; diesem Umstande entsprechend, stellt man aber auch viel schärfer ein, so dass die Fehlergrenzen bei allen Stellungen die gleichen sind. Die Fehler der Einstelluug sind schliesslich immer nur durch die Empfindlichkeitsgrenze des Auges für Intensitätsunterschiede bedingt.

Durch die Drehbarkeit des Prismas ist man demnach im Stande, die Intensität des stärkeren Lichtes noch mit Leichtigkeit auf $^1/_{10}$ zu reduciren.

Fassen wir den Effect der Combinirung dieser drei Methoden auf die Photometrie irdischer, starker Lichtquellen zusammen, so ergibt sich Folgendes:

Durch Anwendung der rotirenden Scheibe kann die Intensität bis auf $^1/_{40}$ herabgemindert werden, was einem Oeffnungswinkel von dreimal 3° entspricht, ohne dass der Einstellungsfehler ein nennenswerther wird; durch die Drehung des Prismas wird nochmals eine Schwächung auf $^1/_{10}$ erzielt, so dass man schliesslich nur $^1/_{400}$ der ursprünglichen Intensität zu äquilibriren braucht. Kann man also z. B. mit einem Bunsenphotometer unter gegebenen Bedingungen noch ein Licht von 100 Kerzen messen, so gestattet die hier besprochene Combination unter Benutzung der gleichen Distanzen noch eine Messung von 40000 Kerzen.

Hat man einen Raum von 5^m zur Verfügung und stellt die Normalkerze in die noch ganz zulässige Distanz von $^1/_8{}^m$, das zu messende Licht in die Distanz von 4^m, so kann letzteres noch, wenn es eine Helligkeit von 57600 Kerzen hat, gemessen werden, ohne dass die Einschaltung von Zwischenlichtern nothwendig wäre. Damit dürfte aber auch allen Anforderungen der Praxis in dieser Hinsicht genügt werden.

Bei einer directen Vergleichung zweier so verschieden intensiver Lichtquellen fällt natürlich der Unterschied in der Farbe schwer ins Gewicht. Man hat es oft als einen Vorzug der Methode der Zwischenschaltung von Lichtquellen angesehen, dass dabei der Farbenunterschied ein nicht so auffallender und die Sicherheit der Einstellung daher eine grössere ist. Allein das scheint mir auf einem Irrthume zu beruhen; ich glaube, dass man solcherweise den Fehler nur in einzelne Theile zerlegt, die man im schliesslichen Resultate alle summirt. Es wurde deshalb bei den folgenden Messungen von einer heterochromen Photometrie ganz abgesehen und durch Einschaltung absorbirender Medien zwischen Auge und Prisma dafür gesorgt, dass

Digitized by Google

wenigstens annähernd gleiche Farben mit einander zur Vergleichung kamen. Dreierlei farbige Medien wurden benutzt: für Roth das gewöhnliche Ueberfangglas (Kupfer), für Grün ein Glas, das nur Strahlen zwischen D nud F durchliess und für Blau eine Lösung von Kupferoxydammoniak mit möglichst intensiver Färbung.

Bevor ich die eigentlichen Messungen mittheile, will ich noch Einiges über die Genauigkeit derselben erwähnen. Vergleicht man nur schwache Lichtquellen mit einander, etwa eine Gasflamme mit einer Kerze, so ist die Genauigkeit der des Bunsenphotometers mindestens gleich. Aus zahlreichen Messungen hat sich ergeben, dass die einzelnen Einstellungen für weisses Licht nicht mehr als 2% — 3% von einander abweichen und das entspricht eben der Empfindlichkeit des Auges bei mässiger Lichtstärke.

Messungen an einem Siemens'schen Regenerativbrenner von 1000 Kerzen und an einer elektrischen Lampe von ca. 10000 Kerzen haben unter Anwendung färbiger Gläser nur eine Uebereinstimmung der einzelnen Einstellungen bis auf 4% ergeben; das rührt zum Theil daher, dass bei grösserer absoluter Intensität die Empfindlichkeit des Auges abnimmt, zum Theil aber ist es wohl eine Folge der Unmöglichkeit, das Auge in der Nähe so intensiver Lichtquellen ohne ganz besondere Vorsichtsmaassregeln vor der Einwirkung derselben zu schützen. Es sei auch gleich erwähnt, dass bei den Messungen der Sonne leider kaum die nöthigsten Vorkehrungen zum Abblenden des Nebenlichtes und zum sonstigen Schutze der Augen getroffen werden konnten. Bei der Beobachtung der Sonne im monochromatischen Licht war die Genauigkeit keine wesentlich geringere mehr; wie die nachfolgenden Zahlen zeigen werden, differirten die einzelnen Einstellungen auch nur um etwa 4% — 5%.

Ich theile nun die Resultate der einzelnen Beobachtungen mit. Dieselben wurden nur an ganz wolkenlosen Tagen und bei möglichst klarem Himmel gemacht; letztere Bedingung ist in einer grossen Stadt freilich nur selten und niemals vollkommen erfüllt.

A. Beobachtung vom 20. December 1885, 12^h — 1^h.

Der Himmel war anscheinend ganz klar. Es konnte das Sonnenlicht direct mit einer englischen Normalkerze (45^{mm} Flammenhöhe) verglichen werden. Die Strahlen der Sonne fielen unmittelbar auf das Prisma, dessen Achse entsprechend schief gestellt wurde. Unter φ ist der Centriwinkel angegeben, der dem offenen Theil der rotirenden Scheibe entsprach, unter δ die Distanz der Normalkerze vom Prisma in Centimetern, unter α die Drehungswinkel des Prismas bei den einzelnen Einstellungen und unter J die daraus resultirende Intensität der Sonne in Meterkerzen.

Digitized by Google

a) Roth.

φ	δ	α	J
15°	18,0	35 1/4	4760
		35 1/4	
		35 1/2	
		35 1/4	

b) Grün.

φ	δ	α	J
15°	12,5	37	12600
		36 3/4	
		37	
		37	

B. Beobachtung vom 19. Mai 1886, $12^h - 1^h$. Himmel tiefblau.

Zur Sommerszeit ist die Intensität der Strahlung eine so bedeutende, dass eine directe Vergleichung mit der Normalkerze ohne Ueberschreitung der zulässigen Distanzen nicht mehr möglich ist; es musste deshalb ein Argandbrenner zu Hilfe genommen werden. Auch ist der Sonnenstand ein so hoher, dass es nöthig wird, das Licht durch ein total reflectirendes Prisma auf das Photometer zu werfen. Dabei erleidet es durch doppelte Reflexion einen Intensitätsverlust, der sich aus den Formeln Fresnel's entnehmen lässt, ohne dass es nöthig wäre, den Incidenzwinkel genau zu messen. Es ändert sich nämlich dieser Verlust bei Incidenzen von 0°—30° nur ganz wenig und betrug bei den folgenden Versuchen stets 8%; diese Correctur ist an den Zahlen bereits angebracht.

a) Roth.

φ	δ	α	J
15°	30,2	34 1/4	13630
		34	
		34 1/4	

b) Roth.

φ	δ	α	J
9°	30,2	29 1/2	13770
		29 3/4	
		29 1/4	

c) Roth.

φ	δ	α	J
15°	19,4	23 1/4	13800
		23	
		23	

Digitized by Google

Bei diesen Versuchen wurde die Intensität des Argandbrenners gleich 9,12 Kerzen für Roth gefunden. Man sieht aus Vergleichung mit der vorhergehenden Messung, dass die Sonnenintensität im Sommer eine viel bedeutendere ist, als im Winter.

C. Beobachtung vom 26. Mai 1886, 12—1^h. Der Himmel war rein, hatte aber eine weisslichere Farbe als bei B.

a) Roth.

φ	δ	α	J
15°	12,5	13	18040
		13	
		12½	

b) Grün.

φ	δ	α	J
15°	12,5	32½	55700
		32¾	
		33	

Die Intensität der Gasflamme betrug für Roth 6,8 und für Grün 7,0 Kerzen.

D. Eine weitere Beobachtungsreihe wurde am 27. Mai 1886, 12^h—1^h angestellt, von der hier nur die Resultate folgen sollen.

	Roth	Grün	Blau	φ	δ
a)	18750	—	—	15°	25,0
b)	18360	54500	122300	15	14,0
c)	17970	56900	127400	30	14,0

Man sieht, dass die bei verschiedenem φ und δ gewonnenen Resultate innerhalb der natürlichen Fehlergrenzen mit einander übereinstimmen, wie auch die folgenden Versuche zeigen.

E. Beobachtung vom 2. Juni 1886, 12^h.

	Roth	Grün	Blau	φ	δ
a)	11270	42550	—	9°	39,0
b)	11250	43100	118800	9	18,0
c)	10800	41900	—	15	18,0

F. Beobachtung vom 2. Juni 1886, 1^h.

	Roth	Grün	Blau	φ	δ
a)	12660	48800	—	24°	18,0
b)	13160	—	—	30	18,0
c)	12940	—	—	36	18,0

Digitized by Google

Diese Versuche zeigen, dass sowohl die absolute Intensität als die spectrale Zusammensetzung des Sonnenlichtes von Tag zu Tag sehr variiren, auch wenn man nur möglichst reine Tage in Rücksicht zieht, ein Resultat, dass schon aus der verschiedenen Färbung des Himmels an klaren Tagen folgt.

Wenn wir für die mittleren Partien des Spectrums die durchschnittliche Intensität gleich 50 000 Meterkerzen setzen, so finden wir unter Berücksichtigung der Entfernung der Sonne, dass letztere in ihrer Wirkung durch 10^{27} Normalkerzen ersetzt würde. Dies gilt eigentlich für grünes Licht und bietet für das Weiss nur einen ungefähren Maassstab; auch ich dabei auf die Absorption in der Atmosphäre keine Rücksicht genommen; die wirkliche Sonnenintensität muss demnach noch viel bedeutender sein.

Was die specifische Helligkeit der Sonne anlangt, so ergibt sich dieselbe aus obiger Zahl und der Oberfläche; man findet, dass 1^{qcm} der Sonnenoberfläche ebenso viel (grünes) Licht aussendet wie 67000 Normalkerzen. Die Fläche einer Kerzenflamme bei normalem Brennen beträgt ca. 4^{qcm} und daraus ergibt sich die specifische Helligkeit der Sonne 270000 mal so gross als die einer Normalkerze. Diese Zahlen gelten für den Sommer; aus der Beobachtung vom 20. December würde man die Zahl 67500 erhalten und diese stimmt mit der Angabe Thomson's (53000), die sich auf einen 8. December bezieht, genügend überein, wenn man bedenkt, dass Thomson mit weissem Licht gemessen hat, während hier die Zahlen für die mittlere Partie des Spectrums verwendet wurden.

Nimmt man für einen mittleren Zustand der Atmosphäre die folgenden Intensitäten (in Meterkerzen) der Sonne an:

	Roth	Grün	Blau
Sommer[1])	14000	50000	120000
Winter[1])	4800	12600	—

so ergeben sich als Verhältnis der specifischen Helligkeiten von Sonne und englischer Normalkerze für die einzelnen Farben die Zahlen:

	Roth	Grün	Blau
Sommer	75600	270000	648000
Winter	25900	67500	—

1) Um Mittag.

Digitized by Google

Da im Winter nur eine einzige Beobachtung gemacht werden konnte, so wird man diesen Zahlen kein so grosses Gewicht beilegen dürfen; leider gestatteten dic localen Verhältnisse nicht, während des Sommers bei entsprechend tiefem Sonnenstande zu beobachten.

Die auf 1^{qcm} der Sonnenoberfläche entfallenden Intensitäten sind in Normalkerzen:

	Roth	Grün	Blau
Sommer	18900	67000	162000
Winter	6480	16880	—

Digitized by Google

Die Dauer der Sonnenrotation nach den Störungen der erdmagnetischen Elemente in Pawlowsk[1]).

Von

P. A. Müller.

Im Anschluss an eine frühere Arbeit: „Ueber den normalen Gang und die Störungen der erdmagnetischen Elemente[2]), wo ich nach der Methode des Herrn Director Wild jene beiden Variationen der Elemente gesondert gewonnen habe, erschien es höchst interessant zu untersuchen, welche Beziehungen sich zwischen jenen Störungen und der Sonnenrotation nachweisen lassen. Wenn nämlich die Störungen, wie es den Anschein hat, hauptsächlich durch Erscheinungen auf der Sonne verursacht werden, so müsste, falls letztere nur während einer Sonnenrotation keine zu bedeutende Aenderungen erfahren, sich bei ihnen auch eine mit der Sonnenrotation coincidirende Periode zeigen.

Von den Erscheinungen auf der Sonne sind wohl die Sonnenflecken relativ am meisten constant[3]), und wenn daher die aus ihrer directen Beobachtung abgeleitete Rotationsdauer mit der aus den magnetischen Störungen abzuleitenden übereinstimmen wird, so kann man daraus auf ähnliche Constanz dieser Störungsursachen auf der Sonne schliessen, ja die letzteren vielleicht hauptsächlich in den Sonnenflecken selbst oder in einer sie begleitenden Erscheinung zu suchen haben.

Aus der Grösse resp. Häufigkeit der magnetischen Störungen haben bereits früher die Herren Broun[4]), Hornstein[5]), Liznar[6])

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Bulletin de l'Académie St. Pétersbourg vol. XXX (1886).

2) Repert. für Meteorol. Bd. 9 Nr. 3.

3) Vergl. Hornstein: Wiener Bericht. Bd. 64 S. 72.

4) Broun: Comptes-rendus, vol. LXXVI, p. 695 ff.

5) Hornstein: Ueber die Abhängigkeit des Erdmagnetismus von der Sonne Wiener Berichte Bd. 64 S. 62 ff. Ueber die Abhängigkeit des Barometerstandes von der Rotation der Sonne Bd. 67 S. 385 ff.

6) Liznar: Ueber den täglichen und jährlichen Gang der magnetischen Declination zu Wien, ebend. Bd. 91, Märzheft (1885).

Digitized by Google

die Zeitdauer einer synodischen Sonnenrotation abgeleitet. Um eine eventuelle dieser Rotationszeit entsprechende Periode auch in der Grösse der von mir ermittelten magnetischen Störungen nachzuweisen, habe ich dieselbe Methode verwendet, welche Herr Hornstein angegeben hat.

Die Störungen, welche von mir in der erwähnten Abhandlung in positive und negative gesondert für jede Stunde des Intervalls vom 1. August 1882 bis 31. August 1883 mitgetheilt sind, wurden ohne Rücksicht auf das Vorzeichen zu Tagesmitteln vereinigt, so dass ich im Ganzen 396 Einzelwerthe erhielt. Diese letzteren Grössen, welche wir mit 1, 2, 3 . . . 396 bezeichnen wollen, wurden dann in Gruppen zu 24, 25 . . . 28 Tagen geordnet, wobei z. B. für die Gruppe mit 24 Tagen folgendes Schema gilt:

	1,	2,	3	24
	25,	26,	27	48
	⋮	⋮		⋮
	361,	362	. . . .	384
	385,	386 . . .	396 . . .	
Mittel	I	II	III	XXIV.

Aus den einzelnen Verticalreihen wurden dann Mittelwerthe gebildet, welche also die mittlere Grösse einer Störung für jeden Tag der angenommenen 24tägigen Periode anzeigen. Die Werthe I . . XXIV oder I . . XXV etc. sind in den späteren kleinen Tabellen angeführt, wo die Daten für die einzelnen Gruppen in Verticalspalten angeordnet sind.

Jede dieser Columnen wurde dann als Periode von der Form:

$$p + p_1 \sin (v_1 + nx)$$

aufgefasst, wo p, p_1, v_1 die unbekannten zu bestimmenden Constanten sind, während $n = \frac{360}{T}$, x den Tag und T die ganze Länge der Periode bezeichnet.

Für die von uns verwendeten Perioden von 24 . . . 28 Tagen wird demnach:

$$n_1 = \frac{360}{24} = 15^0 \quad 0' \quad 0{,}0''$$

$$n_2 = \frac{360}{25} = 14 \quad 24 \quad 0{,}0$$

$$n_3 = \frac{360}{26} = 13 \quad 50 \quad 46{,}3$$

Digitized by Google

$$n_4 = \frac{360}{27} = 13 \quad 20 \quad 0{,}0$$

$$n_5 = \frac{360}{28} = 12 \quad 51 \quad 25{,}8$$

Nachdem dann die 3 Constanten p, p_1 und v_1 berechnet waren, wurde für p_1 den Factor des Sinus also für die Amplitude (A) der Variation die Form angenommen:

$$A = \alpha + \beta\,(T - 25) + \gamma\,(T - 25)^2$$

und mit Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate die 3 Grössen α, β, γ berechnet. Um nun den wahrscheinlichsten Werth von T zu gewinnen, muss man denjenigen suchen, welcher A zu einem Maximum macht, und erhält nach Einsetzung desselben in die letzte Gleichung für A auch dessen Endwerth.

Auf diese Art sind nun im Folgenden für alle drei Elemente des Erdmagnetismus die Werthe von T und A berechnet, ferner wurden für die Declination noch zwei andere Werthe derselben beiden Grössen gesucht, deren Grundzahlen aber nicht die früheren Tagesmittel der Störungen ohne Berücksichtigung des Vorzeichens, sondern die Tagesmittel der positiven oder negativen getrennt bilden. Diese Tagesmittel ergaben sich durch Addition aller positiven resp. negativen Störungen desselben Tages und durch Division dieser Summen durch die Anzahl der Fälle. Dieser Tagesmittel der getrennten Störungen wurden dann ebenso wie die andere Art in Gruppen geordnet und nach denselben Formeln weiter verwendet.

In den folgenden 5 Tabellen sind in der ersten Verticalspalte die Zahlen der einzelnen Tage (also unser obiges x) unserer Perioden von 24 bis 28 Tagen enthalten, während die übrigen die einzelnen Mittelwerthe der Störungen in jeder Gruppe umfassen. Jeder Tabelle ist dann zugleich das Resultat der ferneren Berechnung bis zur Gewinnung der Grössen T und A angefügt.

Declination.

	24.	25.	26.	27.	28.
1	1,29	1,55	1,74	2,39	2,05
2	1,59	1,46	2,04	1,90	1,69
3	1,99	1,88	2,21	2,85	1,51
4	1,96	1,99	2,72	2,50	2,17
5	2,29	1,94	2,35	1,73	1,95
6	1,42	1,26	2,33	1,51	1,78
7	1,93	1,97	3,17	2,03	1,64
8	2,19	2,23	2,09	2,55	1,77
9	1,84	2,30	1,85	1,91	2,52

Digitized by Google

Declination.

	24.	25.	26.	27.	28.
10	1,59	2,14	2,31	1,47	2,11
11	1,65	3,08	2,14	1,47	1,83
12	1,89	2,86	2,31	1,87	1,73
13	2,36	2,66	1,93	1,35	1,96
14	2,15	1,97	1,85	1,63	2,44
15	2,68	1,87	1,37	1,83	1,94
16	2,33	2,53	1,58	2,10	1,99
17	2,46	2,07	1,43	1,91	1,54
18	2,13	1,78	1,51	1,55	1,99
19	1.54	1,59	1,49	1,68	1,87
20	1,70	1,66	1,21	1,15	2,13
21	2,23	1,57	1,67	1,57	1,80
22	2,49	1,59	1,45	2,41	1,79
23	1,52	1,37	1,55	2,94	1,49
24	1,43	1,53	1,57	2,13	1,76
25	—	1,62	2,27	2,33	2,09
26	—	—	2,25	1,27	1,63
27	—	—	—	1,90	2,99
28	—	—	—	—	2,45.

Aus diesen 5 Columnen erhalten wir nun für unsere obige Formel $p_0 + p_1$ (sin $v_1 + nx$) die Werthe für:

24	Tage	$1,9437 + 0,2499 \sin (224^0\ 44'\ 26,4'' + n_1 x)$
25	„	$1,9388 + 0,5033 \sin (281\ \ 45\ \ 48,0 + n_2 x)$
26	„	$1,9346 + 0,5280 \sin (\ 5\ \ 43\ \ 40,2 + n_3 x)$
27	„	$1,9222 + 0,3012 \sin (\ 78\ \ 14\ \ 18,6 + n_4 x)$
28	„	$1,9504 + 0,0358 \sin (135\ \ 54\ \ 19,2 + n_5 x)$.

Zur Bestimmung der Grössen α, β, γ in unserem Ausdrucke für die Amplitude:

$$A = \alpha + \beta (T - 25) + \gamma (T - 25)^2$$

besitzen wir demnach folgende 5 Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0,2499 &= \alpha - \beta + \gamma \\ 0,5033 &= \alpha \\ 0,5280 &= \alpha + \beta + \gamma \\ 0,3012 &= \alpha + 2\beta + 4\gamma \\ 0,0358 &= \alpha + 3\beta + 9\gamma, \end{aligned}$$

Digitized by Google

deren Auflösung nach der Methode der kleinsten Quadrate dann folgenden Werth für A ergibt:

$$A = 0,4788 + 0,1211\,(T - 25) - 0,0921\,(T - 25)^2.$$

Für den wahrscheinlichsten Werth von T, für den A ein Maximum werden muss, finden wir:

$$T = 25,657 \text{ Tage},$$

und nach Einsetzung dieses Werthes wird schliesslich

$$A = 0,5187 \text{ Bogenminuten}.$$

Declination.

Positive Störungen.

	24.	25.	26.	27.	28.
1	1,31	1,31	1,27	1,40	1,47
2	1,49	1,22	1,72	2,20	1,43
3	1,81	1,39	1,52	2,80	1,17
4	2,01	1,89	1,98	1,74	2,14
5	2,12	1,14	1,55	1,35	1,61
6	1,42	1,14	2,05	1,13	1,64
7	1,32	1,62	2,91	1,97	1,22
8	2,17	1,75	1,40	2,64	1,78
9	1,78	1,56	1,58	1,47	2,12
10	1,23	1,84	2,04	1,40	1,82
11	1.54	2,86	2,64	1,53	1,78
12	1,35	1,56	2,11	1,69	1,56
13	1,74	1,98	1,45	1,22	1,44
14	1,46	1,44	1,95	1,27	2,16
15	2,22	1,80	1,16	1,71	1,36
16	2,14	2,75	1,50	1,45	1,74
17	1,58	1,68	1,23	1,53	1,36
18	1,99	1,74	1,27	1,47	1,71
19	1,12	1,48	1,27	1,81	1,22
20	1,73	2,44	1,11	1,07	1,90
21	1,62	1,26	1,42	1,74	2,49
22	2,09	1,52	1,02	1,84	1,26
23	1,49	1,19	1,40	2,61	1,51
24	1,13	1,53	1,23	1,77	1,21
25	—	1,34	1,95	1,76	1,45
26	—	—	2,40	1,19	1,24
27	—	—	—	1,19	3,04
28	—	—	—	—	2,13

Digitized by Google

Hieraus erhalten wir für:

24 Tage	$1{,}6608 + 0{,}0723 \sin (323^0\ 49'\ 37{,}2'' + n_1 x)$
25 „	$1{,}6572 + 0{,}3418 \sin (249\ \ 50\ \ 30{,}6 + n_2 x)$
26 „	$1{,}6588 + 0{,}4004 \sin (349\ \ 1\ \ 46{,}8 + n_3 x)$
27 „	$1{,}6684 + 0{,}1854 \sin (71\ \ 18\ \ 36{,}6 + n_4 x)$
28 „	$1{,}6750 + 0{,}0381 \sin (31\ \ 48\ \ 51{,}6 + n_5 x)$

und daraus dann die Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
0{,}0723 &= \alpha - \beta + \gamma \\
0{,}3418 &= \alpha \\
0{,}4004 &= \alpha + \beta + \gamma \\
0{,}1854 &= \alpha + 2\beta + 4\gamma \\
0{,}0381 &= \alpha + 3\beta + 9\gamma.
\end{aligned}
$$

Nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt sich dann der Werth der Amplitude:

$$A = 0{,}3163 + 0{,}1499\,(T - 25) - 0{,}0862\,(T - 25)^2.$$

Hier wird dann derjenige Werth von T, für welchen A ein Maximum ist, d. h. der wahrscheinlichste Werth der synodischen Rotationsdauer der Sonne nach den positiven (westlichen) Störungen der Declination

$$T = 25{,}869 \text{ Tage.}$$

Die Amplitude der Periode erhält demnach aus der obigen Gleichung den Werth

$$A = 0{,}3815 \text{ Bogenminuten.}$$

Declination.

Negative Störungen.

	24.	25.	26.	27.	28.
1	1,57	1,78	2,11	2,15	2,47
2	1,71	1,79	2,39	2,32	1,74
3	2,31	2,39	2,40	3,09	1,77
4	1,96	2,01	3,30	2,70	2,41
5	2,19	2,33	2,52	1,79	1,81
6	1,42	1,31	2,43	1,55	2,14
7	2,15	2,40	3,16	1,98	1,72
8	2,38	2,46	2,10	2,57	2,01
9	1,94	2,61	1,54	1,83	2,89
10	2,04	2,31	2,56	1,61	2,25
11	2,08	2,96	2,50	1,51	1,81
12	2,34	3,52	2,65	2,30	2,09

Digitized by Google

Declination.

Negative Störungen.

	24.	25.	26.	27.	28.
13	1,86	2,62	1,98	1,49	2,16
14	2,54	2,17	1,86	2,03	2,63
15	2,80	1,94	1,45	2,23	2,28
16	3,16	2,56	1,61	2,61	2,32
17	2,64	2,12	1,55	2,17	1,61
18	2,06	1,76	1,90	1,66	2,21
19	1,71	1,80	1,64	1,68	2,18
20	1,82	1,94	1,41	1,36	2,36
21	2,50	1,73	1,89	1,70	2,13
22	2,88	1,51	1,82	3,12	1,74
23	1,62	1,62	1,87	3,29	1,54
24	1,73	1,55	1,88	2,69	2,13
25	—	1,86	2,56	1,86	2,14
26	—	—	2,09	1,36	2,01
27	—	—	—	2,04	2,79
28	—	—	—	—	2,21.

Hieraus erhalten wir für:

24 Tage	$2,1420 + 0,3091 \sin (222^\circ$	$26'$	$33,6''$	$+ n_1 x)$
25 „	$2,1220 + 0,5106 \sin (292$	37	$56,4$	$+ n_2 x)$
26 „	$2,1219 + 0,5038 \sin (\ 16$	1	$2,4$	$+ n_3 x)$
27 „	$2,0996 + 0,2376 \sin (101$	17	$10,2$	$+ n_4 x)$
28 „	$2,1264 + 0,0601 \sin (229$	10	$55,2$	$+ n_5 x)$

und entnehmen daraus die Gleichungen:

$$
\begin{aligned}
0,3091 &= \alpha - \beta + \gamma \\
0,5106 &= \alpha \\
0,5038 &= \alpha + \beta + \gamma \\
0,2376 &= \alpha + 2\beta + 4\gamma \\
0,0601 &= \alpha + 3\beta + 9\gamma .
\end{aligned}
$$

Wenden wir auch hier zür Auflösung dieser Gleichungen die Methode der kleinsten Quadrate an, so gewinnt der Werth der Amplitude folgende Form:

$$A = 0,4134 + 0,0683\,(T - 25) - 0,0727\,(T - 25)^2.$$

Wenn A wieder ein Maximum werden soll, so ist der wahrscheinlichste Werth jener Rotationsdauer T nach den negativen (östlichen) Störungen der Declination

Digitized by Google

$$T = 25{,}469 \text{ Tage}$$

und nach Einsetzung dieses Werthes in unsere obige Gleichung wird

$$A = 0{,}4294 \text{ Bogenminuten.}$$

Horizontal-Intensität.

	24.	25.	26.	27.	28.
1	72	79	97	183	127
2	84	71	109	143	108
3	118	105	120	241	96
4	129	116	129	161	121
5	138	104	192	117	98
6	96	94	141	108	111
7	104	91	273	112	114
8	127	144	146	137	94
9	102	196	113	121	120
10	94	126	130	98	130
11	84	233	157	89	102
12	103	177	132	115	119
13	184	161	107	93	111
14	131	106	109	87	129
15	241	107	95	91	126
16	172	143	93	107	104
17	127	134	75	100	86
18	138	116	81	91	95
19	98	93	82	108	106
20	89	125	76	70	124
21	114	95	75	87	141
22	131	79	75	125	98
23	110	87	100	186	84
24	100	83	93	157	101
25	—	104	117	111	173
26	—	—	161	70	109
27	—	—	—	119	250
28	—	—	—	—	173.

Hieraus erhalten wir für:

24	Tage	$120{,}25 + 24{,}48 \sin(228^\circ\ 17'\ 26{,}4'' + n_1 x)$
25	„	$118{,}76 + 36{,}23 \sin(282\quad 4\quad 8{,}4 + n_2 x)$
26	„	$118{,}35 + 44{,}22 \sin(358\quad 47\quad 41{,}4 + n_3 x)$
27	„	$119{,}52 + 31{,}54 \sin(\ 86\quad 6\quad 36{,}0 + n_4 x)$
28	„	$119{,}64 + 15{,}52 \sin(\ 97\quad 24\quad 16{,}1 + n_5 x)$

Digitized by Google

und daraus dann die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
24{,}48 &= \alpha - \beta + \gamma \\
36{,}23 &= \alpha \\
44{,}22 &= \alpha + \beta + \gamma \\
31{,}54 &= \alpha + 2\beta + 4\gamma \\
15{,}52 &= \alpha + 3\beta + 9\gamma .
\end{aligned}$$

Hier ergibt die Auflösung dieser Gleichungen den Werth der Amplitude

$$A = 38{,}09 + 8{,}62\,(T - 25) - 5{,}44\,(T - 25)^2 .$$

Suchen wir hier wie früher denjenigen Werth von T, für welchen A ein Maximum wird, so folgt für die synodische Rotationszeit der Sonne aus den Störungen der Horizontalintensität

$$T = 25{,}792 \text{ Tage.}$$

Die Amplitude der Periode wird dann:

$A = 41{,}51$ Einheiten der 6. Decim. (C. Gr. S.)

Vertical-Intensität.

	24.	25.	26.	27.	28.
1	55	69	90	157	111
2	69	63	85	148	93
3	112	73	96	168	72
4	102	117	179	138	101
5	142	101	165	81	84
6	81	64	116	91	120
7	88	81	220	103	85
8	109	157	95	93	81
9	106	169	104	105	128
10	78	119	138	77	141
11	88	166	153	92	98
12	119	163	123	135	91
13	151	148	91	94	101
14	131	109	123	66	119
15	154	94	82	77	102
16	128	133	75	80	85
17	118	126	63	87	77
18	134	102	72	72	81
19	81	86	76	82	94
20	76	129	53	55	111
21	119	95	69	77	142
22	147	66	65	105	91

Digitized by Google

Vertical-Intensität.

	24.	25.	26.	27.	28.
23	83	56	74	175	69
24	91	73	65	141	119
25	—	93	119	69	161
26	—	—	167	55	96
27	—	—	—	139	188
28	—	—	—	—	139

Hieraus erhalten wir für:

24 Tage	106,75 + 15,85 sin (240°	3′	10,2″	$+ n_1 x$)
25 „	106,08 + 36,39 sin (275	1	45,0	$+ n_2 x$)
26 „	106,08 + 41,27 sin (358	16	41,4	$+ n_3 x$)
27 „	102,29 + 28,35 sin (57	12	44,4	$+ n_4 x$)
28 „	106.48 + 10,24 sin (105	22	6,6	$+ n_5 x$)

und daraus dann die Gleichungen:

$$15{,}85 = \alpha - \beta + \gamma$$
$$36{,}39 = \alpha$$
$$41{,}27 = \alpha + \beta + \gamma$$
$$28{,}35 = \alpha + 2\beta + 4\gamma$$
$$10{,}64 = \alpha + 3\beta + 9\gamma.$$

Die Auflösung der letzteren nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt endlich für die Amplitude A den Werth:

$$A = 35{,}08 + 11{,}61\,(T - 25) - 6{,}73\,(T - 25)^2.$$

Suchen wir wie früher den Werth von T, für welchen A ein Maximum wird, so folgt schliesslich für die synodische Rotationsdauer der Sonne aus den Störungen der Verticalintensität

$$T = 25{,}862 \text{ Tage.}$$

Die Amplitude der Periode aber wird

$$A = 40{,}09 \text{ Einheiten der 6. Decim. (C. Gr. S.)}$$

Zur Vergleichung unserer Werthe für die synodische Sonnenrotation mit den bisher berechneten, die theils aus Variationen der erdmagnetischen Elemente, theils aus Beobachtungen der Sonnenflecken, theils aus Barometerständen abgeleitet sind, gebe ich die folgende Zusammenstellung, welche der erwähnten Abhandlung des Herrn Hornstein[1]) entnommen und durch die Zahlen des Herrn Liznar und die meinigen vervollständigt ist.

1) Hornstein, Wiener Berichte Bd. 67 S. 414.

Digitized by Google

Synodische Rotationszeit der Sonne.

Aus astronomischen Beobachtungen:

Faye aus Carrington's Sonnenflecken-Beobachtungen	27,05	Tage.
Spörer aus Sonnenflecken-Beobachtungen	26,32	„

Aus den magnetischen Variations-Beobachtungen:

Broun aus Beobachtungen in Makerstown 1844, 1845 .	25,92	„
Broun aus Beobachtungen in Greenwich 1850—1851, 1868—1870	25,86	„
Hornstein aus Declination in Prag 1870	26,69	„
„ „ „ Wien 1870	26,39	„
„ „ Iinclination in Wien 1870 (?) .	26,03	„
„ „ Beobachtungen in St. Petersburg 1870	26,24	„
Liznar aus östlichen Störungen der Declination in Wien 1. Juli 1882, 31. December 1883	26,05	„
aus westlichen	25,95	„
Müller aus Gesammtstörungen der Declination in Pawlowsk 1. August 1882, 31. August 1883	25,66	„
aus Gesammtstörungen der Horizontalintensität in Pawlowsk desselben Intervalls	25,79	„
aus Gesammtstörungen der Verticalintensität in Pawlowsk desselben Intervalls	25,86	„
aus westlichen Störungen der Declination in Pawlowsk desselben Intervalls	25,87	„
aus östlichen Störungen der Declination in Pawlowsk desselben Intervalls	25,47	„

Aus Barometerbeobachtungen:

Hornstein aus der täglichen Variation in Prag 1870	25,82	„
Broun aus dem Tagesmittel in Singapore 1841—1845	25,83	„

Hiernach liegen unsere Werthe nahe bei denen, welche aus erdmagnetischen Elementen sowie aus barometrischen Variationen abgeleitet sind, sie weichen aber ebenso wie diese bedeutend von denjenigen ab, die aus directen Beobachtungen der Sonnenflecken gewonnen sind.

Unsere Werthe zeigen auch unter einander eine genügende Uebereinstimmung bis auf denjenigen nach der Declination, dessen Verschiedenheit wir aus der Zerlegung in westliche (positive) und östliche (negative) Störungen in den letzteren begründet finden. Wenn wir von diesen beiden Werthen vorläufig absehen, so ist die noch übrigbleibende Differenz der drei anderen wohl darauf zurückzuführen, dass der jährliche Gang der Elemente aus unseren ursprünglichen

Digitized by Google

Grössen nicht eliminirt worden ist, und dass kleine Fehler bei der Bestimmung der Normalwerthe zwischen aufeinander folgenden Monaten vorhanden sein mögen.

Da ferner unser Observatorium in höherer geographischer Breite liegt als jene, nach deren Beobachtungen die oben genannten Werthe gefunden sind, so werden auch plötzliche und kurze Zeit andauernde Einwirkungen, wie z. B. das Auftreten von Protuberanzen, bei uns bedeutend mehr ins Gewicht fallen als an jenen Orten, und dadurch die Periode verändern können. Diese Ursache müssen wir wohl für die Abweichung unseres Werthes nach den negativen Störungen (und also auch nach der Gesammtgrösse) der Declination annehmen, zumal wir in der citirten Abhandlung gefunden haben, dass die negativen Störungen viel zahlreicher und grösser sowie unregelmässiger als die positiven aufgetreten sind.

Da wir ferner nachgewiesen haben, dass die unregelmässigen Störungen sich am stärksten bei der Declination, weniger bei der Horizontalintensität und am geringsten bei der Verticalintensität manifestirt haben, so dürfte, ähnlich wie der aus der Declination abgeleitete Werth der Rotationszeit, so auch der aus den Störungen der Horizontalintensität gefundene noch etwas kleiner als der wahre sein; für die Verticalintensität fallen aber diese etwaigen Fehlerquellen fast völlig fort, und sind wir demnach berechtigt, die daraus erhaltene Rotationszeit als die richtigste zu betrachten.

Nach dem Obigen wird es uns daher gestattet sein, für die Berechnung eines Mittelwerthes der synodischen Rotationszeit der Sonne aus unseren Daten jenen Werth auszuschliessen, welcher aus den östlichen (negativen) Störungen der Declination resultirt. Dann sind wir aber zugleich auch genöthigt, unseren Werth nach der Gesammtsumme der Declinationsstörungen unberücksichtigt zu lassen, weil ja derselbe die negativen Störungen mit enthält und also durch diese bedeutend afficirt sein muss.

Bilden wir demnach einen Mittelwerth aus der von uns gefundenen Rotationszeit nach

den östlichen Störungen der Declination 25,87
den Gesammtstörungen der Horizontalintensität 25,79
den Gesammtstörungen der Verticalintensität 25,86

so finden wir die synodische Rotationszeit der Sonne zu

25,84 Tagen.

d. h. einen Werth, der den von Broun und Liznar aus magnetischen Beobachtungen sowie den von Hornstein und Broun aus Barometerbeobachtungen erhaltenen nahezu gleich ist.


Digitized by Google

Hervorzuheben wäre noch, dass wir hiermit zuerst die Existenz dieser Periode bei allen Elementen des Erdmagnetismus aus den Störungen allein nachgewiesen haben, während dies bisher häuptsächlich nur für die Declination geschehen ist. Herr Hornstein hat zwar versucht, auch die Inclination zu benutzen, ist indessen dabei zu keinem befriedigenden Resultat gelangt.

Schliesslich wollen wir noch als Beispiel für die Einwirkung der geographischen Breite auf die Grösse der erdmagnetischen Variationen die Werthe der Amplitude der Declinationsstörungen während der Periode einer synodischen Sonnenrotation, welche wir oben berechnet haben, mit denen vergleichen, die Herr Liznar für fast dasselbe Zeitintervall in Wien gefunden hat. Diese Amplituden (früher mit A bezeichnet) sind:

	in Wien	in Pawlowsk
für östliche Störungen . . .	0,2176′	0,4294′
für westliche Störungen . . .	0,1364′	0,3815′.

Es ist also bei beiden Arten der Werth für Pawlowsk grösser als für Wien; und auch darin stimmen die Resultate für beide Orte überein, dass die Amplitude nach den östlichen Störungen grösser ist als diejenige nach den westlichen.

Digitized by Google

Ueber den Einfluss der Stromdichte auf den Leitungswiderstand von Drähten[1].

Von

Hans Götz.

§ 1. Bei den zahlreichen Widerstandsbestimmungen, die ich gelegentlich einer von mir im Vereine mit Prof. Dr. Kurz durchgeführten Untersuchung „Ueber den galvanischen Leitungswiderstand von Drähten bei verschiedener Anspannung"[2] ausführte, machte ich häufig die Wahrnehmung, dass der Widerstand eines Drahtexemplars abnahm, wenn der zu den Messungen benutzte Strom einer Noe'schen Sternsäule dasselbe längere Zeit durchflossen hatte. Besonders auffällig trat diese Erscheinung hervor, wenn neben dem schon längere Zeit benutzten Vergleichsdrahte ein frischer Versuchsdraht eingezogen wurde. Erst ca. 15 Minuten nach dem Einleiten des Stromes ergaben die verschiedenen, nach einander angestellten Beobachtungen übereinstimmende Werthe. Die in Rede stehenden Widerstandsänderungen waren zwar in der Regel sehr klein, ragten jedoch über die durchschnittliche Fehlergrenze auffallend hervor.

Von einer Einwirkung des Stromes auf den Widerstand des Stromträgers ist bis jetzt nur wenig bekannt. Die Beobachtung von P. S. Munk af Rosenschöld[3], dass Entladungsschläge die Leitungsfähigkeit pulverisirter Körper vermehren, dürfte wohl nicht hierher zu zählen sein. Dagegen befindet sich in Müller's Lehrbuch der Physik[4] folgender Passus: „Ja für einen und denselben Draht nimmt der Widerstand etwas zu, wenn er längere Zeit zur Leitung starker

1) Aus dem Programme zum Jahresberichte der kgl. Kreisrealschule Augsburg pro 1885/86. Vom Herrn Verf. mitgetheilt.

2) Exner's Repert. Bd. 20 S. 739—745, Bd. 21 S. 87—114, Bd. 21 S. 683—701.

3) Pogg. Ann. Bd. 34 S. 437—463.

4) Müller-Pfaundler, Lehrb. d. Phys. 8. Aufl. Bd. 3 S. 311, 7. Aufl. Bd. 3 S. 243.

Digitized by Google

Ströme dient“. Ebenso berichtet Planté [1]), dass Drähte infolge des Durchganges sehr starker Ströme brüchig werden, ja von selbst zerreissen, sobald das Experiment längere Zeit andauert. Die gleiche Thatsache haben, wie Bécquerél [2]) erwähnt, Peltier und Wertheim nachgewiesen. Diese Thatsache steht aber insoferne in Uebereinstimmung mit dem Müller'schen Satze, als eine Störung der Continuität selbstverständlich eine Vermehrung des Widerstandes herbeiführen muss.

In directem Gegensatze zu den angeführten Autoritäten bemerkt J. C. Maxwell [3]): „Der Widerstand ist unabhängig von der Stärke des Stromes, der den Leiter durchfliesst“.

In neuerer Zeit hat L. Weber [4]) über den Widerstand eines frei ausgespannten blanken Drahtes beim Durchgange eines starken Stromes Untersuchungen angestellt. Dieselben ergaben, dass der Widerstand bei Kupferdrähten um 7% und bei Eisendrähten um 3% steigt, wenn die Stromstärke bis 9 Ampères gesteigert wird. Doch blieb unentschieden, ob die Widerstandsmehrung nicht lediglich der Temperaturerhöhung zugeschrieben werden muss.

§ 2. Die zu den Messungen der jeweiligen Drahtwiderstände benutzte Versuchsanordnung war ähnlich der in der eingangs erwähnten Untersuchung getroffenen. Die 1^m lange und in Millimeter getheilte Messlatte der Wheatstone'schen Brückencombination trug einen ca. $1\frac{1}{3}^{mm}$ starken Neusilberdraht und war auf dem Schlitten einer Ertel-schen Theilmaschine befestigt. Als Contact für den das Galvanoscop enthaltenden Nebenschluss diente ein statt des Grabstichels eingesetzter Kupferstab. Die Genauigkeit der Einstellung konnte bis über die Hundertel der Millimeter getrieben werden.

Um Temperatureinflüsse auf die Messungsresultate zu vermeiden, wurde neben dem Versuchsdrahte ein gleich langer und gleich starker Vergleichsdraht aufgespannt. Beide Drähte wurden parallel zu einander in eine mit Wasser gefüllte Holzrinne gelegt. Die beiden von dem Vergleichs- und Versuchsdrahte zu den Klemmen der Messlatte führenden Leitungen, deren Widerstand mit in Rechnung kommt, waren aus möglichst kurzem und starkem Kupferdraht hergestellt, so dass ihr Widerstand vernachlässigt werden konnte.

---

1) Planté, Untersuchungen über Elektricität. Deutsch von Dr. Wallentin S. 244—248.

2) Bécquerél, Résumé de l'histoire de l'Electricité et du Magnétisme, pag. 237.

3) Maxwell, Magnetismus und Elektricität. Deutsch von Weinstein S. 379.

4) Elektrotechn. Zeitschr. Bd. 4 S. 519, Centralblatt f. Elektrotechn. Bd. 6 S. 301 Beibl. Bd. 8 S. 227.

Digitized by Google

Als Galvanoskop diente ein Edelmann'sches Spiegelgalvanometer, das zur Erhöhung der Empfindlichkeit möglichst astasirt war. Die Entfernung der Scala mit dem Fernrohre vom Spiegel betrug ca. 3^m. Bei der grossen Empfindlichkeit des Instrumentes waren die spontanen Schwankungen der Nadel infolge der erdmagnetischen Variationen so bedeutend, dass von einer Einstellung des Contactes der Messbrücke auf den Nullpunkt des Galvanometers abgesehen werden musste. Man ermittelte zunächst zwei Punkte an der Trommel der Theilmaschine, zwischen welchen die Gleichgewichtslage war, und berechnete letztere dann aus den beiderseitigen Ablenkungen. Die Genauigkeit der Messungen konnte so mit einiger Sorgfalt bis auf 0,005 Umdrehungen an der Trommel oder 0,00002 Siemenseinheiten getrieben werden.

Bezeichnen wir mit w den Widerstand des Versuchsdrahtes, sowie den gleich grossen des Vergleichsdrahtes, mit $\varDelta w$ die Widerstandsänderung und mit n die Anzahl der Theilstriche, um welche man behufs Herstellung des Gleichgewichtes den Contact aus der Mitte der Messlatte verschieben musste, so ist bekanntlich:

$$(w + \varDelta w) : w = (500 + n) : (500 - n),$$

oder mit Vernachlässigung der quadratischen Glieder:

$$\frac{\varDelta w}{w} = \frac{n}{250}.$$

Ist v die Anzahl der Umdrehungen an der Trommel, durch welche die Verschiebung um n Millimeter bewerkstelligt wurde, so ist:

$$n = v \cdot 0{,}753$$

($0{,}753^{mm}$ ist die Ganghöhe der Schraube) und

$$\frac{\varDelta w}{w} = 0{,}003 \cdot v.$$

Als Stromquelle für die Brückencombination diente eine Sternsäule von 20 Thermoelementen von Rebiĉeck, die, was Constanz und Bequemlichkeit anbelangt, allen Anforderungen genügte. Dieselbe wurde durch einen kleinen Bunsenbrenner geheizt, dessen Flamme stets so regulirt wurde, dass ihr Rand eben noch rings an der die Heizstifte bedeckenden Glimmerscheibe sichtbar war.

Die einzelnen Messungen wurden stets in der Weise vorgenommen, dass man zuerst den Widerstand des Versuchsdrahtes bestimmte, hierauf durch denselben den Strom einer Bunsenbatterie 20 Minuten lang sandte und dann abermals eine Widerstandsbestimmung ausführte. Zur Messung der Stromstärke der Bunsenbatterie wurde anfänglich

Digitized by Google

ein Kupfervoltameter und, als dieses bei den höheren Stromstärken den Dienst versagte[1]), später eine Tangentenbussole nach Gaugain verwendet, deren Reductionsfactor zu 5,85 ermittelt war.

Sämmtliche Instrumente wurden mir in der liberalsten Weise von den Herren Prof. Dr. Kurz, in dessen Beobachtungslocale auch die Messungen ausgeführt wurden, sowie Prof. Thoma zur Verfügung gestellt. Ich ergreife die Gelegenheit, den genannten Herren an dieser Stelle den geziemenden Dank auszudrücken.

Da der Versuchsdraht in einer nicht unbedeutenden Wassermasse (10—12¹) lag, so konnte auch beim Durchsenden starker Ströme keine beträchtliche Temperaturerhöhung eintreten. Um den Einfluss der geringen Temperaturänderungen zu eliminiren, wurde vor jeder Messung das Wasser in der Rinne gründlich durcheinander gerührt, während der Contact der Messbrücke gesenkt blieb. Das Galvanometer diente so als äusserst empfindliches Thermoskop. Sobald nach längerem Rühren keine merkliche Bewegung der Nadel mehr eintrat, war anzunehmen, dass Vergleichs- und Versuchsdraht dieselbe Temperatur hatte.

§ 3. Zur Untersuchung kamen Kupfer- und Neusilberdrähte in hartem und weichem Zustande und zwar in je zwei Exemplaren. Jedes einzelne Exemplar wurde mehrmals untersucht. Im folgenden gebe ich die erste und letzte Untersuchung eines jeden. In Betreff der übrigen Versuchsreihen, sowie der Details der einzelnen Untersuchungen verweise ich auf das Original.

In den folgenden Tabellen bedeutet α den Ablenkungswinkel an der Tangentenbussole, J die Stromstärke in Ampères, D die Stromdichte in Ampères: Quadratmillimeter, U die Anzahl der Umdrehungen der Trommel der Theilmaschine, v die Differenzen der U oder die jedesmalige Verschiebung des Contactes und $\frac{\Delta w}{w} \cdot 100$ die Widerstandszunahme in Procent.

Harter Kupferdraht I.

Länge 5^m, Querschnitt 0,18^{qmm}.

I. Untersuchung.

Datum	α	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} \cdot 100$
29. Nov.	—	—	—	3,82	—	—
„	2,9	0,296	1,6	3,68	— 0,14	— 0,042
„	5,0	0,512	2,8	3,67	— 0,15	— 0,045
„	6,9	0,708	3,9	3,68	— 0,14	— 0,042
30. Nov.	9,6	0,990	5,5	3,65	— 0,17	— 0,051
„	12,7	1,318	7,3	3,67	— 0,15	— 0,045

1) vgl. Hammerl, Exner's Repert. Bd. 19 S. 710—722.

Digitized by Google

Datum	α	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} \cdot 100$
1. Dec.	17,7	1,868	10,4	3,73	— 0,09	— 0,027
„	22,5	2,482	13,8	3,74	— 0,08	— 0,024
„	30,7	3,475	19,3	3,69	— 0,13	— 0,039
„	35,7	4,244	23,6	3,85	+ 0,03	+ 0,009
3. Dec.	50,7	7,150	40,0	4,05	+ 0,23	+ 0,069

4. Untersuchung.

Datum	α	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} \cdot 100$
20. Jan.	—	—	—	1,77	—	—
„	3,0	0,307	1,7	1,84	+ 0,07	+ 0,021
„	5,0	0,512	2,8	1,70	— 0,07	— 0,021
„	6,5	0,667	3,7	1,68	— 0,09	— 0,027
21. Jan.	11,7	1,212	6,7	1,71	— 0,06	— 0,018
„	17,6	1,856	10,3	1,73	— 0,04	— 0,012
22. Jan.	21,9	2,352	13,1	1,72	— 0,05	— 0,015
„	35,3	4,143	23,0	1,84	+ 0,07	+ 0,021
23. Jan.	46,2	6,100	34,0	1,99	+ 0,22	+ 0,066

Harter Kupferdraht II.

Länge und Querschnitt wie bei I.

1. Untersuchung.

Datum	α	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} \cdot 100$
6. Dec.	—	—	—	3,83	—	—
„	2,7	0,276	1,5	3,80	— 0,03	— 0,009
„	4,8	0,491	2,7	3,77	— 0,06	— 0,018
7. Dec.	6,7	0,688	3,8	3,96	+ 0,13	+ 0,039
„	9,1	0,937	5,2	4,02	+ 0,19	+ 0,057
8. Dec	11,5	1,191	6,6	4,18	+ 0,35	+ 0,105
„	17,6	1,856	10,3	4,16	+ 0,33	+ 0,099
„	22,4	2,412	13,4	4,22	+ 0,39	+ 0,117
„	36,7	4,361	24,2	4,39	+ 0,56	+ 0,168
„	43,3	5,514	30,6	4,56	+ 0,73	+ 0,219

5. Untersuchung.

Datum	α	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} \cdot 100$
31. Dec.	—	—	—	5,62	—	—
„	2,9	0,296	1,6	5,53	— 0,09	— 0,027
„	4,7	0,481	2,7	5,36	— 0,26	— 0,078
„	6,2	0,635	3,5	5,51	— 0,11	— 0,033
„	8,7	0,896	5,0	5,41	— 0,21	— 0,063
„	11,6	1,201	6,7	5,51	— 0,11	— 0,033
„	17,3	1,823	10,1	5,62	0,00	0,000

Digitized by Google

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} . 100$
1. Jan.	21,9	2,351	13,1	5,80	+ 0,18	+ 0,054
„	36,9	4,393	24,4	5,80	+ 0,18	+ 0,054
„	46,8	6,230	34,6	5,85	+ 0,23	+ 0,069

§ 4. Die harten Kupferdrähte der vorstehenden Tabellen wurden nebst dem bei der Untersuchung benutzten Vergleichsdrahte in der Schulwerkstätte sorgfältig ausgeglüht und in diesem Zustande einer neuen Untersuchung unterworfen, deren Resultate im folgenden angegeben sind.

Weicher Kupferdraht I.

Länge 5^m, Querschnitt 0,18^{qmm}.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} . 100$
29. Jan.	—	—	—	1,53	—	—
„	2,9	0,296	1,6	1,50	— 0,03	— 0,009
„	5,0	0,512	2,8	1,58	+ 0,05	+ 0,015
30. Jan.	6,9	0,708	3,9	1,53	0,00	0,000
„	9,2	0,948	5,3	1,56	+ 0,03	+ 0,009
„	12,4	1,287	7,1	1,60	+ 0,07	+ 0,021
31. Jan.	18,6	1,969	10,9	1,29	— 0,24	— 0,072
„	23,5	2,544	13,1	1,38	— 0,15	— 0,045
1. Febr.	36,9	4,393	24,4	1,53	0,00	0,000
„	45,1	6,050	33,6	1,71	+ 0,18	+ 0,054

3. Untersuchung.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} . 100$
13. Febr.	—	—	—	0,46	—	—
„	2,7	0,276	1,5	0,50	+ 0,04	+ 0,012
„	4,7	0,481	2,7	0,34	— 0,12	— 0,036
„	6,1	0,625	3,5	0,40	— 0,06	— 0,018
14. Febr.	8,8	0,905	5,0	0,41	— 0,05	— 0,015
„	11,7	1,212	6,7	0,42	— 0,04	— 0,012
„	17,6	1,856	10,3	0,45	— 0,01	— 0,003
15. Febr.	22,0	2,363	13,1	0,43	— 0,03	— 0,009
„	35,8	4,219	23,4	0,55	+ 0,09	+ 0,027
„	44,5	5,750	32,0	0,79	+ 0,33	+ 0,099

Weicher Kupferdraht II.

Länge und Querschnitt wie bei I.

I. Untersuchung.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} . 100$
25. Febr.	—	—	—	2,18	—	—
„	2,8	0,286	1,6	2,15	— 0,03	— 0,009
26. Febr.	4,9	0,501	2,7	2,15	— 0,03	— 0,009
„	6,5	0,667	3,7	2,15	— 0,03	— 0,009

Digitized by Google

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} . 100$
27. Febr.	9,1	0,937	5,2	1,99	— 0,19	— 0,057
„	12,1	1,254	6,0	2,05	— 0,13	— 0,039
„	17,8	1,879	10,4	2,11	— 0,07	— 0,021
28. Febr.	21,2	2,269	12,6	2,16	— 0,02	— 0,006
„	35,0	4,096	22,9	2,28	+ 0,10	+ 0,030
„	42,7	5,399	30,0	2,45	+ 0,27	+ 0,081

3. Untersuchung.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} . 100$
10. März	—	—	—	2,32	—	—
„	3,0	0,307	1,7	2,30	— 0,02	— 0,006
„	4,8	0,491	2,7	2,31	— 0,01	— 0,003
„	6,2	0,635	3,5	2,42	+ 0,10	+ 0,030
12. März	9,2	0,947	5,3	2,31	— 0,01	— 0,003
„	12,2	1,266	7,0	2,30	— 0,02	— 0,006
13. März	16,8	1,766	9,7	2,30	— 0,02	— 0,006
„	21,8	2,340	13,0	2,36	+ 0,04	+ 0,012
„	36,1	4,393	24,4	2,51	+ 0,19	+ 0,057
14. März	44,7	5,790	32,2	2,68	+ 0,36	+ 0,108

Die beiden Exemplare weichen Kupferdrahtes erwiesen sich nach der Untersuchung als sehr spröde und brüchig, der eine davon in so hohem Grade, dass die Spirale, ohne ein Abbrechen herbeizuführen, nicht gerade gezogen werden konnte. Namentlich war das in der Mitte der Fall, während die Erscheinung an den Enden weniger hervortrat. Diese Wahrnehmung stimmt mit der eingangs erwähnten Beobachtung von Peltier und Planté vollständig überein.

§ 5. Käuflicher Neusilberdraht von ca. 1,5^{mm} Stärke wurde bis auf 0,47^{mm} ausgezogen. Derselbe war hierdurch so hart geworden, dass jedes unvorsichtige Biegen sofort einen Bruch herbeiführte. Zwei Stücke davon wurden, das eine als Vergleichs-, das andere als Versuchsdraht, in eine ca. 6^{l} Wasser fassende Wanne gelegt. Als Contacte kamen, wie dies auch schon theilweise bei den Kupferdrähten der Fall war, bloss Quecksilbernäpfe zur Verwendung, in welche die sehr sorgfältig gereinigten Drahtenden gesteckt und hier durch kleine Eisenklammern festgehalten wurden.

Digitized by Google

Harter Neusilberdraht I.

Länge 43cm, Querschnitt 0,17qmm.

1. Untersuchung.

Datum	α	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w}\cdot 100$
22. März	—	—	—	1,69	—	—
„	3,4	0,347	2,0	2,12	+ 0,43	+ 0,129
23. März	6,5	0,667	3,9	2,13	+ 0,44	+ 0,132
„	9,7	0,999	5,9	2,22	+ 0,53	+ 0,159
24. März	20,1	2,129	12,5	2,05	+ 0,36	+ 0,108
25. März	34,3	3,991	23,5	1,93	+ 0,24	+ 0,072
„	42,7	5,399	31,8	2,41	+ 0,72	+ 0,216
2. Untersuchung.						
30. März	—	—	—	1,62	—	—
„	2,8	0,286	1,7	1,63	+ 0,01	+ 0,003
„	4,1	0,419	2,5	1,60	— 0,02	— 0,006
31. März	6,4	0,657	3,9	1,53	— 0,09	— 0,027
„	8,8	0,906	5,3	1,44	— 0,18	— 0,054
1. April	17,8	1,867	11,0	1,63	+ 0,01	+ 0,003
„	20,8	2,222	13,1	1,61	— 0,01	— 0,003
2. April	35,5	4,713	27,7	1,63	+ 0,01	+ 0,003
„	44,7	5,785	34,0	1,65	+ 0,03	+ 0,009

Harter Neusilberdraht II.

Länge und Querschnitt wie bei I.

1. Untersuchung.

Datum	α	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w}\cdot 100$
10. April	—	—	—	0,85	—	—
„	4,9	0,501	2,9	2,28	+ 1,43	+ 0,429!!
„	9,7	1,000	5,9	2,42	+ 1,57	+ 0,471!!
„	20,2	2,153	12,7	1,33	+ 0,48	+ 0,144
11. April	35,0	4,096	24,1	2,50	+ 1,65	+ 0,495!!
„	43,7	5,591	32,9	1,19	+ 0,34	+ 0,102
3. Untersuchung.						
20. April	—	—	—	1,13	—	—
„	3,2	0,327	1,9	1,08	— 0,05	— 0,015
„	4,8	0,491	2,9	1,08	— 0,05	— 0,015
„	6,5	0,667	3,9	1,01	— 0,12	— 0,036
„	9,3	0.959	5,6	0,99	— 0,14	— 0,042
„	12,2	1,159	6,8	1,01	— 0,12	— 0,036
„	18,0	1,900	11,2	1,00	— 0,13	— 0,039
21. April	20,9	2,234	13,1	0,92	— 0,21	— 0,063
„	35,0	4,096	24,1	0,89	— 0,24	— 0,072
„	43,7	5,602	33,0	1,40	+ 0,27	+ 0,081

Digitized by Google

Die Unregelmässigkeiten in der ersten Untersuchung dieses Exemplares, sowie theilweise auch das abweichende Verhalten des vorigen sind durch Uebergangswiderstände in den Quecksilbernäpfen hervorgerufen. Nachdem die Missstände beseitigt waren, zeigte die letzte Versuchsreihe (die dritte) des zweiten Exemplares den obigen, ziemlich regelmässigen Verlauf.

§ 6. Neusilberdraht von 1,5^{mm} Stärke wurde bis auf 0,5^{mm} ausgezogen und dann mittels einer Bunsenflamme sorgfältig ausgeglüht. Die Untersuchungsresultate sind in folgenden Tabellen enthalten.

Weicher Neusilberdraht I.

Länge 50,5^{cm}, Querschnitt 0,19^{qmm}.

I. Untersuchung.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w}\cdot 100$
24. April	—	—	—	2,88	—	—
„	5,5	0,563	3,0	2,86	— 0,02	— 0,006
„	10,8	1,117	5,9	2,84	— 0.04	— 0,012
„	21,9	2,352	12 4	2,84	— 0,04	— 0,012
„	45,5	5,950	31,3	3,35	+ 0,47	+ 0,141

2. Untersuchung.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w}\cdot 100$
27. April	—	—	—	3,39	—	—
„	3,7	0,379	2,0	3,35	— 0,04	— 0,012
„	5,2	0,532	2,8	3,38	— 0,01	— 0,003
„	7,0	0,718	3,8	3.31	— 0,08	— 0,024
„	10,0	1,032	5,4	3,30	— 0,09	— 0,027
„	19,0	2,014	10,6	3,28	— 0,11	— 0,033
„	21,1	2,257	11,9	3,25	— 0,14	— 0,042
„	36,9	4,266	22,5	3,27	— 0,12	— 0,036
„	45,6	5,975	31,4	3,40	+ 0,01	+ 0,003

Weicher Neusilberdraht II.

Länge und Querschnitt wie bei I.

I. Untersuchung.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w}\cdot 100$
6 Mai	—	—	—	2,49	—	—
„	5,0	0,512	2,7	2,45	— 0,04	— 0,012
„	10,1	1,043	5,5	2,45	— 0,04	— 0,012
„	21,6	2,199	11,6	2,73	+ 0,24	+ 0,072
„	45,4	5,933	31,2	2,94	+ 0,45	+ 0,135

Digitized by Google

2. Untersuchung.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} \cdot 100$
10. Mai	—	—	—	0,74	—	—
„	3,5	0,368	1,9	0,70	— 0,04	— 0,012
„	5,0	0,512	2,7	0,73	— 0,01	— 0,003
„	7,8	0,802	4,2	0,76	+ 0,02	+ 0,006
11. Mai	9,8	1,011	5,3	0,82	+ 0,08	+ 0.024
„	12,9	1,340	7,1	0,76	+ 0,02	+ 0,006
„	18,8	1,991	10,5	0,83	+ 0,09	+ 0,027
12. Mai	21,7	2,329	12,3	0,74	0,00	0,000
„	36,5	4,330	22,8	0,77	+ 0,03	+ 0,009
„	46,5	6,166	32,5	0 96	+ 0.22	+ 0,066

§ 7 Einfluss der Stromrichtung. — Bei den bisherigen Versuchen war der Strom der Bunsenbatterie stets in derselben Richtung durch den Versuchsdraht geleitet worden. Um auch den Einfluss der Stromrichtung auf den Widerstand kennen zu lernen, wurde durch den harten und weichen Neusilberdraht II., sowie durch ein Exemplar eines frisch ausgezogenen harten Kupferdrahtes der Strom von 3 Bunsenelementen zuerst in der einen, hierauf in der entgegengesetzten und dann wiederum in der ursprünglichen Richtung geleitet, und nach jedem Versuche der Widerstand bestimmt. Die Untersuchungsergebnisse waren folgende.

Datum	a	J	D	U	v	$\frac{\Delta w}{w} \cdot 100$
Harter Neusilberdraht II.						
21. April	43,7	5,602	33,0	1,40	—	—
„	44,0	5,660	33,3	0,99	— 0,41	— 0,123
„	44,1	5,662	33,3	1,52	+ 0,12	+ 0,036
Weicher Neusilberdraht II.						
12. Mai	46,5	6,166	32,5	0,96	—	—
„	46,7	6,172	32,5	0,79	— 0,17	— 0,051
„	46,2	6,108	32,1	1,23	+ 0,27	+ 0,081
Harter Kupferdraht.						
19. Mai	46,0	6,070	33,7	1,50	—	—
„	46,0	6,070	33,7	1,35	— 0,15	— 0.045
„	47,0	6,230	34,6	1,56	+ 0,06	+ 0,018

§ 8. Schluss. — Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen über Kupfer und Neusilberdrähte weichen bei den einzelnen Exemplaren derselben Sorte, sowie in den verschiedenen Untersuchungen eines und desselben Exemplares, so sehr von einander ab, dass

Digitized by Google

ein allgemein giltiges Gesetz der Einwirkung der Stromdichte auf den Leitungswiderstand vorerst noch nicht ausgesprochen werden kann.

Legt man die Resultate der letzten Untersuchung eines jeden Exemplares als die vertrauenswürdigsten zu Grunde, so ergibt sich:

1. Bei den harten Kupferdrähten sinkt der Widerstand anfänglich, erreicht dann bei höheren Stromdichten wieder den Ausgangswerth und überschreitet denselben, sobald die Stromdichte noch weiter gesteigert wird.

2. Die weichen Kupferdrähte zeigen anfänglich mehr constante Widerstandswerthe, die erst bei den höheren Stromdichten ansteigen.

3. Harte Neusilberdrähte verhalten sich ähnlich wie harte Kupferdrähte [1]).

4. Weiche Neusilberdrähte lassen im allgemeinen keine klar hervortretende Tendenz zum Steigen oder Fallen erkennen.

5. Feste Leiter erleiden durch kräftige Ströme eine Art Polarisation, indem der Widerstand seigt, sobald der Strom in der einen, und wieder sinkt, sobald derselbe in der anderen Richtung den Draht durchfliesst. Ein Durchleiten in der ursprünglichen Richtung hat ein weiters, noch etwas stärkeres Ansteigen zur Folge.

---

1) Die Resultate bei Neusilberdraht I wurden als weniger vertrauenswürdig ausser acht gelassen.


Digitized by Google

Ueber die Geschwindigkeit des Lichtes in Schwefelkohlenstoff[1]).

Von

Gouy.

Ich habe mich damit beschäftigt, die in einer früheren Notiz[2]) angekündigten Versuche bezüglich der Geschwindigkeit des Lichtes im Schwefelkohlenstoff auszuführen. Nach der im Beginn dieser Notiz auseinandergesetzten Theorie sollen die mit Hilfe des rotirenden Spiegels ausgeführten Messungen nicht die Geschwindigkeit der Wellen W, gleich dem Verhältnis der Wellenlänge λ zur Schwingungsdauer θ geben, sondern die Geschwindigkeit des Lichtes V, gleich der Derivirten von $\frac{1}{\theta}$ nach $\frac{1}{\lambda}$ d. h. dieselbe Grösse, welche die auf den Intensitätsänderungen beruhenden Methoden ergeben.

Die Versuche wurden mit einem rotirenden Spiegel, analog dem von Foucault, ausgeführt, welchem man eine Umdrehungsgeschwindigkeit von 800 Drehungen in der Secunde mittels comprimirter Luft geben konnte. Der Schwefelkohlenstoff befindet sich in einer 4^m langen Röhre, die durch Gläser geschlossen ist und welche vollständig in ein an beiden Enden gleichfalls mit Gläsern geschlossenes und mit Wasser gefülltes Gefäss eingetaucht ist. Dieses Wasser wird auf mechanische Weise in fortwährender schneller Bewegung erhalten; der ganze Apparat befindet sich in einem Bad von constanter Temperatur, so dass seine Temperatur gleichmässig bleibt und in der Stunde höchstens um $0{,}01^{\circ}$ variiren kann. Unter diesen Bedingungen liefert der Schwefelkohlenstoff genaue Bilder und man kann ihn als ganz homogenes Mittel betrachten.

Dieses optische System zeigt eine wesentliche Differenz mit dem von Foucault, da bei diesem die Strahlen nicht genau auf ihrer ersten Bahn zurückkehren, sondern ein wenig darüber, auch werden sie ins Ocular durch einen metallischen Spiegel, statt durch eine plan-

---

1) Uebers. aus C. R. vol. CIII (1886).

2) C. R. August 1885 und dieses Repertorium Bd. 21 S. 816 (1885).

Digitized by Google

parallele Glasplatte zurückgeworfen. Diese Veränderung vergrössert die Lichtintensität bedeutend und gestattet mit farbigen Strahlen zu operiren.

Mittels dieses Apparates habe ich die Ablenkungen verglichen, welche die rothen und blauen Strahlen geben. Dazu genügt es, die Einstellungen bei grosser Umdrehungsgeschwindigkeit des Spiegels mit einem Ocularmikrometer, zu machen, indem man passend gefärbte Mittel vor das Auge bringt. Man wiederholt nun diese Einstellung bei langsamen Rotiren des Spiegels und überzeugt sich, dass die beiden Einstellungen in dem letzteren Fall übereinstimmen. Vorher muss man, unter denselben Bedingungen, die mittleren Wellenlängen der verwendeten Strahlen bestimmt haben; diese Wellenlängen waren sehr nahe an $0{,}62^{\mu}$ und $0{,}49^{\mu}$.

Mehrere gut übereinstimmende Beobachtungsreihen haben gezeigt, dass die Ablenkung für Blau grösser ist als für Roth; der Unterschied beträgt ungefähr 5″; dies entspricht merklich $\frac{1}{20}$ der Ablenkung des rothen Strahles. Dieses Resultat stimmt sehr gut mit der neuen Theorie, welche unter den Versuchsbedingungen für dieses Verhältnis 0,053 geben würde. Die alten Formeln würden dagegen 0,015 geben d. h. eine viermal kleinere Zahl als das Experiment.

Ich hatte mir noch vorgenommen, die Ablenkungen zu vergleichen, die bei gleichen Bahnen in der Luft und in Schwefelkohlenstoff entstehen. Diese Arbeit ist nicht mehr nöthig, seit Herr Michelson kürzlich die Geschwindigkeit des Lichtes in Schwefelkohlenstoff und in Wasser mit Verwendung von weissem Licht gemessen hat[1]). Die Resultate dieser Messungen stimmen mit den neuen Formeln vollständig überein und bilden mit den Versuchen die ich soeben beschrieben zusammen ein Beweismaterial, das zu genügen scheint[2]).

1) Americ. J. of sc. Januar 1886.

2) Die Details dieser Versuche sowie deren Entwicklung aus der Theorie, werden nächstens veröffentlicht werden.

Digitized by Google

Digitized by Google

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Soeben erschien:

Taschenbuch

für

Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von

Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

klein Octav. VIII und 79 Seiten. *Preis gebunden 1 M. 60 Pf.*

Inhaltsverzeichnis:

Allgemeine Vorkenntnisse. 1. Stromstärke, 2. Spannung, 3. Effect (Arbeitsleistung), 4. Leitungsfähigkeit, 5. Widerstand, 6. Ohm'sches Gesetz, 7. Stromschaltungen (Hintereinander-, Parallel- und Nebenschlufsschaltung, 8. Gebrauch des Galvanoskops. **Motoren.** 9. Allgemeine Bemerkungen. **Elektrische Maschinen.** 10. Armatur, 11. Schenkel, 12. Wechselstrommaschine, 13. Gleichstrommaschine (magnetelektrische, dynamo-elektrische Maschine). Schaltung der dynamo-elektrischen Maschine. 14. Maschine mit direkter Schaltung, 15. Maschine mit Nebenschlufsschaltung, 16. Maschine mit gemischter Schaltung, 17. Maschine mit zwei Stromabgebern. Montierung und Unterhaltung der Maschine: 18. Aufstellung der Maschine, 19. Inbetriebsetzung der Maschine, 20. Spannen des Riemens, 21. Reinigen der Maschine, 22. Behandlung der Bürsten, 23. Verstellen der Bürsten, 24. Behandlung des Kommutators. Untersuchung der Maschine: 25. Schlufs gegen das Eisen, 26. Kurzer Schlufs in einer Armaturabteilung, 27. Unterbrechung in einer Armaturabteilung, 28. Die Maschine gibt keinen Strom, 29. Ursachen für starke Funkenbildung. **Bogenlampen.** 30. Bogenweite, 31. Reguliermechanismus, 32. Schaltung von Bogenlampen, 33. Aufhängung von Bogenlampen, 34. Behandlung der Lampen, 35. Betrieb der Beleuchtung. **Glühlampen.** 36. Spannung für Glühlampen, 37. Schaltung für Glühlampen, 38. Lampenfassung, 39. Aufhängevorrichtungen, 40. Betrieb der Beleuchtung. **Hilfsapparate.** 41. Stromregulator, 42. Ersatzwiderstand, 43. Strommefsapparat, 44. Spannungsmefsapparat, 45. Signalapparat, 46. Erdschlufsprüfer, 47. Ausschalter, 48. Umschalter, 49. Polwender, 50. Generalumschalter, 51. Sicherheitsschaltungen, 52. Stangenblitzableiter, 53. Tachometer. **Leitungen.** Leitungen im Freien (Offene oder Luftleitungen): 54. Leitungsmaterial, 55. Isolationsvorrichtungen, 56. Leitungseinführung in Gebäude, 57. Anschlufs isolierter Leitungen an blanke Leitungen, 58. Leitungstragstangen, 59. Spannen der Leitungen, 60. Verlöten der Leitungskuppelungen. Leitungen in geschlossenen Räumen: 61. Leitungsmaterial, 62. Isolationsvorrichtungen, 63. Verlöten der Kuppelungen isolierter Leitungen, 64. Isolierung der Lötstellen. Bogenlichtleitungen: 65. Leitungsmaterial, 66. Montieren der Leitungen, 67. Berechnen der Leitungen, 68. Untersuchung der Leitungen. Glühlichtleitungen: 69. Leitungssystem, 70. Montieren der Leitungen, 71. Berechnen der Leitungen, 72. Untersuchung der Leitungen. **Kraftübertragung.** 73. Allgemeine Bemerkungen. **Galvanoplastik.** 74. Maschinen, 75. Schaltung der Bäder, 76. Stromregulator, 77. Strommefsapparat, 78. Spannungsmefsapparat, 79. Leitungen. **Anhang.** 80. Werkzeug- und Materialkasten für Monteure, 81. Revision der zur Montierung übersandten Gegenstände.

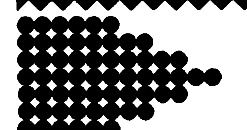
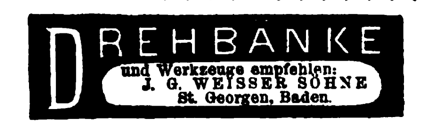
Digitized by Google

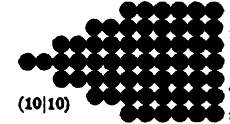
Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/10)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (16/10)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,
Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen
für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte
Construction für Lehranstalten.
Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15|10)


(10|10)

Verlag von **August Hirschwald** in **Berlin**.

Soeben erschienen:

Die naturwissenschaftlichen und medicinischen
STAATSANSTALTEN BERLINS.
Festschrift
für die 59. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte.
Im Auftrage
Sr. Excellenz des Ministers der geistl., Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten
bearbeitet von Prof. Dr. med. **Alb. Guttstadt.**
1886. Lex. 8. XXXII, 570 Seiten
Mit zahlreichen Abbildungen. Preis: 14 Mark.



Katalog
zur
wissenchaftlichen Ausstellung
der 59. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte.
Berlin. 1886. gr. 8. Preis 1 Mark. (17/10)

Digitized by Google

Harvard

XXII. Band. 11. Heft.

HARVARD COLLEGE
JAN 3 1887
LIBRARY.

REPERTORIUM
DER
PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,
A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 11. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 10).

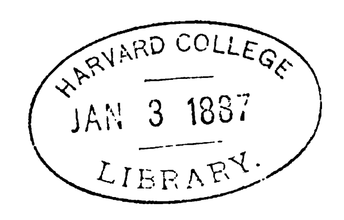
Jahrgang 1886 Nr. 29 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 30 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Digitized by Google



Einfluss des Widerstandes auf die Pendelbewegung bei ablenkenden Kräften, mit Anwendung auf das Foucault'sche Pendel.

Von

K. Weihrauch

o. Prof. d. physikal. Geographie a. d. Universität Dorpat.

Die Voraussetzungen, von denen ich bei Untersuchung der Pendelbewegung unter dem Einfluss ablenkender Kräfte mit Berücksichtigung des Widerstandes ausgehen will, sind zunächst dieselben, wie in der früheren Abhandlung[1]): „Ueber Pendelbewegung bei ablenkenden Kräften, nebst Anwendung auf das Foucault'sche Pendel".

Ein mathematisches Pendel von der Länge l mache unendlich kleine Schwingungen, die in Folge dessen als in der Horizontalebene des ursprünglichen Ruhepunktes O vor sich gehend angesehen werden dürfen. Aus der Anfangselongation a im Punkte P bewege sich das Pendel zur Zeit $t = 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit Null. Von O nach P erstrecke sich die positive x-Axe, und die positive Richtung der y-Axe sei derart, dass die positive x-Axe durch eine horizontale Drehung um $\frac{\pi}{2}$ im Sinne Nord über West in jene übergeht. Ausser der Schwere wirke eine das Pendel immer normal zu seiner augenblicklichen Bewegungsrichtung im nämlichen Sinne ablenkende, der Geschwindigkeit des Pendels proportionale Kraft, die, wenn h eine Constante bedeutet, durch $2h\frac{ds}{dt}$ vorgestellt werden kann. Ein positiver Werth von h zeige an, dass, wenn man der Trajectorie des Pendels von oben gesehen folgt, die Kraft immer nach rechts ablenke; ein negativer Werth bedeute eine Ablenkung nach links. Die Differentialgleichungen, welche alsdann die Trajectorie bestimmen, sind nach A

1) S. diese Zeitschrift Bd. 22 S. 480. Die Abhandlung soll hier immer durch A citirt werden.

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -f^2y + 2h\frac{dy}{dt}\\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -f^2y - 2h\frac{dx}{dt}\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

wo

$$f^2 = \frac{g}{l}. \tag{2}$$

Während nun in A keine Rücksicht auf die Hindernisse der Bewegung genommen wurde, soll jetzt vorausgesetzt werden, dass der Widerstand, welchen das Pendel bei seiner Bewegung erfährt, immer der augenblicklichen Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt}$ proportional sei, eine Annahme, die man gewöhnlich bei den Pendelschwingungen macht. Versteht man unter $2q$ eine Constante, dann kann der Widerstand dargestellt werden durch eine Kraft von der Grösse $2q\frac{ds}{dt}$, und da dieselbe die Geschwindigkeit des Pendels zu vermindern strebt, so erhält man für ihre Componenten nach den Axen sofort die Werthe

$$\left.\begin{aligned}-2q\frac{ds}{dt}\cdot\frac{dx}{ds} &= -2q\frac{dx}{dt}\\ -2q\frac{ds}{dt}\,\frac{dy}{ds} &= -2q\frac{dy}{dt}\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Die Differentialgleichungen der Pendelbewegung werden daher, bei einer normal ablenkenden Kraft und einem Widerstand, welche beide der jeweiligen Geschwindigkeit proportional sind, folgende:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -f^2x + 2h\frac{dy}{dt} - 2q\frac{dx}{dt}\\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -f^2y - 2h\frac{dx}{dt} - 2q\frac{dy}{dt}\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Ich will nun zuerst die allgemeine Integration dieser Gleichungen, sowie eine Discussion der betreffenden Resultate geben, dann einzelne Specialfälle und Beispiele, sowie endlich die Untersuchung der Bewegung des Foucault'schen Pendels daran knüpfen.

I. Integration der Gleichungen.

Die Gleichungen 4 lassen sich direct integriren, und zwar in einer Weise, welche der in A angewandten ganz analog ist, wenn man nur die sonst immer bevorzugte Einführung von Polarcoordinaten unterlässt.

Aus Gl. 4 folgt durch Differentiation

$$2h\frac{d^2y}{dt^2} = f^2\frac{dx}{dt} + 2q\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^3x}{dt^3} \tag{5}$$

Digitized by Google

Setzt man den hieraus folgenden Werth von $\frac{d^2y}{dt^2}$ in Gl. 4_2 ein, so erhält man

$$-2hf^2y = (f^2+4h^2)\frac{dx}{dt} + 2q\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^3x}{dt^3} + 4hq\frac{dy}{dt}. \tag{6}$$

Es werde nun der Werth von $\frac{dy}{dt}$ aus Gl. 4_1 gezogen und in die vorstehende Gleichung eingesetzt, dann erscheint

$$-2hf^2y = 2qf^2x + (f^2+4h^2+4q^2)\frac{dx}{dt} + 4q\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^3x}{dt^3}. \tag{7}$$

Differentiirt man diese Gleichung und substituirt den sich ergebenden Werth von $\frac{dy}{dt}$ in Gl. 4_1, so resultirt schliesslich

$$\frac{d^4x}{dt^4} + 4q\frac{d^3x}{dt^3} + 2(f^2+2h^2+2q^2)\frac{d^2x}{dt^2} + 4qf^2\frac{dx}{dt} + f^4x = 0. \tag{8}$$

Zur Integration hat man bekanntlich zunächst zu setzen

$$x = e^{mt} \tag{9}$$

und muss dann m bestimmen aus der Gleichung

$$m^4 + 4qm^3 + 2(f^2+2h^2+2q^2)m^2 + 4qf^2m + f^4 = 0. \tag{10}$$

Man erkennt sofort, dass diese biquadratische Gleichung reciprok ist, d. h. dass, wenn eine Wurzel gleich m', eine zweite durch $f^2 : m'$ gegeben ist. Setzt man daher

$$m = fu \tag{11}$$

und dividirt die Gleichung durch u^2, so geht sie in die einfach quadratische Gleichung

$$\left(u+\frac{1}{u}\right)^2 + \frac{4q}{f}\left(u+\frac{1}{u}\right) + \frac{4(h^2+q^2)}{f^2} = 0 \tag{12}$$

über, aus welcher augenblicklich folgt

$$u+\frac{1}{u} = \frac{m}{f} + \frac{f}{m} = \frac{-2q \pm 2hi}{f^2} \tag{13}$$

und

$$m = -q \pm hi \pm \sqrt{(\pm hi - q)^2 - f^2}. \tag{14}$$

Die Wurzeln der Gl. 10 sind daher

$$\left.\begin{aligned}
m_1 &= -q + hi + \sqrt{(hi-q)^2 - f^2} \\
m_2 &= -q + hi - \sqrt{(hi-q)^2 - f^2} \\
m_3 &= -q - hi + \sqrt{(hi+q)^2 - f^2} \\
m_4 &= -q - hi - \sqrt{(hi+q)^2 - f^2}
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Digitized by Google

Man bemerkt hier, dass, entsprechend dem reciproken Charakter der biquadratischen Gleichung,

$$\left.\begin{aligned} m_1 m_2 &= f^2 \\ m_3 m_4 &= f^2 \end{aligned}\right\} \qquad (16$$

ist, was im folgenden öfters benutzt werden wird.

Die Ausdrücke in Gl. 15 sollen alle auf die Form $P + Qi$ gebracht werden. Ich will voraussetzen, dass

$$f^2 + h^2 > q^2 \qquad (17$$

sei. Es ist dies nichts anderes, als bei gewöhnlichen Schwingungen mit Widerstand, jedoch ohne ablenkende Kraft, die Bedingung, dass die Bewegung eine periodische bleibe; falls $f^2 < q^2$, geht bekanntlich die Pendelbewegung in den aperiodischen Zustand über, den ich im vorliegenden Fall nicht weiter verfolgen will.

Man hat nun

$$\sqrt{(hi \mp q)^2 - f^2} = i\sqrt{f^2 + h^2 - q^2 \pm 2hqi} \qquad (18$$

Setzt man

$$\sqrt{f^2 + h^2 - q^2 \pm 2hqi} = \sqrt{A} \pm i\sqrt{B} \qquad (19$$

so ergeben sich die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} A - B &= f^2 + h^2 - q^2 \\ 2\sqrt{AB} &= 2hq. \end{aligned}\right\} \qquad (20$$

Es sei nun weiter

$$f^2 + h^2 - q^2 = F^2. \qquad (21$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\sqrt{F^4 + 4h^2q^2} + F^2}{2} &= F_1^2 \\ \frac{\sqrt{F^4 + 4h^2q^2} - F^2}{2} &= F_2^2 \end{aligned}\right\} \qquad (22$$

woraus also, da alle Wurzeln positiv genommen werden sollen, sofort folgt, was später mehrfach benutzt wird

$$F_1 F_2 = hq. \qquad (23$$

Dann hat man

$$\left.\begin{aligned} A &= F_1^2 \\ B &= F_2^2 \end{aligned}\right\} \qquad (24$$

also

$$\sqrt{f^2 + h^2 - q^2 \pm 2hqi} = F_1 \pm iF_2 \qquad (25$$

$$\sqrt{(hi \mp q)^2 - f^2} = iF_1 \mp F_2 \qquad (26$$

Digitized by Google

und die Gl. 15 gehen über in

$$\left.\begin{aligned} m_1 &= -(q+F_2) + i(F_1+h) \\ m_2 &= -(q-F_2) - i(F_1-h) \\ m_3 &= -(q-F_2) + i(F_1-h) \\ m_4 &= -(q+F_2) - i(F_1+h) \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

so dass m_1 und m_4 einerseits, m_2 und m_3 andrerseits conjugirt sind. Als allgemeines Integral der Gl. 8 hat man dann bekanntlich

$$x = c_1 e^{m_1 t} + c_2 e^{m_2 t} + c_3 e^{m_3 t} + c_4 e^{m_4 t} \tag{28}$$

wo c_1, c_2, c_3, c_4 die noch zu bestimmenden Constanten sind.

Ich werde hier nicht, wie es gewöhnlich geschieht, und wie ich es auch in A gethan, die imaginären Bestandtheile der Exponentialgrössen in trigonometrische Ausdrücke auflösen, weil man dann zur Bestimmung der Constanten zwar sehr elegante, aber trotzdem sehr mühsam zu behandelnde Formeln erhält; diese Umformung soll vielmehr möglichst lange verschoben werden. Ich setze die aus Gl. 28 für x, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^3x}{dt^3}$ folgenden Werthe in Gl. 7 ein, dann entsteht

$$\left.\begin{aligned} -2hf^2y = {} & c_1 e^{m_1 t}[m_1^3 + 4qm_1^2 + (f^2+4h^2+4q^2)m_1 + 2qf^2] \\ & + c_2 e^{m_2 t}[m_2^3 + 4qm_2^2 + (f^2+4h^2+4q^2)m_2 + 2qf^2] \\ & + c_3 e^{m_3 t}[m_3^3 + 4qm_3^2 + (f^2+4h^2+4q^2)m_3 + 2qf^2] \\ & + c_4 e^{m_4 t}[m_4^3 + 4qm_4^2 + (f^2+4h^2+4q^2)m_4 + 2qf^2]. \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Die Gl. 10 kann geschrieben werden

$$m^3 + 4qm^2 + (f^2+4h^2+4q^2)m + 2qf^2 = -f^2\left(m + 2q + \frac{f^2}{m}\right) \tag{30}$$

und da m_1, m_2, m_3, m_4 die Wurzeln dieser Gleichung sind, so geht hiermit Gl. 29 über in

$$\left.\begin{aligned} 2hy = {} & c_1 e^{m_1 t}\left(m_1 + 2q + \frac{f^2}{m_1}\right) + c_2 e^{m_2 t}\left(m_2 + 2q + \frac{f^2}{m_2}\right) \\ & + c_3 e^{m_3 t}\left(m_4 + 2q + \frac{f^2}{m_3}\right) + c_2 e^{m_4 t}\left(m_4 + 2q + \frac{f^2}{m_4}\right) \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Aus Gl. 16 folgt aber

$$\begin{aligned} f^2 : m_1 = m_2 \quad f^2 : m_2 = m_1 \\ f^2 : m_3 = m_4 \quad f^2 : m_4 = m_3. \end{aligned} \tag{32}$$

Daher wird

$$\begin{aligned} 2hy = {} & (m_1 + m_2 + 2q)(c_1 e^{m_1 t} + c_2 e^{m_2 t}) + \\ & + (m_3 + m_4 + 2q)(c_3 e^{m_3 t} + c_4 e^{m_4 t}). \end{aligned} \tag{33}$$

Digitized by Google

Aus Gl. 27 hat man sofort

$$\left.\begin{array}{l} m_1 + m_2 + 2q = 2hi \\ m_3 + m_4 + 2q = -2hi \end{array}\right\} \tag{34}$$

und die Gl. 33 geht dadurch über in

$$y = i\,(c_1 e^{m_1 t} + c_2 e^{m_2 t} - c_3 e^{m_3 t} - c_4 e^{m_4 t}). \tag{35}$$

Ein Resultat von der nämlichen Gestalt hätte in A erhalten werden müssen, wäre die Behandlungsweise dort der jetzigen analog gewesen.

Zur Constantenbestimmung hat man, da das Pendel ohne Anfangsgeschwindigkeit ausgehen soll, für $t = 0$,

$$x = a \qquad \frac{dx}{dt} = 0, \qquad y = 0 \qquad \frac{dy}{dt} = 0 \tag{36}$$

womit man aus Gl. 28 und 35 erhält

$$\left.\begin{array}{c} c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = a \\ m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 + m_4 c_4 = 0 \\ c_1 + c_2 - c_3 - c_4 = 0 \\ m_1 c_1 + m_2 c_2 - m_3 c_3 - m_4 c_4 = 0. \end{array}\right\} \tag{37}$$

Daraus

$$\left.\begin{array}{ll} c_1 + c_2 = \frac{a}{2} & c_3 + c_4 = \frac{a}{2} \\ m_1 c_1 + m_2 c_2 = 0 & m_3 c_3 + m_4 c_4 = 0 \end{array}\right\} \tag{38}$$

was sofort zu den Resultaten führt

$$\left.\begin{array}{l} c_1 = \frac{a m_2}{2(m_2 - m_1)} \\ c_2 = \frac{a m_1}{2(m_1 - m_2)} \\ c_3 = \frac{a m_4}{2(m_4 - m_3)} \\ c_4 = \frac{a m_3}{2(m_3 - m_4)}. \end{array}\right\} \tag{39}$$

Hier wären nun die Werthe aus Gl. 27 einzuführen; ich ziehe es indessen vor eine Zusammenstellung einiger Combinationen der Constanten, die später vorkommen, hier folgen zu lassen. Man erhält

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}
c_1 + c_4 &= \frac{a}{2(F_1^2 + F_2^2)}(F_1^2 + F_2^2 - hF_1 - qF_2) \\
c_1 - c_4 &= -\frac{ai}{2(F_1^2 + F_2^2)}(qF_1 - hF_2) \\
c_2 + c_3 &= \frac{a}{2(F_1^2 + F_2^2)}(F_1^2 + F_2^2 + hF_1 + qF_2) \\
c_2 - c_3 &= \frac{ai}{2(F_1^2 + F_2^2)}(qF_1 - hF_2).
\end{aligned}\right\} \qquad (40$$

Ferner

$$\left.\begin{aligned}
c_1 m_1 = -c_2 m_2 &= \frac{af^2}{4(F_1^2 + F_2^2)}(F_2 + iF_1) \\
c_3 m_3 = -c_4 m_4 &= \frac{af^2}{4(F_1^2 + F_2^2)}(-F_2 + iF_1).
\end{aligned}\right\} \qquad (41$$

Daraus

$$\left.\begin{aligned}
c_1 m_1 + c_4 m_4 &= \frac{af^2}{2(F_1^2 + F_2^2)} \cdot F_2 = -(c_2 m_2 + c_3 m_3) \\
c_1 m_1 - c_4 m_4 &= \frac{af^2}{2(F_1^2 + F_2^2)} \cdot iF_1 = -(c_2 m_2 - c_3 m_3).
\end{aligned}\right\} \qquad (42$$

Zur Verwendung kommen weiter noch

$$\left.\begin{aligned}
m_1 m_3 + m_2 m_4 &= -2(F_1^2 + F_2^2 - h^2 - q^2) \\
m_1 m_3 - m_2 m_4 &= -4i(qF_1 - hF_2) \\
m_2 m_3 &= (F_1 - h)^2 + (q - F_2)^2 \\
m_1 m_4 &= (F_1 + h)^2 + (q + F_2)^2.
\end{aligned}\right\} \qquad (43$$

Löst man nun die imaginären Bestandtheile in Gl. 28 und 35 unter Einsetzung der Werthe aus Gl. 20 in trigonometrische Ausdrücke auf, so entsteht, da m_1 und m_4 einerseits, m_2 und m_3 andrerseits conjugirt sind,

$$\left.\begin{aligned}
x &= e^{-(q+F_2)t}[(c_1 + c_4)\cos(F_1 + h)t + i(c_1 - c_4)\sin(F_1 + h)t] \\
&\quad + e^{-(q-F_2)t}[(c_2 + c_3)\cos(F_1 - h)t - i(c_2 - c_3)\sin(F_1 - h)t] \\
y &= e^{-(q+F_2)t}[i(c_1 - c_4)\cos(F_1 + h)t - (c_1 + c_4)\sin(F_1 + h)t] \\
&\quad + e^{-(q-F_2)t}[i(c_2 - c_3)\cos(F_1 - h)t + (c_2 + c_3)\sin(F_1 - h)t].
\end{aligned}\right\} \qquad (44$$

Führt man hier die in Gl. 40 gewonnenen Resultate für die Constanten ein, so kommt als definitives Integral der ursprünglichen Bewegungsgleichungen 4 zum Vorschein:

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}
x &= \frac{a}{2(F_1^2+F_2^2)}\Big[e^{-(q+F_2)t} \\
&[(F_1^2+F_2^2-hF_1-qF_2)\cos(F_1+h)\,t+(qF_1-hF_2)\sin(F_1+h)\,t] \\
&+e^{-(q-F_2)t} \\
&[(F_1^2+F_2^2+hF_1+qF_2)\cos(F_1-h)\,t+(qF_1-hF_2)\sin(F_1-h)t]\Big] \\
y &= \frac{a}{2(F_1^2+F_2^2)}\Big[e^{-(q+F_2)t} \\
&[(qF_1-hF_2)\cos(F_1+h)\,t-(F_1^2+F_2^2-hF_1-qF_2)\sin(F_1+h)t] \\
&+e^{-(q-F_2)t} \\
&[-(qF_1-hF_2)\cos(F_1-h)\,t+(F_1^2+F_2^2+hF_1+qF_2)\sin(F_1-h)t]\Big].
\end{aligned}\right\} \quad (45$$

Hiermit ist die Trajectorie des Pendels mathematisch vollständig bestimmt; dieselbe ist wegen der eigenthümlichen Verknüpfung exponentieller und trigonometrischer Functionen der Zeit t offenbar sehr complicirter Natur.

II. Discussion der Integralgleichungen.

Aus Gl. 21 folgt

$$4q^2F^2 = 4q^2f^2 + 4q^2h^2 - 4q^4. \qquad (46$$

$$F^4 + 4q^2F^2 + 4q^4 = F^4 + 4q^2h^2 + 4q^2f^2. \qquad (47$$

$$F^2 + 2q^2 > \sqrt{F^4 + 4q^2h^2} \qquad (48$$

$$q^2 > \frac{\sqrt{F^4+4q^2h^2} - F^2}{2} \qquad (49$$

d. h. mit Rücksicht auf Gl. 22

$$q > F_2. \qquad (50$$

Die in Gl. 45 für x und y aufgestellten Ausdrücke lassen deshalb sofort ersehen, dass beide Coordinaten unter periodischem Anwachsen und Abnehmen sich fortwährend der Grenze Null nähern, d. h. dass das Pendel für $t = \infty$ in die ursprüngliche Ruhelage gelangt.

Zur genaueren Untersuchung der Bewegung des Pendels sollen zuerst die Geschwindigkeitscomponenten $\frac{dx}{dt}$ und $\frac{dy}{dt}$ gebildet werden. Dieselben sind zwar direct aus Gl. 45 zu erhalten, jedoch nur nach ziemlich weitläufigen Reductionen. Besser geht man von den Gl. 28 und 35 aus, welche sofort liefern

Digitized by Google

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= e^{-(q+F_2)t} \\
&[(c_1m_1 + c_4m_4)\cos(F_1+h)\,t + i\,(c_1m_1 - c_4m_4)\sin(F_1+h)\,t] \\
&+ e^{-(q-F_2)t} \\
&[(c_2m_2 + c_3m_3)\cos(F_1-h)\,t - i\,(c_2m_2 - c_3m_3)\sin(F_1-h)\,t] \\
\frac{dy}{dt} &= e^{-(q+F_2)t} \\
&[i\,(c_1m_1 - c_4m_4)\cos(F_1+h)\,t - (c_1m_1 + c_4m_4)\sin(F_1+h)\,t] \\
&+ e^{-(q-F_2)t} \\
&[i\,(c_2m_2 - c_3m_3)\cos(F_1-h)\,t + (c_2m_2 + c_3m_3)\sin(F_1-h)\,t].
\end{aligned}\right\} \quad (51
$$

Mit Hilfe der Gl. 42 gehen diese Ausdrücke über in

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= \frac{af^2}{2(F_1^2+F_2^2)}\Big[e^{-(q+F_2)t}[F_2\cos(F_1+h)t - F_1\sin(F_1+h)t] - \\
&\qquad - e^{-(q-F_2)t}[F_2\cos(F_1-h)t + F_1\sin(F_1-h)t]\Big] \\
\frac{dy}{dt} &= \frac{af^2}{2(F_1^2+F_2^2)}\Big[-e^{-(q+F_2)t}[F_1\cos(F_1+h)t + F_2\sin(F_1+h)t] + \\
&\qquad + e^{-(q-F_2)t}[F_1\cos(F_1-h)t - F_2\sin(F_1-h)t]\Big].
\end{aligned}\right\} \quad (52
$$

Man überzeugt sich leicht, worauf ich indessen nicht weiter eingehen will, dass $\frac{dx}{dt}$ und $\frac{dy}{dt}$ nur für $t = 0$ und $t = \infty$ gleichzeitig Null werden können, dass also die hier untersuchte Pendelbewegung sich wesentlich unterscheidet sowohl von der des gewöhnlichen Pendels ohne Widerstand und mit Widerstand, als auch von der des normal abgelenkten Pendels ohne Widerstand wie in A.

Sucht man direct die Geschwindigkeit v auf, so hat man

$$
v^2 = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2. \quad (53
$$

Statt aber die Quadrirungen an den Gl. 52 auszuführen ist es weit bequemer, die differentiirten Gl. 28 und 35 zu quadriren und zu addiren. Es entsteht dann unmittelbar

$$
\left.\begin{aligned}
v^2 = 4c_1c_3m_1m_3e^{(m_1+m_3)t} + 4c_1c_4m_1m_4e^{(m_1+m_4)t} \\
+ 4c_2c_3m_2m_3e^{(m_2+m_3)t} + 4c_2c_4m_2m_4e^{(m_2+m_4)t}
\end{aligned}\right\} \quad (54
$$

und unter Benutzung von Gl. 41 und 27

Digitized by Google

$$v^2 = \frac{a^2 f^4 e^{-2qt}}{4(F_1^2 + F_2^2)} (e^{-2F_2 t} + e^{2F_2 t} - 2 \cos 2F_1 t). \qquad (55$$

Eleganter wird diese Formel durch Einführung der hyperbolischen Functionen, die mit grossen lateinischen Buchstaben bezeichnet werden mögen; man hat dann

$$v^2 = \frac{a^2 f^4 e^{-2qt}}{2(F_1^2 + F_2^2)} (\mathrm{Cos}\, 2 F_2 t - \cos 2 F_1 t). \qquad (56$$

Nun ist aber

$$\mathrm{Cos}\, z > 1 \text{ für } z > 0. \qquad (57$$

oder die Geschwindigkeit des Pendels kann nur für $t = 0$, und dann noch wegen des Factors e^{-2qt}, mit Rücksicht auf $q > F_2$, für $t = \infty$ gleich Null werden.

Von einer Schwingungsdauer im gewöhnlichen Sinne, wonach darunter der Unterschied je zweier Zeiten verstanden wird, in denen das Pendel nach einander die Geschwindigkeit Null besitzt, kann also hier nicht die Rede sein.

Es mag deshalb versucht werden als Schwingungsdauer eines mit Widerstand unter dem Einflusse einer normal ablenkenden Kraft schwingenden Pendels den Unterschied je zweier Zeiten zu definiren, in welchen das Pendel zwei aufeinanderfolgende Maxima oder zwei aufeinanderfolgende Minima der Geschwindigkeit erlangt. Zur Aufsuchung dieser Extreme ist $\frac{dv}{dt}$ gleich Null zu setzen, und man erhält aus Gl. 55 als Gleichung, welche die Zeiten der Extreme von v bestimmt

$$-(q + F_2) e^{-2F_2 t} - (q - F_2) e^{2F_2 t} + 2q \cos 2F_1 t + 2F_1 \sin 2F_1 t = 0. \qquad (58$$

Diese Gleichung, für welche $t = 0$ eine Auflösung gibt, ist transcendent, besitzt aber, wie sich leicht zeigen lässt, immer nur eine endliche Anzahl reeller, positiver Auflösungen. Während nämlich mit wachsender Zeit der exponentielle Ausdruck

$$(q + F_2) e^{-2F_2 t} + (q - F_2) e^{2F_2 t}$$

bis ins positiv Unendliche wächst, ist das Maximum für den trigonometrischen Ausdruck $2q \cos 2F_1 t + 2F_1 \sin 2F_1 t$ gegeben durch

$$2\sqrt{F_1^2 + q^2}$$

in Zeiten, die sich aus

$$\mathrm{tg}\, 2 F_1 t = \frac{F_1}{q} \qquad (59$$



bestimmen lassen. Die Grenzen, innerhalb deren also überhaupt von reellen, positiven Auflösungen der Gl. 58 die Rede sein kann, sind einerseits Null, andrerseits t_1, wo t_1 eine Wurzel der Gleichung

$$(q+F_2)\,e^{-2F_2 t_1}+(q-F_2)\,e^{2F_2 t_1}=2\sqrt{F_1^2+q^2} \tag{60}$$

ist. Daraus erhält man sehr leicht

$$e^{2F_2 t_1}=\frac{\sqrt{F_1^2+q^2}\pm\sqrt{F_1^2+F_2^2}}{q-F_2}. \tag{61}$$

Man findet hier, dass

$$\sqrt{F_1^2+q^2}-\sqrt{F_1^2+F_2^2}<q-F_2 \tag{62}$$

denn diese Ungleichung führt nach einigen sehr einfachen Umformungen auf die offenbar richtige Ungleichung

$$F_2<\sqrt{F_1^2+F_2^2}. \tag{63}$$

Da aber $e^{2F_2 t_1}>1$ sein muss, so erkennt man, dass in Gl. 61 nur die eine Wurzel brauchbar ist, die man sofort als einen unächten Bruch erkennt, nämlich

$$e^{2F_2 t_1}=\frac{\sqrt{F_1^2+q^2}+\sqrt{F_1^2+F_2^2}}{q-F_2}. \tag{64}$$

Daraus folgt (mit natürlichen Logarithmen)

$$t_1=\frac{l\left(\sqrt{F_1^2+q^2}+\sqrt{F_1^2+F_2^2}\right)-l\,(q-F_2)}{2F_2}. \tag{65}$$

Maxima und Minima der Geschwindigkeit treten daher nur von $t=0$ bis längstens $t=t_1$ auf. Nach dieser Zeit nimmt die Geschwindigkeit fortwährend ab, bis dieselbe zur Zeit $t=\infty$ gleich Null wird; doch ist die Schnelligkeit der Abnahme bald grösser, bald kleiner, entsprechend den periodischen Gliedern in der Gl. 58.

Die Anzahl der Pendelschwingungen (im gewöhnlichen Sinne des Wortes) wird deshalb ebenfalls eine endliche, und hieraus allein schon, da zur Zeit t_1 die Geschwindigkeit des Pendels noch nicht Null ist, folgt das interessante Resultat:

> Bei einem Pendel, das unter dem Einflusse einer normal ablenkenden Kraft und eines Widerstandes, welche beide der augenblicklichen Geschwindigkeit proportional sind, schwingt, ist kein Isochronismus der unendlich kleinen Schwingungen vorhanden.

Es ist dies um so merkwürdiger, als sowohl bei dem gewöhnlichen, mit Widerstand schwingenden Pendel, wie bei dem unter dem Einflusse einer normal ablenkenden Kraft, jedoch ohne Widerstand schwingenden (A) der Isochronismus der unendlich kleinen Schwingungen gewahrt ist.

Digitized by Google

Zur weiteren Untersuchung der Trajectorie mag der Radius-vector

$$r^2 = x^2 + y^2 \tag{66}$$

eingeführt werden. Auch hier ziehe ich es vor, statt die Gl. 45 zu quadriren, auf Gl. 28 und 35 zurückzugreifen, welche sofort liefern

$$\begin{aligned} r^2 = 4c_1c_3e^{(m_1+m_3)t} + 4c_1c_4e^{(m_1+m_4)t} + 4c_2c_3e^{(m_2+m_3)t} + \\ + 4c_2c_4e^{(m_2+m_4)t}. \end{aligned} \tag{67}$$

Daraus mit Rücksicht auf Gl. 39 und 27

$$\begin{aligned} r^2 = \frac{a^2e^{-2qt}}{4(F_1^2+F_2^2)}(-m_2m_4e^{2iF_1t} + m_2m_3e^{-2F_2t} + m_1m_4e^{2F_2t} - \\ - m_1m_3e^{-2iF_1t}) \end{aligned} \tag{68}$$

und dann wegen Gl. 43

$$\begin{aligned} r^2 = \frac{a^2e^{-2qt}}{4(F_1^2+F_2^2)}\Big([(F_1-h)^2 + (q-F_2)^2]\,e^{-2F_2t} + \\ + [(F_1+h)^2 + (q+F_2)^2]\,e^{2F_2t} + 2\,(F_1^2+F_2^2-h^2-q^2)\cos 2F_1t + \\ + 4\,(qF_1 - hF_2)\sin 2F_1t.\Big) \end{aligned} \tag{61}$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\left.\begin{aligned} (F_1-h)^2 + (q-F_2)^2 &= D^2 \\ (F_1+h)^2 + (q+F_2)^2 &= E^2 \\ F_1^2 + F_2^2 - h^2 - q^2 &= G \\ qF_1 - hF_2 &= H \end{aligned}\right\} \tag{70}$$

so erhält r^2 die Gestalt

$$\begin{aligned} r^2 = \frac{a^2e^{-2qt}}{4(F_1^2+F_2^2)}(D^2e^{-2F_2t} + E^2e^{2F_2t} + \\ + 2\,G\cos 2F_1t + 4H\sin 2F_1t). \end{aligned} \tag{71}$$

Der Minimalwerth des exponentiellen Ausdrucks in der Klammer wird erlangt in der durch folgende Gleichung gegebenen Zeit

$$t = \frac{lD - lE}{2F_2} \tag{72}$$

eine negative Grösse, weil $D < E$ ist. Da in der gegenwärtigen Untersuchung die Zeit von $t = 0$ angerechnet wird, so ist also der kleinste Werth, den jener Exponentialausdruck hier erhalten kann, nämlich für $t = 0$, gleich

$$D^2 + E^2 = 2\,(F_1^2 + F_2^2 + h^2 + q^2). \tag{73}$$

Digitized by Google

Das Minimum für $2G\cos 2F_1t + 4H\sin 2F_1t$ ist aber

$$-2\sqrt{G^2 + 4H^2}$$

oder, wie man nach sehr einfachen Reductionen mit Rücksicht auf Gl. 23 findet, $-2(F_1^2 - F_2^2 - h^2 + q^2)$, und da offenbar

$$D^2 + E^2 > 2\sqrt{G^2 + 4H^2} \tag{74}$$

so folgt daraus in Gl. 71, dass r, ausser für $t = \infty$, niemals Null werden kann, d. h. dass **das Pendel niemals die ursprüngliche Ruhelage pasiert, dieselbe vielmehr erst nach unendlich langer Zeit erreicht.**

Eine einfache Rechnung ergibt ferner, dass

$$D^2E^2 = G^2 + 4H^2 \tag{75}$$

ist, was nachher benutzt wird.

Man könnte versuchen als **Schwingungsdauer** die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden gleichartigen **Extremen** des **Radius-vectors** zu definiren. Die Extreme derselben sind aus $\frac{dr}{dt} = 0$ zu bestimmen, und die Gl. 71 liefert hierfür die neue, für welche $t = 0$ eine Auflösung ist:

$$\begin{aligned} &-(q + F_2)D^2e^{-2F_2t} - (q - F_2)E^2e^{F_2t} + \\ &+ 2DE(q\cos 2F_1t - F_1\sin 2F_1t) = 0 \end{aligned} \tag{76}$$

wenn man berücksichtigt, dass die bei der directen Differentiation auftretenden Ausdrücke sich vermittelst Gl. 23 und 75 folgendermaassen reduciren lassen:

$$\left.\begin{aligned} qG - 2HF_1 &= q(G - 2F_1 + 2h^2) = - \\ &- q(F_1^2 - F_2^2 - h^2 + q^2) = -qDE \\ GF_1 + 2qH &= F_1(G + 2q^2 - 2F_1^2) = \\ &= F_1(F_1^2 - F_2^2 - h^2 + q^2) = F_1DE. \end{aligned}\right\} \tag{77}$$

Der Maximalwerth des trigonometrischen Ausdrucks in Gl. 76 ist $2DE\sqrt{F_1^2 + q^2}$. Es ergibt sich also, wie bei der Geschwindigkeit v, dass für die Existenz extremer Werthe von r eine Grenzzeit t_2 vorhanden ist, für welche die Gleichung gilt

$$(q + F_2)D^2e^{-2F_2t_2} + (q - F_2)E^2e^{2F_2t_2} = 2DE\sqrt{F_1^2 + q^2}. \tag{78}$$

Die Vergleichung mit Gl. 60 ergibt sofort, dass

$$e^{2F_2t_2} = \frac{D}{E}e^{2F_2t_1} \tag{79}$$

oder

Digitized by Google

$$t_2 = t_1 + \frac{lD - lE}{2F_1} \tag{80}$$

wo t_1 die auf v bezügliche Grenzzeit der Extreme. Da nun $D < E$, so ist auch

$$t_2 < t_1 \tag{81}$$

d. h. die Extreme des Radiusvectors kommen wie die der Geschwindigkeit nur in endlicher Anzahl vor, sind aber in zeitlich engere Grenzen einschlossen, als diese. Nach der Zeit t_2 findet ein fortwährendes Abnehmen von r statt, bis für $t = \infty$ der Werth $r = 0$ erreicht wird. Man kommt also bezüglich der Schwingungsdauer zu demselben Resultate, wie bei der Untersuchung der Geschwindigkeit. Hält man mit dem bisher gesagten zusammen, dass, wie man aus Gl. 45 leicht erkennt, die transcendenten Gleichungen $x = 0$ und $y = 0$ unendlich viele reelle positive Auflösungen haben müssen, dass also die Trajectorie die Coordinatenaxen in unendlich vielen Punkten schneidet, so ergibt sich folgendes über die Gestalt der Trajectorie:

> Von $t = 0$ bis längstens $t = t_1$ ist die Bahn des Pendels den gewöhnlichen Pendelschwingungen insofern analog, als Maxima und Mininima der Geschwindigkeit und des Radiusvectors auftreten. Von $t = t_1$ an aber geht die Bahn des Pendels in eine reine Spiralbewegung um den Ursprung über, indem Geschwindigkeit und Radiusvector continuirlich abnehmen. Dabei erreicht das Pendel den Ursprung mit der Geschwindigkeit Null erst nach unendlich langer Zeit und unendlich vielen Umläufen.

III. Specialfälle und numerische Beispiele.

Zur Erprobung der in I. aufgestellten allgemeinen Formeln mögen zunächst die beiden Specialfälle $h = 0$ und $q = 0$, von denen der erste längst bekannt, der zweite in A behandelt worden ist, aus jenen Formeln abgeleitet werden.

Für $h = 0$, d. h. es sei keine ablenkende Kraft, wohl aber ein der Geschwindigkeit proportionaler Widerstand vorhanden, hat man unter der Voraussetzung, dass $f > q$, d. h. dass immer noch eine periodische Bewegung zum Vorschein komme, in Gl. 21 und 22

$$\left.\begin{aligned} F^2 &= f^2 - q^2 \\ F_1 &= F = \sqrt{f^2 - q^2} \\ F_2 &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{82}$$

Digitized by Google

Die Gl. 45 und 55 gehen dadurch über in

$$x = ae^{-qt}\left(\cos t\sqrt{f^2 - q^2} + \frac{q}{\sqrt{f^2 - q^2}} \sin t\sqrt{f^2 - q^2}\right) \tag{83}$$

$$y = 0$$

$$v = \frac{af^2 e^{-qt} \sin t\sqrt{f^2 - q^2}}{\sqrt{f^2 - q^2}} \tag{84}$$

woraus sofort folgt, dass die Trajectorie eine Gerade ist, dass die Schwingungen isochron sind und zwar mit einer Schwingungsdauer

$$\tau = \frac{\pi}{\sqrt{f^2 - q^2}} \tag{85}$$

erfolgen.

Die Schwingungsdauer erscheint daher gegenüber der eines einfachen, ohne Widerstand schwingenden Pendels im Verhältnis von

$$f : \sqrt{f^2 - q^2}$$

vergrössert.

Es werden also die schon bekannten Resultate erhalten.

Für $q = 0$ dagegen, d. h. bei Schwingungen unter dem Einfluss einer normal ablenkenden Kraft, jedoch ohne Widerstand, erhält man

$$\left.\begin{aligned} F^2 &= f^2 + h^2 \\ F_1 &= F = \sqrt{f^2 + h^2} \\ F_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{86}$$

und weiter

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{a}{2F}[(F - h) \cos (F + h)t + (F + h) \cos (F - h)t] \\ y &= \frac{a}{2F}[-(F - h) \sin (F + h)t + (F + h) \sin (F - h)t] \end{aligned}\right\} \tag{87}$$

$$v = \frac{af^2}{F} \sin Ft. \tag{88}$$

woraus als Dauer der isochronen Schwingungen folgt

$$\tau = \frac{\pi}{F} = \frac{\pi}{\sqrt{f^2 + h^2}}. \tag{89}$$

Die Schwingungsdauer erscheint hier also gegenüber der eines einfachen Pendels ohne Ablenkung (und ohne Widerstand) im Verhältnis von $f : \sqrt{f^2 + h^2}$ verkürzt.

Digitized by Google

Dies sind genau die Resultate, welche in A abgeleitet wurden.

Um die in I. entwickelten Formeln an einem Beispiel numerisch zu verfolgen, habe ich einen Fall gewählt, an dessen Verwirklichung in praxi allerdings gar nicht zu denken ist.

Es sei $f = 1$, d. h. die Pendellänge l gleich g, die Schwingungsdauer des gewöhnlichen Pendels also π Secunden mittlerer Zeit. Ferner sei $h = 0{,}5$. Wäre die normal ablenkende Kraft die durch die Erdrotation am Pol hervorgerufene, d. h. nach A

$$h = \omega = \text{Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation},$$

so müsste für den eben angenommenen Werth von h die Umdrehung der Erde um ihre Axe in

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 4\pi = 12{,}6 \text{ Sec. mittl. Zeit}$$

erfolgen!

Für q werde ebenfalls der Werth 0,5 genommen. Da die einzelnen Schwingungsweiten, wenn keine ablenkende Kraft vorhanden ist, entsprechend Gl. 83 Glieder einer geometrischen Reihe mit dem Exponenten $e^{\frac{-q\pi}{\sqrt{f^2-q^2}}}$ sind, so lässt sich aus den Werthen $f = 1$ und $q = 0{,}5$ leicht berechnen, dass das Verhältnis zweier auf einander folgenden Schwingungsweiten $e^{\frac{\pi}{\sqrt{3}}} : 1$, d. h. sehr nahe $6:1$ ist. Wäre beispielsweise die erste Maximalelongation gleich 1296^{mm}, so wären die folgenden 216, 36, 6, 1^{mm}. Die vorausgesetzte Dämpfung der Schwingungen ist also sehr beträchtlich. Für die in den Formeln I zur Verwendung kommenden Grössen ergibt sich bei den erwähnten Annahmen:

$$F = \sqrt{f^2 + h^2 - q^2} = 1{,}00000$$
$$\sqrt{F^2 + 4h^2q^2} = 1{,}11803$$
$$F_1 = 1{,}02909$$
$$F_2 = 0{,}24293.$$

Die Gl. 45 und 55 werden

$$x = \frac{a}{2}\left[e^{-0{,}74298\,t}\,(0{,}43114 \cos 1{,}52909\,t + 0{,}35158 \sin 1{,}52909\,t)\right.$$
$$\left. + e^{-0{,}25707\,t}(1{,}56886 \cos 0{,}52909\,t + 0{,}35158 \sin 0{,}52909\,t)\right)$$
$$y = \frac{a}{2}\left[e^{-0{,}74298\,t}\,(0{,}35158 \cos 1{,}52909\,t - 0{,}43114 \sin 1{,}52909\,t)\right.$$
$$\left. + e^{-0{,}25707\,t}\,(-0{,}35158 \cos 0{,}52909\,t + 1{,}56886 \sin 0{,}52909\,t)\right]$$
$$v = \frac{a}{2.21147}\sqrt{(e^{-1.48587\,t} + e^{-0{,}51418\,t} - 2\,e^{-t} \cos 2{,}05817\,t)}.$$

Digitized by Google

Für die Zeit t_1, nach welcher keine Extreme der Geschwindigkeit (mit Ausnahme von $v = 0$) mehr vorkommen, erhält man aus Gl. 65

$$t_1 = 1{,}40694\,\pi = 4{,}42004 \text{ Secunden;}$$

von dieser Zeit an beginnt die Spiralbewegung.

Für die Extreme der Geschwindigkeit liefert die Auflösung der Gl. 58

erstes Minimum von v für $t = 0$ $\qquad v = 0$

erstes Maximum von v für $t = 0{,}35530\,\pi$ $\quad v = 1{,}090316 \cdot \frac{a}{2{,}21147}$
$= 1{,}11622^{\text{sec}}$

zweites Minimum von v für $t = 0{,}99875\,\pi$ $\quad v = 0{,}35104 \cdot \frac{a}{2{,}21147}$
$= 3{,}13766^{\text{sec}}$

zweit. u. letzt. Maxim. von v für $t = 1{,}24442\,\pi$ $\quad v = 0{,}38035 \cdot \frac{a}{2{,}21147}$
$= 3{,}90947^{\text{sec}}$

drittes u. letzt. Minim. von v für $t = \infty$ $\qquad v = 0$.

Die Zeit t_2, nach welcher keine Extreme des Radiusvectors (mit Ausnahme von $r = 0$) mehr vorkommen, wird durch die Gl. 80 bestimmt; man erhält

$$t_2 = 2{,}51761 \text{ Secunden.}$$

Bei genauerer Untersuchung zeigt sich, dass die Gl. 76 ausser $t = 0$ keine Auflösung hat, d. h. der Radiusvector hat nur die beiden extremen Werthe

$$r = a \text{ für } t = 0$$
$$r = 0 \text{ für } t\,\infty.$$

Die Trajectorie des Pendels ist für die Zeit $t = 0$ bis $t = 6\pi$, also 6 Schwingungen des gewöhnlichen Pendels entsprechend, in Fig. 1



Fig. 1.

dargestellt. Um eine genauere Zeichnung der Curve in grösserem Maassstabe zu ermöglichen, gebe ich in der folgenden Tabelle eine

Digitized by Google

Reihe von zusammengehörenden Werthen für x, y und zum Theil für v, wobei als Zeiteinheit 0,1 π-Secunden gilt.

$t = \pi \times$	$x = \frac{a}{2} \times$	$y = \frac{a}{2} \times$	$v = \frac{a}{2,2115} \times$	$t = \pi \times$	$x = \frac{a}{2} \times$	$y = \frac{a}{2} \times$
0,0	2,0000	0,0000	0,0000	3,1	0,0287	— 0,1287
0,1	1,9123	0,0091	0,5585	3,2	0,0455	— 0,1126
0,2	1,6950	0,0576	0,9081	3,3	0,0585	— 0,0954
0,3	1,4141	0,1569	1.0693	3,4	0,0677	— 0,0777
0,4	1,1225	0,2938	1,0781	3,5	0,0735	— 0,0602
0,5	0,8543	0,4443	0,9782	3,6	0,0761	— 0,0435
0.6	0,6258	0,5838	0,8154	3,7	0,0760	— 0,0280
0,7	0,4394	0,6908	0,6340	3,8	0,0734	— 0,0138
0,8	0,2893	0,7560	0,4760	3,9	0,0690	— 0,0014
0,9	0,1664	0,7761	0,3780	4,0	0,0630	0,0092
1,0	0,0622	0,7557	0,3511	4,1	0,0559	0,0180
1,1	— 0,0294	0,7033	0,3639	4,2	0,0481	0,0248
1.2	— 0,1110	0,6290	0,3785	4,3	0,0399	0,0289
1.3	— 0,1832	0,5424	0,3774	4,4	0,0317	0,0333
1,4	— 0,2444	0,4514	0,3586	4,5	0,0238	0,0352
1,5	— 0,2929	0,3616	0,3269	4,6	0,0163	0,0356
1,6	— 0,3270	0,2766	0,2898	4.7	0,0094	0,0349
1,7	— 0,3463	0,1984	0,2541	4,8	0,0032	0,0332
1,8	— 0,3512	0,1276	0,2250	4.9	— 0,0022	0,0307
1,9	— 0,3431	0,0647	0,2042	5,0	— 0,0066	0,0276
2,0	— 0,3241	0,0095	0,1901	5,1	— 0,0102	0,0241
2,1	— 0,2966	— 0,0379	0,1796	5,2	— 0,0130	0,0203
2.2	— 0,2632	— 0,0776	0,1698	5,3	— 0,0149	0,0165
2,3	— 0,2263	— 0,1096	0,1592	5,4	— 0,0161	0,0127
2,4	— 0,1877	— 0,1338	0,1475	5,5	— 0,0166	0,0091
2,5	— 0,1492	— 0,1506	0,1354	5,6	— 0,0165	0,0058
2,6	— 0,1121	— 0,1604	0,1236	5,7	— 0,0159	0,0027
2,7	— 0,0772	— 0,1637	0,1127	5,8	— 0.0149	0,0001
2,8	— 0,0453	— 0,1612	0,1032	5,9	— 0,0135	— 0,0022
2,9	— 0,0169	— 0,1540	0,0950	6,0	— 0,0120	— 0,0041
3,0	0,0078	— 0,1428	0,0879			

Die Curve wendet anfangs dem Ursprung die convexe Seite zu, und dann nach einem Inflexionspunkt immerfort die concave, so dass die Spirale links gewunden wird. Im allgemeinen Falle wird die Zahl der Inflexionspunkte eine ungerade, so dass, da die Curve, analog A, zuerst dem Ursprung die convexe Seite zukehren muss, es schliesslich immer von t_1 an zu einer links gewundenen Spirale kommt. Rückkehrpunkte, wie in A, können nicht auftreten, da v nicht gleich Null werden kann (ausser für $t = 0$ und $t = \infty$).

Digitized by Google

In Fig. 2 ist die Curve der Geschwindigkeiten dargestellt, indem die Zeiten auf der Abscissenaxe, die Geschwindigkeiten als Ordinaten aufgetragen wurden. Der asymptotische Verlauf von v für $t > t_1$ geht daraus klar hervor.

Schliesslich soll versucht werden, eine etwas genauere Einsicht in die Natur der Schwingungen zu gewinnen, indem man von den Voraussetzungen ausgeht, wie sie in praxi gewöhnlich erfüllt sind, dass

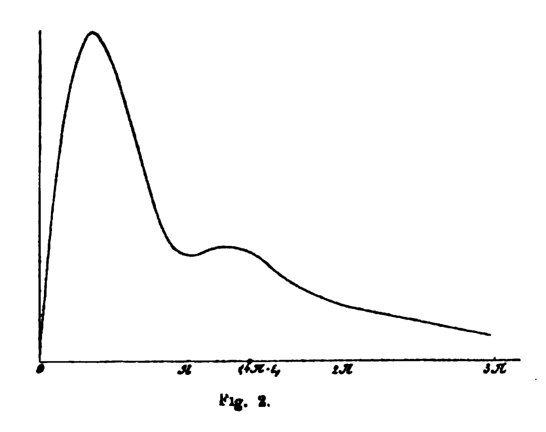


Fig. 2.

nämlich die Coefficienten der ablenkenden Kraft und des Widerstandes verhältnismässig klein sind. Dieser Fall soll aber hier nur bezüglich der Geschwindigkeit untersucht werden.

Es seien also nun h und q klein im Verhältnis zu f. Dann sind, wie aus Gl. 21 und 22 ersichtlich, F und F_1 wenig von f verschieden, und nach Gl. 23 F_2 ist ein sehr kleiner Werth. Die Gl. 65 für t_1 zeigt dann, dass t_1 jedenfalls sehr gross wird, d. h. dass während einer sehr langen Zeit Schwingungsvorgänge stattfinden, welche denen des gewöhnlichen Pendels sehr analog sind. Die Extreme der Geschwindigkeit sind zu bestimmen aus Gl. 58

$$- (q + F_2)\, e^{-2F_2 t} - (q - F_2)\, e^{2F_2 t} + \\ + 2q \cos 2F_1 t + 2F_1 \sin 2F_1 t = 0. \qquad (90$$

Da F_2 sehr klein, so können in erster Annäherung die exponentiellen Ausdrücke durch 1 ersetzt werden, so dass die Näherungsgleichung erscheint

$$F_1 \sin 2F_1 t = 2q \sin^2 F_1 t \qquad (91$$

aus welcher als erste Näherungswerthe folgen

$$\sin F_1 t = 0 \qquad (92$$

und

$$\operatorname{tg} F_1 t = \frac{F_1}{q}. \qquad (93$$

Digitized by Google

Der erste Fall schliesst auch den Anfangswerth $t = 0$ ein, entspricht also den Minimis, der zweite den Maximis von v.

a) Minima der Geschwindigkeit.

Die Gl. 92 gibt, wenn unter n eine ganze positive Zahl (mit Einschluss der Null) verstanden wird, als angenäherte Zeit für die Minima

$$t = \frac{n\pi}{F_1} = n\tau \tag{94}$$

so dass

$$\tau = \frac{\pi}{F_1} \tag{95}$$

in erster Annäherung als die Schwingungsdauer bezeichnet werden darf. Aus Gl. 55 erhält man dann für die Minima von v

$$v_n = \frac{af^2 e^{-qn\tau}}{2\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} (e^{F_2 n\tau} - e^{-F_2 n\tau}) \tag{96}$$

oder

$$v_n = \frac{af^2 e^{-qn\tau}}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}} \operatorname{Sin} F_2 n\tau. \tag{97}$$

Es werde $n\tau$ durch η ersetzt. Der Ausdruck

$$e^{-(q-F_2)\eta} - e^{-(q+F_2)\eta} = w \tag{98}$$

erreicht, wie man leicht findet, seinen Maximalwerth für

$$\eta = \frac{l(q + F_2) - l(q - F_2)}{2F_2} \tag{99}$$

wofür wegen der Kleinheit von F_2 gegenüber q gesetzt werden darf

$$\eta = \frac{1}{q}. \tag{100}$$

Die Beträge der Minima von v nehmen daher von $t = 0$ bis $t = \frac{1}{q}$ zu, von da an aber wieder ab, bis für $t = \infty$ das letzte Minimum $v = 0$ erreicht wird.

Zur zweiten Annäherung werde gesetzt

$$t = n\tau + \Delta_n \tag{101}$$

wo Δ_n jedenfalls eine kleine Grösse ist, deren höhere Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dann geht Gl. 90 über in

$$\begin{aligned} &-(q + F_2)\, e^{-2F_2(n\tau+\Delta_n)} - (q - F_2)\, e^{2F_2(n\tau+\Delta_n)} + \\ &+ 2q \cos 2F_1\Delta_n + 2F_1 \sin 2F_1\Delta_n = 0. \end{aligned} \tag{102}$$

Digitized by Google

Entwickelt man hier, indem man nur die erste Potenz von Δ_n beibehält und auch die Theilsätze, in welchen das Product $F_2 \cdot \Delta_n$ auftritt, wegwirft, so erhält man

$$\Delta_n = \frac{-2q + (q + F_2)\, e^{-2F_1 n\tau} + (q - F_2)\, e^{2F_1 n\tau}}{4F_1^2}. \tag{103}$$

Definirt man daher als Schwingungsdauer den zeitlichen Abstand zweier aufeinanderfolgender Minima der Geschwindigkeit, so hat man für die Dauer ϑ_{n+1} der $(n+1)$ Schwingung $(n = 0, 1, 2 \ldots)$

$$\vartheta_{n+1} = (n+1)\tau + \Delta_{n+1} - (n\tau + \Delta_n) \tag{104}$$

oder

$$\vartheta_{n+1} = \tau + \Delta_{n+1} - \Delta_n. \tag{105}$$

Analog ist für die darauffolgende Schwingung die Dauer gegeben durch

$$\vartheta_{n+2} = \tau + \Delta_{n+2} - \Delta_{n+1} \tag{106}$$

so dass man für die Differenz zweier aufeinanderfolgender Schwingungsdauern erhält

$$\vartheta_{n+2} - \vartheta_{n+1} = (\Delta_{n+2} - \Delta_{n+1}) - (\Delta_{n+1} - \Delta_n). \tag{107}$$

Setzt man in Gl. 103 der Kürze wegen

$$e^{2F_1\tau} = u \tag{108}$$

und bemerkt, dass

$$\left.\begin{aligned} u &> 1 \\ u^{-1} &< 1 \end{aligned}\right\} \tag{109}$$

so ergibt sich sehr leicht

$$\left.\begin{aligned} \Delta_{n+1} - \Delta_n &= \frac{(q-F_2)(u-1)u^n - (q+F_2)(1-u^{-1})u^{-n}}{4F_1^2} \\ \Delta_{n+2} - \Delta_{n+1} &= \frac{(q-F_2)(u-1)u^{n+1} - (q+F_2)(1-u^{-1})u^{-n-1}}{4F_1^2} \end{aligned}\right\} \tag{110}$$

und daraus

$$\vartheta_{n+2} - \vartheta_{n+1} = \frac{(q-F_2)(u-1)^2 u^n + (q+F_2)(1-u^{-1})^2 u^{-n}}{4F_1^2} \tag{111}$$

Mit Rücksicht auf $q > F_2$ und auf Gl. 109 erkennt man sofort, dass

$$\vartheta_{n+2} - \vartheta_{n+1} > 0 \tag{112}$$

oder

$$\vartheta_{n+2} > \vartheta_{n+1} \tag{113}$$

d. h. bezieht man den Begriff „Schwingungsdauer" auf die Minima der Geschwindigkeit, so nimmt die Schwingungsdauer an Grösse mit wachsender Zeit zu; es ist also,

Digitized by Google

wie schon früher bemerkt wurde, kein Isochronismus der unendlich kleinen Schwingungen mehr vorhanden.

In anderer Weise lässt sich das Resultat dahin formuliren, dass die Minima der Geschwindigkeit zeitlich immer mehr auseinanderrücken.

b) Maxima der Geschwindigkeit.

Die Gl. 93 gibt als angenäherte Zeit für die Maxima der Geschwindigkeit

$$t = \frac{1}{F_1}\left(\operatorname{arctg}\frac{F_1}{q} + n\pi\right) n = 0,\ 1,\ 2\ \ldots \tag{114}$$

oder, wenn

$$\frac{1}{F_1}\operatorname{arctg}\frac{F_1}{q} = \tau_1 \tag{115}$$

gesetzt wird, mit Rücksicht auf Gl. 95

$$t = \tau_1 + n\tau. \tag{116}$$

Man hat

$$\left.\begin{aligned} \sin\left(2\operatorname{arctg}\frac{F_1}{q}\right) &= \frac{2qF_1}{F_1^2+q^2} \\ \cos\left(2\operatorname{arctg}\frac{F_1}{q}\right) &= -\frac{F_1^2-q^2}{F_1^2+q^2} \end{aligned}\right\} \tag{117}$$

Mit Hilfe dieser Formeln erhält man aus Gl. 55 für die Maximalgeschwindigkeiten V_n

$$V_n^2 = \frac{a^2 f^4}{4(F_1^2+F_2^2)}\left(e^{-2(q+F_2)(\tau_1+n\tau)} + e^{-2(q-F_2)(\tau_1+n\tau)} + \right.$$
$$\left. + \frac{2e^{-2q(\tau_1+n\tau)}(F_1^2-q^2)}{F_1^2+q^2}\right). \tag{118}$$

Sucht man den Maximalwerth des in der Klammer enthaltenen Ausdrucks, nachdem $\tau_1 + n\tau$ durch η ersetzt worden, so stösst man auf die quadratische Gleichung

$$(q - F_2)e^{4F_2\eta} + \frac{2q(F_1^2-q^2)}{F_1^2+q^2}e^{2F_2\eta} + (q+F_2) = 0 \tag{119}$$

welche, wenn sie überhaupt reelle Wurzeln hat, zwei negative Werthe für $e^{2F_2\eta}$ liefert, welche unbrauchbar sind. Da V_n in Gl. 118 für $n = \infty$ verschwindet, so erkennt man daraus, dass die Maxima der Geschwindigkeit vom ersten an fortwährend abnehmen.

In zweiter Annäherung sei

$$t = \tau_1 + n\tau + D_n. \tag{120}$$

Digitized by Google

Führt man diesen Werth in Gl. 90 ein und entwickelt bis zur ersten Potenz von D_n, so entsteht

$$-(q+F_2)\,e^{-2F_2(\tau_1+n\tau)}(1-2F_2D_n)-$$

$$-(q-F_2)\,e^{2F_2(\tau_1+n\tau)}(1+2F_2D_n)+2q\left(\cos\left[2\,\mathrm{artg}\,\frac{F_1}{q}\right]-\right.$$

$$\left.-2F_1D_n\sin\left[2\,\mathrm{arctg}\,\frac{F_1}{q}\right]\right)+2F_1\left(\sin\left[2\,\mathrm{arctg}\,\frac{F_1}{q}\right]+\right.$$

$$\left.+2F_1D_n\cos\left[2\,\mathrm{arctg}\,\frac{F_1}{q}\right]\right)=0. \qquad (121$$

Berücksichtigt man Gl. 117 und lässt die Theilsätze, welche F_2D_n enthalten, weg, so erhält man

$$D_n=\frac{2q-(q-F_2)\,e^{2F_2(\tau_1+n\tau)}-(q+F_2)\,e^{-2F_2(\tau_1+n\tau)}}{4F_1^2}. \qquad (122$$

Defininirt man diesmal als Schwingungsdauer den zeitlichen Abstand zweier aufeinanderfolgender Maxima der Geschwindigkeit, so hat man für die Dauer θ_{n+1} der $(n+1)^{\text{ten}}$ Schwingung $(n=0, 1, 2\ldots)$

$$\theta_{n+1}=\tau_1+(n+1)\tau+D_{n+1}-(\tau_1+n\tau+D_n) \qquad (123$$

oder

$$\theta_{n+1}=\tau+D_{n+1}-D_n. \qquad (124$$

Für die folgende Schwingung ist die Dauer gegeben durch

$$\theta_{n+2}=\tau+D_{n+2}-D_{n-1}. \qquad (125$$

Die Differenz zweier aufeinanderfolgender Schwingungsdauern wird daher

$$\theta_{n+2}-\theta_{n+1}=(D_{n+2}-D_{n-1})-(D_{n-1}-D_n). \qquad (126$$

Setzt man, wie früher

$$\left.\begin{aligned} e^{2F_2\tau}&=u\\ e^{2F_2\tau_1}&=w\end{aligned}\right\} \qquad (127$$

und

so dass

$$\left.\begin{aligned} u&>1 \qquad & w&>1\\ u^{-1}&<1 \qquad & w^{-1}&<1\end{aligned}\right\} \qquad (128$$

so findet man aus Gl. 122 analog Gl. 111 den Werth

$$\theta_{n+2}-\theta_{n+1}=-$$

$$-\frac{(q-F_2)\,w\,u^n\,(u-1)^2+(q+F_2)\,w^{-1}\,u^{-n}\,(1-u^{-1})^2}{4F_1^2} \qquad (129$$

das heisst

$$\theta_{n+2}<\theta_{n+1}. \qquad (130$$

Digitized by Google

Bezieht man also den Begriff „Schwingungsdauer“ auf die Maxima der Geschwindigkeit, so nimmt die Schwingungsdauer fortwährend ab.

In anderer Weise lässt sich das Resultat dahin formuliren, dass die Maxima der Geschwindigkeit zeitlich immer näher aneinanderrücken.

Da in dem früher gegebenen numerischen Beispiel die Anzahl der Extreme von v sehr klein ist, so will ich hier ein anderes geben, an welchen die obigen Sätze klar hervortreten. Es sei

$$F_1 = 1{,}00000$$
$$h = 0{,}30000$$
$$q = 0{,}30000$$
$$F_2 = 0{,}09000.$$

Dann erhält man bei strenger Auflösung der Gl. 90:

Zeiten der Minima von v-Sec.	Differenzen, d. h. Schwingungsdauer ϑ-Sec.
0,00000	
3,13938	3,13938
6,32912	3,18974
9,60041	3,27129
∞	∞

Zeiten der Maxima von v-Sec.	Differenzen, d. h. Schwingungsdauer θ-Sec.
1,28580	
4,41069	3,12489
7,48305	3,07236
10,46885	2,98580

IV. Anwendung auf das Foucault'sche Pendel.

Auf ein zum Foucault'schen Versuch bestimmtes (mathematisches) Pendel wirkt, wie schon in A auseinandergesetzt worden, eine der augenblicklichen Geschwindigkeit v proportionale Kraft, welche das Pendel normal zu seiner Bahn nach rechts (auf der nördlichen Erdhälfte) ablenkt. Ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation, φ die Breite des Beobachtungsortes, so wird jene Kraft dargestellt durch $2 v \omega \sin \varphi$, d. h. man hat

$$h = \omega \sin \varphi. \tag{131}$$

Digitized by Google

Nun ist bekanntlich, wenn T die Dauer eines Sterntags in mittlerer Sonnenzeit $= 86164{,}09$ Secunden,

$$\omega = 2\pi : T = 0{,}0000729212 \tag{132}$$
$$\log \omega = 5{,}8628536 - 10$$

Ausserdem unterliegt das Pendel Widerständen, welche, bei den im ganzen geringen Geschwindigkeiten, letzteren proportional gesetzt werden dürfen.

Für ein Foucault'sches Pendel gelten also theoretisch in aller Strenge die Entwicklungen von I. und II. Von isochronen Schwingungen kann nicht die Rede sein; die Schwingungsbewegung geht nach einer endlichen Zeit in eine Spiralbewegung über, und von einer Bestimmung der „Drehung der Schwingungsebene“, als Beweis für die gleichförmige Drehung der Erde um ihre Axe in der Zeit T, kann füglich nicht gesprochen werden. Theoretisch erscheint also das Foucault'sche Pendel zu diesem Zweck unbrauchbar.

Anders gestaltet sich die Sache freilich in der Praxis. Die eben angeführten Eigenthümlichkeiten der Pendelbewegung treten um so deutlicher hervor, je grösser die Coefficienten h und q gegenüber f sind. Den grössten Werth erreicht h am Pol, und es mag deshalb bei den folgenden numerischen Untersuchungen vorausgesetzt werden, dass der Foucault'sche Pendelversuch am Pol stattfinde, d. h. man habe

$$h = \omega = 0{,}0000729212.$$

Man wird ferner in der Praxis wohl kaum je Pendel verwenden können, bei denen $l > 10\,g$, d. h. die Pendellänge mehr als 98^{m} beträgt; als kleinsten in der Praxis vorkommenden Werth von $f^2 = g : l$ wird man daher setzen dürfen.

$$f^2 = 0{,}1.$$

Es wären nun noch bestimmte Werthe für q anzunehmen. Ich habe, um den Einfluss verschiedener Werthe von q zu charakterisiren, die folgende Tabelle berechnet, bei welcher die eben gemachten Voraussetzungen für h und f gelten. Die erste Colonne enthält verschiedene Werthe von q, die zweite die Schwingungsdauer ϑ eines gewöhnlichen mit dem Widerstandscoefficienten q schwingenden Pendels so dass nach Gl. 85

$$\vartheta = \frac{\pi}{\sqrt{f^2 - q^2}}.$$

Die dritte Colonne gibt an, nach der wievielten (ν^{ten}) Schwingung dabei die Schwingungsweite auf die Hälfte der anfänglichen reducirt ist; man bestimmt ν nach Gl. 83 aus

Digitized by Google

$$\nu = \frac{\log \text{nat } 2}{q\vartheta}.$$

Die vierte Colonne liefert die in der Zeit $\nu\vartheta$ stattfindende „Drehung δ der Schwingungsebene“ in Graden, wenn man die Anwendbarkeit der in A gegebenenen Formeln voraussetzt.

Colonne 5 und 6 enthalten die nach Gl. 22 berechneten Grössen F_1 und F_2; Colonne 7 die Zeit t_1, von welcher an die Pendelbewegung spiralförmig wird, in Tagen. In Colonne 8 ist der bei der Geschwindigkeit v in Betracht kommende Ausdruck

$$\sigma = e^{2F_2t} + e^{-2F_2t}$$

(s. Gl. 55) für $t = 3600$ Secunden berechnet. Die 9. Colonne endlich gibt an, um welchen Betrag $\varDelta$ (in Secunden) die anfänglichen Schwingungsdauern von dem ersten Näherungswerth Gl. 95

$$\tau = \pi : F_1$$

abweichen.

q	ϑ Secunden	ν	δ Grade	F_1	F_2 $10^{-10}\times$	t_1 Tage	σ	$\varDelta$-Sec. $10^{-15}\times$
0,1000	10,47198	0,67	0,03	0,30000001	243070	0,5	2,0307071	6564809
0,0100	9,93956	6,97	0,29	0,31606962	23071	10,4	2,0002760	53281
0,0010	9,93464	69,77	2,90	0,31622619	2306	161,8	2,0000028	532
0,0001	9,93459	697,71	28,96	0,31622776	231	2194,5	2,0000000	5

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass Widerstände, welche den Coefficienten $q = 0{,}1$ bis $q = 0{,}01$ entsprechen, die Ausführung des Pendelversuches unmöglich machen, weil die Schwingungen viel zu rasch an Weite abnehmen. Bei $q = 0{,}001$ ist F_2 schon so klein, dass σ innerhalb einer ganzen Stunde ausserordentlich wenig von 2 verschieden ist. Man wird daher in der Praxis durchweg F_2 gleich Null setzen dürfen. Für die Umgestaltung der strengen Formeln ist zu beachten, dass dann nach Gl. 23 auch das Product hq gleich Null zu setzen ist.

Unter der Voraussetzung $F_2 = 0$ sollen im folgenden die Formeln für das mit Widerstand schwingende Foucault'sche Pendel abgeleitet werden, wobei es namentlich auf die Frage ankommen wird, in wie weit die „Drehung der Schwingungsebene“ innerhalb einer gegebenen Zeit durch den Widerstand modificirt wird.

Digitized by Google

Man hat

$$h = \omega \sin \varphi \tag{133}$$

und die Gl. 2, 21 und 22 liefern

$$\left.\begin{aligned} f^2 &= g : l \\ F^2 &= f^2 + h^2 - q^2 \\ F_1 &= F \\ F_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{134}$$

und die Gl. 45 gehen über in

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{a e^{-qt}}{2F}[(F-h)\cos(F+h)t + \\ &+ q \sin(F+h)t + (F+h)\cos(F-h)t + q\sin(F-h)t] \\ y &= \frac{a e^{-qt}}{2F}[q\cos(F+h)t - (F-h)\sin(F+h)t - \\ &- q\cos(F-h)t + (F+h)\sin(F-h)t] \end{aligned}\right\} \tag{135}$$

oder reducirt

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{a e^{-qt}}{F}(F\cos Ft\cos ht + h\sin Ft\sin ht + q\sin Ft\cos ht) \\ y &= \frac{a e^{-qt}}{F}(-F\cos Ft\sin ht + h\sin Ft\cos ht - q\sin Ft\sin ht) \end{aligned}\right\} \tag{136}$$

Man bemerkt, dass die hier erscheinenden Ausdrücke sich von den in A gegebenen durch das Auftreten des Factors e^{-qt} und den Zusatz eines mit q behafteten Gliedes innerhalb der Klammern unterscheiden.

Zur Discussion der durch Gl. 136 völlig bestimmten Trajectorie leite ich noch die Werthe ab

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{ef^2}{F}e^{-qt}\sin Ft\cos ht \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{af^2}{F}e^{-qt}\sin Ft\sin ht \end{aligned}\right\} \tag{137}$$

$$v = \frac{af^2}{F}e^{-qt}\sin Ft. \tag{138}$$

Man erhält daraus zunächst

$$\frac{dy}{dx} = -\operatorname{tg} ht \tag{139}$$

genau wie in A; d. h. der Winkel, welchen die Tangente in einem Punkt der Trajectorie mit der x-Axe bildet, nimmt gleichförmig mit der Zeit ab, oder die „Drehung der Schwingungsebene“ erfolgt, auch wenn Widerstand vorhanden ist, immer noch gleichförmig.

Digitized by Google

Die Ausdrücke $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, v werden alle gleich Null für

$$t = t_n = \frac{n\pi}{F}. \tag{140}$$

Man hat deshalb

$$\tau = \frac{\pi}{F} = \frac{\pi}{\sqrt{f^2 + h^2 - q^2}} \tag{141}$$

als die Schwingungsdauer des Pendels zu bezeichnen. Die Schwingungen sind isochron und die Schwingungsdauer ist grösser, als wenn das Pendel ohne Widerstand schwingt, im Verhältnis von

$$\sqrt{f^2 + h^2} : \sqrt{f^2 + h^2 - q^2}.$$

Aus dem gleichzeitigen Verschwinden von $\frac{dx}{dt}$ und $\frac{dy}{dt}$ für $t = n\tau$ folgt, da ausserdem $\frac{dy}{dx}$ eindeutig ist, dass die Trajectorie der in A beschriebenen insofern ganz ähnlich ist, als sie ebenfalls aus einzelnen Zweigen besteht, welche, indem sich zwei aufeinanderfolgende Zweige in einer der Zeiten $n\tau$ berühren, Spitzen- oder Rückkehrpunkte erzeugen. Die einzelnen Zweige nehmen hier aber an Länge fortwährend ab. Es sei die Länge des Zweiges von $t = (n-1)\tau$ bis $t = n\tau$ durch Z_n bezeichnet, dann hat man

$$Z_n = \int_{t=(n-1)\tau}^{t=n\tau} ds = \int_{t=(n-1)\tau}^{t=n\tau} v\,dt \tag{142}$$

oder

$$Z_n = \frac{af^2}{F} \int_{t=(n-1)\tau}^{t=n\tau} e^{-qt} \sin Ft\,dt. \tag{143}$$

Nun ist

$$\int e^{-qt} \sin Ft\,dt = -\frac{e^{-qt}(q \sin Ft + F \cos Ft)}{F^2 + q^2} + C \tag{144}$$

woraus man, wenn man noch berücksichtigt, dass vom Vorzeichen abgesehen werden kann, und dass

$$F^2 + q^2 = f^2 + h^2 \tag{145}$$

leicht erhält

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} Z_n &= \frac{af^2}{f^2+h^2}\, e^{-q(n-1)\tau}\,(1+e^{-q\tau}) \\ Z_1 &= \frac{af^2}{f^2+h^2}\,(1+e^{-q\tau}) \end{aligned}\right\} \tag{146}$$

und

$$Z_n = Z_1\, e^{-q(n-1)\tau} \tag{147}$$

d. h. die Zweiglängen nehmen in geometrischer Progression ab.

Während die Minima der Geschwindigkeit, nämlich $v = 0$, den Zeiten $t = t_n = n\tau$ entsprechen, erhält man für die Maxima von v aus Gl. 138, indem man $\frac{dv}{dt}$ gleich Null setzt, sofort

$$\operatorname{tg} Ft = \frac{F}{q}. \tag{148}$$

Setzt man entsprechend Gl. 115

$$\frac{1}{F} \operatorname{arctg} \frac{F}{q} = \tau_1 \tag{149}$$

so hat man für die Zeiten t'_{n+1} der Maxima von v als Auflösung von Gl. 148

$$t'_{n+1} = \tau_1 + n\tau \qquad n = 0,\ 1,\ 2\ \ldots \tag{150}$$

und als zugehörigen Werth von v, der durch v_{n+1} bezeichnet werden mag

$$\left.\begin{aligned} v_{n+1} &= \frac{af^2}{\sqrt{F^2+q^2}}\, e^{-q(\tau_1+n\tau)} \\ v_1 &= \frac{af^2}{\sqrt{F^2+q^2}}\, e^{-q\tau_1} \end{aligned}\right\} \tag{151}$$

oder

$$v_{n+1} = v_1\ e^{-qn\tau} \tag{152}$$

d. h. die Maxima der Geschwindigkeit nehmen ebenfalls in geometrischer Progression ab.

Aus

$$\left.\begin{aligned} t_n &= n\tau \\ t'_{n+1} &= n\tau + \tau_1 \\ t_{n+1} &= (n+1)\tau \end{aligned}\right\} \tag{153}$$

folgt

$$t'_{n+1} - t_n = \tau_1 \qquad t_{n+1} - t'_{n+1} = \tau - \tau_1. \tag{154}$$

Digitized by Google

Da F und q positiv sind, erhält man aus Gl. 149 sofort

$$\left.\begin{array}{l} \tau_1 < \dfrac{\pi}{2F} \\ \tau_1 < \dfrac{\tau}{2} \end{array}\right\} \tag{155}$$

das heisst

oder in Gl. 154

$$t'_{n+1} - t_n < t_{n+1} - t'_{n+1} \tag{156}$$

d. h. die Zeit von einem Ruhepunkt des Pendels ($v = 0$) bis zur nächstfolgenden Maximalgeschwindigkeit ist kleiner, als die Zeit von dieser letzteren bis zum nächstfolgenden Ruhepunkt.

Führt man Polarcoordinaten ein, also

$$\left.\begin{array}{l} x = r \cos \alpha \\ y = r \sin \alpha \end{array}\right\} \tag{157}$$

so erhält man nach einfachen Reductionen

$$r^2 = \frac{a^2 e^{-2qt}}{F^2} [(F \cos Ft + q \sin Ft)^2 + h^2 \sin^2 Ft]. \tag{158}$$

Daraus geht sofort hervor, dass r nur für $t = \infty$ gleich Null werden kann, wie das auch früher schon für den allgemeinen Fall erkannt wurde.

Zur Bestimmung der Extreme von r schreibt man Gl. 158 bequemer in der Form

$$r^2 = \frac{a^2 e^{-2qt}}{2F^2} [F^2 + h^2 + q^2 + (F^2 - h^2 - q^2) \cos 2Ft + 2Fq \sin 2Ft] \tag{159}$$

welche auch direct aus Gl. 71 folgt. Bildet man hier $\frac{dr}{dt}$ und setzt diesen Ausdruck gleich Null, wobei zu berücksichtigen ist, dass

$$\left.\begin{array}{l} F^2 - h^2 + q^2 = f^2 \\ F^2 + h^2 + q^2 = f^2 + 2h^2 \end{array}\right\} \tag{160}$$

und wegen $hq = 0$

$$q(F^2 + h^2 + q^2) = qf^2 \tag{161}$$

zu setzen ist, so entsteht die Gleichung

$$q \sin^2 Ft = - F \sin Ft \cos Ft \tag{162}$$

Die Auflösungen dieser Gleichung sind

$$\sin Ft = 0 \tag{163}$$

und

$$\operatorname{tg} Ft = - \frac{F}{q} \tag{164}$$

Digitized by Google

Die erste Auflösung entspricht den Maximalwerthen von r, den Maximalelongationen, welche durch r_{n+1} bezeichnet werden mögen. Die Zeit, zu welcher r_{n+1} stattfindet, ist dann gegeben durch

$$t = t_n = \frac{n\pi}{F} = n\tau. \tag{165}$$

Die zweite Auflösung bezieht sich auf die Minimalelongationen r'_{n+1}, welche in den Zeiten stattfinden

$$t = t''_{n+1} = \frac{1}{F}\left(\pi - \operatorname{arctg}\frac{F}{q}\right) + \frac{n\pi}{F} \tag{166}$$

das heisst

$$t''_{n+1} = (n+1)\tau - \tau_1 = (n+\tfrac{1}{2})\tau + \left(\frac{\pi}{2} - \tau_1\right). \tag{167}$$

Vergleicht man diesen Werth mit Gl. 150

$$t'_{n+1} = n\tau + \tau_1 = (n+\tfrac{1}{2})\tau - \left(\frac{\tau}{2} - \tau_1\right)$$

so erkennt man, dass die Zeit einer Minimalelongation ebensoweit hinter $(n+\frac{1}{2})\tau$ liegt, als die Zeit des nächsten Maximalwerthes der Geschwindigkeit vor $(n+\frac{1}{2})\tau$ liegt, wenn beide Extreme in die $(n+1)^{te}$ Schwingung fallen, welche durch $t = n\tau$ und $t = (n+1)\tau$ begrenzt wird.

Für den Betrag der Maximalelongationen erhält man aus Gl. 158 und 165

$$r_{n+1} = ae^{-qn\tau} \tag{168}$$

und für die Minimalelongationen aus Gl. 158 und 166

$$r'_{n+1} = \frac{ahe^{-q[(n+1)\tau - \tau_1]}}{\sqrt{f^2 + h^2}} \tag{169}$$

oder

$$r'_{n+1} = r'_1 \cdot e^{-qn\tau} \tag{170}$$

wo

$$r'_1 = \frac{ahe^{-q(\tau - \tau_1)}}{\sqrt{f^2 + h^2}}. \tag{171}$$

Die Maximal- und die Minimalelongationen nehmen daher nach derselben geometrischen Progression ab. Die Maximalelongationen bilden die Spitzen der Trajectorie, welche alle auf einer Spirale liegen, während in den Minimalelongationen die Zweige eine zweite, der ersten ähnliche Spirale berühren. Für $q = 0$, wie in A, gehen diese Spiralen in Kreise über.

Digitized by Google

Aus Gl. 157 und 136 findet man für die Anomalie α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x} = \frac{-F \cos Ft \sin ht + h \sin Ft \cos ht - q \sin Ft \sin ht}{F \cos Ft \cos ht + h \sin Ft \sin ht + q \sin Ft \cos ht} \tag{172}$$

oder

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h \operatorname{tg} Ft - (F + q \operatorname{tg} Ft) \operatorname{tg} ht}{F + (q + h \operatorname{tg} ht) \operatorname{tg} Ft}. \tag{173}$$

Sucht man die Anomalien α'_{n+1} der Minimalelongationen, so ist hier zu setzen

$$t = t''_{n+1} = (n+1)\tau - \tau_1 \tag{174}$$

und man erhält

$$\operatorname{tg} \alpha'_{n+1} = \cot ht = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - ht''_{n+1}\right) \tag{175}$$

wenn man Gl. 164 berücksichtigt. Diese Gleichung kann auch geschrieben werden

$$\operatorname{tg} \alpha'_{n+1} = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - h[(n+1)\tau - \tau_1]\right) \tag{176}$$

woraus, wenn unter μ eine ganze, gegebenenen falls leicht zu bestimmende Zahl verstanden wird, folgt

$$\alpha'_{n+1} = \mu\pi + \frac{\pi}{2} - h(n+1)\tau + h\tau_1. \tag{177}$$

Für die Anomalien α_{n+1} der Maximalelongationen, d. h. für die Werthe von α in den Spitzen der Trajectorie, an welch letzteren in der Regel die Beobachtung der Ablenkung angestellt wird, hat man

$$t = t_n = n\tau = \frac{n\pi}{F} \tag{178}$$

und daraus

$$\operatorname{tg} \alpha_n = -\operatorname{tg} hn\tau = -\operatorname{tg} \frac{hn\pi}{F} \tag{179}$$

d. h. (wie in [A]) die Anomalien der Spitzen nehmen von Zweig zu Zweig jedesmal um $\pi - \frac{h\pi}{F}$ zu, oder die „Drehung der Schwingungsebene“ beträgt in der Zeit τ jedesmal $h\tau$. Daraus folgt, genau wie in A, dass eine ganze Drehung, gleich 2π, vollzogen wird in der Zeit

$$\mathsf{T} = \frac{2\pi}{h} = \frac{2\pi}{\omega \sin\varphi} \tag{180}$$

oder zufolge 132

Digitized by Google

$$\mathsf{T} = \frac{T}{\sin \varphi}, \tag{181}$$

ein von q ganz unabhängiger Werth.

Das schliessliche Ergebnis lautet also:

Der Widerstand ändert an der Geschwindigkeit, mit welcher die „Drehung der Schwingungsebene" beim Foucault'schen Pendel vor sich geht, gar nichts. Bei dem Versuche braucht daher auf den Widerstand keine Rücksicht genommen zu werden[1]).

Dorpat, 13. September 1886.

---

1) Erst kurz vor dem Eintreffen der Correkturbogen wurde mir bekannt, dass dies Resultat sich auch schon bei Resal, traité de cinématique pure, p. 343 findet.

Digitized by Google

Ueber die elektromotorische Differenz und die Polarisation der Erdplatten[1]).

Von

Dr. P. A. Müller.

Bei der Beobachtung der elektrischen Ströme resp. Potentialdifferenz der Erde in kürzeren Linien bildet die elektromotorische Differenz der an den Enden dieser Linien in die Erde versenkten Metallplatten bekanntlich eine bedeutende Fehlerquelle, da sie ihrer Grösse nach ungefähr von derselben Ordnung wie die Potentialdifferenz der Erde für kürzere Strecken zu sein scheint. Da es nun bis dahin noch nicht gelungen ist, eine sichere Methode zur getrennten Bestimmung dieser beiderlei elektromotorischen Kräfte zu finden, so schien es mir interessant und jedenfalls praktisch wichtig, durch besondere Versuche für gewisse Metalle und Erdsorten die ungefähre Grösse der elektromotorischen Differenzen solcher Elektroden für sich allein zu bestimmen, um so ein Urtheil über ihren eventuellen Antheil an den in den erwähnten Linien auftretenden Strömen zu gewinnen. Um dabei zugleich zu erfahren, welche Substanz bei der Benutzung als Elektroden im allgemeinen die geringsten elektromotorischen Differenzen darbiete, schien es geboten, bei unseren Untersuchungen möglichst viele der hierzu geeigneten Leiter der Elektricität zu benutzen, und da ferner beim Auftreten stärkerer eigentlicher Erdströme auch die Polarisation dieser Elektroden eine erhebliche Quelle von Fehlern bilden kann, so war auch die Polarisationsfähigkeit der verschiedenen Substanzen bei den Versuchen zu berücksichtigen. Da endlich die ganze Untersuchung hauptsächlich auch mit Rücksicht auf die beim Observatorium in Pawlowsk getroffene Einrichtung zur Beobachtung der Erdströme unternommen worden war, so war für die zu benutzenden Erdarten die Wahl der dort vorkommenden zu empfehlen.

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Bull de l'Académie St. Pétersbourg vol. XXX p. 531 (1886).


Digitized by Google

Wie aus der Abhandlung des Herrn Director Wild: „Die Beobachtungen der Erdströme in kürzeren Linien“[1]), hervorgeht, sind in Pawlowsk 4 Erdplatten aus Blei vorhanden, von denen die Nord-Platte in reinem, recht nassen Sande, die Süd-Platte in reinem trocknen Sande, die Ost- und West-Platten in lehmhaltigem Boden liegen, jedoch war bei den beiden letzteren unmittelbar um die Platten eine Sandschicht von $0{,}2^m$ Dicke geschüttet worden.

Diesen Verhältnissen analog haben wir entweder Sand oder Lehm bei unseren Versuchen verwendet, wie sich später zeigen wird; als Plattenmaterial haben wir 10 Substanzen gebraucht, die an einer anderen Stelle genau mitgetheilt werden sollen.

Da die Resultate unserer Versuche, wie gesagt, nur dazu dienen sollten, um einen Begriff über den Betrag der Plattenströme für sich zu geben, und deren Betrag nothwendig für je zwei concrete Platten desselben Stoffes um kleine Grössen variiren wird, so wäre es überflüssig gewesen, an unsere Versuche hohe Genauigkeitsanforderungen zu stellen.

In Berücksichtigung dieses Gesichtspunktes sind in der Folge alle Constanten und Resultate nur mit der Genauigkeit bestimmt worden, wie sie für den vorliegenden Zweck erforderlich erschien.

Auch diese nur angenäherten Werthe geben indessen, wie wir sehen werden, über die zu untersuchenden Verhältnisse genügenden Aufschluss.

Unsere Untersuchung wird sich auf folgende 4 Grössen bei jeder Plattencombination erstrecken, nämlich auf:

1. die elektromotorische Kraft der beiden Platten,
2. die Grösse der Polarisation, welche durch den Plattenstrom selbst bewirkt wird,
3. die Grösse der Polarisation, welche durch einen Batteriestrom hervorgerufen wird,
4. den Widerstand des Plattenelements.

Beobachtungsmethoden.

Zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft der Platten unabhängig von der Polarisation wurde die Compensationsmethode von Poggendorff verwendet, bei welcher bekanntlich zwei theilweise zusammenfallende Stromkreise hergestellt werden, von denen der eine die zu untersuchende elektromotorische Kraft und ein Galvanoskop, der andere eine stärkere elektromotorische Kraft als jene und eine Tangentenbussole enthält, während der beiden Kreisen gemeinsame Theil durch einen veränderlichen oder fixen Widerstand gebildet wird.

---

1) Wild: Mémoires de l'Académie Imp. des Sc. de. St. Pétersbourg vol. XXXI, Nr. 12 p. 2 (1883).

Digitized by Google

Wir wollen nun den Kreis mit der stärkeren elektromotorischen Kraft den „Hauptkreis“, den anderen aber den „Nebenkreis“ nennen und mit

e das zu untersuchende Element,
E ein constantes Element von stärkerer elektromotorischer Kraft als e,
G das Galvanoskop,
T die Tangentenbussole,
r den Widerstand des beiden Kreisen gemeinsamen Theiles

bezeichnen.

Schaltet man die Elemente E und e einander entgegen und variirt entweder den Widerstand r oder die Stromstärke i (des Hauptkreises) so lange, bis das Galvanoskop (im Nebenkreise) keinen Strom mehr anzeigt, so erhalten wir die unbekannte elektromotorische Kraft e ausgedrückt durch den Widerstand r und die Intensität i, welche die Tangentenbussole T anzeigt, nämlich:

$$e = i \cdot r.$$

Da die Veränderung des Widerstandes r (um kleine Grössen) variable Contacte bedingen würde, die bekanntlich wenig sicher sind, so lag es nahe, die Versuchsanordnung so zu wählen, dass man den Widerstand r ungeändert liess und die Intensität i variirte, indem man Widerstände in den Hauptkreis einschaltete, deren absolute Werthe nicht gemessen zu werden brauchten.

Hierzu diente ein Widerstand, dessen Einrichtung wir später kennen lernen werden, und den wir mit ϱ bezeichnen wollen.

Durch diese Anordnung wird die Vornahme einer grösseren Zahl von Messungen bedeutend erleichtert, da als Widerstand r nur einige wenige passend gewählte und anderweitig bestimmte Widerstände erforderlich sind, und für jeden einzelnen Versuch dann nur die Intensität i mit Hülfe der Tangentenbussole T zu bestimmen bleibt.

Um unsere zweite Grösse, die Polarisation der Platten durch den eigenen Strom, zu messen, wurde sogleich nach dem obigen Versuch die Leitung zur Tangentenbussole also unser Hauptkreis geöffnet und dann am Galvanoskop des Nebenkreises die Ablenkung notirt, welche der Plattenstrom selbst bewirkt; dieser Strom blieb dann so lange geschlossen, bis keine Variation der Ablenkung am Galvanoskop mehr constatirt werden konnte. Bezeichnen wir die erste Ablenkung mit n und die zweite mit n', so gibt uns das Verhältnis $\frac{n-n'}{n}$ an, um welchen Theil die elektromotorische Kraft des Plattenstroms selbst durch die auftretende Polarisation geschwächt ist, und da wir jene kennen, erhalten wir auch die elektromotorische Kraft der Polarisation allein:

Digitized by Google

$$p = \frac{n - n'}{e} \cdot e.$$

In den Fällen, wo die elektromotorische Kraft e so gross war, dass die Ablesung der Ablenkungen am Galvanoskop (einen sehr empfindlichen Galvanometer mit Spiegelablesung) nicht mehr möglich war, wurden vorher Widerstände in den Stromkreis eingeschaltet.

Eerner sollte die Grösse der Polarisation untersucht werden, welche durch einen constanten Batteriestrom hervorgerufen wird, den man durch die Platten leitet.

Als Batterie dienten 4 Daniell'sche Elemente, welche direct mit den Platten verbunden wurden; nachdem die Stromdauer 5—10 Minuten gewährt hatte, wurden die Platten mit Hülfe einer Poggendorff'schen Wippe rasch von den Elementen getrennt und in denjenigen Stromkreis eingeschaltet, welcher bei der Bestimmung unserer ersten Grösse e durch das Plattenelement, das Galvanoscop G und den Widerstand r gebildet war.

Beim Umlegen der Wippe musste die Nadel ruhig bleiben, und geschah dann die Ermittelung des Werthes P dieser Polarisation auf dieselbe Art wie oben diejenige der elektromotorischen Kräfte des unpolarisirten Plattenpaares. Bezeichnen wir hier die Intensität in der Tangentenbussole mit i' und den Zweigwiderstand mit r', so finden wir eigentlich

$$e + P = i'r',$$

weil die Polarisationsbatterie stets so mit den Platten verbunden wurde, dass der Polarisationsstrom dieselbe Richtung mit dem ursprünglichen Plattenstrom besass. Da aber e gegenüber P stets sehr klein gewesen ist, so können wir in der Folge diese Summe einfach als Repräsentant der Polarisation P ansehen.

Endlich war es noch beabsichtigt, den Widerstand zu messen, welchen das Plattenelement selbst besitzt.

Hierzu wurde ein Stromkreis hergestellt aus einem Galvanometer, einem Widerstandskasten von Siemens und dem betreffenden Plattenelement, und der Widerstand des letzteren dann nach der Ohm'schen Methode bestimmt.

Nennen wir die elektromotorische Kraft des Elements e, den Widerstand desselben x, den übrigen Widerstand (Leitung + Galvanometer) w, und nehmen wir die Intensität in diesem Stromkreise proportional den beobachteten Scalenablenkungen an, — letzteres ist der Fall, wie wir später sehen werden — so haben wir, wenn c die Empfindlichkeitsconstante des Galvanometers ist:

$$c \cdot n = \frac{e}{w + x}.$$

Digitized by Google

Schalten wir nun aus dem Widerstandskasten eine bekannte Grösse a ein, so erhalten wir eine Ablenkung n', und es ist dann:

$$c \cdot n' = \frac{e}{a + w + x}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$x = a \frac{n'}{n - n'} - w.$$

Zur Bestimmung der Grössen r resp. r', welcher wir für unsere obigen Grössen e und P bedürfen, wurde die Construction der Wheathstone'schen Brückencombination verwendet, die von Herrn Director Wild in seiner Abhandlung: „Bestimmung des Werthes der Siemens'schen Widerstands-Einheit in absolutem elektromagnetischen Maasse“ [1]) angegeben worden ist.

Die Apparate, welche zur Beobachtung aller genannten Grössen erforderlich waren, wurden im mittleren grossen Saale des Physikalischen Central-Observatoriums aufgestellt, der durch seine geringe Temperaturänderung zu Messungen sehr geeignet ist. Zwar enthält er bedeutende Eisenmassen in Folge der zahlreichen vorhandenen Apparate und ist deshalb für absolute Bestimmungen des Erdmagnetismus ungeeignet, da aber in unseren obigen Formeln nur die Horizontal-Intensität H und zwar im Reductionsfactor der Tangentenbussole vorkommt, dieser jedoch mit Hülfe eine Voltameters empirisch bestimmt wurde, so war die Benutzung dieser Localität im vorliegenden Falle gestattet. Dafür, dass während der ganzen Zeit dieser Versuche keine Aenderung der Eisenmengen in ihrer relativen Lage zur Tangentenbussole stattfand, ist gesorgt worden.

Im folgenden wird es nun zunächst unsere Aufgabe sein, die einzelnen Constanten für unsere Apparate anzugeben.

Der Hauptstromkreis, dessen Intensität i gemessen werden musste, war gebildet durch:

1. die Tangentenbussole,
2. einen Commutator,
3) einen variablen Quecksilber-Platinrheostaten,
4) einen Widerstandskasten von Siemens,
5 die Batterie,
6. den Widerstand r.

1) Mémoires de l'Académie Imp. des Sc. de St. Pétersbourg vol. XXXII, Nr. 2 p. 28 (1884).

Digitized by Google

Tangentenbussole von Krause und Brauer in St. Petersburg.

Dieselbe ist nach Gaugain und Helmholtz construirt, und besitzt auf jeder Seite des Magnets je 3 verschiedene Wicklungen und zwar von 13, von 3 und von 1 Windung Kupferdraht, so dass 6 verschiedene Reductionsfactoren zur Anwendung gelangen können. Der Durchmesser der 1 Windung beträgt $355{,}4^{mm}$. Der Magnet von $51{,}5^{mm}$ Länge ist unifilar aufgehängt (Länge des Coconfadens 420^{mm}) und von einem starkwandigen kupfernen Kästchen eng umschlossen, so dass die Dämpfung recht bedeutend ist. Die Ablenkungen werden mit Spiegel und Scala beobachtet.

Die Entfernung von Spiegel und Scala wurde zu $3442{,}7^{mm}$ bestimmt, wobei die geringen Correctionen wegen der Refraction für die vordere Verschlussplatte der Dämpfung und für die Dicke des Spiegels vernachlässigt sind, und da der Werth eines Scalentheils 1^{mm} beträgt, so ist der Winkelwerth eines Scalentheils $= 0{,}4993$ Bogenminuten.

Die ganze Länge der Scala ist 600^{mm} und dem also möglichen Maximum einer Ablenkung von 300^{mm} entspricht ein Winkelwerth von $2^0\,29'\,24{,}4''$.

Da die Intensität in Ampère ausgedrückt werden sollte, so musste noch der Reductionsfactor der Bussole bestimmt werden, und geschah dieses durch ein Silbervoltameter. Für alle späteren Beobachtungen ist stets nur die 1 Windung des starken Kupferdrahts auf einer Seite benutzt worden, und ist der Reductionsfactor in diesem Falle $= 6{,}246$ gefunden worden, wie die folgenden Versuche ergeben.

Im Silbervoltameter, welches nach den Angaben des Herrn Director Wild in der Werstätte des Physikalischen Central-Observatoriums hergestellt war, diente ein cylindrisch gebogenes starkes Silberblech als positive Elektrode, welche von einer kleinen Thonzelle umgeben war, damit etwa abfallende Theilchen nicht in den die negative Elektrode bildenden Platintiegel gelangen konnten.

Letzterer wurde zunächst mit Hülfe einer Kaliumsilbercyanid-Lösung und eines Stromes von nur 0,003 Ampère gleichmässig mit einer schwachen Silberschicht überzogen, weil bei Anwendung einer salpetersauren Silberlösung kein gleichförmiger Niederschlag im Tiegel entstand. Nach dem Auswaschen und Trocknen des Tiegels durch Erwärmung fand dann eine Wägung statt, und hieran schlossen sich die Messungen der Intensität durch die aus salpetersaurer Silberlösung ausgeschiedenen Silbermengen, wobei natürlich wiederum dieselben Vorsichtsmaassregeln des Auswaschens und Trocknens angewendet wurden.

Digitized by Google

Bezeichnen wir mit m die Masse des Silbers in Milligramm, mit t die Zeitdauer des Versuchs in Secunden, mit φ den Ablenkungswinkel an der Tangentenbussole, mit ε das Aequivalent des Silbers für 1 Ampère (nach Kohlrausch[1]) $= 1{,}1183^{\text{mgr}}$ per Secunde), mit H die Horizontal-Intensität des Erdmagnetismus, so gewinnen wir den Reductionsfactor C der Bussole auf Ampère aus den Gleichungen:

$$I = H \cdot C \operatorname{tg} \varphi \qquad \text{und} \qquad I = \frac{m}{\varepsilon t},$$

nämlich

$$C = \frac{m}{\varepsilon t \operatorname{tg} \varphi \cdot H} \quad \text{oder} \quad C \cdot H = C' = \frac{m}{\varepsilon t \operatorname{tg} \varphi}.$$

Bei unseren Versuchen war:

$\operatorname{tg} \varphi$	m	t	$C \cdot H = C$
$0{,}03617^{\text{mm}}$	$911{,}4^{\text{mg}}$	3610^{sec}	6,243
0,03692	927,8	3601	7,241
0,03626	912,8	3600	6,253
		Mittel	$C' = 6{,}246$

Da bei allen Beobachtungen die Variationen der Horizontal-Intensität unberücksichtigt blieben, so ist der vorstehende Mittelwerth überall zur Reduction der Ablenkungen an der Tangentenbussole auf Ampère verwendet worden. Der dadurch entstehende Fehler liegt innerhalb der von uns gewünschten Genauigkeitsgrenze.

Nehmen wir nämlich bei der Gewichtsbestimmung des niedergeschlagenen Silbers einen Fehler von $0{,}5^{\text{mg}}$ an, bei der Ablesung an der Scala einen solchen von 0,2 Scalentheilen und für H eine Variation von 0,0002 Einheiten, welche nach dem Magnetographen in Pawlowsk für die Intervalle der obigen 3 Messungen nur 0,0001 Einheiten betrug, so haben wir:

$m = 912{,}0^{\text{mg}}$	$dm = \pm 0{,}5$	$C = 39{,}52$	$dC = \pm 0{,}02$
$n = 250{,}0^{\text{sec}}$	$dn = \pm 0{,}2^{\text{sec}}$	„	$dC = \pm 0{,}03$
$H = 0{,}1580$	$dH = \pm 0{,}0002$	„	$dC = \pm 0{,}05$
und für $C \cdot H = C' = 6{,}24$			$dC' = \pm 0{,}01$

d. h. unsere Grössen sind bis auf $\frac{1}{600} = 0{,}0016$ ihrer Werthe genau.

C ist aus den Dimensionen der Tangentenbussole berechnet, für welche bekanntlich gilt:

$$I = 0{,}22243 \frac{r}{m} \cdot H \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

1) Wied. Ann. Bd. 27 S. 29 (1886).

Digitized by Google

Nach früheren Messungen des Herrn Dir. Wild und meinen jetzigen, mit jenen völlig übereinstimmenden, ist $r = 177{,}7^{\mathrm{mm}}$ und also

$$C = 39{,}52.$$

An dieser Stelle will ich auf den grossen Einfluss der Eisenmassen des Gebäudes auf die Horizontal-Intensität aufmerksam machen. Nach dem Magnetographen in Pawlowsk betrug H für die obigen drei Termine im Mittel

$$H = 1{,}6373 \frac{\mathrm{mg \cdot mm}}{\mathrm{sec}}$$

Nach unseren Messungen ist $C \cdot H = C' = 6{,}246$ also mit Benutzung des vorstehenden Werthes von

$$C = 39{,}52 \text{ wird } \mathrm{H} = 1{,}5804 \frac{\mathrm{mg \cdot mm}}{\mathrm{sec}}$$

Die früher für den Ort der absoluten Messungen im hinteren Hof des Phys. Central-Observatoriums und für das Gebäude zu absoluten Messungen im Observatorium in Pawlowsk durch Herrn Dir. Wild[1]) ermittelte Differenz für die Horizontal-Intensität beträgt 0,0037, und beziehen wir durch diese Correction den im Saale des Hauptgebäudes gefundenen Werth auf denjenigen im hinteren Hof, so wird:

im Hof	1,6410
im Saal	1,5804
Differenz	$0{,}0606 \frac{\mathrm{mg \cdot mm}}{\mathrm{sec}}$

Die Tangentenbussole war so mit dem Commutator verbunden, dass durch ein Umlegen desselben nur die Stromrichtung in jener umgekehrt wurde, während dieselbe im übrigen Theile dieses Kreises ungeändert blieb.

Auf eine nähere Beschreibung dieses Cummutators, der von Kittler[2]) angegeben ist, will ich hier verzichten, aber ich möchte bei dieser Gelegenheit gerade auf diese Construction aufmerksam machen, da ich denselben als sehr praktisch und handlich erprobt habe.

Um, wie oben bemerkt, die Intensität des Stromes in diesem Kreise (unserem Hauptkreise) so regeln zu können, dass in dem anderen (Nebenkreise) kein Strom auftrat, stand mir zunächst ein Widerstandskasten von Siemens mit 0,1 — 5000 Einheiten zu Gebot und dann ein leicht variabler Quecksilber-Platinwiderstand. Während jener zu gröberen Regulirungen verwendet wurde, diente der letztere zu den feinen definitiven Einstellungen.

1) Wild: Die erdmagnetische Differenz zwischen St. Pétersbourg und Pawlowsk. Bull. de l'Académie Imp. des Sc. vol. XI p. 465 (1881).

2) Kittler: Handbuch der Elektrotechnik Bd. 1 S. 143 (1885).

Digitized by Google

Dieser letztere war von Hasler in Bern ursprünglich als Flüssigkeitsrheostat construirt, indem in einer verticalen *u*-förmigen Glasröhre von etwa 4mm Durchmesser in beiden Schenkeln je ein Draht durch Trieb und Zahnstange vertical bewegt werden konnte, welcher bis auf sein kugelförmiges Ende durch Lack isolirt war. Da ich zu den Widerstandsvariationen bis zu 0,1 S. E. den genannten Stöpselrheostaten gebrauchen konnte, so wurde dieser Flüssigkeitsrheostat so umgeändert, dass er im Maximum etwa 0,15 S. E. einzuschalten gestattete. Dieses wurde dadurch erreicht, dass wir statt der vorhandenen lackirten Drähte jetzt völlig blanke aus Platin-Iridium einfügten und die Glasröhre mit reinem Quecksilber anfüllten. Die Länge der aus dem Quecksilber hervorragenden beiden Drahtstücke, deren obere Enden durch Klemmschrauben für die Zuleitungen direct mit den Zahnstangen fest verbunden waren, bildet daher den variablen Widerstand und konnte durch den Trieb mit grossem Kopf sehr fein eingestellt werden.

Als Batterie wurde in diesem Kreise stets nur 1 Daniell'sches Element der gewöhnlichen Form verwendet, dessen Constanz bei diesen Versuchen gar nicht in Betracht kommt, weil ja die vorhandene Intensität jedesmal durch die Tangentenbussole zu messen war.

Endlich müssen wir noch die Construction unserer Widerstände r angeben, welche beiden Zweigen gemeinsam angehören, und deren absolute Werthe bei allen Versuchen als constant angenommen sind.

Diese Widerstände sind durch Neusilberdrähte verschiedenen Durchmessers und verschiedener Länge gebildet, welche auf lackirte Holzcylinder spiralförmig aufgewickelt werden. Axial war an jedem Ende dieser Cylinder ein Kupferdraht von 7mm Durchmesser eingesetzt, dessen äusserer Theil rechtwinklig umgebogen war. An den horizontalen Theilen dieser Kupferdrähte waren die Enden der Neusilberdrähte angelöthet und dann die Löthstellen sowie das Neusilber nochmals lackirt, um möglichst jede Nebenschliessung zwischen den einzelnen Windungen zu verhindern und eine etwaige Oxydation der Oberflächen auszuschliessen. Die Verbindung dieser Widerstände mit der übrigen Leitung geschah durch kleine Quecksilbernäpfe von derjenigen Form, welche Herr Direktor Wild in seiner oben citirten Abhandlung[1]) erwähnt hat.

Derartig construirte Widerstände hatte ich mehrere zur Verfügung, und sind von diesen bei den späteren Versuchen die folgenden zur Anwendung gekommen:

---

1) Mémoires de l'Académie des Sc. de St. Pétersbourg vol. XXXII Nr. 2 p. 54 (1884)


Digitized by Google

Nov.	2 = 0,1837 ± 0,0003 S. E.		
„	4 = 0,9879 ± 0,0005 „		
„	5 = 2,1018 ± 0,0005 „		bei 19,5° C.
„	6 = 2,0967 ± 0,0004 „		
„	10 = 8,9504 ± 0,0006 „		

Die vorstehenden Werthe sind nach der oben angegebenen Weise ermittelt und repräsentiren Mittel aus 10 zu verschiedenen Zeiten innerhalb des ganzen Beobachtungsintervalls ausgeführten Messungen.

Bei diesen wurde in die eine Diagonale der Wheatstone'schen Brückencombination ein Galvanometer von Wiedemann eingefügt, dessen Constanten ich an dieser Stelle anführen will, weil es später zur Eliminirung der Declinationsvariationen benutzt wurde.

Die sonstigen Einzelheiten beim Bestimmen jener Widerstände will ich hier übergehen und verweise nochmals auf die schon mehrfach erwähnte Abhandlung des Herrn Director Wild.

Die beiden Multiplicatorrollen des Galvanometers nach Wiedemann, angefertigt in der Werkstätte von Th. Edelmann in München, bestehen aus 500 Windungen eines Kupferdrahts von 2^{mm} Durchmesser und besitzen zusammen einen Widerstand von 0,925 S. E. bei 19,0° C.

Der Glockenmagnet ist von einem kugelförmigen Kupferdämpfer eng umgeben und erlangt seine Ruhestellung bereits nach 2—3 Oscillationen.

Die Entfernung der Scala (600^{mm} lang) vom Spiegel betrug bei meinen Versuchen $3543,5^{mm}$, so dass die Ablenkung um 1 Scalentheil ($= 1^{mm}$) den Winkelwerth von 0,485 Bogenminuten besitzt.

Der zweite Stromkreis (unser Nebenkreis), welcher die unbekannte elektromotorische Kraft enthält, und in welchem die Stromstärke auf 0 gebracht wird, war aus folgenden Apparaten gebildet:

1. dem Kasten mit den Platten und der Erde,
2. einem Cummutator,
3. einem Widerstandskasten,
4. einem Galvanoskop,
5. dem bekannten Widerstande r.

Als Gefäss für die Platten diente bei dem einen Theil der Versuche ein parallelopipedischer Glaskasten von 310^{mm} Länge, 155^{mm} Breite und 130^{mm} Höhe, und bei dem zweiten Theil ein Holzkasten von 270^{mm} Länge, 130^{mm} Breite und 130^{mm} Höhe. In letzterem ist in der Mitte eine poröse Thonplatte eingekittet, so dass man zwei verschiedene Substanzen verwenden kann, ohne eine directe Vermischung beider befürchten zu müssen.

Digitized by Google

Zur Fixirung der Platten war im Glasgefäss keine besondere Vorrichtung angebracht, zumal eine stets constante Entfernung nicht erforderlich war, weil ja jedesmal der Widerstand gemessen wurde. Die mittlere Entfernung der Platten in diesem Gefäss hat etwa 300^{mm} betragen. In dem Holzkasten dagegen waren kleine Verticalrinnen eingeschnitten, in welche die Platten hineingeschoben wurden; die Entfernung der Platten ist daher bei allen denjenigen Versuchen, in welchen dieses Gefäss zur Anwendung gelangte, dieselbe gewesen, nämlich 220^{mm}.

Als Cummutator wurde ein gewöhnlicher Pohl'scher Quecksilbercommutator benutzt, der direct hinter die beiden Platten geschaltet war. Derselbe war hier durchaus nothwendig, da sich nicht direct erkennen lässt, welche der beiden Platten die positive ist, und da diese Kenntnis wiederum erforderlich bleibt, um den Plattenstrom im Nebenkreise und den Strom des Elements im Hauptkreise einander entgegenschalten zu können.

Der Widerstandskasten von Siemens mit grossen Widerständen von 10000—100000 Einheiten blieb bei diesen Versuchen zur Bestimmung von e stets gestöpselt, und war nur deshalb hier schon hinzugefügt, weil er beim Messen von p und w häufig nöthig war.

Als Galvanoskop benutzte ich hier im Nebenkreise ein aperiodisches Galvanometer von Siemens mit Glockenmagnet, bei welchem ich behufs grösster Empfindlichkeit Multiplicatorrollen von 16200 resp. 16270 Windungen und einem Gesammtwiderstande von 8480 Siemens'schen Einheiten ausgewählt hatte.

Die Entfernung der Scala vom Spiegel betrug $3036{,}0^{mm}$, so dass die Ablenkung des Magnets um 1 Scalentheil einen Winkelwerth von 0,566 Bogenminuten besitzt.

Bei den späteren Messungen wurden an diesem Galvanometer auch Ablenkungen bis zu 200 Scalentheilen beobachtet, welche also einen Winkel von $1^{0}53'4{,}2''$ repräsentiren. Angesichts der Kleinheit dieses Winkels können wir die Multiplicatorfunction bei unseren Versuchen genau genug als constant betrachten, also directe Proportionalität zwischen den Ablenkungen und der Stromstärke annehmen.

Der Widerstand r, welchen dieser Stromkreis noch enthält, ist derselbe wie der im Hauptkreise, und haben wir dessen Construction schon oben mitgetheilt.

Zur Bestimmung des Widerstandes der Erde zwischen den Platten sowie der eigenen Polarisation p des Plattenstromes genügten die bisher genannten Apparate, aber zum Hervorrufen der Polarisation P wurde noch eine Batterie von 4 Daniell'schen Elementen gewöhnlicher Construction verwendet, deren Strom durch eine Poggendorff'sche

Digitized by Google

Wippe in das Plattenelement (wie wir ferner den Kasten mit den beiden Platten und der Erde nennen wollen) geleitet wurde. Nach einem Schluss von etwa 10 Minuten wurde durch Umschlagen der Wippe jener Batteriestrom unterbrochen und dafür das Plattenelement mit dem Galvanometer verbunden, also in unseren Nebenkreis eingeschaltet, welcher zur Ermittelung von *e* gedient hatte.

Es bleibt uns jetzt noch die nähere Einrichtung unserer Plattenelemente anzugeben.

In denselben waren folgende Substanzen als Platten resp. Elektroden verwendet:

3 aus Messing
3 „ schwarzem Eisenblech
3 „ verzinntem Eisenblech
3 „ Blei
3 „ Kupfer
3 „ Zink
3 „ stark versilbertem Messing
2 „ Platin
4 „ Gusseisen
3 „ Kohle.

Die Platten der ersten 6 Metalle waren aus den betreffenden Metallblechen, wie sie im Handel vorkommen, derartig ausgeschnitten, dass sie eine Breite von 130^{mm} und eine Höhe von 100^{mm} besassen, die Dicke derselben variirt etwa zwischen $1{,}5-2{,}0^{mm}$. In der Mitte der oberen Kante war ein Kupferdraht von 2^{mm} Durchmesser angelöthet, und diese Stelle mit schwarzem Lack überzogen, so dass hier eine Berührung mit der Erde ausgeschlossen blieb.

Die stark versilberten Messingplatten wurden in der Werkstätte des Phys. Central-Observatoriums durch galvanische Versilberung von Messingplatten gewonnen und in dem matten Zustande gebraucht, in welchem sie aus dem Silberbade hervorgingen.

Die Gusseisenplatten waren für unsere Versuche speciell angefertigt worden und hatten schon beim Giessen die erforderlichen Dimensionen erhalten. Die Breite und Höhe ist dieselbe wie bei den früheren Platten, die Dicke aber beträgt 5^{mm}. Der Kupferdraht wurde in der Mitte der oberen Kante in ein Bohrloch eingelöthet. Die Oberflächen hatten dieselbe Beschaffenheit behalten, in welcher sie aus der Gussform hervorgingen.

Als Platinplatten wurden zwei stärkere Bleche von 180^{mm} Breite und 200^{mm} Höhe verwendet, an denen man die Leitungsdrähte durch flache Klemmschrauben befestigte. Weil die Bleche breiter als der

Digitized by Google

Glastrog waren, wurden sie durch rechtwinkliges Umbiegen auf die passende Breite gebracht und dann parallel zu einander und den Endflächen des Glastroges in der früher genannten Entfernung eingesetzt.

Als Kohlenplatten dienten Elektroden von Bunsen'schen Elementen, deren Breite 157^{mm}, Höhe 230^{mm} und Dicke 7^{mm} beträgt. Wegen dieser Dimensionen konnten dieselben nicht wie die anderen Platten parallel den Endflächen der Tröge und in dieselbe Entfernung wie jene gesetzt werden, sondern mussten schräge und näher an einander hineingestellt werden, wodurch einerseits die wirksame Oberfläche bedeutend vergrössert und andrerseits die Länge der zwischen ihnen befindlichen Erdmasse verkleinert wurde, und ist hierin die Differenz des Widerstandes dieses Plattenelements gegen die anderen begründet.

Da die Versuche, wie in der Einleitung gesagt ist, möglichst den Zuständen angepasst werden sollten, welche bei der Beobachtung der Erdströme vorhanden sind, wurden die Platten nicht nach jedem Versuch völlig blank geputzt, sondern nur mit Wasser abgespült und mit einem Tuch abgetrocknet.

Gewöhnlich brachte man die Platten mehrere Stunden vor dem betreffenden Versuch in das Plattenelement, damit die etwa anhaftenden Gasschichten entfernt und eine innige Berührung mit der Erdmasse hergestellt würde, hierdurch wurden viel constantere Resultate erzielt als bei jenen Messungen, welche bei frisch zusammengesetzten Plattenelementen stattfanden.

Die Erdmasse für diese Elemente bestand aus gesiebtem, bräunlichen, grobkörnigen Sande, der einige Mal ausgewaschen war, oder aus Lehm, dem man etwa ein Fünftel seines Volumens denselben Sand beimischte. Wir haben demnach im ersteren Falle wohl angenähert den Zustand der Nord- und Südplatte, im zweiten denjenigen der Ost- und Westplatte in Pawlowsk [1]). Ferner benutzte ich in dem erwähnten Holztrog mit der porösen Thonwand beide Erdarten gleichzeitig, indem ich die eine Hälfte mit jenem Sande, die andere mit dem Lehm anfüllte.

Eine andere Variation meiner Plattenelemente gewann ich dadurch, dass ich den Sand oder Lehm stärker oder schwächer mit Newawasser anfeuchtete.

Beobachtungen.

Bevor wir die Resultate der einzelnen Beobachtungen mittheilen, mag hier erst noch an einem Beispiele die Reihenfolge der verschiedenen Manipulationen gezeigt werden, durch welche die gesuchten 4 Grössen

1) Wild: Die Beobachtung der elektrischen Ströme der Erde in kürzeren Linien. Mémoirs de l'Académie Imp. des Sc. de St. Pétersbourg vol. XXXI Nr. 12 p. 5 (1883).


Digitized by Google

für das betreffende Plattenelement gefunden wurden. Hierzu soll uns Versuch Nr. 54 dienen:

Das Plattenelement bestand aus Bleiplatten, deren Oberfläche schon oxydirt war, und befand sich Platte I in Sand, Platte II in Lehm. Beide Substanzen waren nicht sehr stark angefeuchtet und das ganze Element 3 Stunden vor Beginn des Versuches zusammengesetzt worden.

Nachdem mit Hilfe des Cummutators im Nebenkreise (welcher das Plattenelement enthält) die Stromrichtung so regulirt war, dass sie der des Hauptkreises (mit Tangentenbussole und Daniell'schem Element) entgegenlief, wurde durch den Widerstandskasten und den Quecksilber-Platinrheostaten der Strom im Nebenkreise zum Verschwinden gebracht.

Die beiderseitigen Ablesungen an der Tangentenbussole mit Umkehr des Stromes ergaben:

Ablesungen		Differenz
298,1	333,0	34,9 Scalentheil
297,8	332,0	34,2 "
297,5	331,1	33,6 "
297,3	331,6	34,3 "
	Mittel	34,2 Scalentheil,

demnach wird die einseitige Ablenkung 17,1 Scalentheile, also $\frac{n}{E} = \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{17,1}{3442,7}$ und daraus folgt $\operatorname{tg} \varphi = 0,00245$.

Unsere elektromotorische Kraft finden wir nach S. 678 aus der Gleichung:

$$e = i \cdot v \cdot C' \cdot s,$$

wo der beiden Kreisen gemeinsame Widerstand $v =$ Nr. 4 $= 0,9879$ S. E. betrug, C' der Reductionsfactor der Tangentenbussole auf Ampère nach S. 682 $C' = 6,246$ und s der Reductionsfactor der Siemens'schen Widerstands-Einheiten auf Ohm [1]) $s = 0,94315$ ist.

Setzen wir diese Werthe in die vorstehende Gleichung, so wird:

$$e = 0,9879 \cdot 0,00240 \cdot 6,246 \cdot 0,94315 \text{ Volt}$$
$$= 0,01397 \text{ Volt.}$$

Hieran schloss sich dann die Bestimmung der Polarisation p durch den eigenen Strom des Elements.

Der Strom im Hauptkreise wurde unterbrochen und und die Ablesung am Siemens'schen Galvanometer des Zweiges gemacht, nachdem dessen Ruhelage notirt war. Zugleich fand eine Ablesung am Wiedemann'schen Galvanometer statt, um die Declinationsvariationen zu erhalten.

1) Wild: Wied. Ann. Bd. 23 S. 677 (1883).

Digitized by Google

Es war am

Zeit			Galvanometer Siemens	Wiedemann
0	Minuten	Ruhelage	342,7	331,9
1	„	Ablenkung	464,5	331,6
5	„	„	460,2	331,8
10	„	„	457,9	332,3
11	„	„	457,6	332,5
12	„	„	457,5	332,5
13	„	„	457,6	332,6
14	„	„	457,5	332,5
		Ruhelage	343,0	332,3.

Da, wie wir früher S. 685 und S. 686 gesehen haben, bei beiden Galvanometern directe Proportionalität zwischen den abgelesenen Scalentheilen und den wirkenden Kräften angenommen werden kann, so wird, nach Reduction der Scalentheile des Wiedemann'schen Galvanometers auf diejenigen des Siemens'schen (wegen der verschiedenen Entfernung der Spiegel von den Scalen) durch den Factor 0,856, die erste Ablenkung $n = (464,5 + 0,2) - 342,7 = 122,0$ Sc. und die letzte $n' = (457,5 - 0,2) - 343,0 = 114,3$ Sc.

$$\text{Es ist also } p = \frac{n - n'}{n} \cdot e = \frac{7,7}{122,0} \cdot 0,014 \text{ Volt.}$$

$$p = 0,00088 \text{ Volt.}$$

Im Anschluss an diese Beobachtung folgte sogleich die Bestimmung des Widerstandes im Plattenelement, nachdem der Strom nur ganz kurze Zeit behufs Eruirung der Ruhelage unterbrochen war.

Nach S. 680 sind 2 Ablesungen erforderlich, die eine, wenn der Kreis direct geschlossen ist, die andere nach Hinzunahme eines bekannten Widerstandes.

Die Variationen der Declination sind hier nicht eingehend berücksichtigt, sondern, wie früher gesagt, dadurch angenähert eliminirt, dass als Ruhelage diejenige angenommen wurde, welche als Mittel der Anfangs- und Endruhelage resultirt.

Bei unserem Versuche war:

		Siemens Galv.	Widerstand
Ruhelage		343,0	∞
Ablenkung	n	457,3	$w + x$[1])
„	n'	380,6	$w + x + 20000$
„	n	457,8	$w + x$
„	n'	379,9	$w + x + 20006$

1) w = Widerstand von Leitung + Galvanometer.

Digitized by Google

	Siemens Galv.	Widerstand
Ablenkung n	457,2	$w+x$
„ n'	380,2	$w+x+20000$
„ n	457,5	$w+x$
„ n'	379,8	$w+x+20000$
Ruhelage	343,7	∞

$$\text{also } \frac{n'}{n-n'} = \frac{380{,}1 - 343{,}3}{(457{,}4 - 343{,}3) - (380{,}1 - 343{,}3)} = \frac{36{,}8}{76{,}3}$$

$$x = a \cdot \frac{n'}{n-n'} - w = 20000 .\quad 0{,}4823 - 8480{,}0 = 1166 \text{ S. E.}$$

$$x = 1100 \text{ Ohm.}$$

Endlich bleibt noch die Polarisation P zu bestimmen, welche durch eine äussere elektromotorische Kraft, in unserem Falle durch 4 Daniell'sche Elemente, in unserem Plattenelement hervorgerufen wird.

Nachdem die Batterie durch die Wippe mit dem Plattenelement verbunden war, blieb sie etwa 10 Minuten geschlossen; dann nach Umlegen der Wippe, also nach dem Einschalten der polarisirten Platten in den Nebenkreis wurde durch die beiden Rheostaten wie früher der Strom hier zum Verschwinden gebracht und derjenige im Hauptkreise gemessen. Es war:

$$r = \text{Nr. } 10 = 8{,}9504 \text{ } S.\ E.$$

Hier ergab die Tangentenbussole die

Ablesungen		Differenz
284,3	350,5	66,2
283,2	350,6	67,6
283,8	350,4	66,6
	Mittel	66,8

also die einseitige Ablenkung von 33,4 Sc.; die zugehörige Tangente beträgt 0,00484, folglich wird:

$$P = R' \cdot c \cdot r \cdot \operatorname{tg} \varphi = 6{,}246 \cdot 0{,}94315 \cdot 8{,}9504 \cdot 0{,}00484 \text{ Volt.}$$
$$= 0{,}256 \text{ Volt.}$$

In der nun folgenden Zusammenstellung der Resultate enthält die erste Verticalspalte die Nummer des Versuches, die zweite die nähere Bezeichnung der Platten, die dritte gibt die Substanz, in welche die Platten eingesetzt waren und die folgenden unsere gesuchten Grössen, w den Widerstand des Plattenelements in Ohm, e die elektromotorische Kraft desselben in Volt, p die elektromotorische Kraft der Polarisation durch den eigenen Strom des Elements in Theilen von e, P die Polarisation durch eine Batterie von 4 Daniell'schen Elementen. Die

Digitized by Google

Angabe „feucht" in der Columne „Bemerkungen" bedeutet, dass dem Sand resp. Lehm nur so lange Wasser hinzugefügt war, bis die Oberfläche dunkel erschien, während die Bezeichnung „sehr feucht" ergibt, dass das Wasser die Substanzen völlig bedeckte.

Die Reihenfolge der Daten in der Tabelle ist so gewählt, dass alle Versuche mit demselben Plattenpaar zusammengestellt sind.

Die Ziffer in der Spalte „Bemerkungen" gibt an, wieviel Stunden vor Beginn des Versuches die Platten in den Sand resp. Lehm eingesetzt waren.

(Siehe die Tabelle S. 693 u. 694.)

Betrachten wir zunächst die Werthe der Widerstände W, so erkennen wir eine bedeutende Variabilität derselben. Ihre Ursache können wir darin finden, dass die Platten nicht stets bis in dieselbe Tiefe und in derselben gegenseitigen Entfernung in Sand resp. Lehm eingefügt waren, und dass ferner auch durch die grössere oder geringere Wassermenge die Concentration der etwa vorhandenen Salzlösungen verändert wurde. Einen Einfluss hierauf übt auch die Oberflächenbeschaffenheit der Platten aus, indem eine partielle Oxydation den Widerstand ja bedeutend erhöht und die Unebenheiten wie bei der Kohle denselben sehr verringern.

Im allgemeinen besitzt der Sand einen viel grösseren Widerstand als der Lehm, und finden wir ausserdem bei den Versuchen mit jenem zwei voneinander stark differirende Gruppen, von denen die eine alle Versuche Nr. 1—17 umfasst, während zur zweiten von den übrigen die gehören, wo jener Stoff zur Verwendung gelangte. Der Grund hierfür liegt darin, dass von Versuch 18 ab zwar dieselbe Sandart benutzt wurde, aber der betreffende Theil wohl nicht ebenso häufig als der frühere ausgewaschen war.

Die Polarisation p der Platten durch den eigenen Strom zeigt nach unserer Tabelle ein sehr mannigfaches Resultat, sie variirt bei demselben Metall einerseits mit der Grösse der im Sand resp. Lehm vorhandenen Feuchtigkeit, und andrerseits ergibt sie deutlich einen Zusammenhang mit der Zeitdauer, während welcher die Platten vor Beginn des Versuches in den Sand eingefügt waren.

Im allgemeinen hängt ferner die Grösse p ausser von dem zufälligen Betrag der anfänglichen elektromotorischen Differenz der Platten auch von ihrer Natur ab, wie die nachfolgenden Zahlenwerthe zeigen. Zu deren Vergleich mit früheren entsprechenden Untersuchungen theilen wir noch Folgendes mit:


Digitized by Google

Versuch Nr.	Zeichen der Platten	Erdart	W in Ohm	e in Volt	p in Theilen von e	P in Volt	Bemerkungen
Blei							
1	I II	Sand	9839	0,012	0,18	0,243	sehr feucht 2
48	"	"	2242	0,019	0,04	0,214	feucht 43
21	"	Lehm	260	0,024	0,41	0,180	feucht 0,5
22	"	"	300	0,026	0,12	0,264	sehr feucht 19
44	"	Sand-Lehm	1103	0,024	0,06	0,256	feucht 3
70	"	"	1040	0,024	0,00	0,294	feucht 48
2	I III	Sand	10406	0,012	0,25	0,090	sehr feucht 1
36	"	Lehm	507	0,028	0,01	0,291	sehr feucht 4
20	"	"	780	0,020	0,06	0,239	feucht 2
60	"	Sand-Lehm	775	0,025	0,03	0,276	feucht 14
67	"	Sand	2106	0,017	0,13	0,168	feucht 4
Gusseisen							
7	I II	Sand	8684	0,007	0,03	0,115	sehr feucht 1
43	"	"	2779	0,009	0,04	0,168	feucht 0,3
68	"	"	2403	0,014	0.00	0,152	wenig feucht 72
30	"	Lehm	569	0,016	0,00	0,359	sehr feucht 18
41	"	"	456	0,018	0,03	0,450	feucht 18
49	"	Lehm-Sand	2705	0,026	0 04	0,204	feucht 0,5
52	"	"	1125	0,025	0,00	0,384	sehr feucht 19
63	"	"	718	0,017	0,02	0,317	sehr feucht 44
14	III IV	Sand	5430	0,009	0,02	0,076	sehr feucht 17
15	"	"	5998	0,019	0,05	0,090	feucht 19
9	"	"	7918	0,024	0,15	0,100	feucht 1
47	"	"	2090	0,029	0,11	0,305	feucht 0,5
25	"	Lehm	524	0,006	0,15	0,367	feucht 0,3
26	"	"	397	0,008	0,00	0,381	sehr feucht 15
50	"	Lehm-Sand	2554	0,031	0,01	0,283	feucht 1
61	"	"	1144	0,038	0,04	0,422	feucht 2
69	"	"	2810	0,021	0,03	0,136	sehr feucht 17
Zink							
3	I II	Sand	5657	0,047	0,12	0,189	sehr feucht 2
32	"	Lehm	649	0,027	0,20	0,333	feucht 0,5
13	I III	Sand	7738	0,007	0,04	0,151	feucht 18
57	"	"	2809	0,008	0,34	0,336	sehr feucht 2
31	"	Lehm	460	0,008	0,20	0,359	feucht 4
64	"	Sand-Lehm	701	0,018	0,16	0,218	feucht 2
Verzinntes Eisenblech							
45	I II	Sand	3036	0,044	0,01	0,697	sehr feucht 0,5
59	"	"	4190	0,041	0,02	0,762	feucht 1,5
35	"	Lehm	916	0,025	0,00	0,662	feucht 43
65	"	Sand-Lehm	794	0,053	0,00	0,626	feucht 18
4	I III	Sand	10960	0,018	0,04	0.668	feucht 0,3
37	"	Lehm	1144	0,042	0,01	0,680	feucht 2,5

Digitized by Google

Versuch Nr.	Zeichen der Platten	Erdart	W in Ohm	e in Volt	p in Theilen von e	P in Volt	Bemerkungen
Messing							
5	I II	Sand	7587	0,021	0,22	0,492	sehr feucht 0,5
34	„	Lehm	714	0,039	0,03	>1	feucht 4
6	I III	Sand	8580	0,072	0,15	0,439	sehr feucht 18
38	„	Lehm	694	0,048	0,30	<1	feucht 1
58	II III	Sand	3159	0,023	0,25	0,792	feucht 3
33	„	Lehm	775	0,063	0,20	0,987	feucht 0,5
66	„	Sand-Lehm	964	0,051	0,35	0,910	feucht 1
Versilbertes Messing							
27	I II	Lehm	823	0,067	0,00	0,898	feucht 0,5
28	II III	„	752	0,056	0,00	0,863	feucht 0,2
51	I III	Sand	3254	0,013	0,00	0,798	feucht 0,5
55	II III	„	2374	0,019	0,01	0,898	feucht 3
Kupfer							
10	I II	Sand	8760	0,018	0,04	0,234	sehr feucht 0,3
23	„	Lehm	1381	0,018	0,00	0,957	feucht 3
8	II III	Sand	8807	0,017	0,20	0,110	sehr feucht 0,3
44	„	„	2790	0,014	0,12	0,407	feucht 1,5
24	„	Lehm	820	0,020	0,02	0,952	feucht 2,5
40	„	„	755	0,018	0,01	0.957	feucht 2,5
62	„	Sand-Lehm	681	0,047	0,01	0,839	feucht 1
56	„	„	946	0,040	0,01	0,922	feucht 3
Schwarzes Eisenblech							
12	II III	Sand	7445	0,057	0,15	0,145	sehr feucht 0,3
42	„	„	2592	0,038	0,01	0,271	feucht 4
46	„	Sand-Lehm	2951	0,101	0,04	0,951	feucht 3
11	I III	Sand	7308	0,085	0,01	0,108	sehr feucht 17
19	„	Lehm	274	0,006	0,03	0,566	sehr feucht 18
53	I II	Sand	5070	0,066	0,00	0,709	feucht 8
18	„	Lehm	460	0,028	0,06	0,566	feucht 0,5
Kohle							
16	I II	Sand	2544	0,067	0,17	0,167	feucht 4
17	II III	„	2100	0,044	0,11	0,308	sehr feucht 18
29	„	Lehm	236	0,168	0,38	>1	sehr feucht 4
39	„	„	345	0,058	0,23	>1	feucht 19
Platin							
71	I II	Sand	3095	0,009	0,67	>1	sehr feucht 14
72	„	„	3255	0,004	0,49		sehr feucht 4
73	„	Sand-Lehm	665	0,004	0,71		sehr feucht 1
74	„	„	631	0,002	0,61		sehr feucht 1

Digitized by Google

Lamont[1]) führt eine Versuchsreihe an mit seinen Zinkplatten (dieselben. welche er sonst zur Beobachtung der Erdströme benutzte), und findet eine Abnahme der elektromotorischen Kraft um 0,8 bis 0,14 Theile des Ganzen, und bei späteren Versuchen[2]) 0,2—0,52.

An einer anderen Stelle derselben Abhandlung erhielt Lamont bei Eisenplatten eine Abnahme von 0,02 Theilen.

Aus unseren Versuchen folgt nun, dass die Abnahme der elektromotorischen Anfangskräfte durch die eigene Polarisation in Theilen jener im Mittel beträgt für:

Blei	0,12
Gusseisen	0,04
Verzinntes Eisen	0,01
Zink	0,19
Messing	0,23
Versilbertes Messing	0,00
Kupfer	0,05
Schwarzes Eisenblech	0,04
Kohle	0,22
Platin	0,62

Diese Werthe stimmen also mit denen von Lamont gut überein.

Bei der Untersuchung von Erdströmen kommt diese eigene Polarisation in Betracht, wenn die Leitungen zwischen den einzelnen Beobachtungen geschlossen gehalten werden und der Erdstrom neben dem Plattenstrom zurücktritt. Es stellt sich dann allmählich ein constanter Zustand für längere Zeit her, welcher als Ausgangspunkt für die Erkennung und Messung der bei Störungen eintretenden plötzlichen Schwankungen im Erdstrom dienen kann.

Gehen wir nun zur Polarisation P über, welche durch eine Batterie von 4 Daniell'schen Elementen hervorgerufen wurde, so soll diese Grösse uns darstellen, welchen Betrag die Polarisation durch annähernd denselben Strom (Variationen desselben sind vorhanden wegen der verschiedenen Widerstände des Plattenelements bei den einzelnen Versuchen) bei den verschiedenen Metallplatten erreichen kann.

Bei den meisten Platten besteht nur ein geringer Unterschied, wenn sie sich im Sand oder Lehm befanden, nur bei Messing und Kohle tritt derselbe sehr scharf hervor, wo die Polarisation so gross wurde, dass sie die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen Elements im Hauptkreise überstieg.

---

1) Lamont: „Der Erdstrom" S. 11.

2) Lamont: a. a. O. S. 44.

Digitized by Google

Wenn wir aus allen Versuchen, ohne auf die kleine Differenz zwischen Sand und Lehm zu achten, wieder Mittelwerthe bilden, so folgt für P:

Blei	0,229	Volt.
Gusseisen	0,253	„
Zink	0,264	„
Schwarzes Eisenblech	0,478	„
Kupfer	0,673	„
Verzinntes Eisen	0,682	„
Versilbertes Messing	0,864	„
Messing	>1	
Kohle	>1	
Platin	>1	

Nach Versuchen von Poggendorff[1]) zeigt die Polarisirbarkeit verschiedener Elektroden in verdünnter Schwefelsäure folgende Reihenfolge:

Platin, Kupfer, Eisen, Zink.

Nach Beobachtungen von Henrici[2]) ergab sich:

Platin, Silber, Kupfer, Messing, Gussstahl, Zinn, Zink;

wir finden nach den obigen Zahlen:

Platin, Kohle, Messing, versilbertes Messing, verzinntes Eisen, Kupfer, schwarzes Eisenblech, Zink, Gusseisen, Blei.

Diese Reihenfolge stimmt mit den vorstehenden sehr gut überein, nur Messing steht in unseren Angaben etwas später als bei Poggendorff und Henrici, doch dürfte dieses wohl auf eine verschiedene Zusammensetzung dieser Legirung zurückzuführen sein.

Dass Kohle nach Platin den grössten Werth besitzt, zeigen jene früheren Versuche zwar nicht, aber nach einer Angabe von Dufour[3]), dass die Polarisation bei Kohle nur etwas kleiner als bei Platin sei, erhält es in den früheren Reihen dieselbe Stelle wie in der unsrigen.

Wenn wir demnach unter den verschiedenen Metallen für unseren Zweck eine Auswahl treffen wollen, nämlich diejenigen aufsuchen, welche die geringste Polarisationsfähigkeit besitzen, so finden wir diese Eigenschaft hauptsächlich bei Blei, Gusseisen und Zink.

Bei Beobachtung der Erdströme in langen Telegraphenlinien überwiegt die Potentialdifferenz der Erde die anderen in der Leitung vorhandenen elektromotorischen Kräfte bedeutend, und daher wird auch

12) Poggendorff: Pogg. Ann. Bd. 61 S. 617.

13) Henrici: Pogg. Ann. Bd. 52 S. 391.

14) Dufour: Wied. Beibl. Bd. 1 S. 573 (1887).

Digitized by Google

die Polarisation fast keinen Einfluss auf die Resultate ausüben. So schliesst z. B. Dufour[1]) aus seinen Versuchen an den Telegraphenlinien in der Schweiz, wobei er behufs Polarisationserregung zehn Daniell'sche Elemente benutzte:

„Les courants de polarisation ne jouent aucun rôle important dans les résultats des observations rapportées, soit qu'il s'agisse des dérivations télégraphiques presque instantanées, soit qu'il s'agisse des courants naturels du circuit dont l'intensité était toujours très inférieure à celle qui a été employée dans les essais précédants."

Ebenso sagt Blavier[2]), welcher die täglichen Variationen des Erdstromes in mehreren Telegraphenlinien Frankreichs graphisch dargestellt hat:

„La polarisation des électrodes due au passage du courant devrait produire une légère déformation des courbes, mais cette déformation est extrêmement faible et négligeable."

Für kürzere Linien dagegen findet wohl das umgekehrte Verhältnis statt, es überwiegt wahrscheinlich der Plattenstrom gewöhnlich den Erdstrom, wie wir später sehen werden, und daher ist die Polarisationsfähigkeit bei der Auswahl der Platten in diesem Falle ein wichtiger Factor.

Schliesslich müssen wir noch die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Platten besprechen.

Bei allen Platten finden wir die elektromotorische Kraft grösser für Lehm als für Sand, und ist dieses durch die verschiedenen im Lehm enthaltenen Substanzen völlig erklärt.

Einen noch grösseren Werth müssten wir bei den Versuchen erhalten, wo die eine Platte im Lehm, die andere im Sande befindlich war. Dieses lässt sich aus unseren Versuchen nicht überall nachweisen, und ist wohl darin begründet, dass die gelösten Substanzen durch das Thondiaphragma hindurch fast gleichmässig über die ganze Erd- und Lehmmenge vertheilt gewesen sein mögen, weil während aller Versuche mit dieser Combination keine Erneuerung oder Umschüttung des Sandes und Lehms vorgenommen ist.

Eine Abhängigkeit von der Feuchtigkeit ist nicht deutlich ausgesprochen, wohl weil die Differenz der vorhandenen Wassermenge bei den mit „feucht" oder „sehr feucht" bezeichneten Versuchen nicht gross gewesen ist.

Ein Unterschied der Plattencombinationen desselben Metalls ist im allgemeinen nicht zu constatiren.

---

1) Dufour: „Recherches sur les Courants Électriques Terrestres". Bull. de la Soc. Vaudoise des Sc. natur. vol. IX Nr. 54 p. 52 (1866).

2) Blavier: „Étude des Courants Telluriques" p. 23 (1884).

Digitized by Google

Nehmen wir eine Mittelbildung vor, aber getrennt für Sand, Lehm und die Combination Sand-Lehm, so ergibt sich die

Elektromotorische Kraft e in Volt:

	Sand	Lehm	Sand-Lehm
Blei	0,015	0,024	0,025
Gusseisen	0,016	0,012	0,026
Zink	0,021	0,016	0,018
Kupfer	0,016	0,019	0,043
Verzinntes Eisen . . .	0,034	0,033	0,053
Messing	0,039	0,050	0,051
Versilbertes Messing . . .	0,016	0,061	?
Schwarzes Eisen	0,062	0,017	0,101
Kohle	0,055	0,113	?
Platin	0,006	?	0,003

Die Fragezeichen in dieser Zusammenstellung geben an, dass keine Versuche für die betreffenden Combinationen vorliegen.

Wenn wir hier diejenigen Metalle aufsuchen, welche die geringste elektromotorische Kraft besitzen, so ergeben sich als solche:

Blei, Zink, Gusseisen.

Nach S. 696 zeigen dieselben Metalle auch die geringste Polarisationsfähigkeit und wir erhalten demnach für:

	e	P
Blei	0,018 Volt	0,229 Volt
Gusseisen . . .	0,018 „	0,253 „
Zink	0,019 „	0,264 „

Da die Werthe von Zink grösser sind als diejenigen der beiden anderen Metalle, so erweisen sich Platten aus Blei oder Gusseisen nach unseren Versuchen am geeignetsten für Erdplatten.

Nun sagt Lamont in der schon citirten Abhandlung, „dass Platten von Gusseisen wegen ihrer geringen Polarisation als Erdplatten vor anderen Metallen den Vorzug verdienen; ich habe auch gefunden, dass der zwischen zwei solchen Erdplatten entstehende galvanische Strom weit constanter ist, als wenn man Zinkplatten gebraucht".

Um diesen Ausspruch Lamont's noch experimentell für unsere beiden Metalle Gusseisen und Blei zu prüfen, also wie die Constanz des vorhandenen Stromes für einige Zeit bestehen bleibt, wurden einige Versuche angestellt, und wollen wir diese jetzt anführen.

Die betreffenden Platten wurden von neuem in den Sand eingefügt und in unseren Nebenkreis wie früher eingeschaltet, die Ablenkungen am Siemens'schen Galvanometer abgelesen und gleichzeitig behufs

Digitized by Google

Eliminirung der Declinationsvariationen die Ablesungen am Wiedemann'schen Galvanometer notirt.

Die einseitigen Ablenkungen nach Eliminirung der Declinationsvariationen waren in Scalentheilen:

Gusseisenplatten I II in Sand

Datum	h	m		Sc.	Datum	h	m		Sc.
1. April	12	0	p.	209,5 Sc.	2. April	9	0	a.	70,8 Sc.
		5		203,9 „		10	0		68,4 „
		15		195,3 „		10	30		67,7 „
		25		191,8 ,		11	0		67,5 „
		35		187,1 „		12	0	p.	67,9 „
		45		184,7 „		1	0		67,6 „
		55		182,4 „	3. April	9	0	a.	85,3 „
	1	5		178,4 „		9	35		74,7 „
		40		157,7 „		10	5		69,0 „
		55		154,1 „		10	35		68,1 „
	2	45		142,9 „		11	30		68,5 „
	3	10		144,0 „					
	4	10		138,4 „					

Gusseisenplatten III IV in Sand

Datum	h	m		Sc.	Datum	h	m		Sc.
10. April	9	5	a.	195,7 Sc.	13. April	9	5	a.	56,4 Sc.
	9	20		180,3 „		11	40		55,7 „
	10	0		163,6 .,		3	5	p.	56,1 „
	11	0		151,4 „	14. April	9	0	a.	55,4 „
	1	0	p.	125,1 „		12	10	p.	55,3 „
	3	0		92,6 „	15. April	9	0	a.	56,4 „
12. April	9	0	a.	55,2 „		3	5	p.	56,0 „
	10	0		56,0 „					
	2	35	p.	55.5 „					

Bei dem ersten Versuch wurden die Platten am 1. April um 12^h a. eingesetzt und blieben bis zum 2. April um 1^h p. dauernd geschlossen, dann wurde das Plattenelement vom Galvanometer getrennt und erst am 3. April um 9^h a. wiederum mit diesem verbunden.

Bei dem zweiten Versuch blieb das Plattenelement während der ganzen Zeit constant geschlossen.

Aus beiden Versuchen ersehen wir, dass nach etwa einem Tage ein constanter Werth erreicht war, der sich dann mit geringen Variationen erhalten hat.

Nach dem Unterbrechen der Schliessung vom 2. April um 1^h p. bis zum 3. April um 9^h a. zeigte sich zunächst ein grösserer Werth,

Digitized by Google

der aber schon in einer Stunde auf seine frühere Grösse zurückgegangen war und dann wieder constant blieb.

Da nach dem Versuch Nr. 54 auf S. 689 sich für das Siemens'sche Galvanometer eine Empfindlichkeit von

$$1 \text{ Sc.} = 0{,}0000000156 \text{ Ampère}$$

ergibt, und wir den Widerstand des Sandes bei den beiden obigen Versuchen etwa zu 3000 Ohm annehmen können, so würde den Ablenkungen um 209,5, 67,5, 195,7 und 55,3 Scalentheile etwa 0,03, 0,01, 0,03 und 0,01 Volt entsprechen; die ganze Variation würde also ungefähr 0,02 Volt betragen.

Kupfer I und II in Sand

	Zeit		Sc.			Zeit		Sc.	
3. April	11^h	0^m a.	260,0	Sc.	5. April	9^h	45^m a.	1,0	Sc.
		1	120,4	„		10	15	0,0	„
		2	71,7	„		11	0	1,0	„
		3	40,9	„			35	0,8	„
		20	— 150,5	„		12	20 p.	1,3	„
		40	— 182,8	„		1	10	7,2	„
	12	0 p.	— 188,0	„			40	6,0	„
		15	— 175,4	„		2	30	6,1	„
	1	0	— 161,7	„		3	5	6,1	„
		30	— 124,2	„		4	10	3,2	„
	2	0	— 110,5	„	7. April	9	25 a.	— 22,3	„
		30	— 103,5	„					
	3	0	— 103,0	„					
	4	0	— 113,3	„					

Die Platten wurden am 3. April 11^h0^m a. eingesetzt und sind bis zum 7. April um 9^h25^m a. im Sande geblieben, wobei der Stromkreis gar nicht geöffnet wurde.

Blei I und III in Sand

	Zeit	Sc.		Zeit	Sc.	
7. April	9^h 35^m a.	— 81,7	Sc.	9^h 51^m a.	98,5	Sc.
	35,5	— 60,3	„	52	102,1	„
	36	— 35,3	„	53	105,0	„
	37	— 20,3	„	54	110,2	„
	38	— 4,5	„	55	111,1	„
	39	+ 7,4	„	56	108,9	„
	40	+ 29,6	„	57	107,0	„
	41	46,6	„	58	119,5	„
	42	54,6	„	59	122,4	„

Digitized by Google

7. April	9^h	43^m	a.	61,0	Sc.
		44		67,0	"
		45		72,4	"
		46		77,2	"
		47		81,8	"
		48		86,5	"
		49		90,1	"
		50		94,6	"
	10^h	0^m	a.	125,1	Sc.
		15		152,6	"
		30		176,6	"
		50		204,4	"
	11	10		225,1	"
		40		254,0	"
		55		264,4	"
	1	50	p.	290,0	"
	3	15		251,6	"
	4	10		200,6	"

8. April	9^h	0^m	a.	—	81,0	Sc.
		25		—	73,7	"
		40		—	69,7	"
	10	55		—	51,1	"
	11	20		—	56,5	"
		55		+	17,5	"
	12	0	p.	+	15,4	"
		15		+	21,5	"
		40		+	21,7	"
	1	10		+	11,8	"
		40		+	8,1	"
	2	30		+	20,2	"
	3	0		+	20,3	"
	4	5		+	30,7	"
9. April	9	0	a.	+	106,2	"
	10	0		+	104,7	"

9. April	10^h	30^m	a.	100,0	Sc.
	11	0		102,5	"
		30		104,0	"
	12	0	p.	104,3	"
		30		103,6	"
	1	0		103,8	"
		30		103,6	"
	3	30		103,7	"

Die Platten wurden am 7. April um $9^h 35^m$ a. neu in den sehr feuchten Sand eingesetzt und blieben seitdem bis zum Schluss des Versuches am 9. April um $3^h 30^m$ p. constant geschlossen (in unserem Nebenkreise). Am 8. April um $11^h 55^m$ a. wurde von neuem Wasser hinzugefügt, weil der Sand nicht mehr damit bedeckt war, sondern an der Oberfläche nur noch wenig feucht erschien.

Diese 3 Versuchsreihen mit Gusseisen, Kupfer und Blei zeigen eine bedeutend grössere Constanz der Ablenkungen für das erste Metall, bei welchem zwar anfangs eine schnelle Abnahme etwa um 0,02 Volt. eintrat, die aber nach einem Tage aufhörte. Dagegen finden wir bei Kupfer wie bei Blei ausser Variationen von 0,08 resp. 0,06 Volt. auch noch ein mehrmaliges völliges Verschwinden des Stromes, wie der Zeichenwechsel bemerken lässt. Wenn wir als Ursache hierfür vielleicht auch

Digitized by Google

die allmähliche Verminderung des vorhandenen Wassers durch Verdunstung annehmen wollten, obgleich dieser Umstand doch auf beide Platten gleichmässig einwirken müsste, so bleibt es doch fraglich, ob hierdurch diese starken Variationen erklärt werden können, und ob nicht vielleicht Polarisationswirkungen sich darin manifestiren.

Demnach wird durch diese speciellen Versuche die Ansicht Lamont's über die grössere Constanz der Plattenströme bei Anwendung von Gusseisen bestätigt.

Als Resultat aller bisherigen Betrachtungen gewinnen wir demnach:

Am besten geeignet zu Erdplatten bei Beobachtungen der Erdströme sind hinsichtlich der

Polarisation.	Elektrom. Kraft.
Blei	Blei
Zink	Zink
Gusseisen	Gusseisen

und da das letztere Metall eine grössere Constanz in seinen Wirkungen zeigt, so verdient

Gusseisen

den Vorzug, welchem Blei am nächsten kommt.

Wenn für wissenschaftliche Zwecke auch im allgemeinen der Kostenpunkt nicht bedeutend ins Gewicht fallen darf, so spricht doch auch dieser Umstand für Gusseisen, da es das billigste und überall am leichtesten zu beschaffende Metall ist.

Nachdem wir nun unter verschiedenen Metallen das zu Erdplatten geeignetste gefunden haben, wollen wir noch, wie schon in der Einleitung gesagt ist, uns darüber ein Urtheil zu bilden suchen, welchen Antheil die elektromotorische Differenz der Erdplatten selbst an denjenigen Strömen besitzt, welche in den Leitungen für Erdströme beobachtet werden.

Wir haben bei unseren Versuchen die elektromotorische Differenz der Bleiplatten = 0,018 Volt. gefunden und erhalten für die Erdströme in Pawlowsk folgende Grössen.

Wenn wir zunächst nur diejenigen Tage berücksichtigen, welche in der Abhandlung des Herrn Director Wild „Terminsbeobachtungen der Erdmagnetischen Elemente und Erdströme im Observatorium zu Pawlowsk"[1]) als „magnetisch ruhige" bezeichnet sind, d. h. solche,

1) Wild: Mémoires de l'Académie Imp. des Sc. de St. Pétersbourg vol. XXXIII Nr. 5 p. 45 (1885).


Digitized by Google

an denen die Variationen sehr klein waren nämlich ± 0,002 Volt. nicht überschritten, so erhalten wir folgende Werthe als Mittel aus allen 5 Minutenablesungen des betreffenden Tages:

			S.—N.-	*W.—E.*-Strom
15.	Dec.	1882	0,0727 Volt.	0,0206 Volt.
15.	Jan.	1883	0,0746 „	0,0205 „
15.	Febr.	„	0,0646 „	0,0153 „
1.	April	„	0,0734 „	0,0183 „
15.	„	„	0,0764 „	0,0185 „
1.	Mai	„	0,0459 „	0,0185 „
15.	„	„	0,0366 „	0,0186 „
15.	Juni	„	0,0400 „	0,0193 „

Vom 15. Juli 1883 an wurden die vorher zwischen den Beobachtungen geöffneten Leitungen stets geschlossen erhalten, so dass, wie die folgenden Werthe vom December 1884 zeigen, durch die eintretende Polarisation die Ströme besonders zwischen der Ost- und West-Platte beträchtlich sich verminderten:

			S.—N.-	*W.—E.*-Strom.
3.	Dec.	1884	0,0392 Volt.	0,0012 Volt.
5.	„	„	0,0393 „	0,0010 „
6.	„	„	0,0394 „	0,0010 „

Wenn wir diese Werthe mit dem oben für die elektromotorische Differenz der Bleiplatten bei unseren Versuchen gefundenen vergleichen und bedenken, dass bei den Erdplatten in Pawlowsk die Differenz der Erde und Flüssigkeit um dieselben im allgemeinen jedenfalls beträchtlich grösser sein kann, als dies bei unseren Experimenten der Fall war, so dürfte durch unsere Untersuchung der von Herrn Director Wild bereits aus anderen Gründen gezogene Schluss [1]) nur bestätigt werden: „dass nämlich die in unseren (Pawlowsk) bloss 1^{km} langen Kabeln auftretenden Ströme bei magnetischer Ruhe wesentlich bloss der elektromotorischen Differenz der betreffenden Erdplatten beizumessen seien und wegen der langsamen Veränderung der letzteren zur Zeit magnetischer Störungen resp. starker Schwankungen der Stromstärke in den Kabeln einfach algebraisch von der dann gemessenen gesammten Stromstärke abzuziehen seien, um den bloss der Potentialdifferenz der Erde an den Erdplatten zukommenden Strom für sich zu erhalten".

Die vorliegende Untersuchung hat uns also kurz zusammengefasst zu folgenden Resultaten geführt:

1) Wild: „Terminsbeobachtungen" etc. S. 33.

Digitized by Google

1. Zu Erdplatten sind wegen ihrer geringen und sehr constanten elektromotorischen Differenz sowie ihrer relativ schwachen Polarisationsfähigkeit am besten geeignet solche aus Gusseisen; ihnen sehr nahe kommen solche aus Blei.

2. Für kürzere Erdleitungen, wie z. B. die in Pawlowsk von 1^{km} Länge, ist die Potentialdifferenz der Erde an magnetisch ruhigen Tagen sehr wahrscheinlich gegen diejenige der Erdplatten selbst im allgemeinen verschwindend klein, jedenfalls aber höchstens von der Ordnung dieser selbst.

Digitized by Google

Eingesendete Bücher.

R. Hornberger. Graphische Darstellungen für den meteorologischen Unterricht. Verlag von Th. Fischer in Cassel, 1886. 1. Lieferung 8 Mk. Enthält 5 grosse Wandtafeln, darstellend 1. den jährlichen Gang der Bodentemperatur in verschiedenen Tiefen. 2. Die barische Windrose. 3. Isobaren und vorherrschende Winde im Januar. 4. Isothermen für die mittlere Jahrestemperatur von 0° C. 5. Den atmosphärischen Kreislauf. Die Tafeln sind sehr übersichtlich dargestellt.

E. Mach. Der relative Bildungswerth der philologischen und der mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer der höheren Schulen. F. Tempsky in Prag, 1886 29 S. 40 Pf. In dieser Schrift nimmt ein hervorragender Gelehrter das Wort zu der jetzt so vielfach angeregten Frage der Reorganisation des Unterrichtswesens.

Mittheilungen der k. Normal-Aichungskommission in Berlin. Dieselben erscheinen in zwanglosen Heften à 10—40 Pf. und bringen alle zur Maass- und Gewichtsordnung ergehenden Bestimmungen.

A. Neumayer. Die Laboratorien der Elektrotechnik und deren Hilfsapparate Hartleben in Wien 1886. 231 S. mit 52 Abb. 3 Mk. Es ist dies der 33. Band der elektrotechnischen Bibliothek und enthält in klarer Darstellung folgende Hauptabschnitte. 1. Die Ablesefernrohre. 2. Die Elektrometer. 3. Die Galvanometer. 4. Die Stromquellen. 5. Die Messbrücken und Widerstände. 6. Die Stromschlüssel. Commutatoren, Wippen, Klemmen, Leitungsdrähte, Luft- und Bodenleitungen. 7. Die Voltameter. 8. Die Nebenapparate der Laboratorien. 9. Die Laboratorien.

A. v. Urbanitzky. Elektricität und Magnetismus im Alterthume. Hartleben's Verlag Wien 1886. 284 S. mit 9 Abb. 3 Mk. Der interessante Inhalt dieses Werckchens zerfällt in folgende Abschnitte. 1. Magnetismus. 2. Der Bernstein. 3. Das Nordlicht. 4. Blitz und Elmsfeuer. 5. Das angebliche Wissen der Alten in Bezug auf atmosphärische Elektricität.

Digitized by Google

Digitized by Google

Verlag von **August Hirschwald** in **Berlin.**

Soeben erschien:

DIE GASANALYSE

und ihre physiologische Anwendung nach verbesserten Methoden
von Dr. **J. Geppert.**
1885. gr. 8. Mit 1 Tafel und 13 Holzschn. 4 Mk. (22/11)

Im Druck und Verlag von **F. Schulthess in Zürich** ist erschienen und in allen Buchhandlungen zu haben

Prof. Dr. Alb. Mousson,

Die Physik auf Grundlage der Erfahrung.

Dritte umgearbeitete und vermehrte Auflage, mit zahlreichen Holzschnitten und Tafeln.

I. Allgemeine Physik Mk. 6,40; II. 1. Wärmelehre Mk. 6, II. 2. Optik Mk. 7,20; III. 1. Magnetismus und Elektricität Mk. 6, III. 2.1/2 Galvanismus Mk. 10,40. (18/11)

Verlag von **Friedrich Vieweg & Sohn** in **Braunschweig.**

(Zu beziehen durch jede Buchhandlung.)

Soeben erschien:

Lehrbuch
der
angewandten Optik in der Chemie.
Spectralanalyse, Mikroskopie, Polarisation.
Praktische Anleitung
zu wissenschaftlichen und technischen Untersuchungen mit Hülfe optischer Instrumente nebst theoretischer Erklärung der beobachteten Erscheinungen von
Dr. C. Gänge
in Jena.

Mit Tabellen der Emmissions- und Absorptionsspectra in Wellenlängen, zahlreichen Abbildungen im Text und 24 Spectraltafeln. gr. 8 geh.
Preis 18 Mark. (20/11)

Verlag von **Friedrich Vieweg & Sohn** in **Braunschweig.**

(Zu beziehen durch jede Buchhandlung.)

Soeben erschien
Müller-Pouillet's
Lehrbuch
der
PHYSIK UND METEOROLOGIE.
Neunte umgearbeitete und vermehrte Auflage
von **Dr. Leop. Pfaundler,**
Professor der Physik an der Universität Innsbruck.
In drei Bänden.
Mit gegen 2000 Holzstichen, Tafeln, zum Theil in Farbendruck, und einer Photographie.
gr. 8. geh.
Erster Band Preis 12 Mark. (19/11)

Verlag von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig.**

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

klein 8. VIII und 79 Seiten. Preis gebunden 1 M. 60 Pf.

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/11)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (16/11)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.

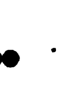
Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

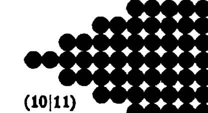
Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15|11)







(10|11)

Das Mechanische Atelier

von F. MILLER in Innsbruck

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.

Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (2/11)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

emphielt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate,** sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'sche Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer,** grosse **Galvanometer** mit Töpler'scher **Dämpfung.** (21/11)

Digitized by Google

HARVARD COLLEGE
FEB 9 1887
LIBRARY

XXII. Band. **12. Heft.**

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 12. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1886.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Digitized by Google

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

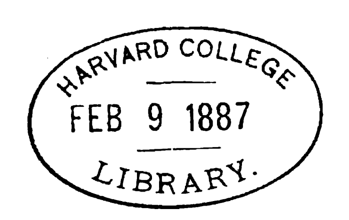
(vergl. Umschlag von Heft 11).

Jahrgang 1886 Nr. 31 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 32 enthält:

Jahrgang 1886 Nr. 33 enthält:

Digitized by Google



Die elektromotorische Gegenkraft des elektrischen Lichtbogens von Cross und Shepard.

Von

Dr. B. Nebel.

Aus den mir soeben zugekommenen Nummern von Electrical Review vom 24. Sept. und 1. Oct. 1886 ersehe ich, dass die Herren Chas. R. Cross und Wm. E. Shepard im Juni d. J. der amerikanischen Akademie der Künste und der Wissenschaften eine Arbeit vorgelegt haben, welche die elektromotorische Gegenkraft des elektrischen Lichtbogens zum Gegenstand hat. Diese Arbeit, welche nahezu gleichzeitig mit der kürzlich von mir erschienenen Arbeit: „Ueber die Spannungsverhältnisse des elektrischen Lichtbogens[1])" ausgeführt worden ist, erstreckt sich hauptsächlich auf die Untersuchung der elektromotorischen Gegenkraft des Lichtbogens, wenn er von dem zischenden in den ruhigen Zustand übergeht, d. h., wie aus den Tabellen zu ersehen ist, wenn die Stromstärke für den betreffenden Lichtbogen zu gering war. Ist aber die Stromstärke zu gross, so beginnt, wie ich in meiner Arbeit angeführt habe, der Lichtbogen wieder zu zischen, was gleichfalls mit einem grossen Sinken der Spannungsdifferenz verbunden ist. Dieser Fall scheint ganz ausser Acht geblieben zu sein.

Bei der zu den Untersuchungen verwendeten Lampe war die untere negative Kohle fest, die obere dagegen in verticaler Richtung durch eine Mikrometerschraube beweglich, deren Schraubengang eine Höhe von $^1/_{32}$ engl. Zoll hatte. Die Stromstärken und Spannungen wurden mit Instrumenten sowohl von Ayrton und Perry, als auch von Paterson und Cooper gemessen, die zuvor mit Normalinstrumenten calibrirt worden sind. Die Spannungsmessung war der meinigen ganz ähnlich, statt der von mir benutzten federnden Kupferhülsen wurden Messingringe möglichst weit an das Ende der Kohlen geschoben und

1) Rep. d. Phys. Bd. 22 S. 527 (1886); Centralblatt für Elektrotechnik Bd. 8 S. 619 (1886).

Digitized by Google

damit das Voltmeter verbunden. — Die Messung des Lichtbogens geschah mit der schon erwähnten Mikrometerschraube in der Weise, dass die flach gefeilten Kohlen zur Berührung gebracht wurden, die Stellung der Schraube abgelesen und dann der Lichtbogen in der gewünschten Länge hergestellt wurde. Diese Manipulation, sowie die darauffolgenden Spannungs- und Strommessungen mussten sehr rasch ausgeführt werden, damit die Kohlen nicht merkbar verzehrt wurden. Indessen zeigte es sich, dass die Ausdehnung der Kohlen durch die Hitze $^1/_{640}$ bis $^1/_{128}$ eines Zolls betrug; deshalb wurde das Verfahren in folgender Weise abgeändert: zuerst wurde der Lichtbogen gebildet, dann die Kohlen rasch in Berührung gebracht, an der Mikrometerschraube abgelesen, die Länge des Lichtbogens hergestellt und die übrigen Messungen vollzogen. Bei den grösseren Lichtbögen sei diese Ausdehnung der Kohlen besonders bestimmt und nachher in Abzug gebracht worden. Die wiederholten Schraubenbewegungen, sowie die darauffolgenden Messungen können aber nach meiner Ansicht nicht so schnell ausgeführt werden, dass der Kohlenabbrand zu vernachlässigen wäre, zumal bei einem so geringen Lichtbogen von nur 0,2^{mm} Länge. Dass der ganze Messprocess sich bei den einzelnen Versuchen in ungleicher Zeit vollzogen hat, dafür spricht schon der grosse Unterschied in der Ausdehnung der Kohlen durch die Hitze. Da die Ausdehnung der Kohlen stets am Anfang des Versuches gemessen wurde, so scheint diejenige, welche bis zum Schluss der Ablesungen hinzugekommen ist, trotz ihrer nicht unbedeutenden Grösse unberücksichtigt geblieben zu sein. Ueberdies wurde auch hier, wie bei der Peukert-schen Arbeit[1]), der stationäre Zustand des Lichtbogens nicht abgewartet und die für den Lichtbogen charakteristische Form der Kohlenenden absichtlich unterdrückt, was bei einer Untersuchung des Lichtbogens mir unstatthaft erscheint.

Die in dem Intervall von 3—10 Ampère verwendeten Stromstärken wurden einer Brush-Dynamomaschine entnommen; die Stromschwankungen bei constant gehaltenem Strome sollen nur wenige Hundertstel eines Ampére betragen haben, während doch die beiden constant gehaltenen Lichtbogen, in der Tabelle I für ruhigen und in der Tabelle II für zischenden Lichtbogen angegebenen Stromstärken Schwankungen von 0,8 bezw. 0,5 Ampère enthalten. — Für die meisten Versuche wurden Boulton-Kohlen verwendet, und nur wenige Untersuchungen mit Carré-Kohlen ausgeführt; leider sind auch hier die Kohlendurchmesser nicht angegeben, was die Vergleichung mit den von mir gewonnenen Resultaten erschwert.

1) Peukert, Zeitschr. f. Elektrotech. (Wien) 3. S. 111 (1885).

Digitized by Google

Die Lichtbogenlängen variirten von 0,2—12^{mm}, die meisten Angaben blieben unter 8^{mm}, bei den höheren findet man häufig die Bemerkung, dass der Lichtbogen geflammt habe, wodurch, wie ich schon früher bemerkte, die Verhältnisse wesentlich andere werden. — Wie sich die Abhängigkeit der Spannungsdifferenz bei zunehmender Stromstärke und constantem Lichtbogen gestaltet, kann bei den äusserst wenigen Angaben nicht ermittelt werden. Die von mir als noch nicht erwiesen betrachtete Abhängigkeit der Grösse a in $D = a + b \cdot L$ (a und b = Constante, D = Spannungsdifferenz in Volt, L = Lichtbogenlänge in Millimetern) von der Stromstärke wird hier als feststehend hervorgehoben, obgleich die regelmässige Abnahme der Grösse a mit wachsender Stromstärke nur aus der Hälfte der angegebenen Beobachtungssätze gefolgert werden kann, jedenfalls ist die Aenderung von a eine sehr geringe, während die von mir erwähnte Abnahme der Constanten b hier noch deutlicher hervortritt.

Ueberraschend ist das Resultat, dass für den zischenden Bogen auch eine lineare Beziehung $D = a + b \cdot L$ existirt, deren Curve viel steiler verläuft, als die Curve für den ruhigen Lichtbogen, ferner ist a im ersten Fall viel kleiner als im letzten. Der Schnittpunkt beider Curven entspricht dem Zustand des Lichtbogens, bei welchem das Zischen gerade aufhört. Für den ruhigen Lichtbogen beträgt die elektromotorische Gegenkraft ca. 39 Volt, bei dem zischenden nur ca. 15 Volt. — Dass sich die Curven für den scheinbaren Widerstand mit zunehmender Stromstärke gegen die Abscissenaxe neigen, wird hier ebenfalls erwähnt.

Kurz möchte ich noch die Variationen anführen, die bezüglich des Lichtbogens angestellt wurden. Zunächst wurden die Kohlen vertauscht, so dass die positive an die Stelle der unteren kam. Bei den drei verwendeten Stromstärken von 5, 7, 10 Amp. sei das Voltmeter nur ruhig geblieben, wenn der Lichtbogen kleiner als $^{3}/_{32}$ Zoll lang war, was von den heissen Luftströmen der positiven Kohle herrühren soll. Die sämmtlichen Grössen fallen bei dieser Anordnung der Kohlen etwas kleiner aus, als im früheren Fall, während der Schnittpunkt der Curven für den zischenden und den ruhigen Lichtbogen etwas höher liegt.

Durch Einführung der Salze, Borax, Glaubersalz oder Kaliumsulfat in den Lichtbogen werden die Grössen ebenfalls kleiner.

Die Versuche, die Temperatur der oberen, positiven Kohle dadurch zu erhöhen, dass die heisse Luft durch einen Messingschirm am Aufsteigen gehemmt wurde, ergaben bei wachsendem Lichtbogen eine constante elektromotorische Gegenkraft, dagegen eine Zunahme der Leitungswiderstandes und der Spannungsdifferenz; indessen ist gegen-

Digitized by Google

über dem normalen Lichtbogen der Leitungswiderstand geringer, die elektromotorische Gegenkraft aber grösser, woraus angenommen wird, dass durch den Schirm die absolute Temperatur sich nicht erhöht habe, sondern dass nur ein grösserer Theil der Kohlen heisser geworden sei. Der Schnittpunkt der Curven für den zischenden und den ruhigen Lichtbogen liegt höher als im normalen Zustand.

Sodann wurde bei unveränderter negativer Kohle die positive dadurch abgekühlt, dass durch ein die Kohle umgebendes Messingrohr kaltes Wasser geleitet wurde. Der Lichtbogen wurde sehr unbeständig, der geringste Hauch vermochte ihn auszulöschen, auch war selbst mit 10 Amp. nur eine Länge von $^3/_{32}$ Zoll zu erreichen. Das sehr schwache Licht, von ganz blauem Aussehen, habe beständig gezischt; die elektromotorische Gegenkraft war geringer, auch hatten sich sonstige Anomalien im Leitungswiderstand ergeben. Die gleichen Versuche nur mit Kühlung der negativen Kohle, kamen wegen Zerstörung des Apparates nicht zur Ausführung.

Schliesslich sind noch einige Untersuchungen in verdünnten Gasen angestellt worden, deren Resultate aber, nach eigener Angabe, noch unzuverlässig seien, weshalb ich sie übergehe.

Stuttgart, techn. Hochschule October 1886.

Digitized by Google

Ueber die an einem de Lalande-Element gemachten Beobachtungen.

Von

Dr. B. Nebel.

Vor etwas mehr denn Jahresfrist versandte die Firma Mix und Genest in Berlin einen Preiscourant für de Lalande-Elemente, die in folgender Weise zusammengesetzt sind. Der Grund eines gusseisernen Gefässes ist mit erbsengrossen Kupferoxydstücken gleichmässig bedeckt, darüber befindet sich eine Kalilösung von 30—40%, in welche ein an einem isolirenden Deckel befestigte Zinkspirale taucht. Das Ganze ist hermetisch verschlossen, so dass eine Verdunstung der Flüssigkeit unmöglich ist. — Die überaus günstige Beurtheilung von französischen Fachmännern war es, die dem Element eine grosse Zukunft in Aussicht stellte. Während ich damit beschäftigt war, die im Prospect angegebenen Daten an einem Elemente zu prüfen, hörte ich, dass auch von deutscher Seite eine ganze Batterie von de Lalande-Elementen durchgemessen würde, weshalb ich zunächst die von dieser Seite gewonnenen Resultate abwarten wollte. Indessen scheint bis jetzt nichts davon in die Oeffentlichkeit gedrungen zu sein, daher ich nicht länger zögern will, die Eigenthümlichkeiten des von mir untersuchten Elementes vom Typus L mitzutheilen.

Das Element wurde durch dicke Kupferdrähte mit einer Keinath-schen Tangentenbussole mit Kupferband verbunden, und es ergab sich bei Beginn der Entladung eine elektromotorische Kraft von 0,897 Volt, die aber in den nächsten Tagen bis auf 0,806 Volt herabging. Bei dem Schluss der durchschnittlich fünfstündigen Entladung pro Tag sank die elektromotorische Kraft zuerst auf 0,5 später auf 0,4 Volt, die aber nach 15 Minuten Unterbrechung wieder um ein bis zwei Zehntels Volt anstieg. Der Entladungsstrom, im Durchschnitt 5,5 Ampère, war während des stundenlangen Geschlossenseins ziemlich constant, meistens machte sich anfänglich ein langsames Steigen bemerkbar, dem dann ein ebenso langsames Sinken folgte. Das Gleiche wurde auch bei der Spannungsdifferenz beobachtet. — Der Zinkverlust betrug bei unterbrochenem

Digitized by Google

Strom innerhalb 8 Tagen 23^g im Maximum, dabei zeigte sich bei allen Beobachtungen, trotz der grössten Vorsicht, dass die Flüssigkeit an dem Zinkcylinder emporstieg und sich an der Mutter der Messingschraube sammelte. Diesem Umstande ist wohl die innere Entladung des Elementes zuzuschreiben, die vom 16. Dec. 1885 bis zum 11. Jan. 1886 stattgefunden haben muss; denn anders lässt sich der enorme Zinkverbrauch von 604^g in diesem Zeitraum nicht erklären. — Nach Erschöpfung des Elementes wurde das Kupfer drei Wochen lang der Luft ausgesetzt, worauf es beinahe vollkommen in Kupferoxyd umgewandelt war. Die neue Lösung wurde aus 2^k stangenförmigem Kali hergestellt, dabei zeigte das Element eine anfängliche elektromotorische Kraft von 1,1 Volt, was von der grösseren Reinheit des Kali herrühren mag.

Das Zink wurde an der Stelle, welche unter dem Ende der Spirale lag, dermassen stark angefressen, dass bei weiterer Fortsetzung der Messungen plötzlich eine ganze Windung hätte herabfallen müssen. Um diesen Missstand zu vermeiden, möchte ich einen Zinkblock mit sternförmigem Querschnitt oder einen solchen in Gestalt einer Schraubenspindel in Vorschlag bringen. Dem Aufsteigen der Flüssigkeit könnte durch ein am Zinkblock angegossenes Hütchen abgeholfen werden.

Betreffs einer bestimmten Angabe über die Zahl der Stundenampère, die das Element zu leisten vermag, ist die Untersuchung einer grösseren Batterie erforderlich.

Da ein Gussfehler bei dem *T*-Element die Flüssigkeit hindurchsickern liess, so entzog sich das zweite Modell der weiteren Prüfung.

Dass das de Lalande-Element, zumal in etwas abgeänderter Form, seine grossen Vorzüge gegenüber anderen hat, ist wohl unverkennbar, namentlich spricht sehr dafür der geringe innere Widerstand von 0,0075 Ohm, die Constanz in der Stromstärke und die leichte Erneuerung des Elementes.

Stuttgart, techn. Hochschule, October 1886.

Digitized by Google

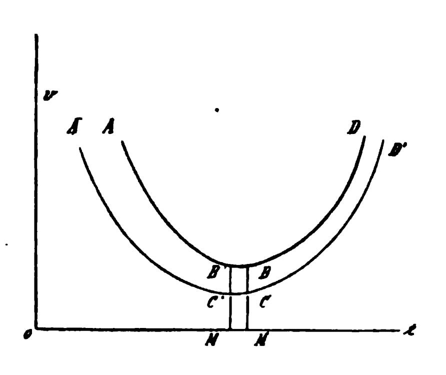
Ueber die Veränderlichkeit der Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers mit dem Drucke[1].

Von

Dr. **Giovan Pietro Grimaldi.**

Es wurde zuerst von Puschl 1875[2]) und dann von van der Waals 1876[3]) bewiesen, dass die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers sich bei der Zunahme des Druckes erniedrigen müsse, wenn man annimmt (was Grassi experimentell gefunden) dass der Zusammendrückbarkeits-Coefficient dieser Flüssigkeit mit der Temperatur abnimmt.

Das kann auch auf folgende Weise sehr einfach bewiesen werden:



Sei $AB'BD$ die Curve der Wasservolumina beim Drucke einer Atmosphäre, wobei die Abscissen die Temperatur darstellen; und sei MB die kleine Ordinate (entsprechend der Temperatur von 4°). Sei überdiess $A'C'CD'$ dieselbe Curve, aber für einen grösseren Druck p; und mögen BC und $B'C'$ die infolge der Compression erlittenen Abnahmen der Ordinate MB und einer anderen Ordinate $M'B'$, die einer etwas unter 4° liegenden Temperatur entspricht, darstellen.

Da der Zusammendrückbarkeits-Coefficient des Wassers mit abnehmender Temperatur wächst, wird $B'C' > BC$ und $B'C' - BC$ muss mit zunehmendem Drucke grösser werden. Wählt man daher die Ordinate $M'B'$ für eine an 4° genügend nahe Temperatur und bei einem genügend hohen Drucke, so kann man einerseits die Differenz

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Gazz. chim. ital. vol. XV.

2) Wiener Akad. d. Wiss. Sitzungsb. Bd. 72.

3) Archives néerl. vol. XII, Beiblätter B. I.

Digitized by Google

$B'C' - BC$ vergrössern und andrerseits die Differenz $M'B' - MB$ verkleinern, so dass man für einen gewissen Druck und eine entsprechende Temperatur haben wird

$$B'C' - BC > M'B' - MB.$$

Für diesen Fall wird offenbar

$$MC > M'C'$$

und die kleinste Ordinate in der neuen Curve wird gegen den Coordinatenursprung verschoben sein. Im allgemeinen wird das Dichtigkeitsmaximum mit der Druckzunahme bei immer niedrigeren Temperaturen eintreten.

In Bezug auf die quantitative Bestimmung der Erscheinung gehen aber die verschiedenen Experimentatoren vielfach auseinander.

Puschl berechnete, dass die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers sich auf 87,6 Atmosphären um 1° erniedrige; van der Waals leitete in der Folge aus den von Grassi gegebenen Zusammendrückbarkeitscoefficienten eine Temperaturabnahme von 0,68° auf 10,5 Atmosphären ab, ein Werth der sehr gross zu nennen ist.

Neuestens haben verschiedene Experimentatoren das Problem direct angegriffen. Marshall, Smith und Omond[1]) haben im Laboratorium des Prof. Tait die Erniedrigung der Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers bei sehr hohem Drucke nach einer sehr geistreichen Methode bestimmt, von welcher wir hier eine kurze Darstellung geben wollen.

Wie bekannt hat Thomson die Gleichung aufgestellt:

$$dt = \frac{At\alpha}{c}\, dp, \tag{1}$$

worin dt die unendlich kleine Temperaturschwankung eines Körpers bedeutet, entsprechend einer unendlich kleinen Druckschwankung, wobei nach aussen keine Wärme abgegeben wird. t ist die absolute Temperatur, α der wahre Ausdehnungscoefficient bei der Temperatur t; c die specifische Wärme des Körpers bei constantem Drucke, A das mechanische Wärmeäquivalent.

Das Zeichen von dt in Gl. 1 hängt von jenem von α ab: ist letzteres positiv, so entspricht einer Druckerhöhung eine Zunahme der Temperatur und umgekehrt; das Gegentheil tritt ein wenn α negativ ist.

Wenn aber $\alpha = 0$ ist, wie in dem Falle der Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers, so wird $dt = 0$.

Marshall, Smith und Omond bedienten sich eines Gefässes, in welchem sie Wasser bei Drucken von 150—600 Atmosphären com-

1) Proceed. of R. S. of Edinburgh 1881—1882.

Digitized by Google

primirten; sie erniedrigten dann plötzlich den Druck bei den verschiedenen Temperaturen. Die letzteren und die Abnahme derselben maassen sie mit einer Thermosäule; das zugehörige Galvanometer wurde häufig calibrirt und zwar mit Hilfe einer zweiten Thermosäule, die in zwei Gefässen angebracht war, in welchen man die Temperaturen variiren und genau messen konnte. Eine Löthstelle der Thermosäule tauchte in das Gefäss, in welchem die Compression stattfand, die andere in ein Gefäss von constanter Temperatur, die genau bestimmt wurde.

Die genannten Experimentatoren constatirten vor Allem, dass dt, je mehr der Druck zunimmt, bei immer tieferer Temperatur der Null gleich wird. Dies war die experimentelle Bestätigung dafür, dass das Dichtigkeitsmaximum mit zunehmendem Drucke bei immer tieferen Temperaturen eintritt.

Sie construirten dann einige Curven der Temperaturabnahme bei plötzlich vermindertem Drucke vom anfänglichen bis zum Atmosphärendruck, indem sie die Anfangstemperaturen als Abscissen und die Temperaturabnahmen als Ordinaten auftrugen. Solche Curven construirten sie für die Anfangsdrucke von 150, 300, 450 und 600 Atmosphären. Aus diesen Curven leitet Tait[1]), unter der Annahme, dass die Temperaturerniedrigung des Dichtigkeitsmaximums dem Drucke proportional sei, ab, dass für 150 Atmosphären die Temperatur des Dichtigkeits-Maximums sich um 3,6 Centesimalgrade erniedrigen müsse.

Tait schloss auch aus einigen Versuchen, die er in Bezug auf die obige Gleichung von Thomson machte, dass die in Rede stehende Temperaturerniedrigung 3° auf 150 Atmosphären betrage; er wollte sie aber auch direct[2]) bestimmen, und benutzte dabei eine der Hope-schen analoge Methode. Er comprimirte das Wasser, in welchem sich ein Stück schwimmendes Eis befand, in einem cylindrischen Gefässe bis zum beabsichtigten Drucke und mass die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums mit Hilfe eines eigenartigen am Boden des Cylinders angebrachten Thermometers. Nach Anbringung der nöthigen Correctionen findet er eine Temperaturerniedrigung von 2,7° für 150 Atmosphären.

Ich halte es nicht für angemessen mich bei der Untersuchung der verschiedenen Fehlerquellen aufzuhalten, welche sowohl der einen wie der anderen Methode anhaften, um so weniger als die Verfasser selbst sie in ihren Arbeiten besprechen.

Nimmt man mit Tait an, dass die Temperaturerniedrigung des Dichtigkeitsmaximums dem Drucke proportional sei und reducirt diese

1) Proceed. of R. S. of Edinburgh 1881—1882.
2) a. a. O. 1882—1883.


Digitized by Google

Erniedriguug auf 50 Atmosphären, so findet man für die verschiedenen Autoren folgende Werthe:

Puschel	0.57°
Van der Waals	3,24
Marshall, Smith, Omond	1.2
Tait	1,0
Tait	0.9

Wie man sieht, ist der Unterschied dieser Werthe nicht übermässig (besonders wenn man die grosse Schwierigkeit dieser Untersuchungen in Betracht zieht), nur müsste der von Van der Waals mit Hilfe des von Grassi gegebenen Zusammendrückbarkeits-Coefficienten berechnete ausgeschlossen werden.

Grassi bestimmte letzteren Coefficienten zwischen 0° und 4° bei verschiedenen Temperaturen und fand sogar, dass derselbe bei 1,5° ein Maximum habe.

Da nun die neuen Untersuchungen von Pagliani und Vicentini[1]) ergaben, dass letzteres Maximum nicht existirt und überhaupt die von ihnen gefundenen Werthe mehrfach mit denen von Grassi nicht übereinstimmen, so hielt ich es für angemessen, die Erniedrigung der Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers mit dem Drucke auf Grund der von den genannten Experimentatoren gegebenen Daten zu berechnen.

Vor allem muss aber bemerkt werden, dass die von Pagliani und Vicentini gefundenen Coefficienten bei einem Drucke von nur fünf Atmosphären bestimmt wurden und man daher in der Rechnung die Annahme machen muss, dass sie auch bei viel höherem Drucke dieselben bleiben. Dazu ist man aber, wie ich glaube, berechtigt mit Rücksicht darauf, dass Cailletet[2]) gefunden, der Zusammendrückbarkeits-Coefficient des Wassers sei bis zu sehr hohem Drucke von letzterem unabhängig. Zwar hat Tait[3]) nachträglich gefunden, dass der Zusammendrückbarkeits-Coefficient mit dem Drucke abnimmt; aber erstens ist diese Abnahme äusserst gering und dann hält es schwer zuzugeben, dass dieselbe für Temperaturen, die nicht einen Grad differiren, nicht dem gleichen Gesetze gehorche. Infolgedessen ist der Einfluss dieser Abnahme in unserem Falle gewiss zu vernachlässigen.

Pagliani und Vicentini machten zur Bestimmung des Zusammendrückbarbeits-Coefficienten 46 Versuche. Die erhaltenen Werthe

1) Nuovo Cimento, serie 3 vol. XVI.
2) Comptes rendus vol. LXXV (1872).
3) Proceedings of Edinburgh 1882—1883.

Digitized by Google

divergiren, um die Wahrheit zu sagen, mehr als für unsere Rechnung gestattet ist. Ich könnte aber, dank der grossen Anzahl der Versuche, eine Curve construiren, die gleichweit von den Punkten absteht, die graphisch die fraglichen Werthe darstellten. Dieser Versuch, die Fehler der einzelnen Beobachtungen zu corrigiren, liefert eine Curve die wahrscheinlich den Gang der Zusammendrückbarkeit des Wassers zwischen 0° und 4° darstellt.

Folgende Tabelle der Werthe der Zusammendrückbarkeit des Wassers wurde der besagten Curve entnommen, wobei auf die bei verschiedenen Temperaturen ein wenig verschiedene Zusammendrückbarkeit des Glases schon Rücksicht genommen wurde:

t	μ
0°	0,00005030
1	4975
2	4962
3	4951
3,1	4949
3,2	4848
2,3	4947
3,4	4945
3,5	4944
3,6	4942
3,7	4941
3,8	4940
3,9	4938
4,0	4936

Ueberdies kann man aus der von Rosetti gegebenen Tafel der Volumina des destillirten Wassers bei verschiedenen Temperaturen, folgende Tabelle der Ausdehnung desselben zwischen 3° und 4° erhalten:

t	Δ
3.0°	0,0000080
3,1	66
3,2	53
3,3	40
3,4	31
3,5	22
3,6	14
3,7	09
3,8	04
3,9	02
4,0	00

Digitized by Google

Es ist nun leicht zu sehen, dass, wenn $1 + \Delta_{p,t}$ das Volumen des Wassers bei der Temperatur t und dem Drucke p bedeutet,

$$(1 + \Delta_{t,p}) = 1 + \Delta_t - \mu_t p \tag{2}$$

ist, wobei die Bedeutung von μ_t als Zusammendrückbarkeitscoefficient und Δ_t als Ausdehnung des Wassers von 4° zur Temperatur t klar ist und die entsprechenden Werthe aus obigen Tabellen entnommen werden können.

Berechnet man mit Gl. 2 die Wasservolumina für einen Druck von 50 Atmosphären bei verschiedenen Temperaturen, so erhält man:

t	V
4,0°	0,9975320
3,9	312
3,8	304
3,7	304
3,6	304
2,5	302
3,4	306

Man kann leicht aus der Substitution der entsprechenden Werthe in Gl. 2 erkennen, dass unterhalb 3,4 für V continuirlich grössere Werthe resultiren.

Das kleinste Volumen würde somit nach der Tabelle zu 3,5° herabsteigen; darnach wäre die Erniedrigung der Temperatur des Dichtigkeits-Maximums 0,5° für 50 Atmosphären, ein Werth, welcher dem von Puschl sehr nahe steht und von dem von Tait sich nicht allzuweit entfernt.

Dieses Resultat ist aber nur ein angenähertes und kann um mehrere Zentel Grade fehlerhaft sein, da ein Fehler in der Ausdehnung sowohl als in der Zusammendrückbarkeit des Wassers, besonders aber in letzterer zu Resultaten führen kann, die von der Wahrheit beträchtlich abweichen. Nichtsdestoweniger berechtigt uns obiges Resulat zum Schlusse, dass der von Van der Waals für die Erniedrigung der Temperatur des Dichtigkeits-Maximums gegebene Werth unrichtig ist, um so mehr als die von uns hier bei unserer Bestimmung befolgte Methode analog derjenigen dieses Physikus ist, während der Vorgang, durch welchen Marshall, Smith, Omond und Tait zu den oben aus einander gesetzten Resultaten gelangten ein durch und durch verschiedener war.

Digitized by Google

Ob durch Condensation des Wasserdampfes Elektricität entwickelt werde[1].

Von

Dr. **Fr. Magrini.**

Dieses Problem, das in der elektrischen Meteorologie von grosser Wichtigkeit ist, ist bereits von Vielen zu verschiedenen Zeiten, von den letzten Jahren des vorigen Jahrhunderts an, studirt worden. Aber seine Lösung ist noch immer controvers.

Volta[2]) erhielt durch Verdichtung von Dampf, der sich aus dem auf 60—70° Reaumur erhitzten Wasser bildete, an seinem Elektroskop ein sehr schwaches Anzeichen von Elektricität.

Theodor von Saussure[3]) und Reich[4]) dagegen konnten beim Verdichten vom Dampfe heissen Wassers keine Wahrnehmung von Elektricität machen.

Prof. Palmieri[5]) — um von vielen andern zu schweigen —, erhielt 1862 am Condensator-Elektroskop eine schwache Spannung positiver Elektricität, als er den Dampf von auf hohe Temperatur gebrachtem Wasser an einer Platinaschale sich condensiren liess.

Kalischer[6]) hat hingegen in den letzten Jahren den atmosphärischen Wasserdampf auf einem kälteren Körper verdichtet. Bei seinen Untersuchungen wendete er 12 grosse Glasbecher an; diese waren aussen mit Stanniol belegt, und waren auf eine Platte von verzinntem Eisen gestellt, welche sorgsam durch Paraffin isolirt und mit einem Paare Quadranten des Kirchhoff'schen Elektrometers in Verbindung gebracht war, während das andere Quadrantenpaar mit dem Erdboden in Verbindung stand. Die Empfindlichkeit des Elektrometers war derart,

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Nuovo Cimento 3. vol. XX (1886).

2) Meteorologia elettrica. Lettera 6ª (1799).

3) Voyage dans les Alpes 2. § 823 (1786).

4) Abhandlung bei Begründung der Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. S. 203 (1846).

5) Lezioni elementari di Fisica sperimentale e Meteorologia elettrica vol. III p. 146.

6) Wied. Ann. Bd. 20 S. 614.

Digitized by Google

dass ein Volt eine Ablenkung von 70—80 Theilstrichen der um $1\frac{1}{2}^{m}$ vom Spiegel entfernten Skala ergab; die Isolirung des ganzen Systems war vortrefflich; denn eine kleine Ablenkung änderte sich innerhalb 24 Stunden kaum um einen Theilstrich der Skala.

Verglich er nun die Ablenkungen, die er beobachtete, wenn die Becher leer und trocken, oder auch aussen in Wasser getaucht waren, mit denjenigen, die beobachtet worden, wenn diese Becher isolirt wurden, nachdem sie mit Eis oder mit Kälte erzeugenden Mischungen gefüllt worden waren, so fand er keine merkliche Unterschiede; er kam deshalb zu dem Schlusse, dass bei Verdichtung von atmosphärischem Wasserdampfe keine Elektricität erzeugt wird.

Landerer[1]) glaubte, dass man beim Verdichten von Wasserdampf eine Entwicklung von Elektricität bekommt und er behauptete dies, indem er sich einfach auf die Thatsache berief, dass ein zwischen zwei Häusern auf der Höhe der Dächer ausgespannter Telephondraht im Telephon ein dem Knirschen des Zinns ähnliches Geräusch ergab, zumal bei der Nacht, wenn die Luft sehr feucht ist. Allein Kalischer hat diesen Versuch immer mit negativem Resultate wiederholt.

In den letzteren Monaten hat Palmieri[2]) das Studium dieser Frage wieder aufgenommen, und hat, ohne den Versuch Kalischer's zu kennen, denselben in einfacherer Weise wiederholt; er berichtet darüber Folgendes:

„Neulich ist es mir mittels eines sehr einfachen Versuchs gelungen, zu beweisen, dass der Dampf der Luft, wenn er durch Temperaturerniedrigung flüssig wird, positive Elektricität erzeugt. Meines Erachtens hat die Vorzüglichkeit des von mir vervollkommneten Condensator-Elektroskops zum glücklichen Gelingen meines Versuchs viel beigetragen. Ich nahm eine Platinschale von ca. 12^{cm} Durchmesser; nachdem ich sie sorgfältig isolirt hatte, liess ich sie mittels eines Platindrahtes mit der unteren Platte des Condensators in Verbindung treten. Nachdem ich auf die allbekannte Weise die Probe gemacht hatte, blieb das Goldblatt unbeweglich; dasselbe Resultat wurde erzielt, wenn ich den Versuch mit derselben Schale, nachdem sie mit Wasser von der Temperatur der Luft angefüllt war, anstellte.

Sodann füllte ich die Schale mit zerstossenem Schnee, hielt, wie üblich, die obere Platte ungefähr eine Minute lang in Leitung mit dem Boden, und sah, wenn ich es hob, das Goldblatt deutlich positive Elektricität anzeigen“.

---

1) Comptes Rendus vol. 93 p. 588 (1881).

2) Nuovo Cimento 1886. — Rendiconto della R. Acc. d. Sc. fis. et mat. di Napoli 1885.

Digitized by Google

... Der eben beschriebene Versuch geht leichter und rascher vor sich, als der 1862 von mir angestellte; da er leicht widerholt werden kann, so hoffe ich, dass damit endlich eine gute Grundlage gewonnen wird, um an die Aufstellung von Hypothesen über den Ursprung der atmosphärischen Elektricität gehen zu können".

Auch ich habe nach dem Rathe des Prof. Ròiti eben diesen Versuch wiederholt.

Anstatt des Condensator-Elektroskops habe ich ein von Mascart modificirtes Thomson'sches Elektrometer angewendet. Bei den ersten Versuchen lud ich die Quadranten durch die zwei Pole einer Volta-Säule von 180 Elementen, die sorgfältig durch Paraffin isolirt waren, und deren Mittelelement mit der Erde in Verbindung stand. Ich erhielt so eine solche Empfindlichkeit, dass ein Beetz'sches Trockenelement (ungefähr ein Volt) eine Ablenkung von ca. 200^{mm} der 4^{m} von dem Spiegel entfernten Skala bewirkte.

Ich verband die Nadel des Elektrometers mittels eines Messingdrahtes mit einem 12^{cm} hohen, 9^{cm} Durchmesser habenden cylindrischen Recipienten, der von einem Mascart-Isolator getragen und dessen Isolirung so vollkommen war, dass die einem Volt zukommende Ablenkung einige Stunden lang unverändert blieb. Die Verbindungen mit dem Boden waren mittels Messingdrähte bewerkstelligt, die an die Bleiröhre der Wasserleitung angelöthet wurden.

Wurde das Platingefäss isolirt, so blieb die Nadel des Elektrometers nicht auf Null, sondern lenkte ab, weil das Potential im Zimmer verschieden war von dem des Erdbodens. Ich wartete, bis die Nadel in Ruhe gekommen war, und brachte mittels eines Porzellan- oder Glaslöffels in das Platingefäss Bröckchen von Eis, das ich einige Augenblicke zuvor mit einem eisernen Hammer auf einem Stein zerschlagen hatte.

Die Nadel fing plötzlich an abzulenken, und die Ablenkung nahm während etwa einer Minute zu, um sodann constant zu bleiben, so viel auch der Dampf fortfahren mochte, sich zu verdichten. Wenn ich alsdann die Nadel mit dem Boden in Verbindung setzte, und sie gleich danach isolirte, so erreichte sie ihre letzte Ablenkung nicht wieder, sondern nahm die Anfangsstellung ein, die sie hatte, als der Platinrecipient leer und trocken war.

Dieser Versuch, der im verflossenen Frühjahre zu verschiedenen Malen bei Temperaturen nicht unter 15°, sowohl in einem geschlossenen Zimmer, wie in freier Luft wiederholt wurde, ergab immer dasselbe Resultat: ziemlich starke positive Ladungen (Ablenkungen bis zu 250 Theilstrichen der Skala, die mehr als einem Volt entsprechen), wenn das Eis in das isolirte Platingefäss gelegt wurde; keine Ladung, wenn

Digitized by Google

der Recipient nach der ersten Ablenkung einige Secunden lang mit dem Boden verbunden worden war.

Ich wüsste jedoch diese positive Ladung nichts anderem zuzuschreiben, als der Elektrisirung des Eises, sei es durch die Zerbröckelung desselben, oder durch seine Einführung in das Gefäss mittels des Löffels. Ich weiss nicht, ob schon directe Untersuchungen angestellt worden sind, um zu sehen, ob das Eis positiv elektrisch wird, wenn man es mit einem Metalle oder einem andern festen Körper reibt; aber ich bin berechtigt, dieses zu glauben; denn fürs Erste geht aus Faraday's[1]) Versuchen hervor, dass das Eis positiv ist gegenüber dem Wasser; da nun dieses seinestheils positiv ist gegenüber verschiedenen Mineralien und Metallen, so wird um so mehr das Eis gegenüber diesen letzteren Körpern positiv sein. In dieser Ansicht bestärkt mich ferner die Thatsache, dass ich, wenn ich das zerribene Eis einige Minuten lang in einem metallischen Recipienten in Verbindung mit dem Boden erhielt und es hernach unmittelbar in das isolirte Platingefäss schüttete, keine Andeutung von Elektricität erhielt; dasselbe geschah, wenn ich, wie Kalischer operirend, den Platinrecipienten in Verbindung mit dem Boden hielt, und ihn erst isolirte, nachdem ich seine Füllung mit Eis beendet hatte, oder auch, wenn ich in das Gefäss Wasser von der Temperatur der Luft goss, und dann grössere Eisstücke hineinsenkte, in welchem Falle doch an der äusseren Wand Niederschlag sich zu bilden nicht ermangelte

Hiermit nicht zufrieden, habe ich die Empfindlichkeit des Elektrometers erhöht, indem ich die Aufhängungsdrähte streckte, an die Quadranten eine Säule von 280 Elementen anfügte, und die Skala 5^m vom Spiegel wegbrachte; nach diesen Aenderungen ergab ein kleines Trockenelement von Beetz eine Ablenkung von 500^{mm} der Skala. Aber selbst trotz solcher Empfindlichkeit, und bei vollkommener Isolirung, habe ich keinerlei Anzeichen von positiver Elektricität erhalten, wenn ich das Platingefäss, nachdem ich es mit Eis gefüllt hatte, isolirte; die Ablenkungen der Nadel (jedoch nie höher als 15 Theilstriche) waren dieselben, mochte der Recipient leer, oder voll Wasser oder voll Eis sein; sie waren der Potentialdifferenz zwischen den Punkten der Umgebung und dem Boden zuzuschreiben.

Befürchtend, das Elektrometer deute etwa keine Ladung an wegen der grossen Capacität der Nadel, die mit dem Gefässe der Schwefelsäure in Verbindung stand, verband ich das Platingefäss mit einem Quadrantenpaare, während das andere Paar auf Null stand, und brachte

1) Experimental Researches p. 2099, 2131. — Annal. de Chim. et de Phys. 3e série vol. X (1844).

Digitized by Google

die Nadel mit dem positiven Pol der Säule, den anderen Pol der Säule aber mit dem Boden in Verbindung; ich wiederholte so die Versuche, aber immer mit demselben Resultate.

In der Folge traf ich bei den Versuchen eine andere Anordnung; zwei kleine, untereinander gleiche Messingrecipienten, wurden auf Mascart-Isolatoren gestellt, und mit den beiden Quadrantenpaaren des Elektrometers in Verbindung gesetzt, während die Nadel mit dem positiven Pole einer aus 370 Volta-Elementen, die vollkommen durch Paraffin isolirt waren, gebildeten Säule in Verbindung stand. In diesem Falle gab dasselbe Probeelement, wenn es mit einem der Messingrecipienten in Berührung gebracht wurde, eine Ablenkung von 450^{mm} der Scala.

Die beiden Recipienten befanden sich auf einer Terrasse in freier Luft; einer war beliebig aufgestellt; der andere wurde etwas vom ersten entfernt, öfters verstellt, um ihn durch Versuch an einen Ort zu bringen, wo er das nämliche Potential annehmen würde. Ich hoffte solcher Weise, dass die Nadel des Elektrometers unbeweglich bleiben werde, sowohl wenn die beiden Gefässe mit einander in Verbindung gebracht, als wenn sie isolirt würden. Allein wegen der fortwährenden Potentialänderungen der Luft schwankte die Nadel, und es ist mir nur so viel gelungen, diese Schwankungen während einer halben Stunde geringer zu machen, als eine Stufe der Theilungen beträgt.

Ich habe die Beobachtungeu damit begonnen, die Kupferrecipienten isolirt zu lassen, während sie leer und trocken waren, habe von 30 zu 30 Secunden 20 Minuten lang die Schwankungen der Nadel notirt und daraus das Mittel genommen, das sich zu $13{,}7^{mm}$ ergab. Alsdann habe ich sie in Verbindung mit dem Boden gebracht, habe einen davon mit Eis gefüllt, und sogleich darauf beide isolirt. In diesem Falle ist, abermals für 20 Minuten, das Mittel $12{,}6^{mm}$ gewesen, und wenn ich auf die sehr kleine Differenz von $1{,}1^{mm}$ Gewicht legen wollte, müsste ich den Schluss ziehen, dass der Recipient mit Eis auf einem niedrigeren Potentiale war als der andere.

Ich habe diese Beobachtungsreihe citirt, weil sie die längere war; aber einige andere Serien haben mir analoge Differenzen von $1-2^{mm}$ bald in dem einen, bald im anderen Sinne ergeben.

Die Temperatur der Terrasse wechselte zwischen 27 und 30^{0}, da ich die Versuche in den letzten Junitagen angestellt habe.

Ausser der Condensirung atmosphärischen Wasserdampfes habe ich auch den Dampf von destillirtem, auf hohe Temperatur gebrachten Wasser condensirt. Ein Quadrantenpaar stand in Verbindung mit einem isolirten Platingefässe, das mittels kalten Wassers auf niedriger Temperatur erhalten wurde, und das auf ein anderes, grösseres, ebenfalls

Digitized by Google

isolirtes, und mit dem anderen Quadrantenpaar verbundenes Platingefäss gestellt war.

Ich goss das warme Wasser in den unteren Recipienten, während die Quadranten mit dem Boden in Verbindung waren; sogleich darauf isolirte ich, und auch in diesem Falle habe ich kein Anzeichen von Elektricität erhalten, obgleich eine reichliche Verdampfung stattfand, und der Dampf sich zur Genüge am oberen Gefässe verdichtete. Die einem Volt zukommende Ablenkung betrug 500^{mm} der Scala.

Diese Versuche führen mich zu dem Schlusse, dass die von Prof. Palmieri beobachtete positive Elektricität wahrscheinlich Reibungs-Elektricität war, und dass bei der Verdichtung von Wasserdampf keine merkliche Elektricitätsentwicklung stattfindet.

Digitized by Google

Ueber die Darstellung des Zusammenhanges zwischen dem gasförmigen und flüssigen Zustande der Materie durch die Isopyknen[1].

Von

Sigmund v. Wroblewski.

Seit der Veröffentlichung der Untersuchungen von Andrews[2]) und von Amagat[3]) ist der Zusammenhang zwischen dem gasförmigen und flüssigen Zustande der Materie wiederholentlich zum Gegenstande eingehender Betrachtungen gemacht worden. Alle diese Betrachtungen gründen sich auf die Untersuchungen der Eigenschaften der Isotherme, einer Curve, welche bei der bestimmten Temperatur den Zusammenhang zwischen dem Druck und Volumen einer bestimmten Gasmenge wiedergibt. Man pflegt den Verlauf der Isotherme durch ein Diagramm zu versinnlichen, in welchem die bei einer bestimmten Temperatur beobachteten Drucke durch Ordinaten und die zugehörigen Volumina durch Abscissen dargestellt werden. Ein solches Diagramm, mehrere Isothermen enthaltend, gestattet den Ueberblick über den Zusammenhang zwischen den beiden Zuständen der Materie.

In diese Betrachtungsweise hat neulich Jamin[4]) eine Abänderung hineingebracht, indem er für die Construction der Isotherme statt des Volumens dessen reciproken Werth, die Dichtigkeit, benutzte. Der Verlauf der Curve wird dann für die Dichtigkeit durch Ordinaten und für den Druck durch Abscissen festgestellt.

Obgleich diese beiden Betrachtungsweisen mit grossem Geschick in ihren Consequenzen verfolgt worden sind, so glaube ich doch, dass

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Sitzb. Bd. 94 S. 257 Juli 1886.

2) Andrews, Phil. Trans. for 1869 and 1876.

3) Amagat, Ann. de chim. et de phys. (5) vol. XIX p. 345 (1880), und vol XXII p. 353 (1881).

4) Jamin, Compt. rend. vol. IIIC p. 10 (1883); auch in Exner's Repertorium Bd. 19 S. 728 (1883).

Digitized by Google

die nachfolgende Darstellung des Zusammenhanges zwischen dem gasförmigen und flüssigen Zustande der Materie, welche auf einer neuen Grundlage beruht, viel allgemeiner ist. Sie gestattet nicht nur, den ganzen Zusammenhang von einem neuen Gesichtspunkte susammenzufassen, sondern sie führt auch zu einigen neuen Consequenzen, welche in den bereits erwähnten Betrachtungsweisen nicht enthalten oder wenigstens bis jetzt nicht ausgesprochen waren. Die hier mitzutheilende Darstellungsweise beruht auf einer neuen Art von Curven, die sowohl auf Flüssigkeiten wie auch auf Gase angewendet werden können und deren Verlauf den Zusammenhang zwischen der Temperatur und dem Drucke bei gegebener Dichtigkeit des Körpers angibt. Nehmen wir nämlich an, wir hätten eine gewisse Menge Gas oder Flüssigkeit von einer bestimmten Dichtigkeit, welche durch die Temperatur des Körpers und den Druck, dem der Körper unterworfen wird, bedingt ist. Aendert sich die Temperatur des Körpers, so muss auch der Druck geändert werden, damit die Dichtigkeit unverändert bleibt. Die Curve, welche diesen Zusammenhang zwischen der Temperatur und dem Druck angibt, will ich die Isopykne[1]) oder die Curve der gleichen Dichtigkeit nennen.

Aus der Definition der Isopykne folgt, dass, wenn man für einen homogenen isotropen Körper ein System von Isopyknen zeichnet, diese Curven nirgends sich schneiden dürfen.

Der Verlauf von Isopyknen für einen gegebenen Körper kann nur durch Versuche ermittelt werden. Der Körper, auf welchen das meiste bis jetzt angesammelte Beobachtungsmaterial sich bezieht, ist zweifellos die Kohlensäure und deshalb werde ich meine Betrachtungen auf diesen Körper beschränken. Das Verhalten der Kohlensäure in Bezug auf Druck, Volumen und Temperatur ist mit grösster Sorgfalt durch Regnault, Andrews und Amagat studirt und durch van der Waals[2]), Clausius[3]) und Sarrau[4]) mathematisch bearbeitet worden. Dessen ungeachtet reichen die bis jetzt aufgestellten Gleichungen der Isotherme für die Kohlensäune bei weitem nicht aus, um den Verlauf der Isopyknen bei diesem Körper in allen ihren Theilen festzustellen. Ja, bei etwas ausgedehnterem Gebrauche führen sie sogar zu ganz unmöglichen und mit der Definition der Isopykne im Widerspruch stehenden Resultaten.

---

1) Von ισο πυκνός.

2) v. d. Waals, Die Continuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes. Leipzig 1881.

3) Clausius, Wied. Ann. Bd. 9 S. 337 (1880).

4) Sarrau, Compt. rend. vol. CI p. 941, 994 und 1145 (1885).

Digitized by Google

Man muss die durch Clausius [1]) aufgestellte Zustandsgleichung für die Kohlensäure und zwar in der Form, welche ihr neulich Sarrau [2]) gegeben hat, als eine sich am nächsten an das vorhandene Beobachtungsmaterial anschliessende Formel betrachten. Bedeuten T die absolute Temperatur, p den Druck in Atmosphären und v das Volumen (wobei als Einheit dasjenige Volumen gilt, welches die zum Verhuch genommene Kohlensäure unter dem Drucke von einer Atmosphäre und bei 0° C. einnimmt), so ist nach Sarrau:

$$p = \frac{RT}{v-\alpha} - \frac{K\varepsilon^{-T}}{(v+\beta)^2}.$$

Für die in dieser Gleichung vorkommenden Constanten hat Sarrau zuletzt folgende Werthe gegeben:

$$R = \frac{1}{273}, \qquad K = 0{,}016551, \qquad \varepsilon = 1{,}00285, \qquad \alpha = 0{,}001150,$$
$$\beta = 0{,}000703.$$

Zur Berechnung einer Isopykne für bestimmte, auf Wasser von 4° C. bezogene Dichtigkeit d kann diese Gleichung, die ich weiter kurzweg „Clausius-Sarrau'sche Gleichung“ nennen werde, folgenderweise benutzt werden. Ist m die Masse der zu dem Versuche genommenen Kohlensäure und s ihr auf das Wasser von 4° C. bezogenes specifisches Gewicht, so ist:

$$m = vs$$

und der obigen Bemerkung in Bezug auf Volumeneinheit gemäss ist bei $v = 1$ $m = 0{,}001977$. Man hat also nur das aus der Gleichung

$$\frac{0{,}001977}{d} = v$$

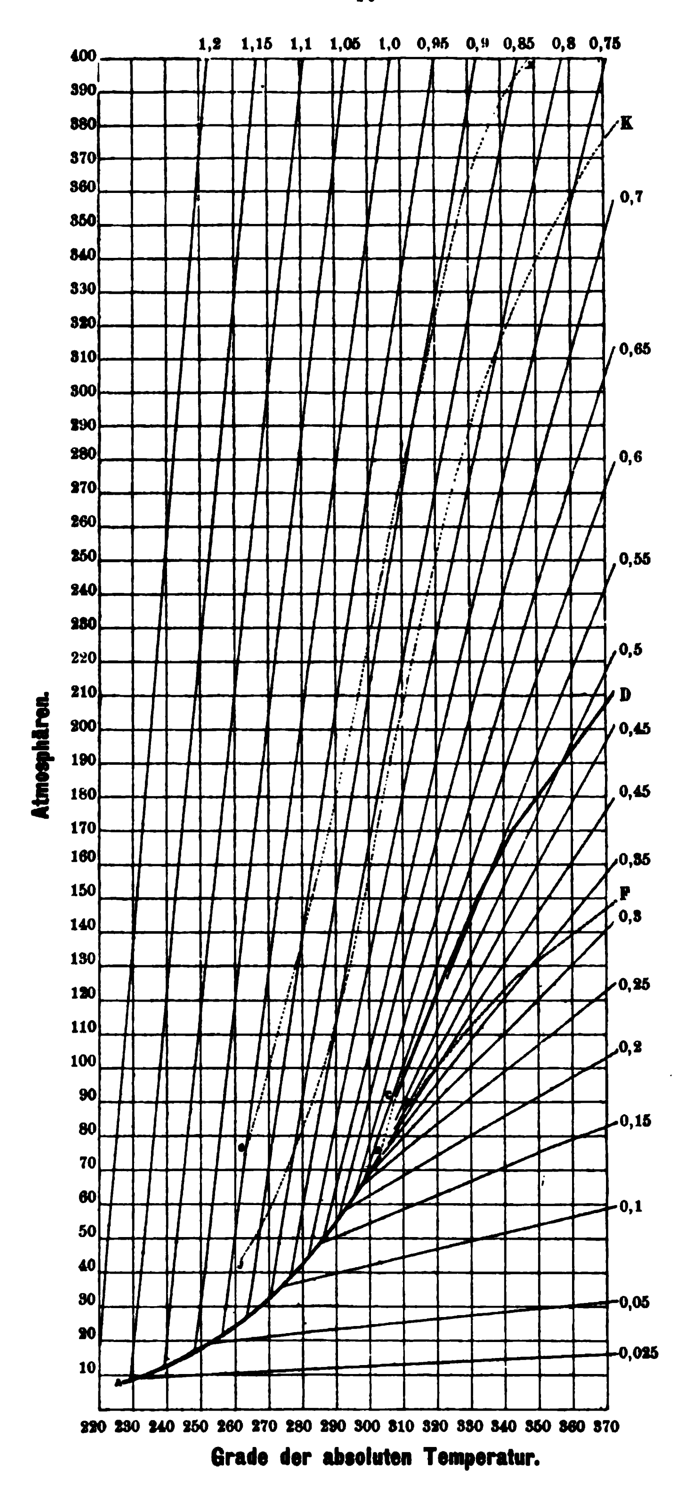
sich ergebende Volumen v in die Clausius-Sarrau'sche Gleichung zu setzen und für verschiedene Werthe von T entsprechende p zu berechnen. Die aus den zusammengehörigen Werthen von T und p sich ergebende Curve ist die Isopykne für die Dichtigkeit d oder ganz kurz die „Isopykne d“. Inwieweit die auf diese Weise berechnete Isopykne dem wirklichen Verlauf dieser Curve entspricht, davon wird gleich die Rede sein.

Auf dem dieser Abhandlung beigegebenen Diagramm sind die Temperaturen in Graden der absoluten Temperatur durch Abscissen und die Drucke in Atmosphären durch Ordinaten dargestellt worden.

1) Ueber die Beziehung dieser Gleichung zu den früher aufgestellten Formeln von Rankine, Hirn, Recknagel und v. d. Waals sehe man Clausius, a. a. O. 347.

2) Sarrau, a. a. O. S. 1145.

Digitized by Google



Digitized by Google

Die mit AB bezeichnete Curve ist die Verflüssigungscurve oder die Spannkraftscurve des gesättigten Dampfes der flüssigen Kohlensäure. Für den Theil der Curve zwischen -25^0 und $+30^0$ C. sind die Zahlen von Regnault[1]) und für die niedrigeren Temperaturen als -25^0 C. diejenigen von Raoul Pictet[2]) benutzt worden. Die mit CD bezeichnete Curve ist aus den von Amagat für die Kohlensäure gefundenen kleinsten Werthen des Productes aus Druck und Volumen construirt worden. Wird ein Glas bei einer höheren als die kritische Temperatur comprimirt, so nimmt bekanntlich das Product vp anfänglich ab, erreicht ein Minimum und wächst dann von Neuem. Der Druck, unter welchem dieses Product zu einem Minimum wird, hängt von der Temperatur ab und wächst mit derselben[3]). Beide Curven sind verschiedene Zweige einer und derselben Curve, da die Verflüssigungscurve ebenfalls nichts weiter als die Curve der kleinsten Werthe des Productes vp ist. Hat man nämlich eine bestimmte Menge Kohlensäure zum Theil als Flüssigkeit und zum Theil als gesättigten Dampf und befindet sich alles zusammen unter dem Drucke p, so wird bei constant bleibendem Drucke das Product vp zu einem Minimum, wenn der ganze Dampf verflüssigt worden ist.

Die Verflüssigungscurve ist convex in Bezug auf die Temperaturaxe, die aus den Versuchen von Amagat abgeleitete Curve ist dagegen concav. Die Verbindung zwischen diesen beiden Curven fehlt, da die Bestimmungen von Amagat erst bei 35^0 C. beginnen und da die Zuverlässigkeit der Messungen von Regnault oberhalb von 30^0 C. angezweifelt werden muss. Der Verlauf der beiden Zweige lässt aber schliessen, dass der Inflectionspunkt der Curve, die man wegen der Rolle, welche ihr zukommt, die Hauptcurve des Diagramms nennen kann, gerade auf diesem fehlenden Stücke sich befindet.

Alle übrigen Linien auf dem Diagramm (mit Ausnahme der Linien EF, GH und IK, deren Bedeutung unten aus einander gesetzt werden soll) sind die Isopyknen für die Dichtigkeit von 0,025 bis 1,2, wobei, um die Rechnungen möglichst zu vereinfachen, die Dichtigkeit so gewählt worden ist, dass sie von der Isopykne 0,05 an bis zur Isopykne 1,2 immer um 0,05 wächst.

---

1) Entnommen aus: Fortschritte der Physik im Jahre 1862, Bd. 18 S. 352.

2) R. Pictet, Ann. de chim. et de phys. (5), vol. XIII p. 213 (1878).

3) Nach den Messungen von Amagat (Ann. de chim. et de phys. (5) vol XXII p. 374 (1881) liegt dieses Minimum für Kohlensäure:

bei 35,1° C.	bei 92,1 Atm.		bei 70,0° C.	bei 171,0 Atm.	
„ 40,2	„ 105,2 „		„ 80,0	„ 184,2 „	
„ 50,0	„ 128,9 „		„ 90,2	„ 197,3 „	
„ 60,0	„ 151,3 „		„ 100,0	„ 210,5 „	

Digitized by Google

Alle Isopyknen sind sowohl von der Region der höchsten wie von der Region der niedrigsten Drucke an bis in die Nähe der Verflüssigungscurve mit Hilfe der Clausius-Sarrau'schen Gleichung berechnet worden. Die durch die Gleichung angegebene Lage von Isopyknen stimmt bei den höheren Drucken mit der Erfahrung überein. Sie gibt die durch Cailletet und Hautefeuille[1]) angegebenen Dichtigkeitswerthe der Kohlensäure bei 0° und — 23° C. für Drucke von 100, 200 und 300 Atmosphären wieder. Die Gleichung wird aber unbrauchbar in der Nähe der Verflüssigungscurve, indem sie die Isopyknen durch diese Curve gehen und sich schneiden lässt, was mit der Definition der Isopykne unvereinbar ist. Man würde die Lage der von der Region der höchsten Drucke kommenden Isopyknen auf der Verflüssigungscurve feststellen können, hätte man richtige Werthe für die Dichtigkeit der flüssigen Kohlensäure unter dem Drucke ihres gesättigten Dampfes. Es liegen darüber zwar sehr sorgfältige Bestimmungen von Andreeff[2]) vor, sie können aber, wie dies Sarrau mit Recht hervorgehoben hat[3]), besonders bei den Temperaturen, welche an die kritische Temperatur sich nähern, unmöglich richtig sein. Andreeff hat nämlich die flüssige Kohlensäure in den bekannten Natterer'schen Glasröhren gemessen und berechnete das oberhalb der Flüssigkeit befindliche, nicht verflüssigte Gas unter der Voraussetzung der Giltigkeit des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes. Vergleicht man die aus der Gleichung der Isotherme durch Sarrau berechneten Werthe mit den von Andreeff angegebenen, so sind die Andreeff'schen Werthe beträchtlich grösser und der Unterschied wächst mit der Temperatur. So ist bei — 10° C. die Dichtigkeit der Kohlensäure nach Andreeff 0,9952, nach Sarrau 0,95; bei 10° C. dagegen nach dem ersteren 0,8948, nach dem zweiten 0,785.

Obgleich die Kritik von Sarrau im Ganzen wohlbegründet ist, so wäre doch Unrecht, den ganzen Unterschied zwischen den Sarrau-schen und Andreeff'schen Werthen auf die Ungenauigkeit der Berechnungen von Andreeff zu schieben. Ich habe mich im verflossenen Jahre bei einer Untersuchung, die demnächst publicirt werden soll, der flüssigen Kohlensäure und der von Andreeff für 0° angegebenen Dichtigkeit zur Volumenbestimmung der Gefässe bedient, die ich erst nach den geschlossenen Beobachtungsreihen zerschneiden konnte, um sie mit dem Quecksilber auszuwägen. Die durch Wägung bestimmten Volumina waren nur wenig verschieden von den mit Hilfe der Kohlen-

1) Cailletet et Hautefeuille, C. R. vol. XCII p. 901 (1881).
2) Andreeff, Ann. der Chem. u. Pharm. Bd. 110 S. 1 (1859).
3) Sarrau, a. a. O. S. 1148.

Digitized by Google

säure erhaltenen Werthen, woraus ich mir den Schluss erlaube, dass die von Sarrau berechneten Werthe viel zu gering sind.

Dieses Ergebnis hat für die Darstellung von Isopyknen folgende Deutung. Die Schnittpunkte der aus der Region der höchsten Drucke gelangenden Isopyknen müssen auf der Verflüssigungscurve etwas mehr nach rechts liegen, als dies aus der Clausius-Sarrau'schen Gleichung folgt. Mit anderen Worten müssen diese Isopyknen, ehe sie in die Nähe der Verflüssigungscurve gelangen, leicht concav in Bezug auf die Temperaturaxe sein und durch ihre Concavität an die Curve der kleinsten Producte von vp erinnern [1]).

Keine Isopykne darf aber die Verflüssigungscurve schneiden. Es müssen deshalb sämmtliche von der Region der höchsten Drucke gelangenden Isopyknen in der Nähe der Verflüssigungscurve einen Wendepunkt haben, von jetzt an in Bezug auf die Temperaturaxe convex sein und in ihrem weiteren Verlauf sich dicht an die Verflüssigungscurve anschliessen. Von diesem Verhalten der Isopyknen sagt die Clausius-Sarrau'sche Gleichung gar nichts.

Ebenso lässt sie uns im Stich, wenn wir, die von der Region der niedrigsten Drucke kommenden Isopyknen verfolgend, in die Nähe der Verflüssigungscurve gelangen. Die Gleichung lässt die Isopyknen diese Curve schneiden, führt also wieder zu einem unmöglichen Resultate. Wir müssen deshalb auch hier annehmen, dass die aus der Region der niedrigsten Drucke gelangenden Isopyknen schwach concav in Bezug auf die Temperaturaxe sind, in der Nähe der Verflüssigungscurve

1) Nachschrift. Nachdem das Manuscript zum Drucke bereits fertig war, erschien im Compt. rend. vom 31. Mai 1886 (vol. 102 p. 1202) eine Abhandlung von Cailletet und Mathias, die zum Theil zu ihrem Gegenstande die Bestimmung der Dichtigkeit der flüssigen Kohlensäure unter dem Drucke des gesättigten Dampfes hat.

Die von den Verfassern benutzte Methode gestattete den von Andreeff begangenen Fehler zu eliminiren. Die erhaltenen Werthe sind beträchtlich grösser als die von Sarrau berechneten, wie es folgende Tabelle zeigt:

Temperatur	-10° C.	$+10^\circ$ C.	$+30^\circ$ C.
Sarrau	0,950	0,785	0,461
Cailletet und Mathias	0,960	0,842	0,53
Andreeff	0,9952	0,8948	—

Während Cailletet den Grund der Abweichung der von ihm und Mathias erhaltenen Werthe von den Sarrau'schen in den Schwierigkeiten, mit denen die Versuche bei niedrigen Temperaturen verbunden sind, sucht, folgt diese Abweichung vielmehr mit Nothwendigkeit aus dem im Text Gesagten.

Digitized by Google

einen Wendepunkt haben, in ihrem weiteren Verlaufe sich an diese Curve anschliessen und ganz sowie dieselbe in Bezug auf die Temperaturaxe convex sind.

Sämmtliche Isopyknen, also sowohl aus der Region der höchsten wie der niedrigsten Drucke vereinigen sich, indem sie in die Nähe der Verflüssigungscurve gelangen, zu einem Bündel dicht aneinander sich anschliessender Curven, ohne jedoch zu einer Curve zusammenzufallen. In wie kleine Distanzen sie aneinanderkommen, davon wird weiter unten die Rede sein.

In Bezug auf den Verlauf der Isopyknen in der Region der höheren Temperaturen ist Folgendes zu bemerken. Auf dem Diagramm schneidet die Isopykne 0,5 den oberen Zweig der Hauptcurve bei 84° C. In Wirklichkeit kann dies nicht der Fall sein. Dies ergibt sich übrigens aus folgender Betrachtung: setzt man in die Clausius-Sarrau'sche Gleichung diejenigen Werthe von Constanten, welche nach Sarrau[1]) allein aus den Versuchen von Amagat sich ergeben und folglich fast denselben Grad von Wahrscheinlichkeit wie die ebenfalls aus den Amagat'schen Versuchen abgeleitete Curve der kleinsten Werthe von vp haben, so findet man, dass die Isopykne 0,5 auch bei 100° C. noch unterhalb der Hauptcurve liegt. Für die Berechnung der in dieser Abhandlung benutzten Constanten hat Sarrau die Versuche von Amagat mit denjenigen von Regnault und von Cailletet und Hautefeuille combinirt, also mit den Versuchen, welche mit den Beobachtungsfehlern von ganz verschiedener Ordnung behaftet sind. Und wenn dadurch das allgemeine durch das Diagramm gelieferte Bild an Wahrscheinlichkeit gewonnen hat, so ist die relative Lage der Isopyknen bei den höheren Temperaturen zu dem oberen Zweig der Hauptcurve unsicherer geworden.

Das ganze Diagramm gibt also einen allgemeinen Begriff von jedem Zustande, in welchem die Kohlensäure bei den Temperaturen zwischen — 50° und + 100° C. und bei den Drucken zwischen 10 und 400 Atmosphären sich befinden kann. Durch die Bewegung auf einer Ordinate gelangt man von einer Isopykne zur anderen durch blosse Druckänderung, dagegen durch Bewegung auf einer Abscisse erreicht man dasselbe durch blosse Temperaturänderung. Hiermit gibt der Uebergang von einer zur anderen Isopykne in verticaler oder horizontaler Richtung sofort einen Begriff von der Compressibilität der Substanz und ihrer Ausdehnbarkeit durch Wärme im betreffenden Orte des Diagramms.

Der gewöhnlichen, seit Andrews populär gewordenen Auffassung zufolge heisst dasjenige, was auf der linken Seite des Diagramms ober-

1) Sarrau, a. a. O. S. 944.



halb der Verflüssigungscurve bis zu der durch die sog. kritische Temperatur (30,92 ° C.) geführten Ordinate liegt, Flüssigkeit und Alles, was ausserhalb dieser Schranke sich befindet, Gas.

Die nähere Betrachtung des Diagramms und der durch die Isopyknen angegebenen Eigenschaften des Körpers zeigt, dass diese Auffassung eine irrige ist und dass, wenn wir auf dem Diagramm zwei Zustände der Materie unterscheiden wollen, diese beiden Zustände nicht durch die besagte Ordinate von einander getrennt sind, sondern durch die Hauptcurve des Diagramms. Mit anderen Worten trennt diese Curve das ganze durch das Diagramm versinnlichte Gebiet in zwei Theile: alles, was unterhalb von ihr sich befindet, ist Gas und alles, was oberhalb von ihr liegt, ist Flüssigkeit.

Zu diesem Resultate führt zuerst die Betrachtung der Zusammendrückbarkeit der Substanz.

Untersucht man nämlich die Geschwindigkeit, mit welcher die Dichtigkeit sich ändert, d. h. bildet man die Quotienten aus der Dichtigkeitsänderung in die Druckänderung, so findet man, dass der Quotient

$$\frac{d_1 - d}{p_1 - p},$$

in welchem d_1 und d zwei den benachbarten Isopyknen entsprechende Dichtigkeiten und $p_1 - p$ die auf der Ordinate zwischen ihnen gemessene Druckdifferenz bedeuten, ganz denselben Aenderungen unterliegt ohne Rücksicht darauf, ob die Ordinate rechts oder links von der durch die kritische Temperatur geführten Ordinate sich befindet.

Die Tabelle (S. 734), welche nur so weit gerechnet ist, wie es der Verlauf der Isopyknen gestattet, gibt Zeugnis davon.

Der Quotient nimmt also zu, wenn man vom unteren Theile des Diagramms aufsteigt, ohne Rücksicht darauf, ob man sich auf der linken oder rechten Seite der besagten Ordinate befindet und dann, nachdem er den grössten Werth erreicht hat, beginnt er abzunehmen. Zeichnet man die Curven der gleichen Quotienten von $\frac{d_1 - d}{p_1 - p}$, so bekommt man wieder Curven, die ähnlich wie die Hauptcurve des Diagramms unten convex und oben concav in Bezug auf die Temperaturaxe sind. Die als Beispiel davon auf dem Diagramm angegebene und mit GH bezeichnete punktirte Curve ist die Curve des Quotienten 0,0008. Wir finden also keinen specifischen Unterschied im Verhalten des Körpers auf den beiden Seiten der durch die kritische Temperatur gelegten Ordinate. Auch in Bezug auf die Aenderung, die der Quotient $\frac{d_1 - d}{p_1 - p}$ mit der Temperatur erleidet, ist kein specifischer Unterschied

Digitized by Google

zu constatiren. Ein Blick auf nachfolgende Tabelle zeigt, dass der Quotient auf dem ganzen Diagramm ganz langsam mit der Zunahme der Temperatur abnimmt.

$d_1 - d$	$\frac{d_1 - d}{p_1 - p}$ bei der absoluten Temperatur von					
	273°	293°	313°	333°	353°	373°
0,05—0,015	0,00257	0,00230	0,00208	0,00190	0,00175	0,00162
0,1 —0,05	352	295	254	223	192	181
0,15—0,1	—	438	340	279	245	207
0,2 —0,15	—	732	472	350	285	233
0,25—0,2	—	—	674	433	320	255
0,3 —0,25	—	—	0,01004	519	353	270
0,35—0,3	—	—	1453	587	372	273
0,4 —0,35	—	—	1838	608	368	266
0,45—0,4	—	—	1792	573	344	247
0,5 —0,45	—	—	1344	494	306	223
0,55—0,5	—	—	0,00901	403	262	195
0,6 —0,55	—	—	600	319	219	167
0,65—0,6	—	—	412	250	181	142
0,7 —0,65	—	—	269	185	141	115
0,75—0,7	—	0,00390	227	161	126	103
0,8 —0,75	—	234	160	122	099	084
0,85—0,8	—	165	124	097	081	—
0,9 —0,85	—	127	098	080	—	—
0,95—0,9	0,00114	088	072	—	—	—
1,0 —0,95	087	070	052	—	—	—
1,05—1,0	065	054	—	—	—	—
1,1 —1,05	049	--	—	—	—	—
1,15—1,1	038	—	—	—	—	—

Untersucht man den Compressibilitätscoefficienten, welcher mit dem obigen Quotienten nicht verwechselt werden darf [1]), so findet man, dass er Aenderungen derselben Art erleidet, sowohl auf der linken, wie auf der rechten Seite der durch die kritische Temperatur geführten Ordinate. Die nachfolgende Tabelle überzeugt uns davon.

1) Ist das Volumen des Körpers unter dem Drucke von einer Atmosphäre und bei der Versuchstemperatur gleich v und bei den Drucken p_1 und p_2 und derselben Temperatur gleich v_1 und v_2, so ist der Compressibilitätscoefficient gegeben durch die Gleichung

$$k = \frac{1}{v} \cdot \frac{v_1 - v_2}{p_2 - p_1}.$$

Digitized by Google

Isopyknen, zwischen welchen k giltig ist	k bei der absoluten Temperatur von		
	273°	323°	373°
0,05—0,025	0,004072000	0,002648000	0,001872000
0,1 —0,05	1391000	792600	521500
0,15—0,1	—	340800	199200
0,2 —0,15	—	223200	112000
0,25—0,2	—	176000	72510
0,3 —0,25	—	151500	51890
0,35—0,3	—	132600	37570
0,4 —0,35	—	108700	27370
0,45—0,4	—	80180	19850
0,5 —0,45	—	53340	14280
0,55—0,5	—	33710	10230
0,6 —0,55	—	21010	7320
0,65—0,6	—	13280	5250
0,7 —0,65	—	7980	3630
0,75—0,7	—	6020	2850
0,8 —0,75	—	3840	2010
0,85—0,8	—	2650	—
0,9 —0,85	—	1880	—
0,95—0,9	0,000002635	1530	—
1,0 —0,95	1812	—	—
1,05—1,0	1229	—	—
1,1 —1,05	926	—	—
1,15—1,1	639	—	—

Die auf dem Diagramm mit JK bezeichnete punktirte Curve verbindet alle Orte, wo der Compressibilitätscoefficient den Werth 0,0000026 hat. Sie dient als Beispiel dafür, dass keine Discontinuität auf der durch die kritische Temperatur geführten Ordinate vorhanden ist. Während dieser Coefficient, gerechnet zwischen denselben benachbarten Isopyknen, mit der Zunahme der Temperatur abnimmt, wächst er, wenn wir beim constanten Druck das Diagramm in der Richtung der zunehmenden Temperatur durchschreiten. Bei höherer Temperatur ist also die Kohlensäure compressibler als bei der niedrigen [1]).

Untersucht man die Kohlensäure in Bezug auf die Ausdehnbarkeit durch Wärme, so findet man auch in dieser Hinsicht keinen specifischen Unterschied auf den beiden Seiten der besagten Ordinate. Die nachstehende Tabelle, welche den nach der Formel

1) Dasselbe Verhalten (d. h. dass der Compressibilitätscoefficient mit der Temperatur wächst, dagegen langsam abnimmt, wenn der Druck grösser wird) ist bekanntlich durch Amagat (Ann. de chim. et de phys. (5) vol. XI p. 520 [1877)] auch bei anderen Flüssigkeiten gefunden worden.

Digitized by Google

$$\frac{v_1 - v}{v} \cdot \frac{1}{t_1 - t} = \frac{d - d_1}{d_1} \cdot \frac{1}{t_1 - t} = \alpha$$

gerechneten Coefficienten bei den Drucken von 50, 70 und 100 Atmosphären darstellt, gibt ein Zeugnis davon.

$d - d_1$	α bei den Drucken von		
	50	70	100 Atm.
1,2 —1,15	0,00414	0,00399	0,00395
1,15—1,1	455	455	433
1,1 —1,05	529	518	501
1,05—1,0	625	610	610
1,0 —0,95	752	721	658
0,95—0,9	896	829	783
0,9 —0,85	1181	1070	980
0,85— 0,8	1389	1250	1116
0,8 —0,75	2222	2040	1234
0,75—0,7	—	2404	1831
0,7 —0,65	—	5208	1924
0,65—0,6	—	—	2604
0,6 —0,55	—	—	3636
0,55—0,5	—	—	4000
0,5 —0,45	—	—	4630
0,45—0,4	—	—	5000
0,4 —0,35	—	—	3861
0,35—0,3	—	—	2778
0,3 —0,25	—	0,07407	1786
0,25—0,2	—	2841	1111
0,2 —0,15	—	1333	—
0,15—0,1	0,01136	—	—

Wir stossen also auf der durch die kritische Temperatur geführten Ordinate auf keine Discontinuität in keiner Hinsicht und wir können deshalb dieser Ordinate keine specifische Bedeutung beilegen. Es berechtigt uns nichts, diese Ordinate als die Grenze zwischen dem flüssigen und gasförmigen Zustande anzunehmen. Der Begriff der kritischen Temperatur als einer Temperatur, oberhalb welcher die Verflüssigung eines Gases unmöglich ist, erscheint deshalb als unbegründet. Und in demselben Grade, in welchem die Aufstellung dieses Begriffes durch Andrews für die Verflüssigung der permanenten Gase förderlich gewesen ist, indem sie gewisse Winke in Bezug auf die dem Experimente zu legende Richtung ertheilte, in demselben Grade würde jetzt das Festhalten an der Interpretation, welche Andrews der von ihm selbst

Digitized by Google

entdeckten Thatsache beigelegt hat, der weiteren Entwicklung der Wissenschaft hinderlich sein [1]).

Untersuchen wir dies genauer.

Andrews hat die Interpretation der kritischen Temperatur als derjenigen, oberhalb welcher keine Verflüssigung des Gases möglich ist, auf zwei Thatsachen begründet: auf der Unmöglichkeit, die Bildung des Meniscus bei der Kohlensäure bei einer höheren Temperatur als 30,92 ° C. zu bemerken und auf der Gestalt der Isotherme.

Jamin [2]) hat aber bereits mit Recht bemerkt, dass die erstere von diesen Thatsachen gar nichts beweist, dass ein Gas bei genügendem Druck auch oberhalb dieser Temperatur verflüssigbar ist und dass nur ein durch Andrews unberücksichtigt gelassener Umstand es zu sehen verhindert. Dieser Umstand besteht darin, dass, während bei den niedrigeren Temperaturen die Dichtigkeit des gesättigten Dampfes eine geringere als die der erzeugten Flüssigkeit ist, in der Nähe der kritischen Temperatur der Unterschied zwischen beiden Dichtigkeiten sehr klein [3]) wird. Bei der kritischen Temperatur kann also aus optischen Gründen die Bildung der Flüssigkeit nicht mehr wahrgenommen werden. Andrerseits infolge der Kleinheit dieses Unterschiedes zwischen beiden Dichtigkeiten kann die Ausscheidung der Flüssigkeit aus dem gesättigten Dampfe und die Bildung des Meniscus nicht erfolgen.

Ein Blick auf das Diagramm bestätigt dies aufs Vollständigste. Während z. B. bei 272 °, d. h. — 1 ° C., die Isopyknen 0,1 und 0,9 der Verflüssigungscurve sich nähern, also der Dichtigkeitsunterschied zwischen Gas und Flüssigkeit 0,8 beträgt, nähern sich ihr bei der kritischen Temperatur, bei welcher unter dem kritischen Druck die Dichtigkeit der flüssigen Kohlensäure etwa 0,5 beträgt [4]), die Isopyknen 0,4 und 0,5. Noch ungünstiger gestalten sich die Verhältnisse für die

---

1) Es wird kaum nöthig sein hinzuzufügen, dass die von Mendelejeff gegebene Auffassung des Begriffes der kritischen Temperatur (vgl. O. E. Meyer, kinetische Theorie der Gase S. 64—65) noch weniger mit der im Text entwickelten Auffassung vereinbar ist.

2) Jamin, C. R. vol. XCVI p. 1448 (1883). Auch in Exner's Rep. Bd. 19 S. 723 (1883).

3) Dass dieser Unterschied — entgegen der gewöhnlichen Annahme — nicht gleich Null wird, davon wird später die Rede sein.

4) Nach Cailletet und Mathias (a. a. O.) soll die Dichtigkeit der Kohlensäure bei dem kritischen Punkt gleich 0,46 sein, doch ist diese Zahl viel zu klein Sie ist nicht durch Messung erhalten worden, sondern folgt aus einer Betrachtung, welche die Gleichheit der Dithtigkeit des gesättigten Dampfes und der Flüssigkeit bei dem kritischen Punkt vorraussetzt. Die aus den Cailletet'schen Versuchen abgeleiteten Interpolationsformeln liefern für den kritischen Punkt für die Flüssigkeit 0,51 und für den gesättigten Dampf 0,361.

Digitized by Google

Curve der kleinsten Producte von vp, da hier die ihr benachbarten Isopyknen immer mehr auseinander gehen und weil der Unterschied der Dichtigkeit auf den beiden Seiten der Hauptcurve immer kleiner wird.

Was die zweite Thatsache, auf welche Andrews sich stützte, und zwar die Gestalt der Isotherme unterhalb und oberhalb der kritischen Temperatur anbetrifft, so beweist sie ebenfalls nichts. Da der Unterschied zwischen der Dichtigkeit der durch die Condensation erzeugten Flüssigkeit und derjenigen des gesättigten Dampfes oberhalb der kritischen Temperatur fast verschwindend klein wird, so ist kein Grund mehr für die Bildung der charakteristischen Biegung, welche in der Isotherme unterhalb der kritischen Temperatur die eingetretene Verflüssigung kennzeichnet, vorhanden. Diese Biegung wird gerade durch den merklichen Unterschied in der Dichtigkeit hervorgerufen.

Die beiden von Andrews angeführten Gründe zur Bekräftigung seiner Auffassung des Brgriffes der kritischen Temperatur erweisen sich also als nicht stichhaltig.

Einen viel ernsteren Einwand gegen die in dieser Abhandlung aus einander gesetzte Auffassungsweise würde man im ersten Augenblick aus der Lehre von der Verdampfungswärme hernehmen können. Man behauptet gewöhnlich, dafs es von der kritischen Temperatur an und darüber keine latente Wärme mehr gebe. Wo der erzeugte gesättigte Dampf dieselbe Dichtigkeit wie die erzeugende Flüssigkeit hat, erscheint keine Wärme zur Vollführung dieser Zustandsänderung nothwendig. Es kann deshalb keine Rede von dem flüssigen Zustande oberhalb der kritischen Temperatur sein.

Darauf lässt sich in erster Reihe erwidern, dass die Behauptung von dem Nullwerden der Verdampfungswärme bei der kritischen Temperatur den Beobachtungen durchaus nicht entspricht.

In meiner Abhandlung „Ueber den Gebrauch des siedenden Sauerstoffs, Stickstoffs, Kohlenoxyds, sowie der atmosphärischen Luft als Kältemittel“ habe ich einen Fall einer solchen Zustandsänderung beim flüssigen Stickstoff beschrieben. Da dieser Fall mit der vorliegenden Betrachtung im Zusammenhang steht, so erlaube ich mir, die betreffende Stelle aus der erwähnten Abhandlung hier wörtlich auszuführen:

„Bei einem Versuche konnte die Auflösung der Flüssigkeit in Gas sehr scharf beobachtet werden. Die Flüssigkeit wurde unweit unterhalb — 146° erhalten und dann durch Verlangsamung des Ganges der Pumpen und Hinzulassung des Gases immer wärmer gemacht. Nachdem das Galvanometer — 145,2° und das Manometer 33,7 Atmosphären zeigten und die Flüssigkeit nur durch die Lichtbrechung erkannt werden konnte, wurde der Hahn so gelassen, dass der Druck ganz langsam abnahm, während die Temperatur der Flüssigkeit infolge der erwär-

Digitized by Google

menden Einwirkung des Aethylens noch immer stieg. Nun wurde beobachtet:

Temperatur	— 145,2	145,15	144,9° C.	
Druck in Atmosphären . .	33,67	33,62	33,55	33,47.

Von der Flüssigkeit sah man dann nichts. Einen Augenblick nachher ging durch den Theil der Röhre, welcher die Flüssigkeit enthielt, ein Schimmer, der Meniscus wurde deutlich, das Niveau der Flüssigkeit sank tief hinunter, indem der grösste Theil in eine dicke Dampfwolke verwandelt wurde. Das Manometer zeigte 33,33 Atmosphären. Die ganze Umwandlung vollzog sich also ohne Druckänderung. Sofort begonnene Bestimmungen zeigten, dass die Temperatur des übrig gebliebenen Restes der Flüssigkeit sank, und man beobachtete weiter:

Temperatur . .	— 145,2	145,1	145,2	145,25	145,3	145,55	145,85° C.
Druck in Atmosphären	33,3	33,28	33,27	33,25	33,24	33,21	33,34,

bis zuletzt gleich nach der letzten Ablesung alle Flüssigkeit verdampft war [1])."

Wie man sieht, vollzog sich diese Zustandsänderung nicht ohne Wärmeverbrauch.

Ich bin fest überzeugt, dass die Verwandlung einer Flüssigkeit in den gesättigten Dampf bei der kritischen Temperatur ohne eine — wenn auch unmessbar kleine — Druckabnahme oder Wärmeabsorption unmöglich ist und dass eine solche Verwandlung sich an die Erscheinungen anschliesst, welche bei der Expansion einer comprimirten Gasmenge infolge der inneren Arbeit auftreten. Bekanntlich ist es unmöglich, ein Gas zu expandiren, ohne dass dabei Wärme absorbirt wird. Ich glaube, dass zwischen beiden Erscheinungen, der Verdampfungswärme einer Flüssigkeit und der infolge der Expansion eines Gases stattgefundenen Absorption der Wärme kein specifischer Unterschied vorhanden ist und dass beide Erscheinungen nur verschiedene Stufen eines und desselben Processes, der Ueberwindung der Molecularkräfte, repräsentiren. Die Verdampfungswärme ist deshalb beim Ueberschreiten der kritischen Temperatur nicht gleich Null, sondern sie convergirt gegen die Expansionswärme, d. h. gegen die Wärmeabsorption, welche eine bis zu fast derselben Dichtigkeit, wie die Flüssigkeit comprimirte Gasmenge bei der unmessbar kleinen Druckabnahme hervortreten lässt.

Zweitens ist die Dichtigkeit der Flüssigkeit und des gesättigten Dampfes bei der kritischen Temperatur nicht gleich, da die entsprechenden Isopyknen auf den verschiedenen Seiten der Hauptcurve liegen und miteinander nicht zusammenfallen.

1) Wroblewski, Sitzb. der kais. Akad. der Wissensch. Bd. 91 S. 698 (1885); auch Wied. Ann. Bd. 25 S. 398 (1885).

Digitized by Google

Es muss aber noch ein Umstand berücksichtigt werden. Wie bereits gesagt worden ist, wird die Hauptcurve weder in ihrem unteren, noch im oberen Zweig durch keine Isopykne geschnitten. Die Isopykne 0,5, welche ungefähr der Dichtigkeit der flüssigen Kohlensäure bei dem kritischen Punkte entspricht, kommt gleich ganz in die Nähe des oberen Zweiges der Hauptcurve des Diagramms und folgt ihr in gleicher Richtung, soweit es die Versuche von Amagat, welche leider über 100 ° C. nicht hinausgehen, zu schliessen erlauben.

Unsere Kenntnisse in Bezug auf Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur bei der Kohlensäure sind nur als annäherungsweise richtige zu betrachten. Wird einmal diese Beziehung in viel weiteren Grenzen und mit viel grösserer Genauigkeit, als dies bis jetzt der Fall war, ermittelt worden sein, so kann sich ergeben, dass die durch den kritischen Punkt hindurchgehende Isopykne sich vollständig an den oberen Zweig der Hauptcurve anschliesst.

Nimmt man jetzt in Betracht, dass die Molecularkräfte, welche den Aggregatzustand des Körpers bedingen und welche ihrem Wesen nach Attractionskräfte sind, nur Functionen der Entfernung der einzelnen Körpertheilchen, also Functionen der Dichtigkeit, nicht aber Functionen der Temperatur sein können [1]), so ist kein Grund vorhanden, warum der Körper, solange er dieselbe Dichtigkeit behält, seinen Aggregatzustand ändern sollte [2]). Man könnte deshalb mit vollständigem Recht jeden beliebigen Punkt der durch den kritischen Punkt hindurchgehenden Isopykne von 30,92 ° C. an hinauf als den „kritischen Punkt" bezeichnen. Daraus aber würde nicht folgern, dass man bei diesem neuen kritischen Punkte den Meniscus noch ebenso gut beobachten könne, wie bei 30,92 ° C., da bei diesem neuen Punkte die benachbarten Isopyknen viel weiter von einander entfernt sind, als bei der kritischen Temperatur.

Es wird deshalb viel richtiger sein, dem Begriffe des kritischen Punktes der Andrews'schen Auffassung nicht beizupflichten und darunter nur die Temperatur zu verstehen, bei welcher unter dem Sättigungsdrucke die Bildung des Meniscus noch wahrgenommen werden kann. Statt dessen kann aber ein neuer Begriff eingeführt werden: die kritische Dichtigkeit oder die kleinste Dichtigkeit, welche der Körper als Flüssigkeit haben kann. Die dieser Dichtigkeit ent-

1) Vergl. schöne Bemerkung bei v. d. Waals (a. a. O. S. 62): „Dass a (Attraction der Körpertheilchen) nicht von t (Temperatur) abhängt, ist schon aus der Bedeutung desselben klar. Wenigstens werden wir kaum der Attraction die eigentthümliche Eigenschaft, eine Temperaturfunction zu sein, zuerkennen".

2) Selbstverständlich beschränken sich hier diese Betrachtungen nur auf den Zusammenhang zwischen dem flüssigen und gasförmigen Zustande der Materie.

Digitized by Google

sprechende Isopykne, welche mit Recht als kritische Isopykne bezeichnet werden kann, schliesst sich der Hauptcurve des Diagramms in ihrem ganzen Verlaufe an.

Es ist also klar, dass auch bei 100 ° C. die Ueberführung der Kohlensäure aus der kritischen Dichtigkeit in eine geringere — je nachdem diese Ueberführung durch Druckabnahme oder Temperaturerhöhung geschieht — ohne Wärmeabsorption oder Wärmezufuhr nicht erfolgen kann.

Wir sehen also, dass die in dieser Abhandlung entwickelte Auffassungsweise mit Thatsachen in keinem Widerspruch steht [1]).

Die Unhaltbarkeit der Andrews'schen Auffassung ergibt sich übrigens aus der aufmerksamen Beobachtung der Vorgänge bei dem kritischen Punkt. Ich muss mit besonderem Nachdrucke betonen, dass nichts schwieriger und trügerischer ist, als eine präcise Angabe der kritischen Temperatur und des kritischen Druckes. Ich habe in der bereits oben citirten Abhandlung „Ueber den Gebrauch etc.“ auf die Schwierigkeiten, mit welchen diese Bestimmung verbunden ist, aufmerksam gemacht. Diese Schwierigkeiten sind keineswegs experimenteller Art, sondern sie sind Folgen der ganzen Unbestimmtheit, welche auf dem Begriffe des kritischen Punktes haftet. Zur Begründung dieses erlaube ich mir noch eine Schilderung aus der citirten Abhandlung anzuführen.

Verflüssigt man ein Gas wie Sauerstoff, Stickstoff oder Kohlenoxyd in einer unten zugeschmolzenen, in das durch Verdampfen abgekühlte Aethylen eingetauchten Glasröhre, so steigt die Säule des verflüssigten Gases nicht über eine gewisse, höchstens 1—2 ^{cm} von dem Niveau des Aethylens entfernte Stelle hinauf, da an dieser Stelle die Glasröhre eine Temperatur hat, welche für das betreffende Gas die kritische ist. „Je schwieriger verflüssigbar das Gas ist, desto näher von dem Niveau des Aethylens befindet sich diese Stelle. Sucht man durch Vergrösserung des Druckes, unter welchem das Gas sich befindet, die Flüssigkeitssäule zu erhöhen, so wird der Meniscus flacher, dann verschwommen und zuletzt verschwindet er. Macht man jetzt den Druck durch Herauslassen von Gas etwas kleiner, so kommt der Meniscus nahezu an derselben Stelle, auf welcher er verschwunden war, wieder zum Vorschein.“ Nachdem darauf aufmerksam gemacht worden ist, dass „das Verschwinden

1) Das Diagramm lässt nur einen Umstand nicht aufgeklärt, und zwar dass die Curve des grössten Quotienten von $\frac{d_1 - d}{p_1 - p}$, welche mit EF bezeichnet ist, nicht mit der Curve der kleinsten Producte von vp zusammenfällt. Dieser Umstand wird seine Aufklärung erst dann finden, wenn die Gleichung der Isotherme für die Kohlensäure eine definitive Form erhalten hat.

Digitized by Google

des Meniscus in dem soeben beschriebenen Falle lediglich eine optische Erscheinung ist und nur dadurch entsteht, dass die Dichtigkeit des Gases in der unmittelbar auf der Flüssigkeit liegenden Schicht sich der Dichtigkeit der obersten Schicht der Flüssigkeit nähert", heisst es an dem angeführten Orte weiter:

„Das Verschwinden des Meniscus ist, wie gesagt, nicht momentan. Er wird zuerst verschwommen und undeutlich, und nachdem er verschwunden ist, kann noch die Stelle, wo er sich befindet, leicht mit blossem Auge erkannt werden, wenn man hinter den Apparat eine angezündete Kerze bringt, dann das Auge etwas unter- oder oberhalb der Meniscusstelle hält und durch diese Stelle nach oben oder nach unten sieht. Wird der Versuch in meinem alten Apparate in der engen Glasröhre gemacht, so sieht man es noch besser, da infolge der verschiedenen Lichtbrechung die Röhre oberhalb und unterhalb dieser Stelle einen anderen scheinbaren inneren Durchmesser hat. Erst nachdem der Gasdruck um ein paar Atmosphären grösser geworden, ist nichts zu unterscheiden. Wir haben nichtsdestoweniger unten die Flüssigkeit, deren Dichte mit der Höhe der Säule von Schicht zu Schicht abnimmt, dann an einer Stelle der Röhre eine Schicht, wo die Flüssigkeit wahrscheinlich continuirlich in das Gas übergeht und schliesslich das Gas mit der von Schicht zu Schicht abnehmenden Dichtigkeit. Die Abnahme der Dichtigkeit im Gas ist durch die Temperaturvertheilung in der Röhre veranlasst [1])."

Man möge nun sagen, auf welches Moment aus dem hier geschilderten Vorgange die Andrews'sche Auffassung des kritischen Punktes Anwendung finden könnte. Ist es das Moment, in welchem der Meniscus verschwommen wird oder das Moment, in welchem es bereits unsichtbar und dessenungeachtet noch vorhanden ist [2])? Aus dieser Beschreibung des Vorganges geht nur eins klar hervor, und zwar, dass wenn der Begriff des kritischen Druckes irgend einen Sinn haben soll, er nur den Druck, unter welchem man das Gas von der Flüssigkeit nicht mehr zu unterscheiden vermag, bedeuten kann, nicht aber den Druck, unter welchem keine weitere Verflüssigung des Gases möglich wäre. Und wenn die kritische Temperatur nur als diejenige zu bezeichnen ist, welche dem kritischen Druck entspricht, so ist es ebenfalls lediglich die Temperatur, bei welcher die Flüssigkeit von dem Gase optisch

1) v. Wroblewski, Sitzb. der kais. Akad. der Wissensch. Bd. 91 S. 691 u. 692 (1885); auch Wied. Ann. Bd. 25 S. 393 u. 394 (1885).

2) Aus diesem Grunde sind alle numerischen Angaben über den kritischen Zustand von einer gewissen Subjectivität nicht frei, die bei allen theoretischen Betrachtungen (wie z. B. bei der v. d. Waals'schen Theorie der übereinstimmenden Zustände) nicht ausser Acht gelassen werden soll.

Digitized by Google

nicht mehr zu unterscheiden ist, nicht aber die Grenze für die Verflüssigbarkeit des Gases.

Das Nichtbeachten dieses Umstandes hat bereits zu manchem irrigen Schluss auf verschiedenen Gebieten der Physik geführt. Das Verschwinden des Meniscus infolge der Druckzunahme des auf der Flüssigkeit lagernden Gases ist z. B. durch Cailletet mit der Verwandlung der Flüssigkeit in Gas verwechselt worden und hat ihn zur Behauptung verleitet, man könne durch die Zunahme des Gasdruckes die Flüssigkeit, welche unter diesem Gase sich befindet, im Gas zu einem homogenen Ganzen auflösen [1]). Derselbe Fehler hat sich später in die Betrachtungen von van der Waals eingeschlichen, indem dieser berühmte Forscher, sich auf den Standpunkt von Cailletet stellend, aus den Versuchen mit Gasgemischen einen ähnlichen Satz abgeleitet hat, welcher leider im Widerspruch mit den Thatsachen steht oder wenigstens aus dem Versuche, welcher ihm zur Grundlage liegt, keineswegs folgt [2]). Dasselbe muss gesagt werden von der von Kundt behaupteten Möglichkeit, die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit mittels Gasdruckes, welches wir ohne grosse Schwierigkeiten erreichen können, auf Null zu bringen und

---

1) Cailletet, C. R. vol. 90 p. 210 u. 211 (1880).

2) Dieser Satz lautet: „Alle Körper können sich miteinander mengen, sobald der Druck einen gewissen Werth übersteigt“ (v. d. Waals a. a. O. p. 142—146). Der Versuch, aus welchem dieser Satz abgeleitet worden ist, besteht darin, dass man ein Gasgemisch — welches bei den Versuchen von Cailletet aus 5 Vol. Kohlensäure und 1 Vol. Luft und bei den Versuchen von v. d. Waals, aus 9 Vol. CO_2 und 1 Vol. Luft oder aus 7 Vol. CO_2 und 3 Vol. CLH bestand — comprimirt, bis ein Theil des Gemisches flüssig wird. Diese Flüssigkeit ist nichts anderes als stark mit anderem Gase gesättigte Kohlensäure. Wird das Comprimiren weiter fortgesetzt, so verschwindet der Meniscus und die Röhre sieht homogen aus. Aus diesem Versuche folgt aber nicht, dass die Flüssigkeit sich im Gas zu einem homogenen Ganzen aufgelöst hat. Denn lässt man jetzt den Druck — wie ich es neulich gezeigt habe — langsam abnehmen, so wird ein neuer Meniscus auf einer viel höheren Stelle der Glasröhre, in welcher der Versuch gemacht wird, sichtbar und man bemerkt auf der alten Flüssigkeit jetzt eine neue Flüssigkeit, welche ein ganz anderes optisches Verhalten zeigt und durch eine scharfe Meniscusfläche von der ursprünglichen Flüssigkeit getrennt ist. Die neu hinzugekommene Flüssigkeit hat eine andere Zusammensetzung. Nachdem die beiden Flüssigkeiten einige Zeit getrennt bleiben, beginnen von der Trennungsfläche Bläschen aufzusteigen, wodurch zum Schluss aus beiden Flüssigkeiten eine homogene Flüssigkeit entsteht.

Die also bei der Druckzunahme verschwundene Flüssigkeit hat sich nicht nur in dem auf ihr lagernden Gase nicht aufgelöst und mit ihm nicht gemengt, sondern sie hat ihre Meniscusfläche vollständig erhalten und ist von der neu zugekommenen Flüssigkeit während der ganzen Zeit der Nichtsichtbarkeit getrennt beblieben. Näheres darüber in meiner Abhandlung „Ueber das Verhalten der flüssigen atmosphärischen Luft“ Sitzb. der kais. Akad. der Wissensch. Bd. 92 S. 639 (1885); auch Wied. Ann. Bd. 26 S. 134 (1885).

Digitized by Google

mithin die Flüssigkeit bei gewöhnlicher Temperatur in den Cagniard de la Tour'schen Zustand überzuführen[1]), wie auch von der daraus abgeleiteten Schlussfolgerung, man könne eine Flüssigkeit bei hinreichend hohem Gasdruck durch Zuführen einer beliebig kleinen Wärmemenge verdampfen[2]). Alle diese Behauptungen beruhen, wie gesagt, auf der Verwechslung des optischen Verschwindens des Meniscus mit der Verwandlung der Flüssigkeit in Gas.

Auch können die Versuche von Hannay und Hogarth über die angebliche Löslichkeit fester Körper in Gasen — soweit ich diese Versuche aus dem in den Beiblättern zu Wied. Ann. Bd. 4 S. 335 u. 336 1880) befindlichen Referate beurtheilen kann — sehr einfach erklärt werden. Wenn die englischen Verfasser finden, dass der in einer Flüssigkeit gelöste feste Körper — so lange der hinreichende Druck herrscht — selbst bei um 130° höherer Temperatur als der kritische Punkt gerade wie vorher in der Lösung festgehalten wird und erst bei plötzlicher Erniedrigung des Druckes in Gestalt von Schnee fällt oder sich an der Glaswand festsetzt, so ist dies nur die Folge davon, dass die Dichtigkeit des Lösungsmittels bei dieser Temperatur kleiner als die kritische noch nicht geworden ist. Der Körper blieb also noch immer in der Flüssigkeit aufgelöst und erst nachdem durch die Druckabnahme die Flüssigkeit zu Gas wurde, fand die Ausscheidung des festen Körpers statt.

Die Betrachtung des Diagramms führt uns noch zu einer interessanten Consequenz.

Herr Hofrath Stefan hat bereits vor einem Jahre gezeigt, dass, wenn eine Flüssigkeit unter dem Drucke ihres gesättigten Dampfes sich befindet und durch eine scharf sichtbare Meniscusfläche vom Dampf getrennt ist, dessenungeachtet ein continuirlicher Uebergang in der Grenzschicht zwischen Flüssigkeit und Dampf vorhanden sein müsse.

Ein Blick auf das Diagramm bestätigt dies auf das Vollständigste. Nehmen wir an, wir hätten im geschlossenen Raume flüssige Kohlensäure unter dem Drucke ihres gesättigten Dampfes. Es sei die Temperatur, bei welcher wir diese Betrachtungen anstellen wollen, gleich 0° C. Dann ist die Dichte der Flüssigkeit gleich 0,925 und diejenige

1) Kundt, Wied. Ann. Bd. 12 S. 549 (1881), auch S. 540, wo der von Cailletet beschriebene Versuch mit dem Verschwinden des Meniscus zur Grundlage für die ganze Betrachtung genommen wird.

2) Kundt, a. a. O. S. 550. Dass die Kundt'schen Versuche anders aufgefasst werden müssen und ihre Erklärung in der von mir angegebenen Beziehung zwischen den Absorptions- und Capillaritätserscheinungen finden, habe ich noch im Jahre 1882 gezeigt. C. R. vol. 95 p. 284—287, 342 u. 343 (1882).

Digitized by Google

des gesättigten Dampfes 0,0879 [1]). Da sowohl die Flüssigkeit wie das Gas unter demselben Drucke stehen, so sind die beiden Punkte auf dem Diagramm, welche diese beiden Zustände der Kohlensäure angeben, unmessbar nahe von einander entfernt, sie befinden sich aber auf den entgegengesetzten Seiten der Hauptcurve des Diagramms und zwischen ihnen gehen nebeneinander, sich an diese Curve anschliessend, sämmtliche Isopyknen von 0,925 an bis 0,0879. Wird jetzt das Volumen des geschlossenen Raumes verkleinert, so wird ein Theil des Dampfes von der Dichtigkeit 0,0879 in die Flüssigkeit von der Dichtigkeit 0,925 verwandelt. Damit aber diese Verwandlung geschehe, muss der betreffende Theil der Substanz aus dem Punkte, welcher auf dem Diagramm unterhalb der Hauptcurve liegt, zum Punkte, welcher auf der entgegengesetzten Seite dieser Curve sich befindet, hinübergeführt werden. Er muss bei dieser Ueberführung sämmtliche dazwischen liegenden Isopyknen schneiden. Mit anderen Worten, so lange die Verflüssigung dauert, wird in der Trennungsschicht zwischen Flüssigkeit und Gas kein sprungweiser, sondern ein continuirlicher Uebergang der Dichtigkeit vorhanden sein. Nun ist aber ebenso leicht zu zeigen, dass derselbe Zustand in der Grenzschicht vorhanden sein muss, wenn der geschlossene Raum unverändert bleibt, oder wenn die Flüssigkeit in einem offenen Raume verdampft.

Die Dicke dieser Grenzschicht, in welcher der continuirliche Uebergang der Dichtigkeit herrscht, muss, wie es sich aus diesen Betrachtungen ergibt, unmessbar klein sein und nur Dank diesem Zustande ist die Flüssigkeit durch die sichtbare Meniscusfläche von dem auf ihr liegenden Dampfe getrennt.

---

1) Nach Cailletet und Mathias, a. a. O.

Digitized by Google

Geometrische Untersuchung über die Drehung der Polarisationsebene im magnetischen Felde[1]).

Von

M. Sternberg.

E. v. Fleischl hat im Jahre 1884 als sehr wahrscheinlich nachgewiesen[2]), dass die Wellenfläche des Lichtes im homogenen magnetischen Felde aus zwei einander schneidenden Umdrehungsflächen bestehe, als welche in der Axe gegen einander verschobene Rotationsellipsoide von sehr kleiner Excentricität anzunehmen wären. Kurz darauf hat Cornu eine Ableitung der Wellenfläche veröffentlicht[3]). Er erklärt das Cosinusgesetz Verdet's allein für nicht hinreichend, um daraus die Gleichung derselben zu bestimmen, und stützt sich noch auf ein weiteres von ihm[4]) aufgestelltes Gesetz. Er kommt zu dem Resultate, dass die fragliche Fläche aus zwei gegen einander verschobenen Kugeln besteht.

Die Form indess, in der Cornu das Cosinusgesetz verwendet hat, enthält eine Vernachlässigung, welche auf das Resultat von wesentlichem Einflusse ist. Es dürfte daher vielleicht nicht überflüssig sein, eine abermalige Untersuchung des Gegenstandes von einem etwas allgemeineren Gesichtspunkte aus und auf einem anderen Wege zu versuchen.

Wir nehmen an, es durchsetze ein Strahl linear polarisirten, monochromatischen Lichtes irgend ein drehendes homogenes Medium. Die Wellennormale des Lichtstrahls bilde mit den Richtungen der Axen eines rechtwinkeligen Coordinatensystems im Raume bezw. die Winkel φ, ψ und χ. Die Dicke der durchstrahlten Schichte drehender Substanz, in der Richtung der Wellennormale gemessen, sei δ.

---

1) Vom Herrn Verf. mit einigen Zusätzen mitgetheilt aus Wiener Sitzb. Bd. 94 S. 95, Juli 1886.

2) v. Fleischl, Sitzb. der k. Akad. d. Wissensch. Wien Bd. 90, II. Abth. S. 1151.

3) Cornu, C. R. vol. XCIX p. 1045.

4) Cornu, C. R. vol. XCII p. 1365.

Digitized by Google

Dann lässt sich das Gesetz, nach welchem die Polarisationsebene des Lichtstrahls beim Austritte um den Winkel ω gedreht ist, jedenfalls ausdrücken durch

$$\omega = 2\delta \cdot f(\varphi\psi\chi). \tag{1}$$

Nach der Theorie von Fresnel besteht nun zwischen ω und den Wellenlängen λ' und λ'' der beiden circular polarisirten Strahlen, in welche der linear polarisirte Lichtstrahl zerlegt werden muss, damit eine Drehung der Polarisationsebene erzeugt werde, die Beziehung

$$\omega = \pi\delta\left(\frac{1}{\lambda''} - \frac{1}{\lambda'}\right).$$

Also ist mit Rücksicht auf Gl. 1

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda''} - \frac{1}{\lambda'}\right) = \frac{f(\varphi\psi\chi)}{\pi}.$$

Wir setzen

$$\frac{f(\varphi\psi\chi)}{\pi} = \frac{1}{F(\varphi\psi\chi)},$$

somit

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda''} - \frac{1}{\lambda'}\right) = \frac{1}{F(\varphi\psi\chi)}.$$

Da diese Gleichung sich auf physikalische Verhältnisse bezieht, so muss sie homogen sein, also muss

$$F(\varphi\psi\chi) = \varrho \tag{2}$$

sein, worin ϱ eine Strecke bedeutet.

Man erhält so die Gleichung

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda'} + \frac{1}{-\lambda''}\right) = \frac{1}{-\varrho} \tag{3a}$$

und diese lässt sich nunmehr in sehr einfacher Weise geometrisch interpretiren.

Wird im Punkte O (Fig. 1) zu einer bestimmten Zeit das Gleichgewicht des Lichtäthers gestört, so hat die Bewegung in der Richtung der Wellennormale N eines Lichtstrahles L nach der Zeit τ einer Schwingung die Wege

$$OP' = \lambda'$$

für den einen circular polarisirten Theilstrahl und $OP'' = \lambda''$ für den entgegengesetzt circular po-

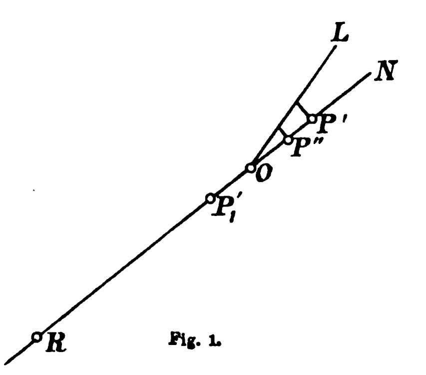


Fig. 1.

larisirten Strahl zurückgelegt. Man trage nun die Strecke OP'' in entgegengesetzter Richtung als $OP'_1 = -\lambda''$ von O aus ab. Alsdann bestimmt $-\varrho = OR$ nach Gl. 3a einen Punkt R, welcher so gelegen ist, dass die Punkte O und R durch P' und P'_1 **harmonisch** getheilt werden.

Die Gl. 3a kann ferner auch geschrieben werden

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{-\lambda'} + \frac{1}{\lambda''}\right) = \frac{1}{\varrho}. \tag{3b}$$

Trägt man OP' nach der anderen Seite als $OP''_1 = -\lambda'$ auf (vergl. Fig. 2), so gibt diese Gleichung die Entfernung ϱ eines in positiver Richtung von O gelegenen Punktes R_1, welcher zu O in Bezug auf P'' und P''_1 harmonisch conjugirt ist.

Betrachtet man jetzt die Gesammtheit der von O ausgehenden ebenen Lichtwellen, so erfüllen diese vierten harmonischen Punkte R und R_1 der Wellennormalen eine Fläche. Ihre Gleichung in Polarcoordinaten für O als Pol drückt Gl. 2 aus.

Da die Function F der reciproke Werth von f mal einem constanten Factor ist, und f das Gesetz der Drehung enthält, so gibt die Form dieser Fläche für ein Medium das Gesetz der Drehung in demselben an. Die linearen Parameter der Fläche sind proportional der Zeit, die Werthe derselben für eine bestimmte Zeiteinheit, z. B. für die Zeitdauer einer Schwingung, geben daher ein Maass für das Drehungsvermögen des Mediums im absoluten Maasssystem. Diese Fläche, durch welche somit die Drehung in einem Medium vollkommen bestimmt ist, möge „Drehungsfläche heissen[1]).

Für eine drehende Flüssigkeit ist der Drehungswinkel ω für jede Richtung derselbe; F ist folglich eine Constante und die Gl. 2 der „Drehungsfläche" bezeichnet in diesem Falle eine Kugel. Sie ist concentrisch mit den Kugeln der Wellenoberfläche[2]). Zwischen ihrem Radius ϱ für die Zeit τ und dem specifischen Drehungsvermögen $[\varrho]$ besteht die Beziehung

$$\varrho \cdot [\varrho] = 360.$$

1) Diese Betrachtung lässt sich auf nichthomogene drehende Medien ausdehnen, wenn man unter die Coordinaten der Wellennormale N die Länge des Perpendikels aufnimmt, das aus dem Ursprunge auf N gefällt wird, und wenn die Grösse δ ein Wegelement der Lichtwelle von solcher Kleinheit bedeutet, dass die Geschwindigkeit innerhalb desselben constant bleibt.

2) v. Fleischl, Sitzb. Bd. 90, II. Abth. S. 478.

Digitized by Google

Für das homogene magnetische Feld hat bekanntlich Verdet das Gesetz aufgestellt, dass die Drehung, welche die Polarisationsebene eines linear polarisirten Lichtstrahls beim Durchgange durch ein Feld von constanter Intensität erleidet, dem Cosinus des Winkels zwischen der Richtung des Lichtstrahls und der Richtung der Kraftlinien proportional ist.

Wäre nun zwischen den Richtungen von Strahl und Wellennormale eine merkliche Abweichung vorhanden, so müsste ein Lichtstrahl, der aus Luft senkrecht auf die Oberfläche des der magnetischen Wirkung unterworfenen Mediums einfällt, bei seinem Wideraustritte eine Parallelverschiebung zeigen. Eine solche ist aber bis jetzt nicht nachgewiesen worden. Es ist also der Winkelunterschied zwischen Lichtstrahl und Wellennormale ein sehr geringer, und daher die Annahme gestattet,

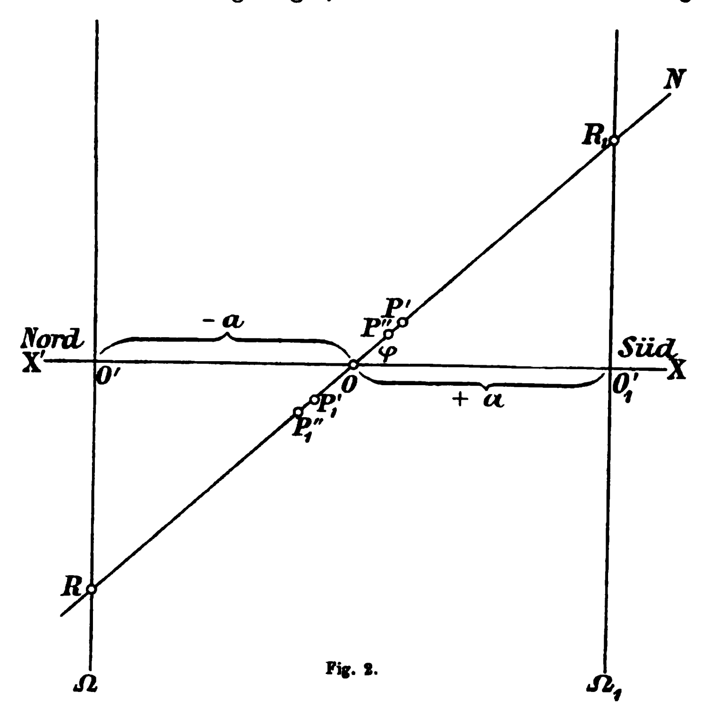


Fig. 2.

dass das Verdet'sche Gesetz sich auf den Winkel zwischen Wellennormale und Richtung der Kraftlinien beziehe — eine Annahme, welche auch Cornu stillschweigend seiner Ableitung der Wellenfläche zu Grunde gelegt hat.

Unter dieser Voraussetzung lässt sich nun die „Drehungsfläche" bestimmen. Ist ω der Drehungswinkel, δ die Dicke der drehenden Schichte, m eine Constante, so ist

$$\omega = 2\delta m \cos\varphi,$$

Digitized by Google

daher

$$F(\varphi\psi\chi) = \frac{\pi}{m \cos \varphi},$$

wenn die X-Axe in die Richtung der Kraftlinien gelegt wird. Die Gleichung der „Drehungsfläche“ für die Zeit τ ist also

$$\varrho = \frac{\pi}{m \cos \varphi}$$

und, da die Gleichung homogen sein muss, ist

$$\frac{\pi}{m} = a$$

zu setzen, worin a eine Strecke bedeutet.

Hat der Lichtstrahl die Richtung Nord-Süd, so ist die Wellenlänge $OP' = \lambda'$ des rechts circular polarisirten Theilstrahls grösser als die des links circularen, a ist folglich nach Gl. 3 negativ zu nehmen. Für die umgekehrte Richtung ist a positiv.

Die vollständige Gleichung der Drehungsfläche ist demnach

$$\varrho = \pm \frac{a}{\cos \varphi} \tag{4}$$

d. i. die Gleichung zweier auf die Richtung der Kraftlinien senkrechten Ebenen.

Ihre Tracen auf einer durch Wellennormale und X-Axe gelegten Ebene stellen Ω und Ω_1 in Fig. 2 dar.

Man kann demnach das Cosinusgesetz Verdet's folgendermaassen geometrisch interpretiren:

„Geht ein Strahl linear polarisirten Lichtes von einem Punkte eines homogenen magnetischen Feldes aus, so wird er in zwei circular polarisirte Strahlen von solchen Geschwindigkeiten zerlegt, dass die Wege der beiden Wellen in einer beliebigen Zeit, in entgegengesetzter Richtung vom Anfangspunkte aus auf der Wellennormale aufgetragen, zwei Paare von Punkten bestimmen, welche durch den Anfangspunkt der Lichtbewegung und durch die Schnittpunkte der Wellennormale mit zwei zur Richtung der Kraftlinien senkrechten Ebenen harmonisch getheilt werden. Beide Ebenen haben gleichen Abstand vom Ausgangspunkte des Strahls und dieser Abstand ist der Zeit proportional“.

Ist also für eine Schichte einer Substanz von der Dicke δ bei einer gewissen Intensität des magnetischen Feldes eine Drehung ω beobachtet worden, so ist nach der Fresnel'schen Theorie in Graden

Digitized by Google

$$\omega = 180\delta\left(\frac{1}{\lambda''} - \frac{1}{\lambda'}\right)$$

nach Gl. 3 und 4

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\lambda''} - \frac{1}{\lambda'}\right) = \frac{1}{a : \cos\varphi} \tag{5}$$

demnach

$$\omega = 360\,\frac{\delta}{a}\cos\varphi. \tag{6}$$

Um ein Beispiel zu geben, seien die von Cornu (Compt. rend. vol. CII, p. 5) mitgetheilten Messungen benutzt. Es wurde eine concentrirte Jodquecksilberjodkaliumlösung in einer Röhre von $20{,}39^{cm}$ Länge und Natriumlicht verwendet. Auf dieselbe Intensität des magnetischen Feldes reducirt, berechnet sich der mittlere Werth von $\frac{\omega}{\cos\varphi}$ aus den Angaben mit 87,3172, es war also der Abstand beider Ebenen der „Drehungsfläche" nach einer Oscillationsdauer

$$2a = 720 \cdot 20{,}39 \cdot 87{,}3172^{cm} = 12818{,}86^{m}.$$

Es ist somit der Abstand sehr gross, wie es ja sein muss, weil der zu R harmonisch conjugirte Punkt O wegen der ausserordentlich kleinen Differenz $\lambda' - \lambda''$ der Mitte von $P'P'_1$ sehr nahe liegt.

Geht also eine Gleichgewichtsstörung im Lichtäther von einem Punkte O des homogenen magnetischen Feldes aus, so ist die Bewegung nach einer beliebigen Zeit auf jeder durch O gelegten Wellennormale in vier Punkten $P'P''P'_1P''_1$ angelangt, welche die vorhin erörterte Beziehung verknüpft. Der geometrische Ort dieser Punkte P ist die „Surface of wave slowness" Hamilton's. Dieselbe ist in unserem Falle offenbar eine Rotationsfläche, deren Axe in der Richtung der Kraftlinien liegt, und es genügt daher, einen Schnitt mit einer durch die Axe gelegten Ebene zu untersuchen. Die so entstandene Curve bestimmt auf jeder durch O gezogenen Geraden vier Punkte. Ihre Polargleichung für O als Pol ist daher in ϱ vom vierten Grade:

$$\varrho^4 + A\varrho^3 + B\varrho^2 + C\varrho + D = 0,$$

worin die Coefficienten Functionen von φ sind. Fassen wir zunächst die Zeit τ einer Schwingungsdauer ins Auge, so sind die Wurzeln dieser Gleichung

$$\lambda'\lambda'' - \lambda' - \lambda'',$$

also ist

$$A = 0,\; B = -(\lambda'^2 + \lambda''^2),\; C = 0,\; D = (\lambda'\lambda'')^2.$$

Digitized by Google

Es ist demnach B eine negative Grösse, D ein vollständiges Quadrat, um die Gleichung ist

$$\varrho^4 - P\varrho^2 + Q^2 = 0.$$

Diese Gleichung ist aber das Product der beiden folgenden

$$\varrho^2 - \varrho\sqrt{P - 2Q} - Q = 0 \tag{7a}$$

$$\varrho^2 + \varrho\sqrt{P - 2Q} - Q = 0. \tag{7b}$$

Die fragliche Curve besteht somit aus zwei Curven. Sie können in einer Gleichung geschrieben werden

$$\varrho^2 \mp \varrho\sqrt{P - 2Q} - Q = 0.$$

Die Wurzeln von Gl. 7a sind λ' und $-\lambda''$, die von Gl. 7b sind $-\lambda'$ und λ''; es gehören also die Punkte P' und P_1' der Curve Gl. 7a an, P'' und P_1'' der Curve Gl. 7b. Es ist aus Gl. 7

$$\varrho = \tfrac{1}{2}\left[\pm\sqrt{P - 2Q} \pm \sqrt{P + 2Q}\right]$$

also

$$\left.\begin{aligned} \lambda' &= \tfrac{1}{2}\left[\sqrt{P - 2Q} + \sqrt{P + 2Q}\right] \\ \lambda'' &= \tfrac{1}{2}\left[-\sqrt{P - 2Q} + \sqrt{P + 2Q}\right] \end{aligned}\right\} \tag{7c}$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda' - \lambda'' &= \sqrt{P - 2Q} \\ \lambda'\lambda'' &= Q \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Die Wurzeln von Gl. 7 sind der in Gl. 5 ausgesprochenen Bedingung unterworfen, mit Rücksicht auf Gl. 5 und 8 geht daher die Gleichung der Curve Gl. 7 über in

$$\varrho^2 \mp \varrho \cdot \frac{2Q}{a}\cos\varphi - Q = 0 \tag{9}$$

worin Q nunmehr eine noch unbekannte Function von φ ist. Die Gleichung stellt ein Paar von congruenten Curven dar, welche sich nur durch das Vorzeichen von a unterscheiden.

Betrachten wir der Einfachheit halber zunächst nur die dem oberen Vorzeichen entsprechende Curve, so gehören derselben die Punkte P' und P_1' an. Damit eine solche krumme Linie der Gl. 9 genüge und damit sie ferner physikalisch brauchbar sei, muss sie folgende Eigenschaften haben:

I. Sie muss auf jeder durch einen festen Punkt O gezogenen Transversalen, zwei und nur zwei von einander verschiedene Punkte so bestimmen, dass dieselben durch den Punkt O und den Schnittpunkt der Transversalen mit einer festen, in endlicher Entfernung gelegenen Geraden Ω harmonisch getheilt werden.

Digitized by Google

II. Sie muss eine um O geschlossene Curve sein.

III. Sie muss symmetrisch zur X-Axe liegen.

Man sieht sofort, dass zweifach unendlich viele Büschel von Ellipsen diesen Bedingungen genügen. Denn nimmt man auf irgend einer durch O gezogenen Geraden T einen Punkt P' beliebig an (Fig. 3), so ist auch der symmetrisch zu P' in Bezug auf die X-Axe gelegene Punkt (P') ein Punkt der Curve, ebenso P_1' als vierter harmonischer Punkt zu ROP', und der symmetrische Punkt (P_1'). Nun hat jeder Kegelschnitt des durch diese vier Punkte bestimmten Büschels eine Hauptaxe auf XX', liegt also zu dieser Geraden symmetrisch,

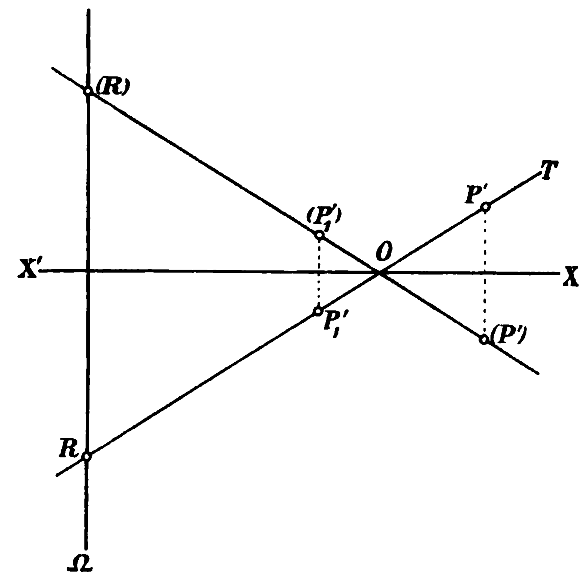


Fig. 3.

und es sind für jeden Kegelschnitt des Büschels O und Ω Pol und Polare; somit schneidet jede durch O gelegte Transversale T_t jede Ellipse des Büschels in einem durch O und den Schnittpunkt von T_t und Ω harmonisch getrennten Punktepaar.

Es sind also unter den durch die Gl. 9 dargestellten Curven die Kegelschnitte enthalten. Es fragt sich nun, ob auch andere Curven, welche durch diese Gleichung repräsentirt sind, den aufgestellten Bedingungen genügen. Wir beschränken uns auf algebraische Curven.

Es ist zunächst klar, dass die Ordnung der Curve eine gerade Zahl sein muss; denn Curven von ungerader Ordnung haben stets mindestens einen unendlichen Ast.

Um die verschiedenen Möglichkeiten zu überblicken, lassen sich folgende drei Fälle unterscheiden:

Digitized by Google

1. O ist kein Punkt der Curve.
2. O ist ein vielfacher Punkt der Curve von der Ordnung $k < n - 2$.
3. O ist ein $(n-2)$-facher Punkt der Curve.

Wenn O der Curve nicht angehört, so enthält jede Transversale durch On, von diesem Punkte verschiedene Punkte der Curve. Es sollen nun bloss zwei Punkte P' und P'_1 verzeichenbar sein. Die restlichen $(n-2)$ Punkte können alsdann reell oder imaginär sein. Sind sie sämmtlich reell und dürfen sie zugleich nicht von P' und P'_1 verschieden sein, so müssen sie entweder mit P' und P'_1 oder mit R paarweise zusammenfallen. In diesem Falle besteht also die Curve n^{ter} Ordnung aus einem mehrfach zu zählenden Kegelschnitte und der mehrfach gezählten Geraden Ω.

Sind die übrigen $(n-2)$ Punkte theilweise oder sämmtlich imaginär, so sind eigentliche Curven höherer Ordnung möglich, welche die geforderten Bedingungen erfüllen. Ein solcher Fall wird später betrachtet werden.

Ebenso gibt es krumme Linien höheren Grades, wenn O ein vielfacher Punkt von geringerer als der $(n-2)^{\text{ten}}$ Ordnung ist. Dann muss die Anzahl der durch O gehenden Curvenzweige eine gerade Zahl sein und O für jeden ein Inflexionspunkt, d. h. ein jeder Zweig muss eine ungerade Anzahl unendlich naher Punkte in O enthalten.

Für den Fall endlich, dass O ein $(n-2)$-facher Punkt der Curve ist, kann die Function Q in Gl. 9 bestimmt werden.

Es lässt sich zunächst beweisen, dass O ein isolirter Punkt sein muss. Denn hätte O eine reelle Tangente Θ, so würde dieselbe mit der Curve ausser den $(n-2)$ in O vereinigten Punkten noch einen unendlich nahen, im Ganzen also $(n-1)$ Punkte in O gemeinsam haben. Θ soll die Curve in einem, durch O und den Schnittpunkt von Θ mit einer festen Geraden Ω harmonisch getrennten Punktepaar schneiden; nun fiele aber ein Punkt dieses Paares mit O zusammen, folglich müsste auch der andere, der n^{te} Schnittpunkt von Θ mit der Curve in O liegen. Dann würde sich also in der Richtung der Geraden Θ gar keine Lichtwelle forpflanzen. Es kann demnach der Punkt O keine reellen Tangenten besitzen, d. h. er muss ein isolirter Punkt sein.

Die Gleichung der Curve in rechtwinkeligen Coordinaten für O als Anfangspunkt lautet demnach

$$u^{(n)}(xy) + u^{(n-1)}(xy) + u^{(n-2)}(xy) = 0 \tag{10}$$

worin die u ganze rationale homogene Functionen n^{ten}, $(n-1)^{\text{ten}}$, $(n-2)^{\text{ten}}$ Grades von x und y sind. Damit die Curve geschlossen sei, müssen ihre durch die Gleichung

Digitized by Google

$$u^{(n)}(xy) = 0$$

dargestellten Asymptoten sämmtlich imaginär sein; die Curve muss des Ferneren symmetrisch zur X-Axe liegen, also darf y nur in geraden Potenzen vorkommen, folglich muss $u^{(n)}(xy)$ sich zerlegen lassen

$$u^{(n)}(xy) = M(y^2 + \alpha_1 x^2)(y^2 + \alpha_2 x^2) \ldots (y^2 + \alpha_{1/2 n} x^2)$$

worin die α positive Zahlen sind. Damit O ein isolirter Punkt der Curve sei, muss die Gleichung

$$u^{(n-2)}(xy) = 0,$$

welche seine Tangenten gibt, nur imaginäre Wurzeln besitzen, d. h. es muss

$$u^{(n-2)}(xy) = N(y^2 + \beta_1 x^2)(y^2 + \beta_2 x^2) \ldots (y^2 + \beta_{1/2(n-2)} x^2)$$

sein, worin die β positiv sind.

Es sei nun die Gleichung einer beliebigen Transversalen durch O

$$y = mx \tag{11}$$

so sind die Abscissen ihrer beiden Schnittpunkte P und P_1 mit der Curve gegeben durch

$$x_i^2 + \frac{u^{(n-1)}(1\,m)}{u^{(n)}(1\,m)} x_i + \frac{u^{(n-2)}(1\,m)}{u^{(n)}(1\,m)} = 0.$$

Die Abscisse des zu O harmonisch conjugirten Punktes R ist

$$x = \frac{2x_1 x_2}{x_1 + x_2}.$$

Setzt man in diese Gleichung die Werthe für Summe und Product der bezifferten x aus der vorhergehenden ein und substituirt den Werth für m aus Gl. 11, so ist die Gleichung des Ortes von R

$$x \cdot u^{(n-1)}\left(1\,\frac{y}{x}\right) + 2u^{(n-2)}\left(1\,\frac{y}{x}\right) = 0$$

oder

$$u^{(n-1)}(xy) + 2u^{(n-2)}(xy) = 0.$$

Dieser Ort[1]) soll nun die Gerade $x \pm a = 0$ sein, also muss $u^{(n-2)}$ in $u^{(n-1)}$ enthalten sein demnach

$$u^{(n-1)}(xy) + 2u^{(n-2)}(xy) = A(x \pm a)\,u^{(n-2)}(xy),$$

daher die Gleichung der Curve

$$u^{(n-1)}(xy) + [A(x \pm a) - 1] \cdot u^{(n-2)}(xy) = 0$$

1) Die Gleichung desselben ist eine Verallgemeinerung der in Salmon-Fiedler, Analyt. Geometrie d. höh. ebenen Curven. Leipzig 1882. Art. 246 für den Fall der Curve vierter Ordnung Gegebenen.

Digitized by Google

oder mit Rücksicht auf die Werthe von $u^{(n)}$ und $u^{(n-2)}$

$$(y^2+\alpha_{1/_2 n}\,x^2)-R\,\frac{(y^2+\beta_1 x^2)\;.\;.\;.\;(y^2+\beta_{1/_2(n-2)}\,x^2)}{(y^2+\alpha_1 x^2)\;.\;.\;.\;(y^2+\alpha_{1/_2(n-2)}\,x^2)}\,[C(x\pm a)-D]=0.$$

Die Curve muss aber auch durch die Gl. 9 ausgedrückt sein. Durch Transformation auf rechtwinkelige Coordinaten geht diese über in

$$(y^2+x^2)-Q\left(1\pm\frac{2x}{a}\right)=0.$$

Die Identificirung der beiden Ausdrücke ergibt

$$Q=R\,\frac{(y^2+\beta_1 x^2)(y^2+\beta_2 x^2)\;.\;.\;.\;(y^2+\beta_{1/_2(n-2)}\,x^2)}{(y^2+\alpha_1 x^2)(y^2+\alpha_2 x^2)\;.\;.\;.\;(y^2+\alpha_{1/_2(n-2)}\,x^2)}$$

woraus die entsprechende Form für die Polarcoordinaten folgt. Die Schnittpunkte mit der Ordinatenaxe sind durch

$$y^2=R$$

gegeben; demnach muss R eine positive Grösse sein; und da es ferner von der zweiten Dimension sein muss, ist die Gleichung der Curve

$$(y^2+x^2)(y^2+\alpha_1 x^2)\;.\;.\;.\;(y^2+\alpha_{1/_2(n-2)}\,x^2)-c^2\left(1\pm\frac{2x}{a}\right)(y^2+\beta_1 x^2)\;.\;.\;.$$
$$(y^2+\beta_{1/_2(n-2)}\,x^2)=0.$$

Diese Curve darf ausser den $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)$ Doppelpunkten in O, welche dem $(n-2)$-fachen Punkte daselbst äquivalent sind, nach Bedingung I. keinen weiteren reellen Doppelpunkt besitzen. Es sind aber nach der Lehre von der harmonischen Theilung ihre sämmtlichen Schnittpunkte mit der Geraden Ω Doppelpunkte, und umgekehrt liegen ihre sämmtlichen Doppelpunkte auf dieser Geraden. Die n Schnittpunkte derselben mit der Curve müssen also paarweise zusammenfallen; da sie ferner symmetrisch zur Abscissenaxe liegen sollen, muss n durch 4 theilbar sein. Das Geschlecht der Curve ist somit

$$D=\frac{(n-1)(n-2)}{2}-\frac{(n-2)(n-3)}{2}-\frac{n}{2}=\frac{1}{2}(n-4).$$

Die Ordinaten der imaginären Doppelpunkte gibt Gl. 12 für

$$x=\mp a. \tag{13}$$

Die Resultante von Gl. 12 und 13 muss daher ein vollständiges Quadrat sein. Damit sind nun Beziehungen zwischen ihren Coefficienten gegeben, aus denen sich die α und β für jede Curve bestimmen lassen. Und es hängt umgekehrt die Aufsuchung der imaginären Doppelpunkte von der Auflösung der Gleichung ab, welche der grösste gemeinschaftliche Theiler der Resultante und ihrer ersten Derivirten, gleich Null

Digitized by Google

gesetzt ergibt. Es ist diese Aufgabe demnach für die hierher gehörigen Curven bis einschliesslich der sechzehnten Ordnung algebraisch lösbar.

So muss beispielsweise für die Curve vierter Ordnung[1])

$$(y^2 + x^2)(y^2 + \alpha x^2) - c^2 \left(1 \pm 2\frac{x}{a}\right)(y^2 + \beta x^2) = 0$$

für die Substitution $x = \mp a$ die Discriminante verschwinden, also

$$[a^2(\alpha + 1) + c^2] - 4a^2(a^2\alpha + c^2\beta) = 0,$$

und die Ordinaten der imaginären Doppelpunkte sind

$$y = \pm \sqrt{-\tfrac{1}{2}[a^2(\alpha + 1) + c^2]}.$$

Es kann somit die Wellengeschwindigkeitsfläche auch durch die Umdrehung eines Paares von Curven erzeugt werden, welche von der $4\nu^{\text{ten}}$ Ordnung und vom Geschlechte $2(\nu - 1)$ sind, in der Axe, innerhalb des von der Curve umschlossenen Raumes eines isolirten, $(4\nu - 2)$-fachen Punkt enthalten, der eine harmonische Polargerade besitzt.

Die Entscheidung nun, welche von den möglichen krummen Linien in Wirklichkeit der Hamilton'schen Fläche entspricht, erfordert die Kenntniss mindestens noch einer Erfahrungsthatsache über das optische Verhalten des magnetischen Feldes. Das von Cornu aufgestellte Gesetz

$$v' + v'' = 2v \tag{14}$$

worin v', v'' die Geschwindigkeiten der beiden circular polarisirten Wellen, v die Geschwindigkeit im Medium ohne die Einwirkung des Magneten bedeuten, — könnte dies leisten, ist jedoch mit dem Cosinusgesetze unvereinbar.

Sucht man nämlich auf Grund dieser beiden Relationen die Wellengeschwindigkeitsfläche für die Zeit τ, so erhält man die Gleichung des Durschnittes mit einer durch die Rotationsaxe gelegten Ebene auf folgende Weise. Man setzt

$$v\tau = \lambda,$$

dann wird aus Gl. 14

$$\lambda' + \lambda'' = 2\lambda. \tag{14a}$$

Soll die Curve dem Cosinusgesetze genügen, so muss ihre Gleichung die Form Gl. 9 haben

$$\varrho^2 \mp \varrho \cdot \frac{2Q}{a}\cos\varphi - Q = 0.$$

---

1) Die erörterte Curve vierter Ordnung ist von der sechsten Klasse; der isolirte Punkt O ist zugleich ein doppelter Wendepunkt. Einiges Weitere über dieselbe folgt aus dem von Bobek, Wiener Sitzb. Bd. 80, II Abth. S. 382 f. Gegebenen.

Digitized by Google

Nach ϱ aufgelöst, erhält man als Wellenlängen — vergl. Gl. 7c

$$\lambda' = \frac{Q}{a}\cos\varphi + \sqrt{\frac{Q^2}{a^2}\cos^2\varphi + Q}$$

$$-\lambda'' = \frac{Q}{a}\cos\varphi - \sqrt{\frac{Q^2}{a^2}\cos^2\varphi + Q}.$$

Also durch Subtraction und Quadrirung mit Rücksicht auf Gl. 14a

$$\lambda^2 = \frac{Q^2}{a^2}\cos^2\varphi + Q$$

$$Q = \frac{a^2}{2\cos^2\varphi}\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\lambda^2}{a^2}\cos^2\varphi}\right) \tag{15}$$

$$\varrho = \pm\frac{a}{2\cos\varphi}\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\lambda^2}{a^2}\cos^2\varphi}\right) \tag{16}$$

Das negative Wurzelzeichen ist unbrauchbar, weil ϱ für dasselbe bei $\varphi = 90^0$ unendlich würde. Gl. 16 ist zwar schon die Gleichung der gesuchten Curve; um dieselbe jedoch in einer bequemeren Form zu erhalten, transformirt man Gl. 9 auf rechtwinkelige Coordinaten und substituirt Q aus Gl. 15 mit positivem Wurzelzeichen.

Nach Ausführung einiger Reductionen ist die Gleichung des gesuchten Curvenpaares

$$x^2 + y^2 = \lambda^2\left(\frac{2x \pm a}{x \pm a}\right)^2.$$

Es sind Curven, welche unendliche Aeste mit den Asymptoten $x \pm a = 0$ besitzen, also nicht brauchbar sind.

Verwendet man hingegen das Cosinusgesetz, statt wie in Gl. 5 in der angenäherten Form

$$v' - v'' = c\cos\varphi,$$

wie dies Cornu gethan hat, so geht die harmonische Relation und damit der Zusammenhang mit der Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten etc. verloren. Es kann somit eine solche Entscheidung vorläufig nicht getroffen werden.

Es ist indessen sehr wohl möglich, ja wahrscheinlich, wie der Entdecker selbst zugibt, dass das Cornu'sche Gesetz nur eine Annäherung darstellt; wie dies K. Exner für den Quarz gezeigt hat[1]).

Cornu hat darum als eigentliche Form seines Gesetzes die Differentialgleichung

$$dv' + dv'' = 0$$

---

1) Exner, Wiener Sitzb. Bd. 91, II. Abth. S. 218.

Digitized by Google

aufgestellt. Theoretische Betrachtungen, welche v. Lang durchgeführt hat[1]), ergeben die Gleichung

$$\tfrac{1}{2}(v'^2 + v''^2) = v^2. \qquad (17$$

Die Differentialgleichung derselben

$$dv' + \frac{v''}{v'}\,dv'' = 0$$

unterscheidet sich von der Cornu'schen nur durch den der Einheit sehr nahen Factor $\frac{v''}{v'}$ des einen Summanden.

Wenn man nun zu diesem Gesetze Gl. 17 die erzeugende Curve für die Oberfläche der Wellengeschwindigkeit sucht, so erhält man aus den Gleichungen

$$\lambda'^2 + \lambda''^2 = 2\lambda^2 \qquad (17a$$

$$\varrho^2 \mp \varrho \cdot \frac{2Q}{a}\cos\varphi - Q = 0 \qquad (9$$

nach einer der soeben durchgeführten ganz ähnlichen Rechnung als ihre Gleichung

$$x^2 + y^2 = \frac{2\lambda^2(2x \pm a)^2}{a^2 + (2x \pm a)^2}.$$

Die Asymptoten dieser Curve sind durch die Gleichung

$$x^2 \pm ax + \tfrac{1}{2}a^2 = 0$$

gegeben, sind also imaginär, d. h. die Curve liegt ganz im Endlichen. Die Schnittpunkte derselben mit einer durch O gezogenen Transversalen bestimmt man mit Hilfe der Gleichungen

$$\frac{\lambda' - \lambda''}{\lambda'\lambda''} = \frac{2\cos\varphi}{a} \qquad (5$$

$$\lambda'^2 + \lambda''^2 = 2\lambda^2 \qquad (17a$$

es folgt aus diesen

$$\lambda' + \lambda'' = \pm\sqrt{2\left(\lambda^2 - \frac{a^2}{4\cos^2\varphi}\right) \pm \frac{a}{\cos\varphi}\sqrt{\frac{a^2}{4\cos^2\varphi} + 2\lambda^2}}$$

$$\lambda' - \lambda'' = \pm\left(\sqrt{2\lambda^2 + \frac{a^2}{4\cos^2\varphi}} \mp \frac{a}{2\cos\varphi}\right).$$

$\lambda' + \lambda''$ ist bei positivem Vorzeichen der inneren Wurzel reell, bei negativem imaginär, es enthält somit jede Transversale durch O zwei

1) v. Lang, Pogg. Ann. Bd. 119 S. 74 (1863).

Digitized by Google

und nur zwei reelle Punkte der Curve. Da dieselbe endlich auch symmetrisch zur X-Axe liegt, genügt sie somit den früher aufgestellten Bedingungen.

Die Ordinaten für $x = 0$ sind

$$y = \pm \lambda.$$

Senkrecht auf die Richtung der Kraftlinien findet in diesem Falle somit keine Geschwindigkeitsänderung statt.

Da die reellen Schnittpunkte P' und P_1' einer Transversalen durch O ebenso wie die imaginären P_2' und P_3' durch O und den Schnittpunkt R der Transversalen mit der Geraden Ω harmonisch getrennt werden, ist

$$\frac{2}{OR} = \frac{1}{OP'} + \frac{1}{OP_1'}$$

$$\frac{2}{OR} = \frac{1}{OP_2'} + \frac{1}{OP_3'}$$

also

$$\frac{4}{OR} = \frac{1}{OP'} + \frac{1}{OP_1'} + \frac{1}{OP'} + \frac{1}{OP_2'}$$

d. h. die Gerade Ω ist die gerade Polare von O bezüglich der Curve.

Die Gestalt eines solchen Curvenpaares zeigt Fig. 4 (die zweite Gerade Ω_1, die rechts zu liegen käme, ist weggelassen). Man sieht, dass sie Ellipsen sehr ähnlich sind.

Zur Bestimmung von Punkten der Curven dient folgende Construction. Es sei (Fig. 4): $OO' = a$, $OM = \lambda$. Man beschreibt aus O mit dem Radius $OA = \frac{1}{2}\lambda\sqrt{2}$ einen Kreis, wählt in der Peripherie einen beliebigen Punkt α, so sind $A\alpha$ und $B\alpha$ zwei Radienvectoren der Curve. Man macht $O1 = B\alpha$, $O2 = A\alpha$ und bestimmt zu $12O$ den vierten harmonischen Punkt r, zieht $OR = Or$, dann sind die Schnittpunkte P' P_1' P'' P_1'' von OR mit den beiden Kreisen von den Radien $O1$ und $O2$, Punkte des Curvenpaares.

Es sei noch der Fall der Kegelschnitte kurz betrachtet. Die Annahme

$$Q = \frac{C}{h^2 \sin^2\varphi + k^2 \cos^2\varphi}$$

ergibt eine Curve vierter Ordnung, welche in den isolirten Punkt O und einen Kegelschnitt zerfällt, dessen Gleichung ist

$$h^2y^2 + k^2\left(x \mp \frac{C}{ak^2}\right) = C + \frac{C}{a^2k^2}. \tag{18}$$

Digitized by Google

Die Hamilton'sche Fläche besteht also in diesem Falle aus zwei congruenten Rotationsellipsoiden, welche in der Richtung der Hauptaxe um $\frac{2C}{ak^2}$ gegeneinander verschoben sind.

Sei für die Zeit τ die grosse Halbaxe α, der Abstand der beiden Mittelpunkte (die Verschiebung) $2\mu\alpha$, die numerische Excentricität ε und φ der Winkel zwischen Wellennormale und Abscissenaxe, so ist

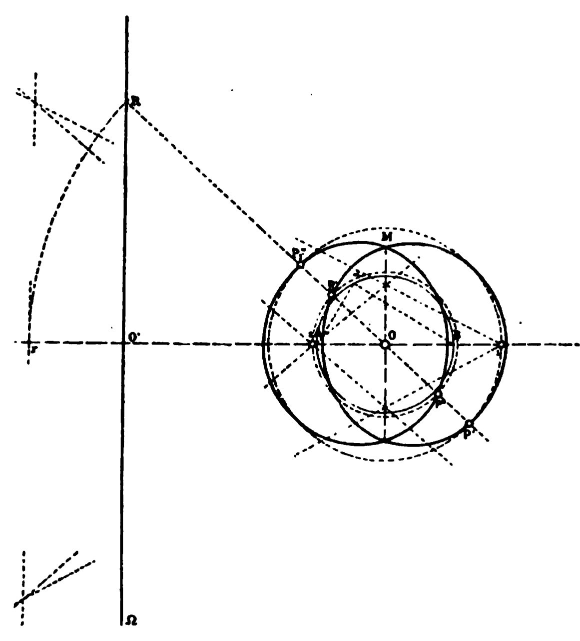


Fig. 4.

Gl. 18 mit entsprechenden Substitutionen für die Coefficienten die Gleichung des Durchschnitts mit einer durch Wellennormale und X-Axe gelegten Ebene, und man erhält durch Transformation auf Polarcoordinaten

$$\left.\begin{array}{l} \lambda' = R + S,\ \lambda'' = -R + S \\ \text{worin} \\ R = \dfrac{\mu\alpha\cos\varphi}{(1-\varepsilon^2)^{-1}\sin^2\varphi + \cos^2\varphi} \\ S = \sqrt{R^2 + \dfrac{\alpha^2(1-\mu^2)}{(1-\varepsilon^2)^{-1}\sin^2\varphi + \cos^2\varphi}} \end{array}\right\} \quad (19$$

Also die Drehung

$$\omega = \pi\delta\,\frac{\lambda' - \lambda''}{\lambda'\lambda''} = \pi\delta\,\frac{2\mu}{1-\mu^2}\cdot\frac{1}{\alpha}\cos\varphi,$$

Digitized by Google

welches Resultat übrigens wegen $\mu\alpha(a+\mu\alpha)=\alpha^2$ schon aus Gl. 6 folgt. Da μ eine sehr kleine Zahl ist, kann man schreiben

$$\omega = \pi\delta\,\frac{2\mu}{\alpha}\cos\varphi. \tag{20}$$

Bür die Annahme zweier Rotationsellipsoide ist somit die Drehung von der Excentricität unabhängig; sie ist direct proportional dem Verhältnisse der Verschiebung zur grossen Halbaxe, und verkehrt proportional der Grösse dieser Halbaxe für eine Oscillationsdauer.

Was die Beziehung dieses Falles zum Gesetze von Cornu betrifft, so ist aus Gl. 19

$$\lambda'\lambda'' = \frac{\alpha^2(1-\mu^2)}{(1-\varepsilon^2)^{-1}\sin^2\varphi + \cos^2\varphi}.$$

Wenn die Excentricität ε sehr klein ist, so ist der Nenner nahe gleich 1, und das Product der Wellenlängen annähernd eine Constante. Dies entspräche dem Cornu,schen Gesetze in der Form

$$v'v'' = v^2$$

ein Ausdruck, dessen Differentialgleichung der Cornu's ebenfalls sehr nahe käme. In diesem Falle wäre λ merklich gleich α und das Verhältnis μ der Verschiebung zur grossen Axe hätte für die oben angezogenen Messungen Cornu's den Werth $\mu = 0{,}0000004$[1])

Diese letzte Annahme, das geometrische Mittel aus den Geschwindigkeiten der beiden circular polarisirten Strahlen sei nahezu eine Constante, entbehrt jedoch der theoretischen Begründung, und so erscheint es denn am wahrscheinlichsten, dass die durch Rotation der Curve

$$x^2 + y^2 = \frac{2\lambda^2(2x \pm a)^2}{a^2 + (2x \pm a)^2}$$

erzeugte Fläche die „Surface of wave slowness" des Lichtes im magnetischen Felde sei.

Wir sind von der Erkenntnis ausgegangen, dass eine Drehung der Polarisationsebene an sich eine harmonische Relation involvirt, und zwar zwischen dem Ausgangspunkte der Lichtbewegung den Endpunkten der von demselben auf der Wellennormale in entgegengesetzter Richtung aufgetragenen Geschwindigkeiten der circular polarisirten Wellen, und gewissen vierten Punkten, welche durch das

1) $\lambda = 589\cdot10^{-6\,\mathrm{mm}}$, Brechungsexponent der concentrirten Jodquecksilberjodkaliumlösung für die D-Linie zu $n = 1{,}726$ angenommen. Vergl. Goldschmidt, Neues Jahrb. f. Mineralogie (1881). Ueber Verwendbarkeit etc. S. 54 des Separatabdruckes.

Digitized by Google

Gesetz der Drehung des betreffenden Mediums bestimmt werden. Wir haben den Ort dieser vierten harmonischen Punkte als „Drehungsfläche" definirt und gesehen, dass diese Hilfsfläche die Drehung in einem Medium vollkommen charakterisirt und es zugleich ermöglicht, das Drehungsvermögen desselben in absolutem Maasse auszudrücken. Wir haben gefunden, dass unter der Voraussetzung, das Cosinusgesetz beziehe sich auf die Wellennormale, diese „Drehungsfläche" für das homogene magnetische Feld aus zwei zur Richtung der Kraftlinien normalen Ebenen besteht. Auf Grund dessen wurde die Oberfläche der Wellengeschwindigkeit gesucht; es fand sich, dass selbe aus einem Paar congruenter Rotationsflächen zusammengesetzt ist. Für die erzeugenden Curven ergaben sich zahlreiche mögliche Fälle, darunter auch zwei in der Richtung der Kraftlinien gegeneinander verschobene Ellipsen. Eine Entscheidung unter diesen Möglichkeiten liess sich jedoch nicht treffen, weil sich das Gesetz Cornu's, dass das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten der circular polarisirten Wellen gleich der Geschwindigkeit im Medium ohne die Einwirkung des Magneten sei, als unbrauchbar erwies. Nahm man dagegen an, dieses Gesetz sei nur eine Annäherung, so genügten ein Paar gewisser Flächen vierter Ordnung und ein Paar Rotationsellipsoide von sehr kleiner Excentricität den an eine Wellengeschwindigkeitsfläche zu stellenden Anforderungen.

Es ist somit die von v. Fleischl aufgestellte Fläche als Hamilton'sche „Surface of wave slowness" aufzufassen, ebenso die Fläche Cornu's, die ja ein specieller Fall der ersteren ist.

Die Wellenoberfläche als Ort des Maximums der Lichtintensität nach einer bestimmten Zeit wird aus den negativen Fusspunktflächen der beiden Theile der Wellengeschwindigkeitsfläche für den Ausgangspunkt der Lichtbewegung als Pol bestehen.

Digitized by Google

Ueber das ultraviolette Spectrum des Wasserstoffs[1]).

Von

A. Cornu.

Nachdem ich Röhren mit Wasserstoff, der auf die früher beschriebene Weise gereinigt wurde[2]) hergestellt hatte, war es meine erste Sorge, sie zur Erlangung von Photographien, die genaue Messungen gestatten, zu benutzen. Die Photographien, die ich während der Vorbereitung der Röhren zur Controle der vorschreitenden Reinigung des Gases gemacht hatte, gaben schon eine Grundlage der Messungen mit Hilfe eines Vergleichsspectrums, das aus bekannten Linien gebildet war (durch einen Funken, der zwischen zwei Spitzen einer Legirung aus gleichen Gewichtstheilen Cadmium, Zink und Aluminium übersprang).

Aber diese Spectren zeigen weder genügende Feinheit noch hinreichende Zerstreuung, um brauchbare Messungen zu gestatten.

Die entgiltigen Photographien wurden mittels eines Rutherfurd'schen Gitters und eines Brunner'schen Theilkreises gemacht,

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Journ. de Ph. (2) vol. V August 1886.

2) Vergl. Journ. de Ph. (2) vol. V März 1886 und dieses Rep. Bd. 22 S. 260 (1886) Die dort gegebene Figur und die Beschreibung des Apparates enthalten eine kleine Unrichtigkeit, welche folgendermaassen richtig gestellt werden muss:

Der capillare Theil *RNP*, der an das Ende der Barometerröhre angeschmolzen ist, hat zwei rechtwinkliche Biegungen; in dem Theil *PN* ist das Niveau *N* des Quecksilbers in derselben Horizontalebene wie in der beweglichen Schale *M*.

Durch die Beweglichkeit dieser Schale kann man das Niveau *N* des Quecksilbers in dem capillaren Theil *NP* willkürlich verändern.

Stellt man die Schale *M* genügend tief, so kann man das Niveau des Quecksilbers bis zu dem Punkte *P* bringen, und folglich dringt das Gas in den leeren Raum des Apparates; umgekehrt indem man die Schale hebt, kann man das Quecksilber bis zum Kreuzungspunkt *R* führen, wo man es durch den Zweig *RS*, welcher als Heber wirkt, abfliessen lassen kann. Diesen Abfluss des Quecksilbers muss man zu Hilfe nehmen, um Tröpfchen mit fortzureissen, die in dem Zweig *RNP* oder in *DR* durch die Saugwirkung des raschbewegten Quecksilbers gelangt sein können.

Digitized by Google

wobei ich denselben Anordnungen folgte welche bei den Messungen der Wellenlängen der sehr brechbaren Linien angewendet wurden (Journ. de Ph. (1) vol. X p. 425). Das Hauptinteresse bestand darin, auf derselben Photographie alle ultravioletten Strahlen des Wasserstoffs zu vereinigen, die zu photographiren möglich sein würde. Da die Intensität der brechbarsten Linien sehr schwach ist, so musste ich mich auf die Anwendung eines Spectrums erster Ordnung beschränken; die Versuche mit Spectren höherer Ordnung gestatteten nicht die brechbarsten Linien zu erreichen; ungeachtet der Vorsicht das intensivste Spectrum zu nehmen, brauchte ich doch drei und eine halbe Stunde Expositionszeit für die Gelatin-Platten, um Photographien zu bekommen, die den Ansprüchen sowohl in Bezug auf die Feinheit der Linien als auch auf die Ausdehnung des Spectrums entsprachen.

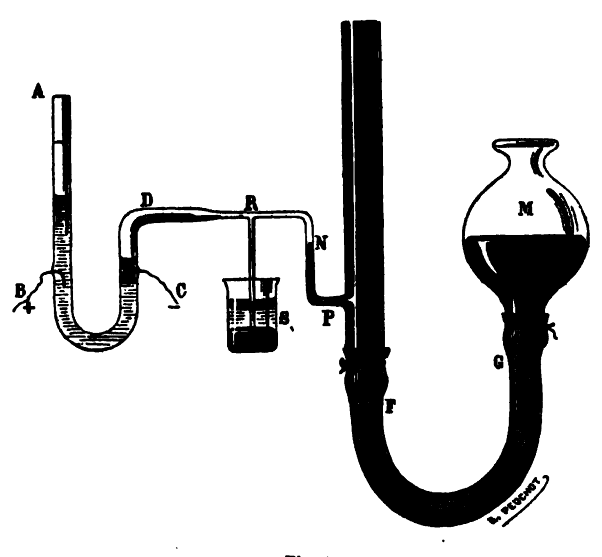


Fig. 1.

Ein vorläufige Prüfung zeigte mir, dass die Reihe der erlangten Linien des gereinigten Wasserstoffs merklich mit denjenigen übereinstimmen, welche Dr. Huggins in dem Spectrum der weissen Sterne entdeckt hat[1]); die mikrometrische Prüfung dieser Photographien verschob ich damals auf spätere Zeit; kürzlich konnte ich diese Prüfung endlich vornehmen, deren Resume ebenso wie die numerischen Resultate hier folgen; vorher erlaube ich mir eine gedrängte Beschreibung der Beobachtungsmethoden und der verwendeten Apparate zu geben.

1) C. R. vol. XC p. 7.2.

Digitized by Google

Optischer Apparat. — Das Rutherfurd'sche Gitter auf Glas in diesem Fall von Silber befreit[1]), wurde mit der geritzten Seite zur Reflexion verwendet und die Rückseite mit einer Firnisschicht geschwärzt.

Die Stellung auf dem Tisch des Goniometers muss der normalen Diffraction des ersten rechten Spectrums für die mittlere Region desselben entsprechen.

Der entsprechende Einfallswinkel i wird durch folgende Formel berechnet:

$$a(\sin i + \sin \delta) = n\lambda$$

in welcher $n = 1$, $\delta = 0$, $\lambda = 390$ und $a = 2935{,}2$ ist. (Die Einheit ist ein Millionstel des Millimeters.) Man findet also

$$i = 53^{\circ}\,5'$$

woraus sich der Winkel, den das zurückgeworfene Bündel mit der Richtung des aus dem Collimator tretenden Bündels bildet, folgendermaassen berechnet:

$$180^{\circ} - 2i = 73^{\circ}\,50'.$$

Der capillare Theil der Wasserstoffröhren, der durch den Inductionsfunken erleuchtet war, wurde parallel zur Spalte des Collimators aufgestellt und zwar in sehr kleiner Entfernung; die Erleuchtung wurde durch den Funken einer Inductionsrolle von 50^{cm} hervorgebracht, welche durch acht Bunsenelemente in Thätigkeit gesetzt wurde.

Die entgiltigen Photographien erhielt ich mit den Röhren Nr. 20 21, 24; die glänzendste war Nr. 21 mit Aluminiumelektroden; die beiden anderen, Nr. 20 und 24 mit Hüllen von Stanniol nach der Anordnung von Herrn Salet, waren weniger gelungen; aber die Reinigung des Gases scheint vollkommener darin zu sein, da die dem Sternenspectrum fremden Linien darin weniger sichtbar waren.

Bemerkung über den Einfluss des Stoffes der Röhren. In Bezug auf die Photographie ist die Dicke der Glasröhre, welche

1) Man vergrössert die Intensität des Spectrums der Glasgitter bedeutend durch die Versilberung der geritzten Oberfläche; beobachtet man nun die gebeugten Bündel an der Innenfläche, so müssen sie zweimal durch die Dicke des Glases gehen; die an der äusseren Fläche reflectirten Bündel nehmen an dieser Vergrösserung der Intensität keinen Theil; es ist daher vortheilhaft für gewöhnlich das Gitter durch eine Waschung mit verdünnter Salpetersäure von der Versilberung zu befreien, wenn man die von Glas absorbirten ultravioletten Strahlen beobachten will.

Geht man vorsichtig vor, so scheinen die selbst wiederholt vorgenommenen Ver- und Entsilberungen dem Gitter nichts zu schaden; man muss nur die geritzte Oberfläche sanft in der Richtung der Furchen mit Baumwolle reiben, welche man vorher mit der zum Waschen nöthigen Flüssigkeit getränkt hat.

Digitized by Google

die ultravioletten Strahlen durchlaufen müssen, ein Grund zur Absorption, welcher hinreicht die brechbarsten Strahlen unsichtbar zu machen. Ich habe kein einfaches Mittel gefunden, diesen Schaden zu verbessern.

Die Verdünnung der Röhre durch Planschleifen, die ziemlich ausführbar ist, lässt die cylindrische Linse, die die capillare Röhre natürlicher Weise bildet, verschwinden, und verringert in sehr merklicher Weise den sichtbaren Durchmesser des leuchtenden Fadens und folglich auch die Menge der nutzbaren Ausstrahlung; verschiedene Versuche in dieser Richtung haben keine merkliche Verbesserung ergeben; übrigens habe ich sie nicht sehr weit verfolgt, da ich bald erkannte, dass die zu beobachtenden Ausstrahlungen nicht diejenigen sind, die von dem Glas energisch absorbirt werden; ich habe mich sogar durch einen directen Versuch überzeugt, dass eine geringe dicke gewöhnlichen Glases (Crownglas) auf die betreffenden Strahlen einen verhältnismässig unbedeutenden Einfluss ausüben.

Der Versuch besteht darin, das Spectrum des Lichtes der Wolken durch gewöhnliche Fensterscheiben zu photographiren. In einer halben Stunde hat man mit Gelatinplatten das Spectrum des Sonnenlichtes. Man erkennt darin alle charakteristischen, dunklen Linien bis über r hinaus, d. h. über $\lambda = 314$. Da das Wasserstoffspectrum, um welches es sich handelt, nicht über $\lambda = 370$ hinausgeht, so ist der schädliche Einfluss des durchlaufenen Glases ein sehr geringer und kann leicht durch eine längere Dauer der Expositionszeits ausgeglichen werden[1]).

Einstellung. Die Einstellung des Gitters, des Collimators und des Fernrohrs lässt sich zuerst auf optischem Wege bewerkstelligen, indem man eine Natriumflamme, den in einer anderen Arbeit angegebenen Regeln gemäss verwendet (Ann. de l'Ecole Normale (2) vol. IX p. 21). Man ersetzt das Ocular des Fernrohrs durch den photographischen Plattenträger, indem man den Unterschied der Einstellung bestimmt, der den gleichen Strahlen entspricht. Da die Flussspatobjective merklich achromatisch sind, so bleibt die Einstellung für eine beträchtliche Ausdehnung der Brechbarkeit constant; dies kann man feststellen, indem man methodisch, Millimeter für Millimeter die Einstellung des Fernrohrs sucht, die das Maximum der photographischen

1) Dieser Schluss, der nach dem Vorhergegangenen etwas unsicher erscheint, wird vollkommen klar, wenn man bedenkt, wie rasch sich das Absorptionsvermögen des Glases mit der Brechbarkeit der Strahlen ändert: diese Function, an verschiedenen durchsichtigen Substanzen sehr genau geprüft, hat sich als eine Exponentialfunction der Wellenlänge ergeben, wie dies aus einer Reihe von Versuchen hervorgeht, deren Details man in den C. R. du Congrès de Blois, 1884; Mém. p. 103 findet.


Digitized by Google

Schärfe der Diffractionsspectren gibt; wenn man eine merkbare Veränderung in der Stellung des Brennpunktes des photographischen Fernrohrs in Betreff des Brennpunktes der sichtbaren Strahlen bemerkt, so kann man sie halb durch die Einstellung des Fernrohrs und halb durch die des Collimators ausgleichen.

Die photographischen Platten (käufliche Bromgelatineplatten) haben 5^{cm} Länge und 3^{cm} Höhe; sie bilden ein Feld von mehr als 2^0 Breite, mit genügender Schärfe.

Die Abdrücke zeigen ausser den von den Wasserstoffröhren herrührenden Spectrallinien diejenigen des Funkens der Verbindung der drei Metalle (Cd. Zn. Al.); die letzteren unterscheiden sich von den ersteren durch ihre geringere Höhe; einige Photographien zeigen ausserdem zwei Nebenbilder, die von zwei Reflexbildern der Collimatorspalte herrühren und dadurch erlangt wurden, dass man das Fernrohr um $\pm$ 30′ gegen das vom Gitter reflectirte Lichtbündel geneigt aufstellte. Diese beiden Nebenbilder dienen zur Bestimmung der Ablenkung jeder Spectrallinie und folglich zur Berechnung der Wellenlänge.

Herstellung einer Photographie. Der Brunner'sche Theilkreis ermöglicht es, das gewöhnliche Fernrohr durch das photographische (den photographischen Rahmen) zu ersetzen[1]; man beginnt damit, das Gitter auf dem centralen Tisch unter dem angenommenen Einfallswinkel zu befestigen und diesen zu messen, dessen Unveränderlichkeit einzig von der relativen Festigkeit des Gitters und des Collimators abhängt. Diese Bestimmung macht man mit dem optischen Fernrohr.

Nun schaltet man das photographische Fernrohr ein und befestigt dessen Alhidade im Azimut der zu beobachtenden Strahlen, das z. B. durch die Ablenkung Δ, von dem reflectirten Bündel an gerechnet, bestimmt ist. Man lässt nun diese Strahlen während der zur Photographie nöthigen Zeit wirken; im vorliegenden Fall beliess man einfach die glühende Wasserstoffröhre vor der Spalte; diese Dauer kann zwischen zwanzig Minuten und drei Stunden schwanken. Zum Schluss ersetzte ich die Röhre durch den verdichteten, zwischen zwei Elektroden aus der Verbindung der drei Metalle überspringenden Funken; der Funken muss horizontal vor der Spalte überspringen, um gewisse Wirkungen der Parallaxe zu vermeiden; fünf oder sechs Minuten genügen, um die hauptsächlichsten Linien zu bekommen. Diese Linien, obwohl sie auf das vorhergehende Spectrum fallen, unter-

1) Diese bequeme Einrichtung, die erreicht wird durch die Verwendung zweier Gabeln an der Alhidade des Fernrohrs, ist zu derartigen Beobachtungen nicht unumgänglich nothwendig; es genügt an dem an der Alhidade befestigten Körper des Fernrohrs zwei Auszüge anzubringen, einen der den photographischen Rahmen und einen anderen, welcher das Ocular trägt.


Digitized by Google

scheiden sich doch beim ersten Blick von diesen, sowohl durch ihre Kürze als auch durch ihren kräftigeren Eindruck.

Wünscht man auch zwei Nebenbilder zu erhalten, welche den Nullpunkt und den Winkel der Ablenkung geben, so benutze man den Inductionsfunken um zwei Eindrücke des reflectirten Bildes der Spalte des Collimators hervorzubringen. Zu diesem Zwecke löse man vorsichtig die Klemme der Alhidade ab und ohne den Körper des photographischen Fernrohrs zu berühren (was eine dauernde Drehung herbeiführen könnte) neigt man die Alhidade um $\pm$ 30′ gegen das Azimut welches das reflectirte Bild der Spalte in der Mitte des Feldes geben würde; zwei Secunden genügen für die Photographie, und man erhält auf diese Weise zwei Nebenbilder, welche die Ablenkung $\Delta + 30'$ und $\Delta - 30'$ in Bezug auf den zurückgeworfenen Strahl bestimmen.

Um die Festigkeit des Apparates zu controliren ist es gut, die Messung des Einfallswinkels zu wiederholen, wozu man das photographische Fernrohr wieder durch das optische ersetzt.

Die Platte wird entwickelt mit einer gesättigten Lösung (30%) von schwefelsaurem Eisen gemischt mit dem dreifachen Volumen einer gesättigten Lösung (30%) von neutralem oxalsaurem Kali: oft ist es gut, die Entwicklung zu verlangsamen, indem man zwei oder drei Tropfen einer 10 proc. Lösung von Bromkalium (für 20^{cc} der Mischung) beifügt.

Die Photographie wird fixirt mit einer 10 proc. Lösung von unterschwefligsaurem Natron und einer 2—3 proc. Lösung gewöhnlichen Alauns; sodann wird sie gewaschen und getrocknet.

Mikrometrische Messung der Photographien. — Die Photographie wird auf den Schlitten eines Mikrometers gelegt, welches mit einer Schraube an der Plattform eines Mikroskops befestigt ist, dessen Ocular ein Kreuz von zwei rechtwinkligen Strichen hat; man richtet die Orientirung des Striches parallel zu der Schraube, indem man diesen Strich nach der Verschiebung eines charakteristischen Punktes auf der Photographie, auf den der Kreuzungspunkt der Striche fällt, einstellt. Die Orientirung der Photographie ordnet man derartig, dass die Spectrallinien parallel mit dem andern Strich des Fadenkreuzes laufen.

Es ist nicht vortheilhaft, eine mehr als zwanzig bis fünfundzwanzigfache Vergrösserung anzuwenden; es ist sogar gut, wenn man die äusserst schwachen isolirten Linien untersuchen will, nur eine vier- bis fünffache Vergrösserung zu nehmen; zur Beleuchtnng der Photographie benutzt man ein sehr dünn geschliffenes Glas, mit welchem man sie bedeckt und das man mit dem Concavespiegel des Mikroskops stark beleuchtet.

Digitized by Google

Die Einstellungen muss man mindestens zweimal machen, um Irrthümer zu vermeiden, man benutze diese Nothwendigkeit, um gleichzeitig die periodischen, fast unvermeidlichen Fehler der Schraube zu corrigiren, indem man die Messung um eine halbe Schraubenwindung weiter noch einmal beginnt; zu diesem Zweck verschiebt man die Photographie auf dem Schlitten, so dass dieselbe Linie um eine halbe Umdrehung von der ersten Beobachtungsreihe abweicht.

Manchmal hat die Schraube einen fortlaufenden Fehler in der Länge der aufeinanderfolgenden Windungen; auf folgende Weise kann man ihn meistens unschädlich machen. Nachdem man die erste Reihe von Einstellungen vollendet hat, lässt man die Photographie Stück für Stück zurückgehen und beginnt eine neue Reihe von Einstellungen, welche man zu den früheren so dazuschreibt, dass man auf den ersten Blick die derselben Linie entsprechenden Ablesungen addiren kann. Man wird finden, dass die Summe dieser beiden Ablesungen merklich constant bleibt. Diese Bestätigung ist werthvoll um Unachtsamkeitsfehler zu vermeiden; ja noch mehr, sie gibt in den Grenzen, zwischen denen die Unterschiede liegen, ein Bild der Grösse der zufälligen Irrthümer, und liefert durch die progressive Veränderung des mittleren Werthes der constanten Summe die Grösse des systematischen fortlaufenden Fehlers der Schraube.

Wenn die mikrometrischen Messungen nur relative sind und keine absoluten, so ist die Schraube fast immer gut genug, um einen Spielraum von einer grossen Zahl von Windungen finden zu können, für den der Proportionalitätsfehler der Messungen vernachlässigt werden kann[1]).

---

1) Diesen Fehler bestimmt man leicht nach der Veränderung der mittleren Summe beider Ablesungen, welche ein und dieselbe Linie in der Nähe von der Mitte der beiden äussersten Linien betreffen.

Dies kann man auf folgende Art beweisen:

Sei z die Mikrometerablesung, ausgedrückt in Schraubenumdrehungen; eine Länge x der Photographie, durch den Unterschied der beiden Ablesungen z_0, z gemessen, wäre, wenn die Schraube vollkommen regelmässig ist, durch folgenden, einfachen Ausdruck gegeben:

$$x = (z - z_0)\, b;$$

b ist die Höhe der Windungen der Schraube; wenn die Windung eine Verlängerung hat, so kann man die an den Ablesungen z zu machende Correctur durch eine Function von z^2 mit dem sehr kleinen Coefficienten c_1 darstellen.

Man hat also:

$$x = (z - z_0)\, b + (z^2 - z_0^2)\, c. \qquad (1$$

Beginnt man die Ablesungen von einem andern Anfangspunkt z und in umgekehrter Richtung, so hat man wieder:

$$x = (z_1 - z')\, b + (z_1^2 - z'^2)\, c.$$

Digitized by Google

Beispiel der numerischen Berechnung. Es wird vielleicht nicht unnöthig sein, kurz die Art der numerischen Berechnung der Wellenlängen der Photographie R_8, welche die folgenden Messungen geliefert hat, aus einander zu setzen.

1. Die Constante des Gitters. Diese wurde am 13. Juni 1884 bestimmt, indem man die drei ersten rechtsseitigen Spectren des Natriumlichtes, Linie D_2 beobachtete ($\lambda = 588{,}89$ angenommen):

	des Azimut-Fernrohrs	Differenzen
Richtung des Collimators	$360^0 + 90^0\ 0'\ 0''$	
Richtung des reflectirten Bündels	376 9 48	$180^0 - 2i = 73^0\ 50'\ 12''$
1. rechtsseitiges Spectrum (Linie D_2)	359 52 36	$\Delta_1 = 16\ 17\ 12$
2. rechtsseitiges Spectrum (Linie D_2)	346 34 3	$\Delta_2 = 29\ 35\ 45$
3. rechtsseitiges Spectrum (Linie D_2)	334 30 0	$\Delta_3 = 41\ 39\ 48$

Man bestimmt zuerst den Einfallswinkel aus der Differenz der beiden ersten Azimute.

$2i = 180^0 - 73^0\ 50'\ 12$, woraus folgt:

$$i = 53^0\ 4'\ 54''.$$

Die Differenzen Δ_1, Δ_2, Δ_3 sind die Winkel, welche die gebeugten Bündel mit dem reflectirten bilden.

Die Formel, welche den Einfallswinkel $i = NRJ$, die Wellenlänge λ, die Ordnung des Spectrums n und die Ablenkung $\delta_n = NRD^n$ mit der Constanten a des Gitters verbindet, lautet wie bekannt:

$$a(\sin i + \sin \delta_n) = n\lambda;$$

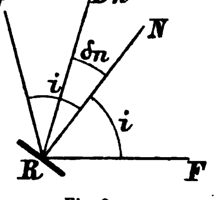


Fig. 2.

die positiven Winkel δ sind positiv gerechnet von der Normalen RN gegen das einfallende Bündel RJ.

Wenn z_1 und z_0 Ablesungen der beiden äussersten Linien sind, Ablesungen die der directen Beobachtungsreihe und der umgekehrten gemeinschaftlich angehören, z und z' Ablesungen, die derselben Linie in beiden Reihen entsprechen, so findet man zwischen z und z' folgende Gleichung, indem man die beiden oberen Gleichungen Glied für Glied subtrahirt:

$$z + z' - z_1 - z_0)\,b + (z^2 + z'^2 - z_1^2 - z_0^2)\,c = 0. \qquad (2$$

Diese Gleichung vereinfacht sich, wenn man successive Vernachlässigungen sich erlaubt. Vernachlässigt man zuerst den durch c bestimmten Ausdruck, so bekommt man

$$z + z' = z_1 + z_0; \qquad (3$$

dies ist die Gleichung, die zwischen z und z' besteht, wenn alle Schraubenwindungen gleich sind, eine Gleichung, welche sehr annähernd mit den meisten Micrometern bestätigt wird.

Digitized by Google

Schreibt man nun:

$$2a \sin \frac{i+\delta_n}{2} \cos \frac{i-\delta_n}{2} = n\lambda;$$

und setzt man

$$\Delta_n = i + \delta_n,$$

so erhält man folgende, durch Logarithmen berechenbare Formel:

$$2a \sin \frac{\Delta_n}{2} \cos \left(i - \frac{\Delta_n}{2}\right) n = \lambda.$$

Nach der oben beigefügten Figur erkennt man, dass der Winkel Δ_n die Ablenkung FRD_n des gebeugten Bündels RD_n bezüglich des reflectirten Bündels RF darstellt im gewöhnlichen positiven Sinn gerechnet. Aus den drei beobachteten Ablenkungen Δ_1, Δ_2, Δ_3 erhält man

$$\log a = 3{,}46783 \qquad 3{,}46791 \qquad 3{,}46790$$

deren Mittel

$$\log a = 3{,}46788 \qquad (a = 2936{,}8)$$

für die weiteren Rechnungen adoptirt wurde.

Um einen angenäherten Werth der Correction zu finden, setzen wir:

$$z + z' = z_0 + z_1 + \frac{c}{b}\,[(z - z_0)(z + z_0) + (z' - z_1)(z' + z_1)],$$

setzen wir nun den angenäherten Werth $z' - z_1 = z_0 - z$ der aus Gl. 3 folgt, ein, so erhalten wir:

$$z + z' = z_0 + z_1 + \frac{c}{b}\,(z - z_0)(z + z_0 - z' - z_1)$$

Ersetzen wir nun z' in der Klammer durch den angenäherten Werth

$$z_0 - z' = z - z_1,$$

so kommt:

$$z + z' = z_0 + z_1 - 2\,\frac{c}{b}\,(z - z_0)(z_1 - z). \qquad (4$$

Die zweite Annäherung ist ganz genügend; sie gibt das Gesetz, welchem die fast constante Summe der beiden Ablesungen derselben Linie folgt: man sieht daraus, dass der Correctivausdruck für $z - z_0 = z_1 - z$ oder für $z = \frac{1}{2}(z_1 + z_0)$ ein Maximum hat, d. h. für den Punkt, der der Mitte zwischen den äussersten Ablesungen entspricht.

Der Werth des Maximums ist gleich $\frac{c}{2b}(z_1 - z_0)^2$; durch ihn kann man den Coefficienten c finden nach dem Werth der Differenz zwischen dem Mittel der Summe $z + z'$ in der Nähe von z oder z_0 und dem Mittel von $z + z'$ in der Nähe von $\frac{1}{2}(z_1 + z_0)$.

Es ist klar, dass dieser Fehler wächst wie das Quadrat des Zwischenraumes $z_1 - z_0$ der äussersten Ablesungen; man kann ihn also nach Willkür verringern, indem man diesen Zwischenraum verkleinert.

Digitized by Google

Eine zweite Bestimmung vom 13. Juni 1884 hat genau zu denselben Resultaten geführt.

2. Winkeldistanz und Ablenkung der beiden Nebenbilder bei Photographie R_8. Die Photographie R_8 wurde am 13. Juni 1884 mit einer Staniolröhre (Nr. 24) erhalten bei einer Expositionszeit von drei und einer halben Stunde.

Das Fernrohr war im Azimut $4^0\ 40'\ 0''$ während der Exposition
„ „ „ „ „ $15^0\ 30'\ 0''$ für das erste Nebenbild
„ „ „ „ „ $16^0\ 30'\ 0''$ für das zweite Nebenbild

woraus man durch die Differenz schliessen kann, dass die Punkte der Photographie, wo sich die Nebenbilder befinden, den Ablenkungen Δ' Δ'' mit dem reflectirten Bündel entsprechen:

$$\Delta' = 10^0\ 50'\ 0'' \text{ Nebenbild Nr. 1}$$
$$\Delta'' = 11^0\ 50'\ 0'' \text{ Nebenbild Nr. 2.}$$

Es ist gut, sich über den Einfluss Rechenschaft zu geben, welchen dieser Fehler auf den Werth von x ausübt:

$$x = \tfrac{1}{2}(z - z_0 + z_1 - z')\,b + \tfrac{1}{2}\,c\,(z^2 - z_0^2 + z_1^2 - z'^2) \qquad (5$$

zu diesem Zweck eliminirt man z' in dem Factor von b mittels der Gl. 4 und vernachlässigt die Ausdrücke mit c^2; man findet leicht

$$x = b\,(z - z_0)\left[1 + \frac{c}{b}(2z_1 + z_0 - z)\right] \qquad (6$$

Bis hieher blieb der Coefficient b unbestimmt; man kann ihn bestimmen, wenn man den absoluten Werth der Entfernung, welche den äussersten Ablesungen $z_1 - z_0$ entspricht, kennt. X bezeichne diese Länge, so erhält man:

$$X = b\,(z_1 - z_0) + c\,(z_1^2 - z_0^2) = b\,(z_1 - z_0)\left[1 + \frac{c}{b}(z_1 + z_0)\right].$$

Eliminirt man b, so folgt:

$$x = X\frac{z - z_0}{z_1 - z_0} \cdot \frac{1 + \frac{c}{b}(2z_1 - z_0 - z)}{1 + \frac{c}{b}(z_1 + z_0)};$$

da der Ausdruck von c sehr klein ist, so erhält man:

$$x = X\frac{z - z_0}{z_1 - z_0}\left[1 + \frac{c}{b}(z_1 - z)\right].$$

Diese Gleichung zeigt, dass der Fehler E, der an x haftet, wenn man das einfache Proportionalitätsgesetz annimmt, ist

$$E = X\frac{(z - z_0)\,(z_1 - z)}{z_1 - z_0}\,\frac{c}{b}.$$

Es ist für $z - z_0 = z_1 - z$ im Maximum, d. h. für $z = \tfrac{1}{2}(z_0 + z_1)$ und dieses Maximum ist

$$E = \frac{X}{4}(z_1 - z_0)\frac{c}{b},$$

daher ergibt sich eine andere Art diesen Ausdruck $\frac{c}{b}$ zu bestimmen durch die doppelte Messung einer Länge gleich der Hälfte des Zwischenraumes $(z_1 - z_0)$.

Digitized by Google

Auf der Photographie beträgt die Entfernung der beiden Nebenbilder 17,19; da diese Entfernung $1^0 = 3600''$ entspricht, so erhält man also die Winkelgrösse einer Schraubenwindung des Micrometers gleich $\frac{3600''}{17,19} = 209''.\,42$, und man kann die Entfernung jeder Linie in dem Nebenbild Nr. 1 auf Bogensecunden reduciren.

Da die absolute Ablenkung $\triangle'$ dieses Nebenbildes bekannt ist, so kennt man auch den Winkel jeder Linie mit dem reflectirten Bündel; dies wird man in den folgenden numerischen Tabellen finden.

3. Berechnung der Wellenlängen der beobachteten Linien. Die Kenntnis von $\triangle$ genügt nicht; man muss auch den Einfallswinkel kennen; vor der Herstellung der Photographie R_8 wurde das Gitter auf dem centralen Tisch befestigt und man beobachtete mit dem Natriumlicht:

	Azimut des Fernrohrs	
Richtung des Collimators	$360^0 + 90^0\ 0'\ 0''$	
Richtung des reflectirten Bündels.	$375^0\,57'\,42''$	$180^0 - 2i = 74^0\ 2'\,18''$
Richtung des gebeugten Bündels (Linie D_2) .	$359^0\,42'\ 6''$	$\triangle_1 = 16^0\,15'\,36''$

woraus man schliesst

$$2i = 105^0\,57'\,42'' \quad \text{und} \quad i = 52^0\,58'\,51''.$$

Die Beobachtung des ersten rechtsseitigen Sprectrums (Linie D_2) diente dazu, den Werth der Constanten des Gitters zu controliren, wie oben gezeigt wurde.

Nachfolgende Tabelle ist selbstverständlich; man findet darin die Berechnung der Ablenkung $\triangle_1$ jeder Linie.

Da der Einfallswinkel i bekannt ist, so konnte man durch obenstehende Formel die Wellenlängen der Wasserstofflinien der Sternenreihe berechnen.

Alle Resultate wurden um 0,30 niedriger angegeben, um die Wellenlänge der Linie h mit derjenigen des Atlas von Angström (410,10) zusammenfallen zu lassen.

Bezüglich meiner Tabellen ist zu bemerken, dass darin die Bestimmungen enthalten sind, welche Dr. Huggins von den Wellenlängen der im Spectrum der weissen Sterne beobachteten dunklen Linien gemacht hat. (C. R vol. XC p. 72.)

Es ist nicht unnöthig zu erinnern, dass diese Bestimmungen zum Vergleiche der Sternenspectren mit den Linien des Lichtes der Wolken ausgeführt wurden und dass die Wellenlängen des letzteren meiner Arbeit über das normale Sonnenspectrum (übereinstimmend mit dem von Angström) entnommen sind.

Digitized by Google

Wellenlängen der Wasserstofflinien der Sternenreihe nach der Photographie R_8.

Bezeichnung der Linie	Entfernung vom Nebenbild Nr. 1 in Schraubengängen	in Secunden	in Winkeln	Entfernung △ vom reflect. Bündel	Corrigirte Wellenlänge λ (—0,30)	Spectrum der weissen Sterne (Huggins)	Differenz
G	28,86 t	5625	1° 33′ 45″	11 23 45	433,95	—	—
Nebelbild Nr. 2	17,19	3600	1° 0′ 0″	11 30 0	412,13	—	—
h	16,28	3409	0° 56′ 49″	11 46 49	410,10	410,10	0,00
H	10,30	2174	36′ 14″	11 26 14	396,89	396,89	0
α	6,74	1411	23′ 31″	11 13 31	388,78	388,75	3
β	4,33	907	15′ 7″	11 5 7	383,45	383,40	5
γ	2,64	553	9′ 13″	10 59 13	379,69	379,50	19
δ	1,40	293	4′ 53″	10 34 53	376,94	376,75	19
ε	0,51	107	1′ 47″	10 51 47	374,98[1]	374,50	48
Nebelbild Nr. 1	0,00	0	0° 0′ 0″	10 50 0	373,83	—	—
ζ	— 0,21	— 44	— 44″	10 49 16	373,36	373,00	36
η	— 0,80	— 168	— 2′ 48″	10 47 12	372,07	371,75	31
ϑ	— 1.25	— 262	— 4′ 22″	10 45 38	371,07	370,75	32
ι	—	—	—	— — —	—	—	—

Die Uebereinstimmung der Wasserstofflinien mit den Linien im Spectrum der weissen Sterne, die von Dr. Huggins entdeckt wurden, ist so vollständig, als man bei den Schwierigkeiten, welche durch die zweierlei Bestimmungsarten entstehen, nur erwarten kann. Die kleinen wachsenden Variationen, welche sich in den Differenzen der Wellenlängen der aufeinanderfolgenden Linien zeigen, gehören zu den systematischen Fehlern, die man den beiden Beobachtungsinstrumenten (Prisma und Gitter) zuschreiben kann.

Die Schlussfolgerung, die man aus vorliegender Arbeit ziehen kann, besteht darin, dass mit sehr grosser Wahrscheinlichkeit eine Uebereinstimmung der Reihe der dunkeln Linien der weissen Sterne mit den leuchtenden Linien des reinen Wasserstoffs annehmen kann, eine Uebereinstimmung, die zwar schon vermuthet, aber durch frühere Arbeiten noch nicht bewiesen wurde[2]).

1) Die Linie ε ist in der Photographie nicht klar wiedergegeben wegen einer fremden durch unreines Gas verursachten Linie, welche in der benutzten Photographie nicht vollständig verschwunden war.

2) Vogel, Berl. Sitzb. 10. Juli 1879 und 12. Februar 1880.


Digitized by Google

Protokoll der Sitzung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 18. Mai 1886.

Vorsitzender: Prof. Dr. H. Skraup.

Das Protokoll der letzten Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Der Präsident theilt der Gesellschaft mit, dass seitens der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie die Einladung an den Verein ergangen sei für die Fertigstellung und Einrichtung des „Sonnblickhauses" einen Geldbeitrag zu leisten. Herr Prof. K. Exner beantragt, diesem Zwecke 300 fl. zu widmen. Der Antrag wird von Dr. Pernter eingehend motivirt und nach kurzer Debatte mit allen gegen eine Stimme angenommen.

Hierauf erstattet Herr Dr. v. Waldheim den Rechenschaftsbericht für das abgelaufene Vereinsjahr und werden die Herren Prof. K. und F. Exner zu Kasserevisoren designirt.

Es folgt der Bericht des Herrn Prof. A. Lieben namens der für das Gesuch des Herrn Prof Crumpelik eingesetzten Commission und wird beantragt, genanntem Herrn den Betrag von 80 fl. zahlbar in zwei Raten, von denen die eine sofort, die andere nach Beendigung der Untersuchung fällig wird zu überweisen. Der Antrag wird in geheimer Abstimmung mit Stimmenmehrheit angenommen.

Als neue Mitglieder werden aufgenommen: Herr J. Blau, Chemiker und Herr Regr. Prof. Zellner, Generalsecretät der Gesellschaft der Musikfreunde.

Hierauf hält Herr Hofrath Prof. Th. v. Oppolzer einen Vortrag „Ueber die absolute Bestimmung der Schwingungszahl einer Stimmgabel" und Herr Prof. H. Skraup „Ueber eine Farbenreaction zur Beurtheilung der Constitution von Carbonsäuren des Pyridius und Chinolins.

Der Secretär.


Digitized by Google

Eingesendete Bücher.

H. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik. 2. Aufl. 3. Lieferung. Verlag von L. Voss, Leipzig 1886. Die vorliegende Lieferung enthält § 14 Astigmatismus. § 15. Die entoptischen Erscheinungen. § 16. Das Augenleuchten und der Augenspiegel und § 17 von der Reizung des Sehnervenapparates als Anfang des Abschnittes II behandelnd die Lehre von den Gesichtsempfindungen.

K. v. Vierordt, Die Schall- und Tonstärke und das Schallleitungsvermögen der Körper. H. Saupp, Tübingen 1886, 274 S. mit dem Porträt der Verfassers. Der Inhalt dieser umfangreichen und sorgfältigen Untersuchungen auf einem sonst wenig betretenen Gebiete zerfällt nebst einer Einleitung in folgende Theile: I. Herstellung und Messung von Schallen und Tönen von beliebiger Stärke. II. 1. Die allgemeine Methodik und Technik des Experimentirens. 2. Schallleitung durch starre Körper. 3. Schallleitung durch tropfbare Flüssigkeiten. 4. Schallleitung durch elastische Flüssigkeiten. 5. Schallleitung durch Theile des menschlichen Organismus. III. Die Messung der Intensität gegebener Schalle.

W. H. Behse, Lehrbuch der Physik für höhere Bürgerschulen und technische Lehranstalten. F. Voigt, Weimar 1887. Mit 229 S. und 229 Fig. 4 M. 50 Pf. Leichtfassliche Darstellung in Text und Figuren sowie guter Druck zeichnen das Buch aus. Soweit es der Rahmen des Werkes erlaubt, erscheinen auch die neueren Ergebnisse der Wissenschaft und Ansichten berücksichtigt.

J. van Bebber. Handbuch der ausübenden Witterungskunde. I. Theil. F. Enke, Stuttgart 1885. 329 S. mit 12 Holzschnitten. Der Inhalt dieses trefflichen Werkes zerfällt in folgende Abschnitte: I. Glaube an willkürliche Einflüsse höherer Wesen und übernatürlicher Kräfte auf die Witterungserscheinungen. II. Astrometeorologie. III. Einfluss des Mondes auf unsere Atmosphäre. IV. Einfluss der Kometen auf die Witterung. V. Einfluss der Meteorite auf die Witterung. VI. Einfluss der Sonnenflecke auf die Witterung. VII. Wetterregeln. VIII Die Entwicklung der neueren Meteorologie. IX. Meteorologische Conferenzen und Congresse. X. Die Entwicklung der Wettertelegraphie in den Hauptstaaten.

Digitized by Google

Register.

Die Zahlenangaben bedeuten Seitenzahlen.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Jahrgang 1886 Nr. 34 enthält:

Rundschau. — **Ein Protokoll für Blitzableiterprüfungen.** Von Joh. Freyberg, Assistent am kgl. Polytechnikum in Dresden. — **Die Dynamomaschine von Wenström.** — **Mikrophon zur Aufsuchung von Wasserverlusten (Hydrophon).** Von A. Paris in Altona. — **Constante Chromsäure-Batterie.** Von C. Rammelsberg. — **Arbeits-Messung bei Wechselstrom-Apparaten nach Hospitalier.** — **Literatur.** G. Gessmann, Magnetismus und Hypnotismus. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** Personalien. — Telephonie. Telephonie in Augsburg. Telephonie in Nürnberg. Telephonie in Bamberg. Telephonie in Württemberg. — Telegraphie. Lehranstalt für Telegraphie. — Elektrische Kraftübertragung. Elektrische Kraftübertragungsversuche. — Elektrische Beleuchtung. Anwendung der elektrischen Beleuchtung beim Malen. Elektrische Beleuchtung in Köln. Elektrische Beleuchtung in Kortau. Elektrische Beleuchtung in Paris. — Verschiedenes. Münchens Wasserkräfte. — **Finanzielle und industrielle Nachrichten.** — **Patente.**

Jahrgang 1886 Nr. 35 enthält:

Rundschau. — **Differential-Dynamo-Maschine.** Von Oskar Dittmar, Ingenieur, Wien. — **Praktische Folgerungen aus den im Jahre 1885 vom Franklin-Institut gemachten Messungen an 4 Edison- resp. 3 Weston-Dynamomaschinen.** In einer Tabelle zusammengestellt von Carl Hering. — **Telephonbrücke.** Von R. Scharfhausen. **Ueber die Elektricitätsleitung von Metallpulvern.** Von F. Auerbach. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** Telegraphie. Telegraphie auf Eisenbahnzügen. — Elektrische Beleuchtung. Elektrische Beleuchtung in Berlin. Elektrische Beleuchtung in Leipzig. Elektrische Beleuchtung in New-York. Elektrische Beleuchtung in Buffallo. — Verschiedenes. Cardew's Spannungsmesser. — Leatheroïd. — Ein neues Isolirmittel. — Elektrischer Aufzug. — **Patente.**

Jahrgang 1886 Nr. 36 enthält:

Rundschau. — **Die Verwendung des Torsionsgalvanometers zur Messung starker Ströme ohne Nebenschluss.** Von W. Kohlrausch in Hannover. — **Ist die Länge des Photometers von Einfluss auf das Messungsresultat?** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **Literatur.** Aug. Neumayer, Die Laboratorien der Elektrotechnik und deren neuere Hilfsapparate. — Ad. Kleyer, Die Chemie in ihrer Gesammtheit bis zur Gegenwart und die chemische Technologie der Neuzeit. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** Elektrische Kraftübertragung. Kraftübertragung der Sprague Company. — Verschiedenes. Neue selbstrotirende Batterie Wunderlich-Eisele. Der Riesenthurm in Paris. — **Berichtigung.** —

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Im Verlage von **Georg Reimer in Berlin** ist soeben erschienen und durch jede Buchhandlung zu beziehen:

GRAVELIUS, H., Fünfstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln für die Decimaltheilung des Quadranten. Mit einem Vorworte von Prof. **W. Förster,** Director der kgl. Sternwarte. cart. Mk. 6.— (23|12)

Etwas für Jedermann.

Auskunftsbuch

zum Gebrauche im öffentlichen Leben und Verkehr.

Eleg. cart. Preis 60 Pf. **Allerlei Informationen über:** **Eleg. cart. Preis 60 Pf.**

Münzen, Maße, Gewichte und Geldumlauf in den wichtigsten Ländern.
Bestimmungen über den Verkehr mit der Reichsbank.
Vorschriften der deutschen Wechselordnung und des Börsensteuergesetzes.
Zinsen-, Zinseszinsen-, Diskonto- und Amortisationstabellen.
Zolltarif für das Deutsche Reich.
Eisenbahnsignale und Eisenbahnfahrzeiten zwischen grossen Städten.
Regelmässiger Dampfschiff-Verkehr von europäischen Häfen.
Allerlei Tarife für den Post- u. Telegraphen-Verkehr.
Übersicht über politische Richtung und Verbreitung hervorragender Zeitungen.
Stand der Handels- und Kriegs-Marinen und der Heeresstärke der wichtigsten Länder.
Allerlei Übersichten über Produktion und Konsum auf der Erde und über den Welthandel.
Astronomische u. geographisch-statistische Notizen.
Statistische Mitteilungen über die Bevölkerung und über die öffentliche Verwaltung.
Übersicht der Reichstagsmitglieder und der politischen Parteien.
Verzeichniss der Universitäten, Hochschulen und höheren Lehranstalten Deutschlands.
Übersicht der bis jetzt gebildeten Berufsgenossenschaften.
Tarife für Entschädigungen nach dem Unfallversicherungsgesetz.

Verlag von **R. Oldenbourg** in München und Leipzig.
Zu beziehen durch alle Buchhandlungen.

Digitized by Google

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/12)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (16/12)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15|12)



MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

emphielt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate**, sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'sche Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer**, grosse **Galvanometer** mit **Töpler**'scher **Dämpfung.** (21/12)

Nickelin-Draht

für elektrische Zwecke gut geeignet, fabrizirt und liefert

Dr. Geitner's Argentan-Fabrik F. A. Lange,

Auerhammer b. Aue i. Sachsen.

Niederlagen unter Firma F. A. Lange:

Berlin, Neue Grünstrasse 33. **Paris,** Boulevard Voltaire 1.
Wien, Westbahnstrasse 5. **Neuchâtel,** Faubourg du Cret 23.
Offenbach a. M. **Klingenthal i. S.** (24|12)

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

